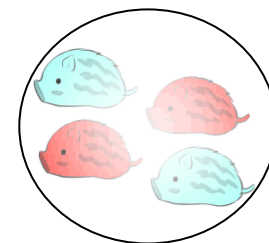
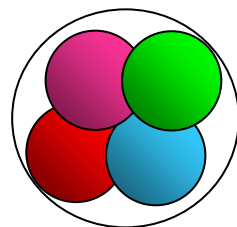



# 4クォークスカラー状態の $\pi\pi$ 散乱への影響




名古屋大学 H研 D2 星野紘憲  
共同研究者 原田正康 馬永亮

# 目次

- 1. 準備**
- 2. 軽い中間子**
- 3.  $\pi\pi$  散乱**



# 1. 準備



# 1-1. 強い相互作用： クォークとグルーオン

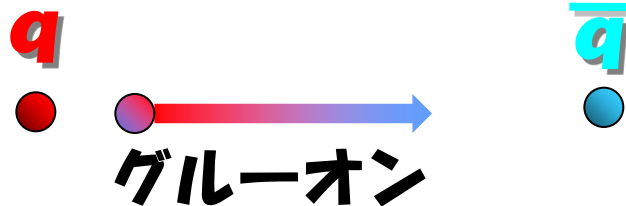
クォーク …… カラーチャージ（色荷）を持つ素粒子  
グルーオン …… 強い力を媒介するゲージ粒子



強い相互作用（グルーオンの交換による相互作用）：

クォーク（赤）

反クォーク（反赤）



# 1-1. 強い相互作用： クォークとグルーオン

クォーク …… カラーチャージ（色荷）を持つ素粒子  
グルーオン …… 強い力を媒介するゲージ粒子



強い相互作用（グルーオンの交換による相互作用）：

クォーク（赤）

反クォーク（反赤）



# 1-2. QCD(量子色力学) : 強い相互作用を記述する理論

QCDのラグランジアンはとってもシンプル!

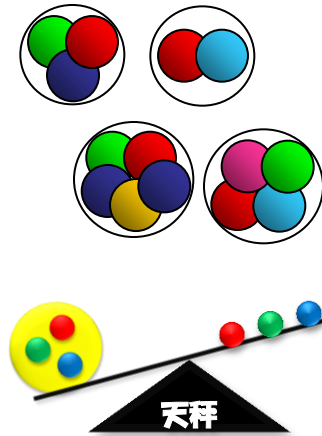
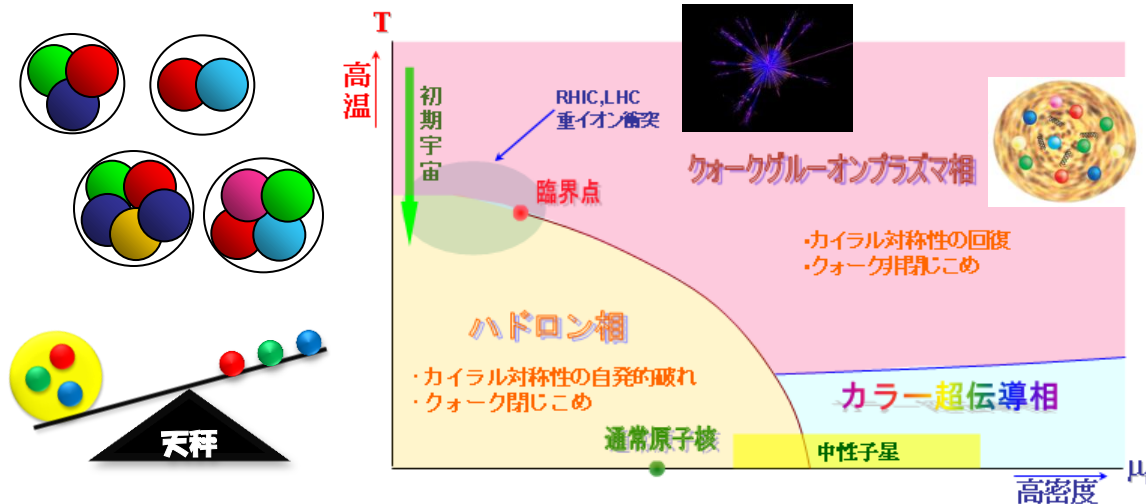
$$L_{\text{QCD}} = \bar{q}(i\not{D} - m)q - \frac{1}{4}F^2$$

豊富な物理現象

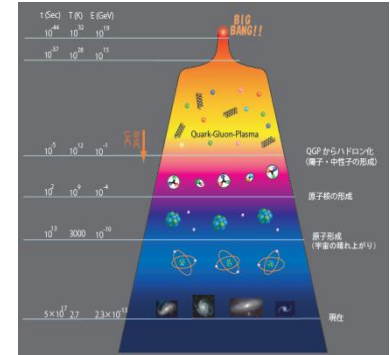


…でも解くのは難しい!

→格子QCD、模型などで解析



宇宙の進化と原子核の生成

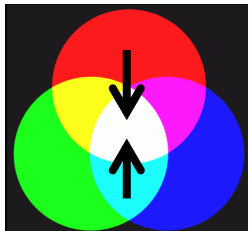
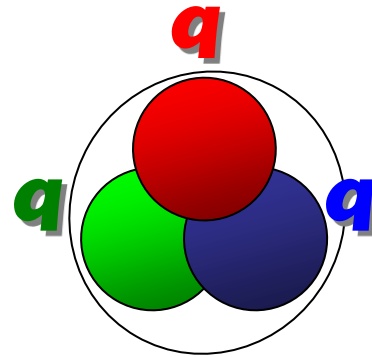
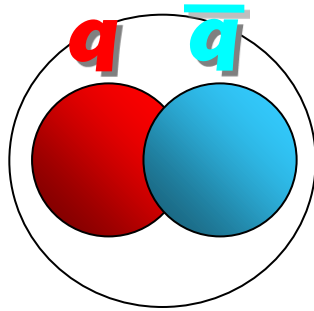


# 1-3. ハドロン：クォークの複合粒子

**ハドロン**・・・クォークでできた“白い”物質

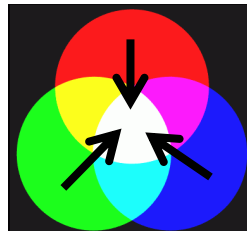
※観測される粒子は、みな“白い”！！（クォークの閉じ込め）

**クォーク模型**・・・多くのハドロンは2クォーク、3クォーク状態として記述できる。



赤 + 反赤(水色) = 白

赤 + 緑 + 青 = 白

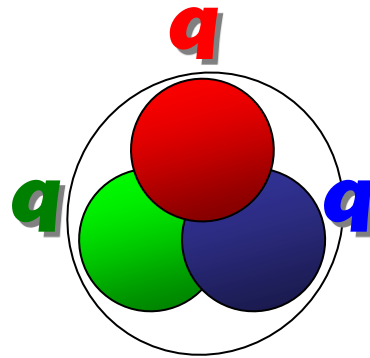
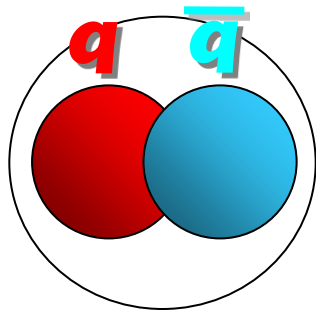


# 1-3. ハドロン：クォークの複合粒子

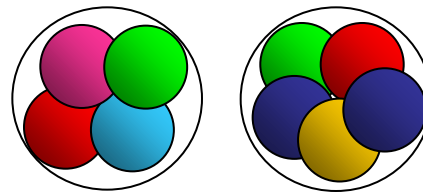
**ハドロン**・・・クォークでできた“白い”物質

※観測される粒子は、みな“白い”！！（クォークの閉じ込め）

**クォーク模型**・・・多くのハドロンは2クォーク、3クォーク状態として記述できる。



実は“白くなる組み合わせ”は他にも考えることができる



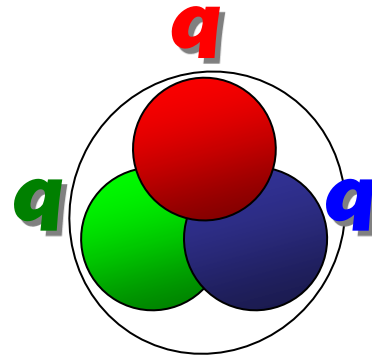
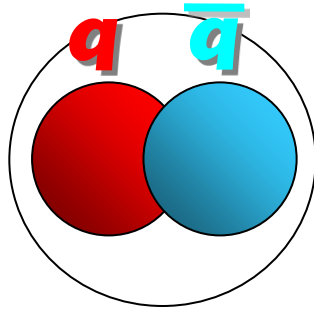


# 1-3. ハドロン：クォークの複合粒子

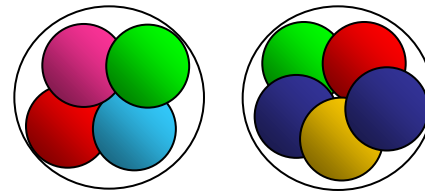
**ハドロン**・・・クォークでできた“白い”物質

※観測される粒子は、みな“白い”！！（クォークの閉じ込め）

**クォーク模型**・・・多くのハドロンは2クォーク、3クォーク状態として記述できる。



実は“白くなる組み合わせ”は  
他にも考えることができる

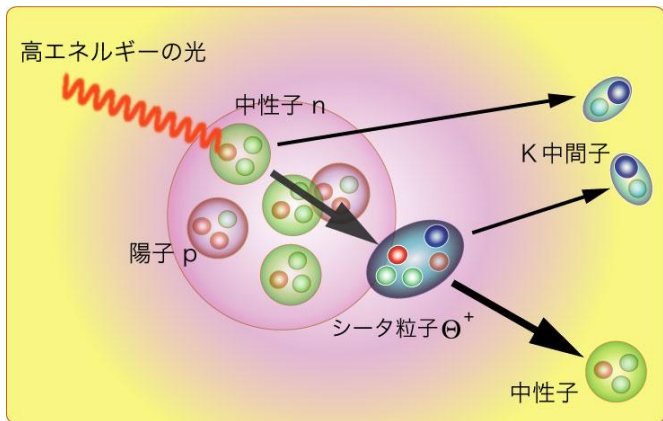


本当に  
あるの？

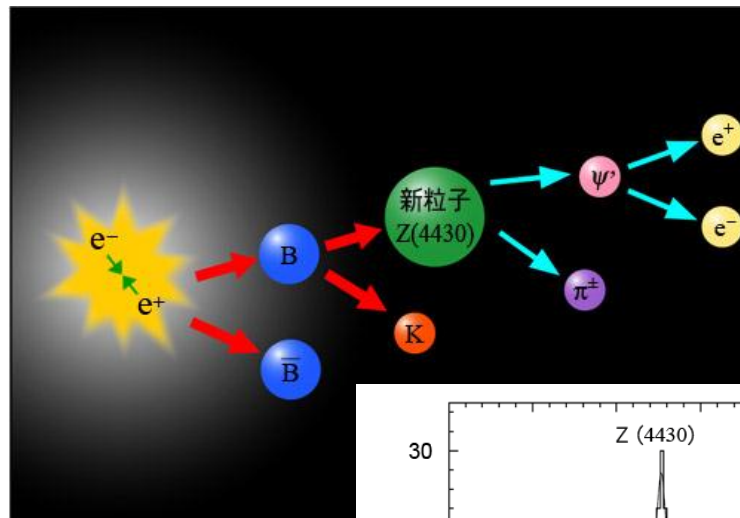
# 1-4. エキゾチックハドロン： 候補が実験で見つかった！



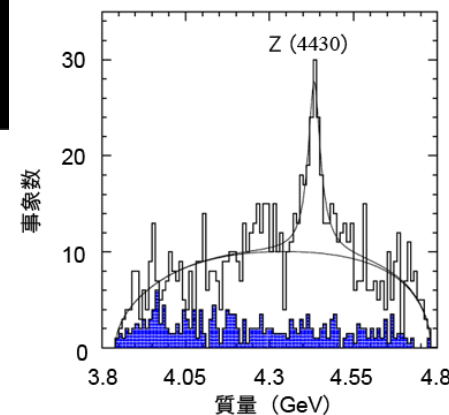
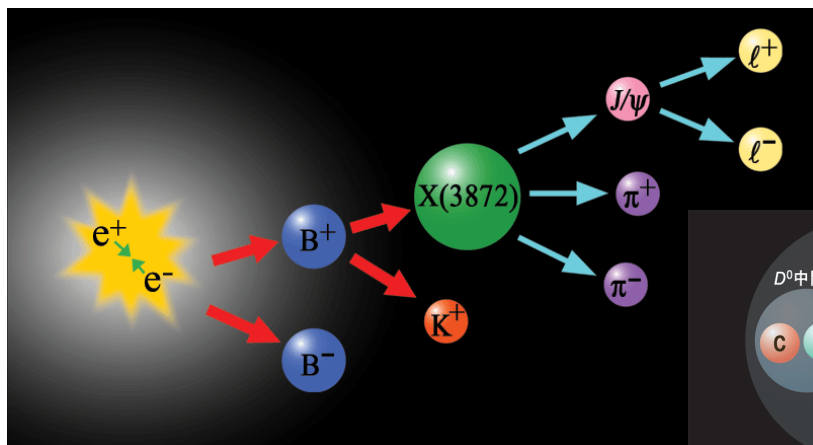
$\Theta^+(1530)$  SPring-8(LEPS, 2003)



$Z(4430)$  Belle(2007)

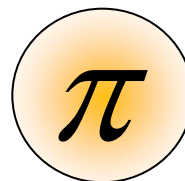
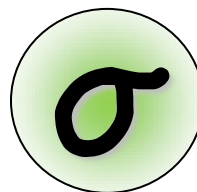


$X(3872)$  Belle(2003)



**Other Candidates:**  
 $Y(4260)$ ,  $X(3940)$ ,  $Y(3940)$ ...

## 2. 軽い中間子

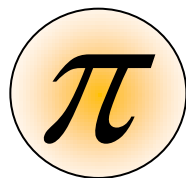


# 2-1. 軽い中間子: 軽いクォーク(u,d,s)からなる中間子

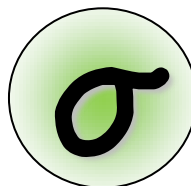
u (アップクォーク)



d (ダウルクォーク)    s (ストレンジクォーク)



π 中間子



σ 中間子

などなど . . .

# 2-2. 2-4クォーク状態の混合：

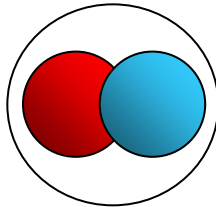
**$U(1)_A$ 対称性が破れると、同じ量子数(スピン、パリティ)を持つ2,4クォーク状態は混じりあう！**

**$U(1)_A$ 対称性**

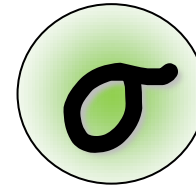
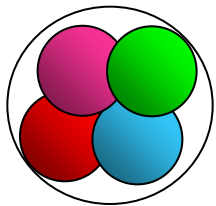
実際には…

~~**$U(1)_A$ 対称性**~~

2クォーク状態



4クォーク状態

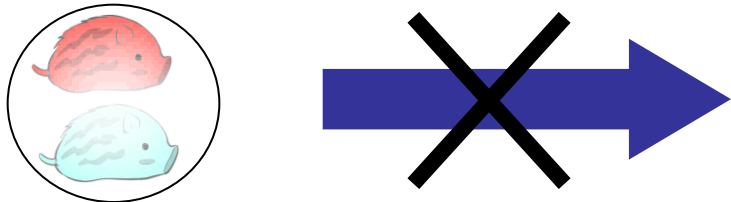


**2と4が区別できる**

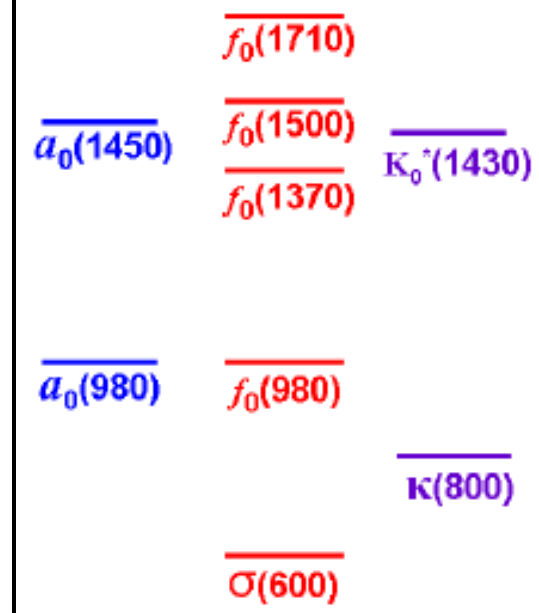
**2と4が混じった状態  
= 軽い中間子**

# 2-3. 例: 軽いスカラー中間子の質量

“中間子 =  $\bar{q}q$ ” だとすると  
質量がうまく説明できない...



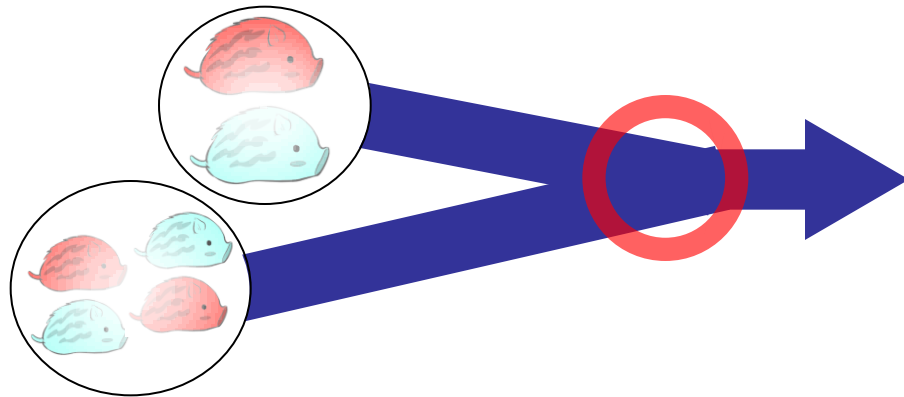
質量(MeV)



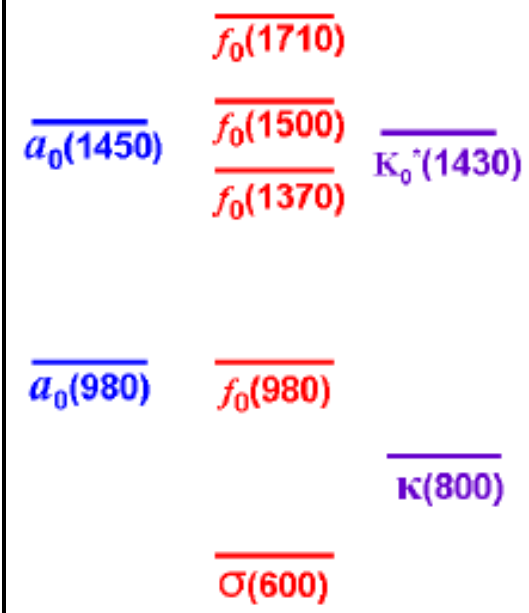
軽いスカラー中間子 ( $J^P = 0^+$ )

# 2-3. 例: 軽いスカラー中間子の質量

“中間子 =  $\bar{q}q$  と  $\bar{q}q$  の混合状態”  
 だとすると質量がうまく説明できる!  
 P.R.D 72, 34001 (2005) Amir H. Fariborz et al



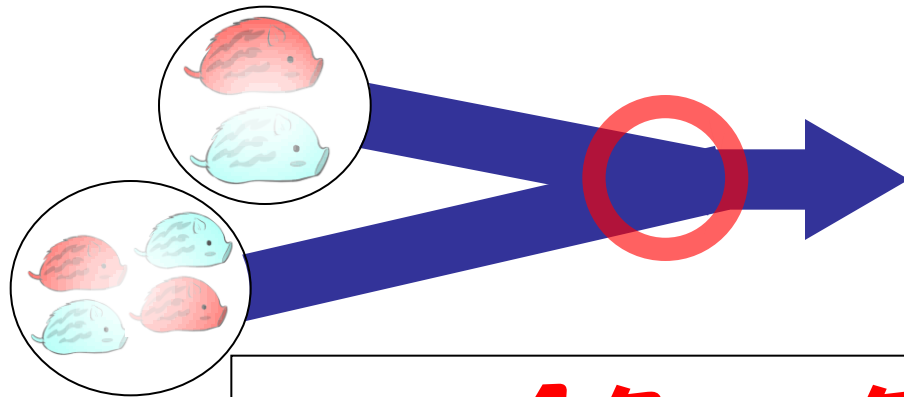
質量(MeV)



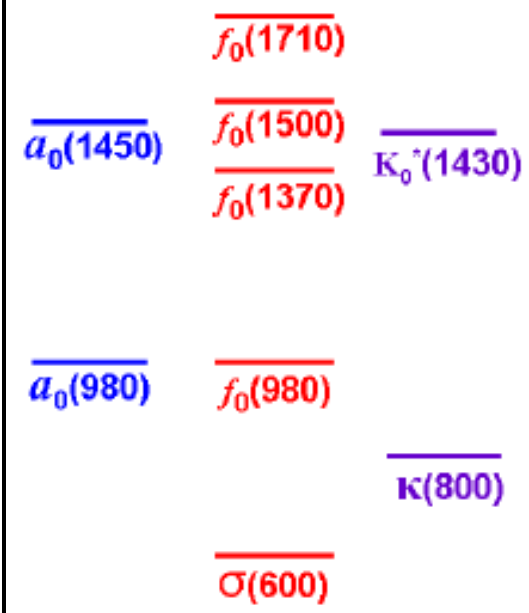
**混合状態!** = 軽いスカラー中間子 ( $J^P = 0^+$ )

# 2-3. 例: 軽いスカラー中間子の質量

“中間子 =  $\bar{q}q$  と  $\bar{q}q$  の混合状態”  
 だとすると質量がうまく説明できる!  
 P.R.D 72, 34001 (2005) Amir H. Fariborz et al



質量(MeV)



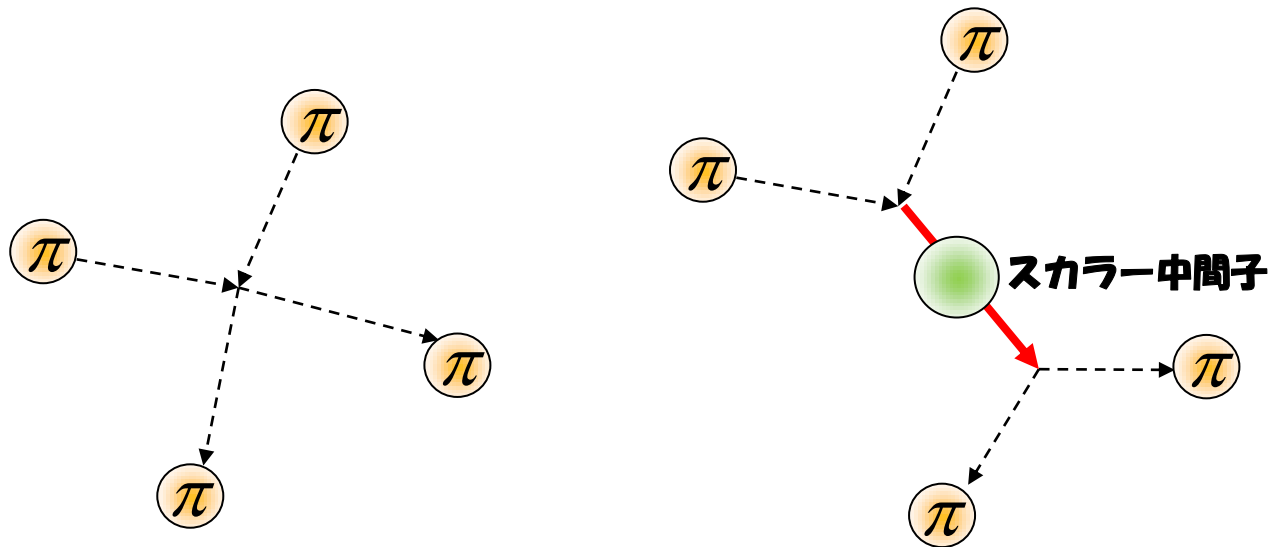
**4クォーク状態は  
あるんじゃないだろうか! ?**

$J^P = 0^+$





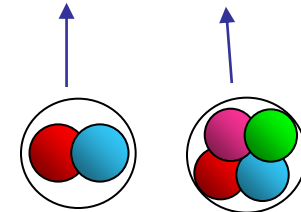
# 3. $\pi\pi$ 散乱



# 3-1. 線形シグマ模型 :

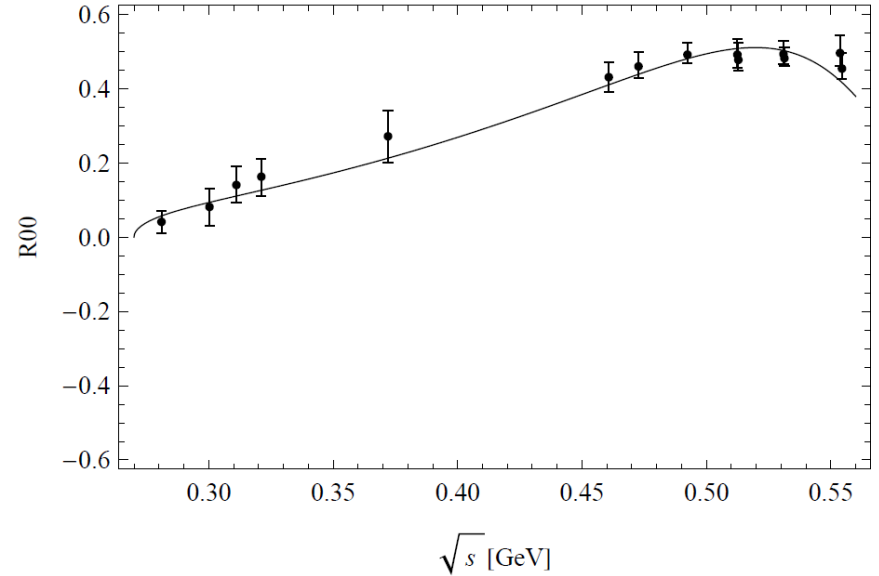
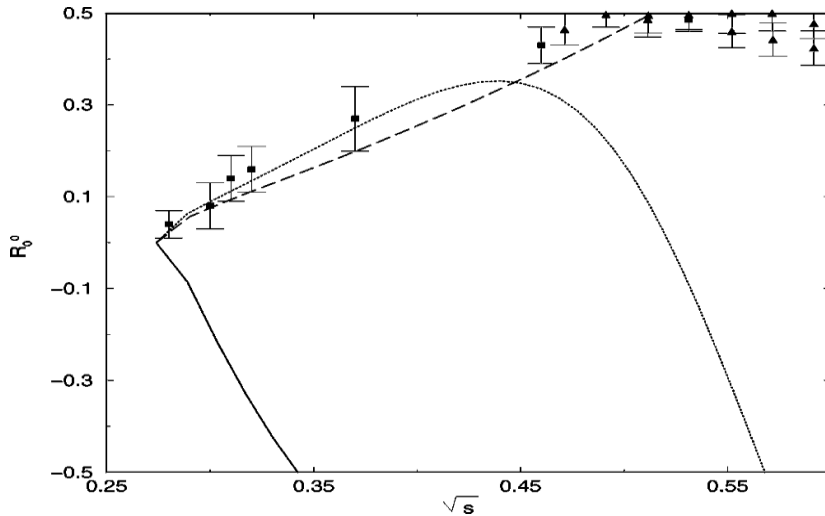
- 擬スカラー( $\pi, \dots$ ) & スカラー中間子( $\sigma, \dots$ )の模型
- ポテンシャル  $V$  に微分相互作用が入っていない模型

$$L = (\text{中間子の運動項}) + V(M, \Sigma)$$

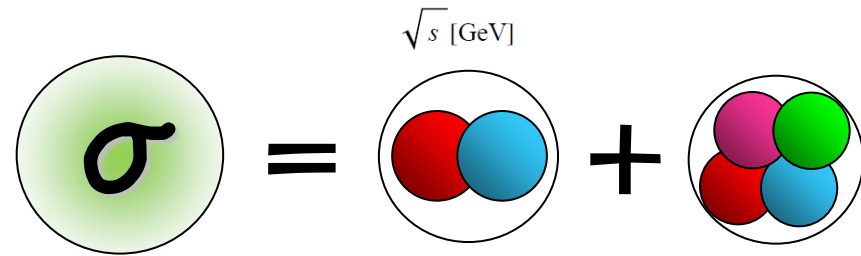
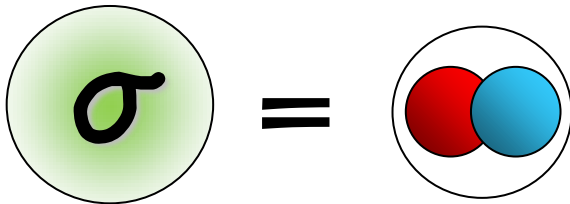


# 3-2. 結果： $\pi\pi$ 散乱振幅

$$A(s, t, u) = \text{crossed diagrams} + \sum_{j=1}^4 \text{resonance diagrams } f_j$$



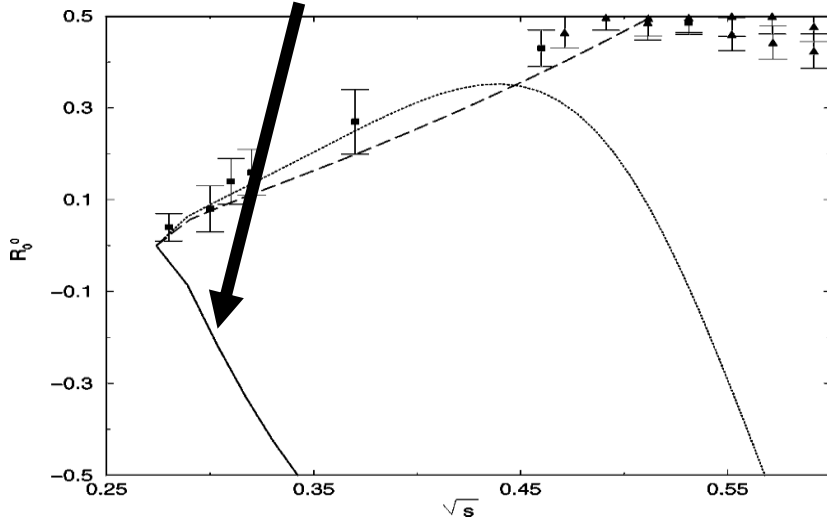
P.R.D 64, 014031 (2001) Deirdre Black et,al



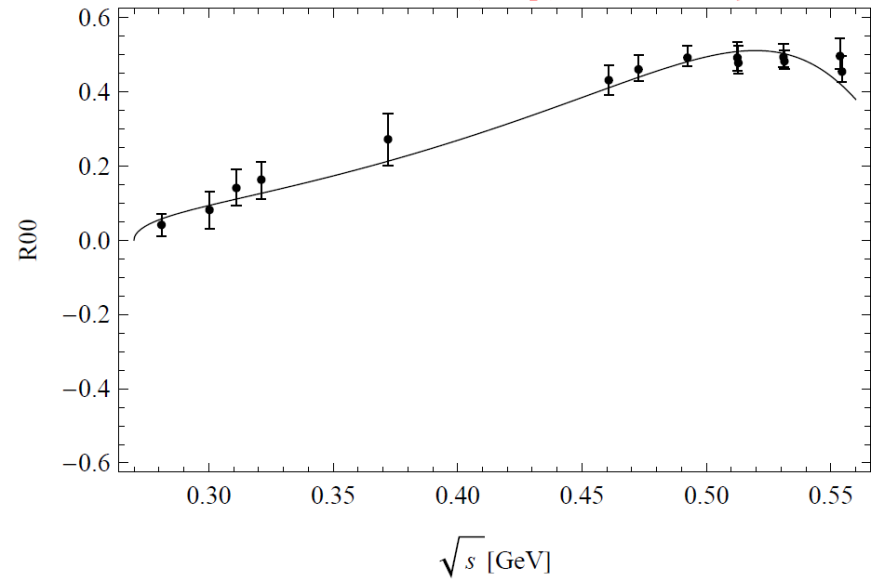
# 3-2. 結果： $\pi\pi$ 散乱振幅

$$A(s, t, u) = \text{crossed diagram} + \sum_{j=1}^4 \text{partial wave } f_j$$

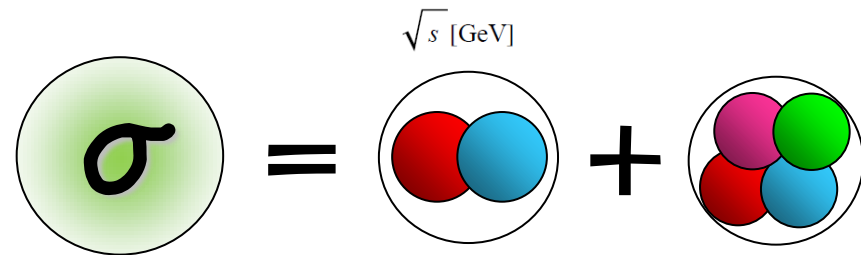
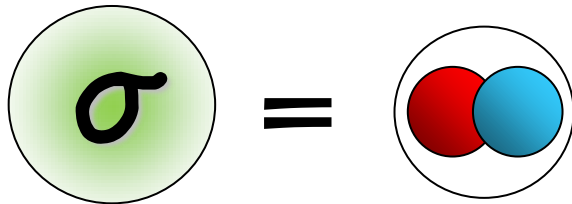
2クォーク状態だけだとすると  
実験と合わない



4クォーク状態も含めて考えると  
(+チャルラルに)実験とよく合う!



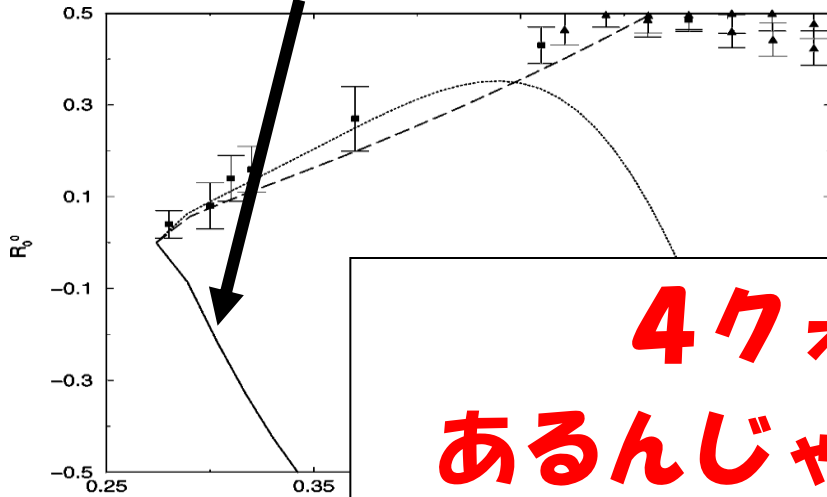
P.R.D 64, 014031 (2001) Deirdre Black et,al



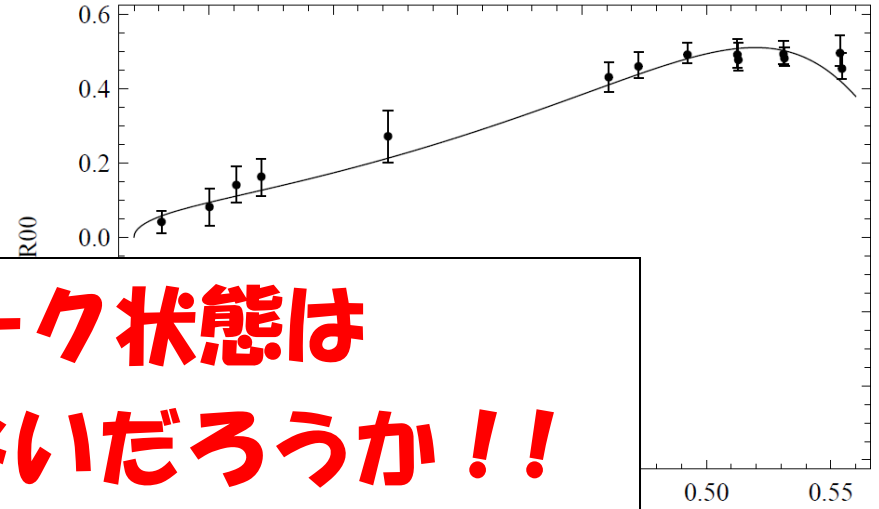
# 3-2. 結果： $\pi\pi$ 散乱振幅

$$A(s, t, u) = \text{[Crossed Diagram]} + \sum_{j=1}^4 \text{[Resonance Diagram]} f_j$$

2クォーク状態だけだとすると  
実験と合わない

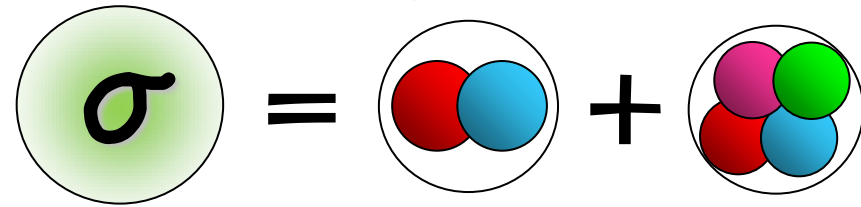
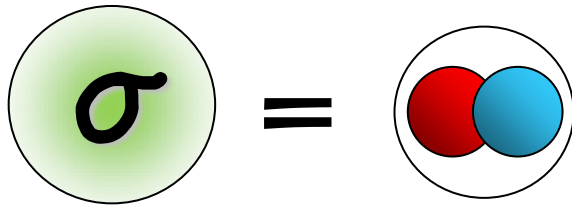


4クォーク状態も含めて考えると  
(+チャラルに)実験とよく合う!



**4クォーク状態は  
あるんじゃないだろうか!!**

P.R.D 64, 014031 (2001) Deirdre Black et.al

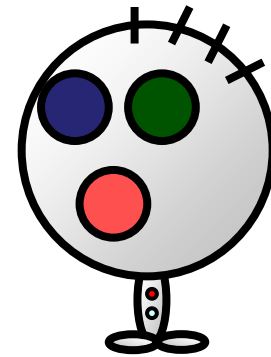


# 4. まとめ

# 4. まとめ

- 一般に “**白い**” **4クォーク状態**を考えることができる
- $U(1)_A$ 対称性の破れによって、**2クォーク状態と4クォーク状態は混じりあい、中間子状態をなす**と考えられる
- **線形シグマ模型を用いて、 $\pi\pi$ 散乱を考えた：**
  - **中間子 = 2クォーク状態：実験と合わない**
  - **中間子 = 2 + 4状態：十千ユラルに実験と合う**
- **4クォーク状態があると考えるのは自然である**

**THANK YOU!**

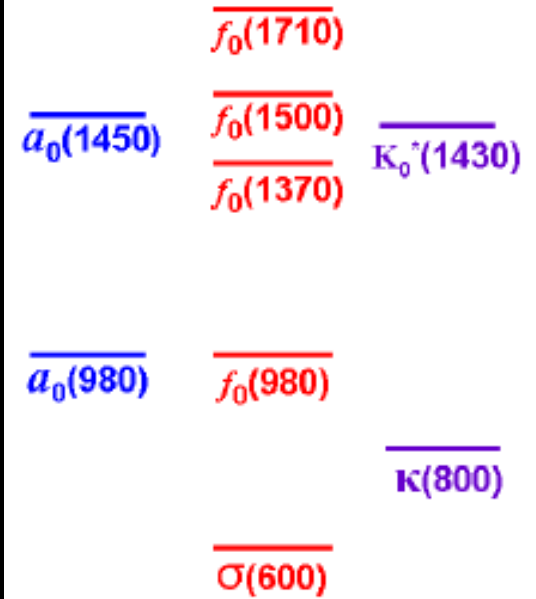


H研公式キャラクター：  
ハドロン君



# A-1. Other: Scalar Meson Puzzle

Mass (MeV)



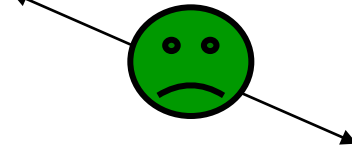
The light scalar mesons

# A-2. Other: Scalar Meson Puzzle

If Scalar Meson is  $q\bar{q}$ , then

from number of strange quark

$$m(a_0) < m(f_0)$$



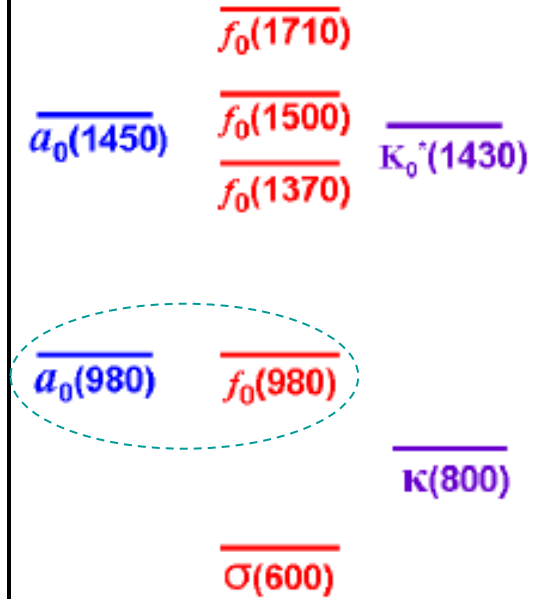
If Meson is  $qq\bar{q}\bar{q}$ , then

$$m(a_0) = m(f_0)$$



This picture seems to be good.

Mass (MeV)



$a_0^0$

$f_0$



2-quark states:  $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$

$s\bar{s}$



4-quark states:  $(\bar{d}sds - \bar{u}sus)/\sqrt{2}$   $(\bar{d}sds + \bar{u}sus)/\sqrt{2}$

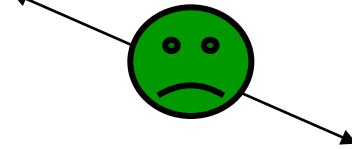
The light scalar mesons

# A-3. Other: Scalar Meson Puzzle

If Scalar Meson is  $q\bar{q}$ , then

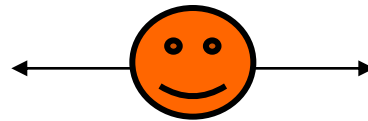
from number of strange quark

$$m(a_0) < m(f_0)$$



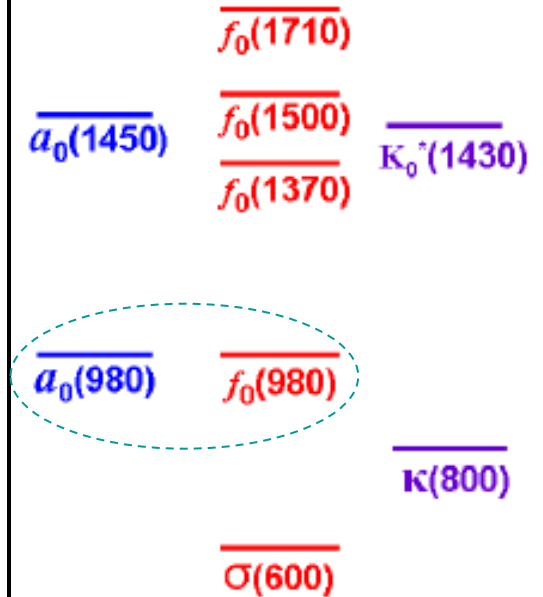
If Meson is  $qq\bar{q}\bar{q}$ , then

$$m(a_0) = m(f_0)$$



This picture seems to be good.

Mass (MeV)



The light scalar mesons

$a_0^0$

$f_0$



2-quark states:  $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$

$s\bar{s}$



4-quark states:  $(\bar{d}sds - \bar{u}sus)/\sqrt{2}$      $(\bar{d}sds + \bar{u}sus)/\sqrt{2}$

# B-1. 2quark and 4quark States

3×3 Flavor Matrix Fields  $M$  and  $M'$  in Linear Sigma Model:

 Two quark fields  $\sim q_L \bar{q}_R$        Four quark fields  $\sim q_R q_R \bar{q}_L \bar{q}_L$

$$M = S + i\phi \qquad M' = S' + i\phi'$$

Scalar    Pseudo scalar                      Scalar    Pseudo scalar

They have the **same** transformation properties under  $SU(3)_L \times SU(3)_R$ :

$$M \rightarrow U_L M U_R^\dagger \qquad M' \rightarrow U_L M' U_R^\dagger$$

But **different** transformation properties under  $U(1)_A$ :

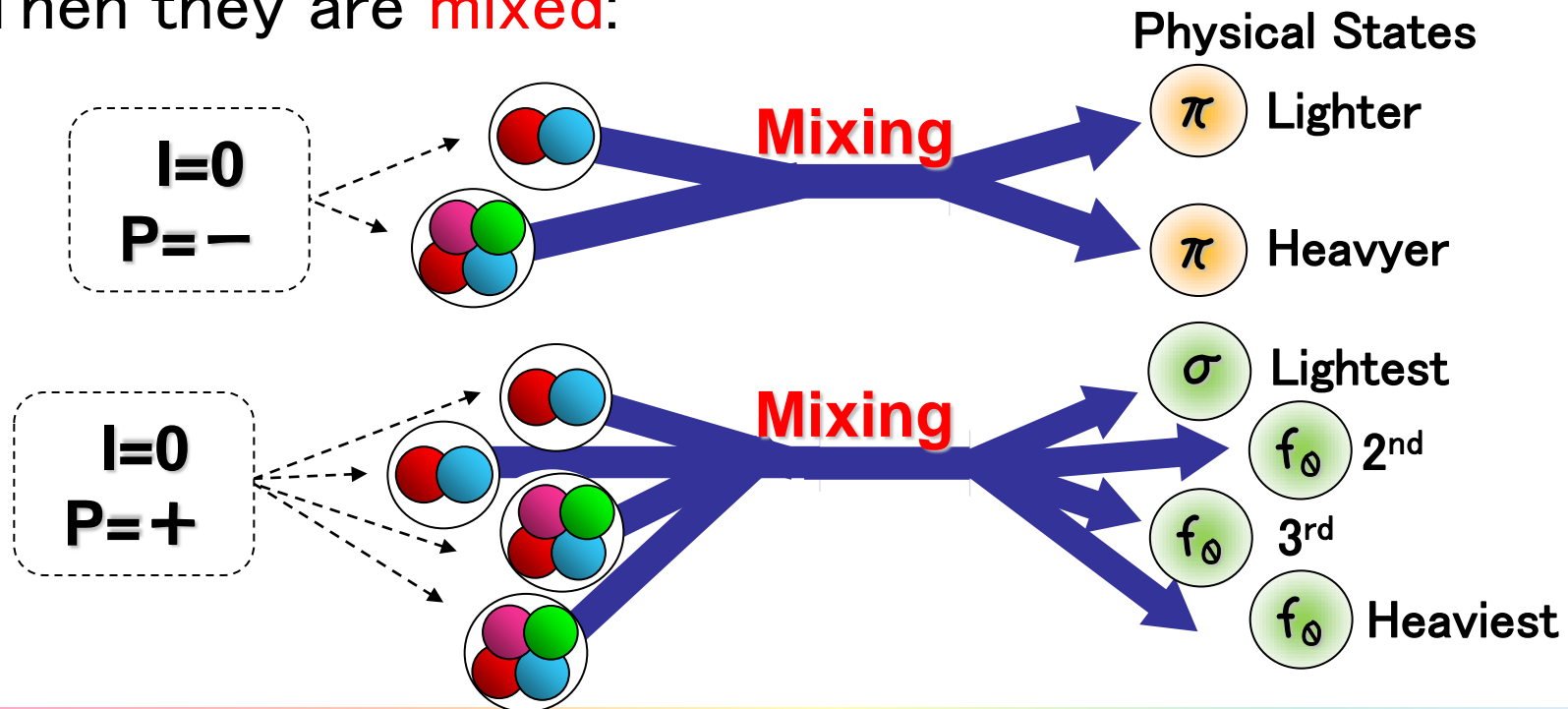
$$M \rightarrow M e^{+2i\nu} \qquad M' \rightarrow M' e^{-4i\nu}$$

# B-2. Physical States

If there is  $U(1)_A$  Symmetry, Two and Four quark state are not mixed, but  $U(1)_A$  Symmetry is

- Explicitly Broken by Anomaly.
- Spontaneously Broken by chiral sym. breaking.

Then they are mixed:



# B-2. Physical States

If there is  $U(1)_A$  Symmetry, Two and Four quark state are not mixed, but  $U(1)_A$  Symmetry is

- Explicitly Broken by Anomaly.
- Spontaneously Broken by chiral sym. breaking.

Then they are mixed:

Physical States

$$\begin{pmatrix} \phi_\pi \\ \phi'_\pi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_\pi & -\sin \theta_\pi \\ \sin \theta_\pi & \cos \theta_\pi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_{Lighter} \\ \pi_{Heavier} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u\bar{u} + d\bar{d} \\ s\bar{s} \\ us\bar{u}s + ds\bar{d}s \\ ud\bar{u}d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{1\sigma} & \dots \\ \vdots & 4 \times 4 \text{ matrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma \\ (f_0)_2 \\ (f_0)_3 \\ (f_0)_4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Lightest} \\ \text{2nd} \\ \text{3rd} \\ \text{Heaviest} \end{matrix}$$

# B-3. Effective Lagrangian

Effective Lagrangian for Light Mesons part by using Linear Sigma Model:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \text{Tr}(\partial_\mu M \partial_\mu M^\dagger) - \frac{1}{2} \text{Tr}(\partial_\mu M' \partial_\mu M'^\dagger) \\ - V_0(M, M') - V_{\text{anom}}(M, M') - V_{SB}$$

$V_0$  :  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  invariant,  $U(1)_A$  invariant.

$V_{\text{anom}}$  :  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  invariant,  $U(1)_A$  breaking (anomaly).

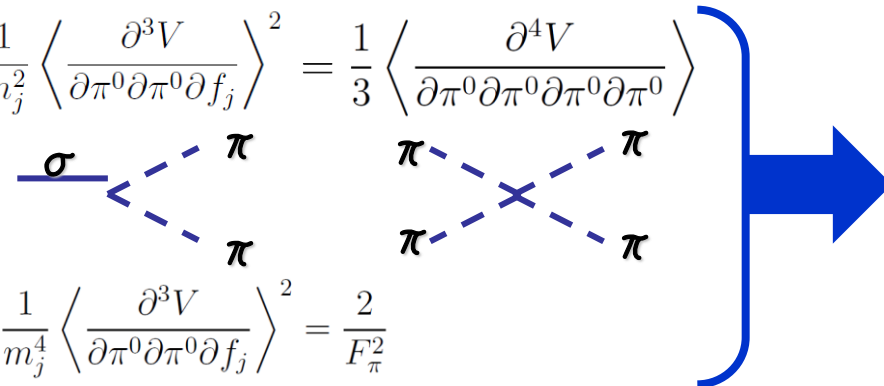
 This part is matched by QCD.

$V_{SB}$  : Explicit  $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_A$  breaking terms.

(Effect of Current quark masses)

# B-4. Relations between Couplings

There are relations between couplings as follows:

$$\sum_{j=1}^4 \frac{1}{m_j^2} \left\langle \frac{\partial^3 V}{\partial \pi^0 \partial \pi^0 \partial f_j} \right\rangle^2 = \frac{1}{3} \left\langle \frac{\partial^4 V}{\partial \pi^0 \partial \pi^0 \partial \pi^0 \partial \pi^0} \right\rangle$$


$\pi \pi$  Scattering Amp.

$$\sim \frac{2}{F_\pi^2} s$$

$F_\pi$  is the pion decay constant.

$$\sum_{j=1}^4 \frac{1}{m_j^4} \left\langle \frac{\partial^3 V}{\partial \pi^0 \partial \pi^0 \partial f_j} \right\rangle^2 = \frac{2}{F_\pi^2}$$

$\pi \pi$  Scattering amplitude can be written as a function of  $\sigma \pi \pi$  coupling and  $\sigma$  mass:

$$A(s, t, u) = \text{diagram} + \sum_{j=1}^4 \text{diagram} \sim \text{diagram} - \frac{g_{001}^2}{m_1^2} + \left( \frac{2}{F_\pi^2} - \frac{g_{001}^2}{(m_1^2)^2} \right) s$$

$\left( g_{001}^2 \equiv \left\langle \frac{\partial^3 V}{\partial \pi^0 \partial \pi^0 \partial f_j} \right\rangle^2 \right)$

expansion in  $\left( \frac{s}{m_j^2} \right)$  ( $j \geq 2, \sqrt{s} \lesssim 560 \text{ MeV}$ )



# B-5. $\pi\pi$ Scattering

$\pi\pi$  Scattering data can be reproduced by  $m(\sigma) = 580\text{MeV}$ ,

$\pi\pi\sigma$  coupling = 1.9 up to 560MeV :

