

QCD 和則 における 核子のスペクトル関数のベイズ推定

東京工業大学

大谷 圭介

共同研究者

Philipp Gubler,

岡 真

Contents

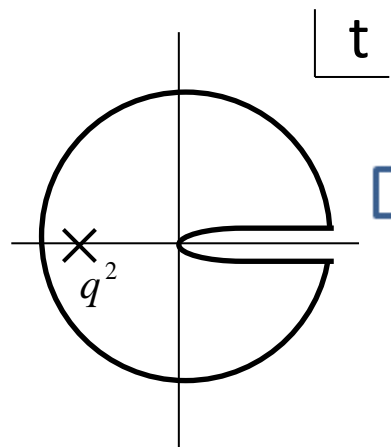
- Introduction
- 核子に対する QCD sum rules
- 解析結果
- 結果の Interpolating field 依存性
- まとめ

Introduction

$\Pi(q^2) = i \int e^{iqx} \langle 0 | T[\eta(x) \bar{\eta}(0)] | 0 \rangle d^4x$ を用いてハドロンの性質を調べる

$\eta(x)$: interpolating field

目的のハドロンと同じ量子数を持つ



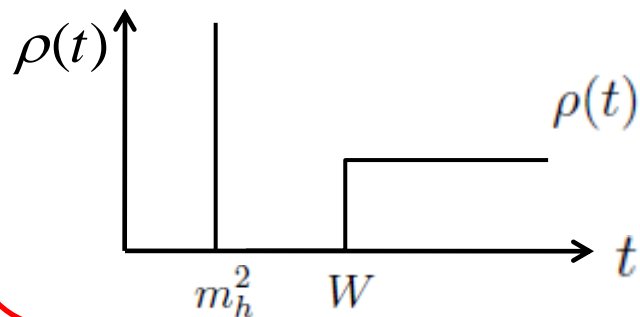
$$\Pi(q^2) = \int_0^\infty \frac{\rho(t)}{t - q^2} dt$$

ハドロンの情報を含む

Operator Product expansion (OPE)で計算

従来の手法:

スペクトル関数の形を 'Pole + continuum' と仮定する。



$$\rho(t) = \lambda^2 \delta(t - m_h^2) + \theta(t - W) \times (\text{asymptotic value})$$

Introduction

ベイズの定理 \Rightarrow
$$P[\rho|\Pi H] = \frac{P[\Pi|\rho H]P[\rho|H]}{P[\Pi|H]}$$

$P[\rho|\Pi H]$ を最大にする ρ は? \Rightarrow MEMで導出

Maximum entropy method (MEM) を用いた解析の利点

- ‘Pole + continuum’ の仮定が必要ない。
- 尤もらしいスペクトル関数を得ることができる。

MEMを用いた解析の成功例

- ρ メソンの解析
- 有限温度下でのクォークoniumの解析

核子に対する QCD sum rule

$$\Pi(q^2) = \int_0^\infty \frac{\rho(t)}{t - q^2} dt$$



Interpolating field

$$\eta(x) = \eta_1(x) + \beta\eta_2(x)$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} \eta_1(x) = \epsilon^{abc} (u^{Ta}(x) C \gamma_5 d^b(x)) u^c(x) \\ \eta_2(x) = \epsilon^{abc} (u^{Ta}(x) C d^b(x)) \gamma_5 u^c(x) \end{cases}$$

従来、 $\beta=-1$ で解析が行われてきた。

核子に対する QCD sum rule

$$\Pi(q^2) = \int_0^\infty \frac{\rho(t)}{t - q^2} dt$$



‘変形’

無次元 $\rho(\omega)$
($\rho(\omega)/\omega^4$ で定義)

Borel sum rule

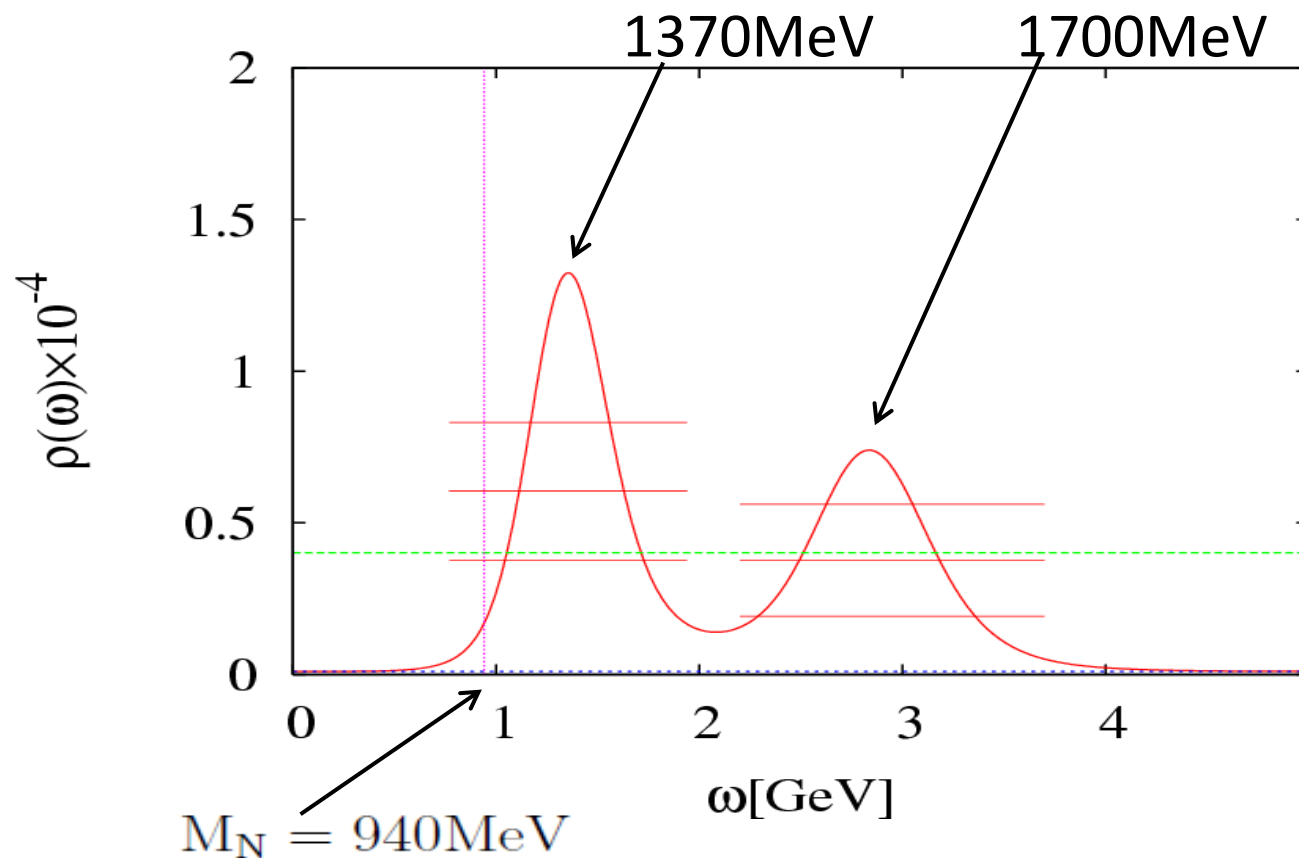
$$G(M) = \int_0^\infty d\omega \frac{2\omega^5}{M^2} e^{-\omega^2/M^2} \rho(\omega)$$

Gaussian sum rule

$$G(s, \tau) = \int_0^\infty d\omega \frac{2\omega^5}{\sqrt{4\pi\tau}} e^{-\frac{(\omega^2 - s)^2}{4\tau}} \rho(\omega)$$

Borel sum rule を用いた解析の結果

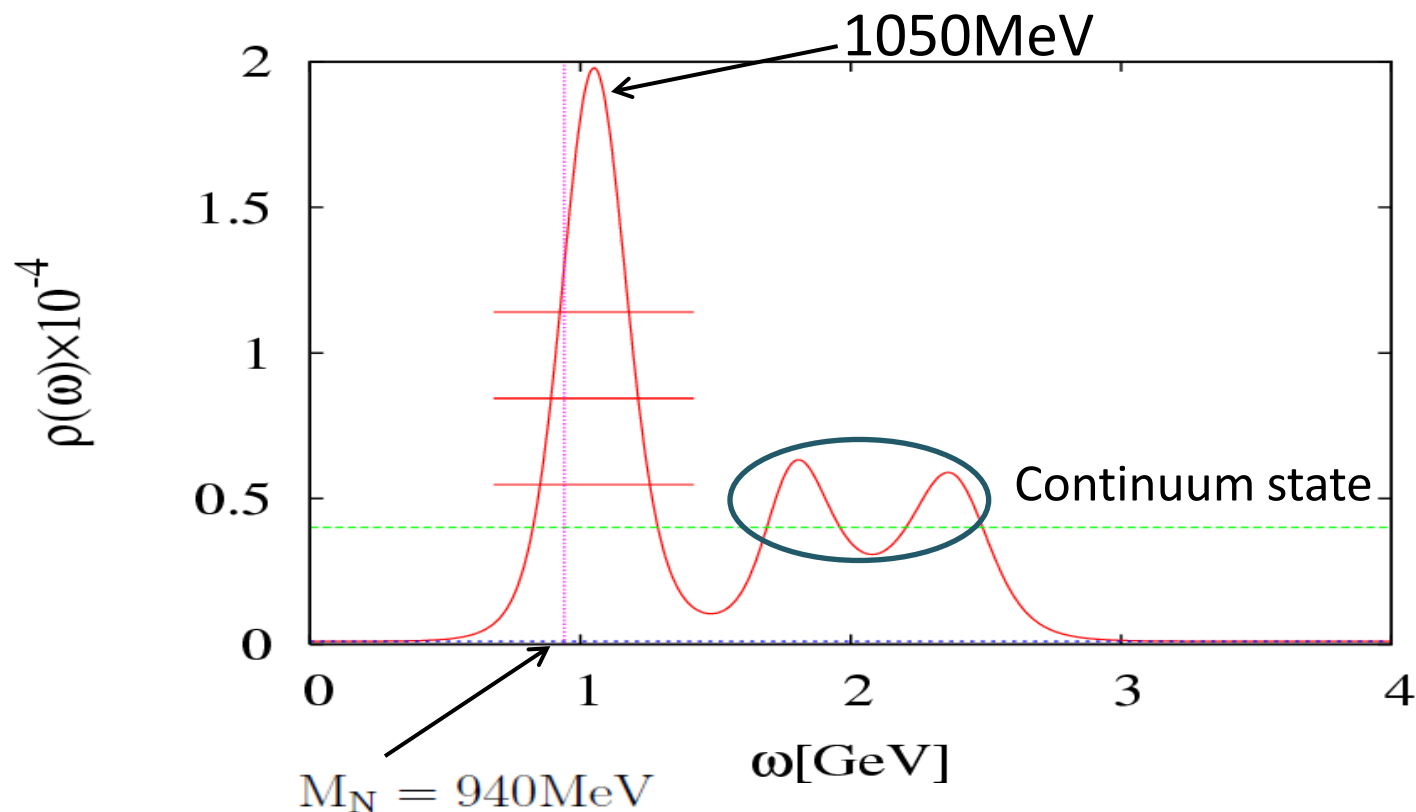
Interpolating field : $\eta(x) = \eta_1(x) + \beta\eta_2(x)$ ($\beta = -1$)



first peak は $M_N = 940$ MeV から大きく外れている。

Gaussian sum ruleを用いた解析の結果

Interpolating field : $\eta(x) = \eta_1(x) + \beta\eta_2(x)$ ($\beta = -1$)

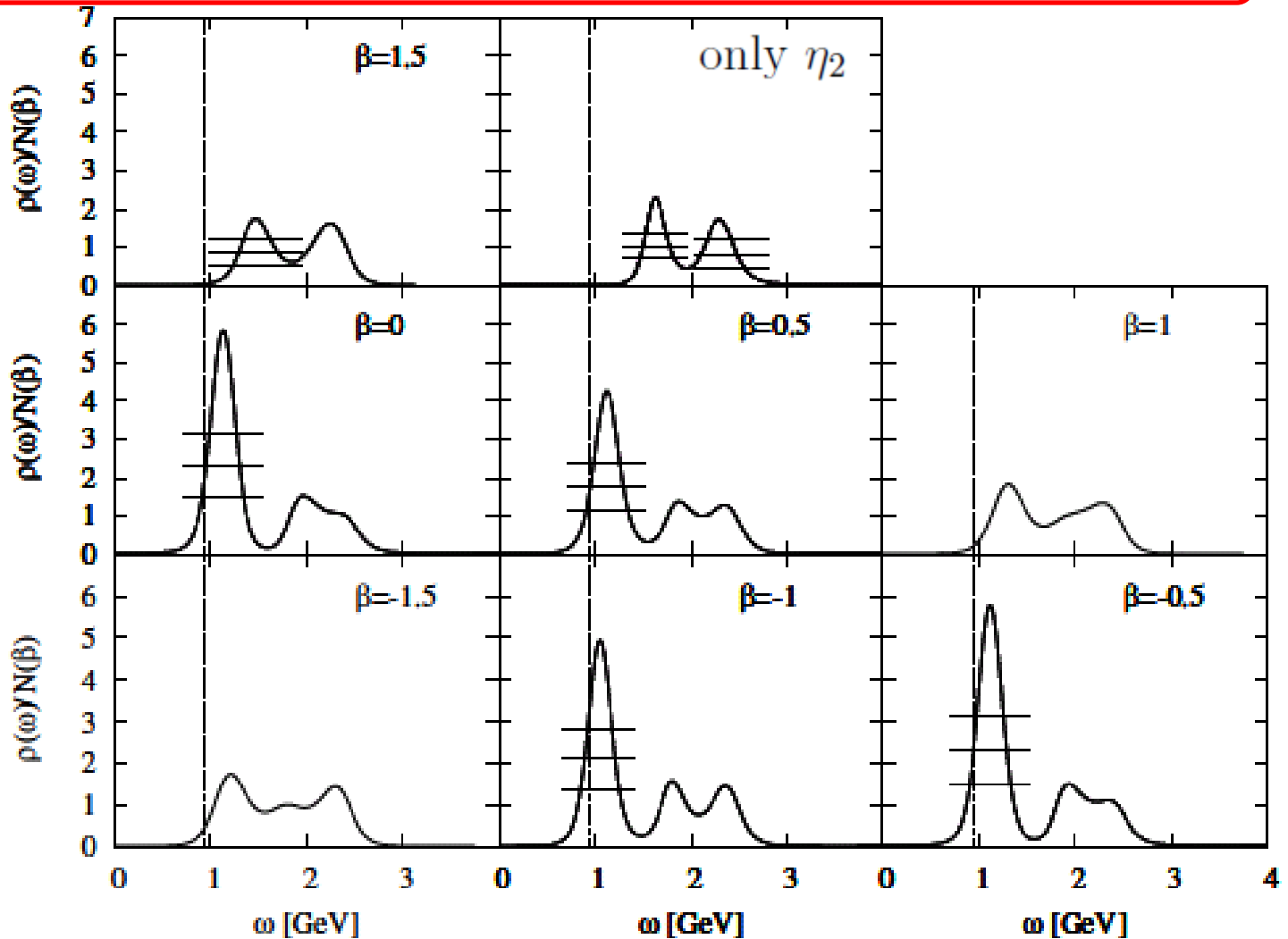


$M_N = 940 \text{ MeV}$ に対応するピークを得る事ができた。

結果のInterpolating field 依存性

$$\text{Interpolating field : } \eta(x) = \eta_1(x) + \beta\eta_2(x)$$

どのInterpolating field が核子とcoupleするかを調べる。

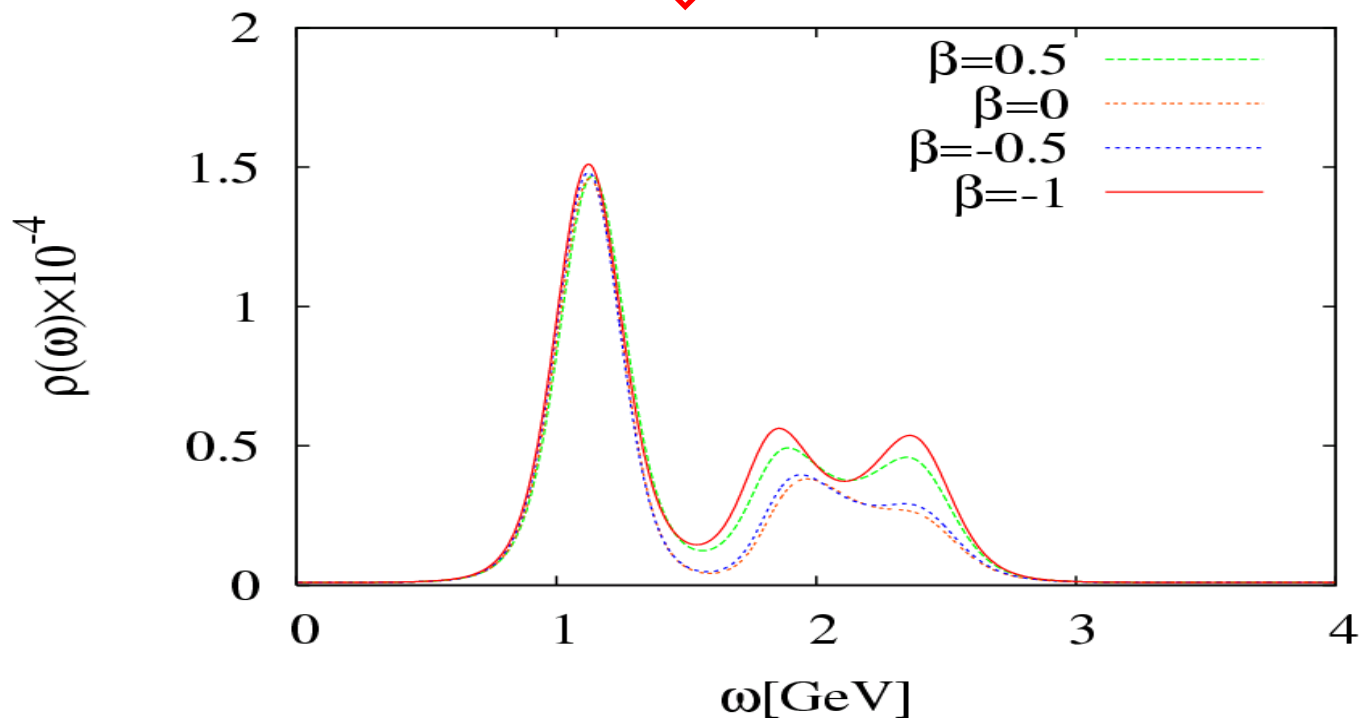


結果のInterpolating field 依存性

$$\text{Interpolating field : } \eta(x) = \eta_1(x) + \beta\eta_2(x)$$

$\beta = -1, -0.5, 0, 0.5$ の場合、 $M_N = 940\text{MeV}$ 付近にピークを得る事ができた。

パラメータの範囲を同じにして再び解析



$M_N = 940\text{MeV}$ に対応する状態は η_1 とcoupleする。

Lattice QCD との比較

Interpolating field : $\eta(x) = \eta_1(x) + \beta\eta_2(x)$

Lattice QCD による結果

$\eta_1(x)$: 核子の基底状態と強くcoupleする。

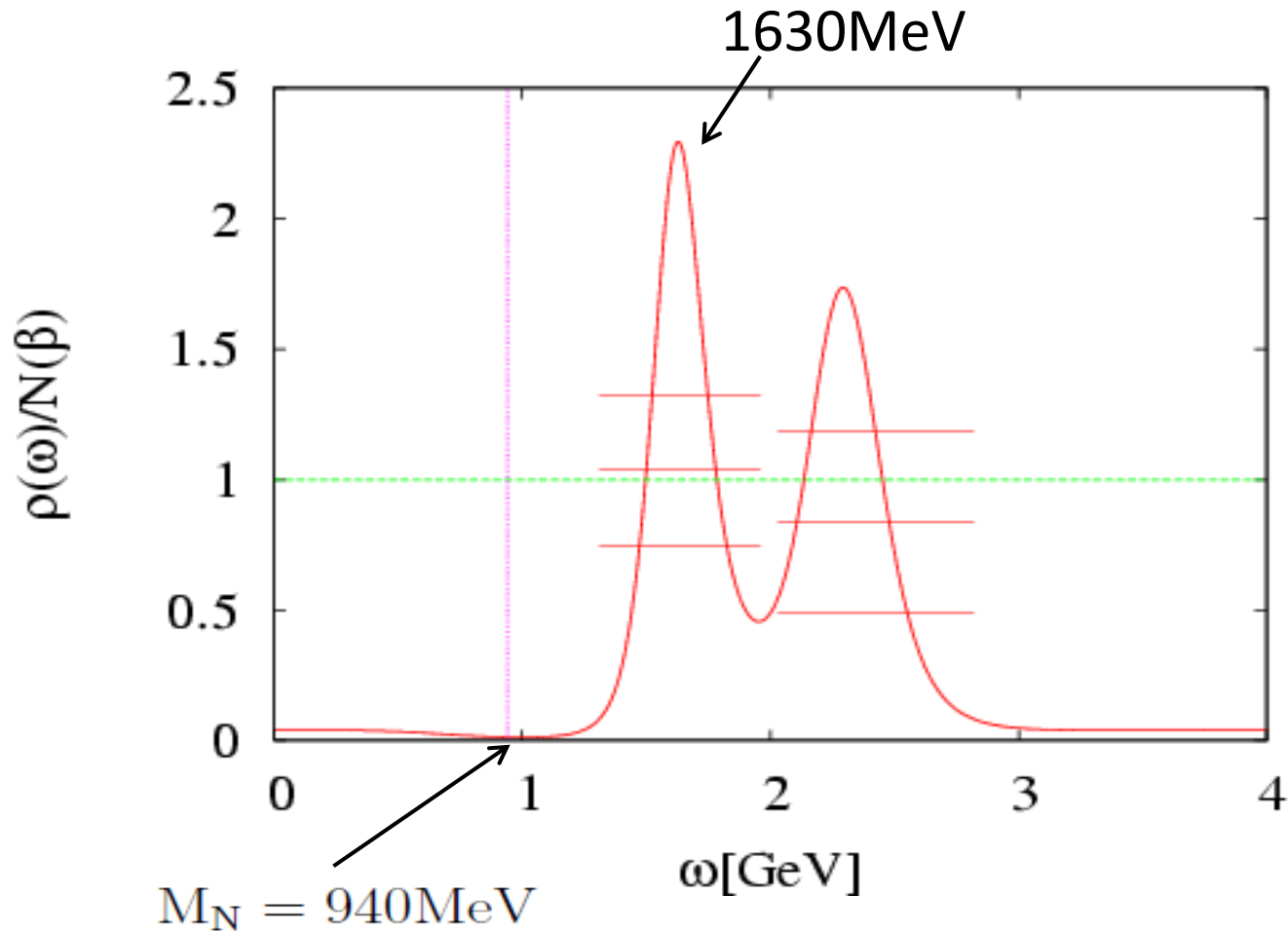
$\eta_2(x)$: 核子の基底状態とほとんどcoupleしない。

D.B.Leinweber, Phys. Rev. D51 (1995) 6383

解析結果は lattice QCD の結果と一致

結果のInterpolating field 依存性

Interpolating field : only η_2

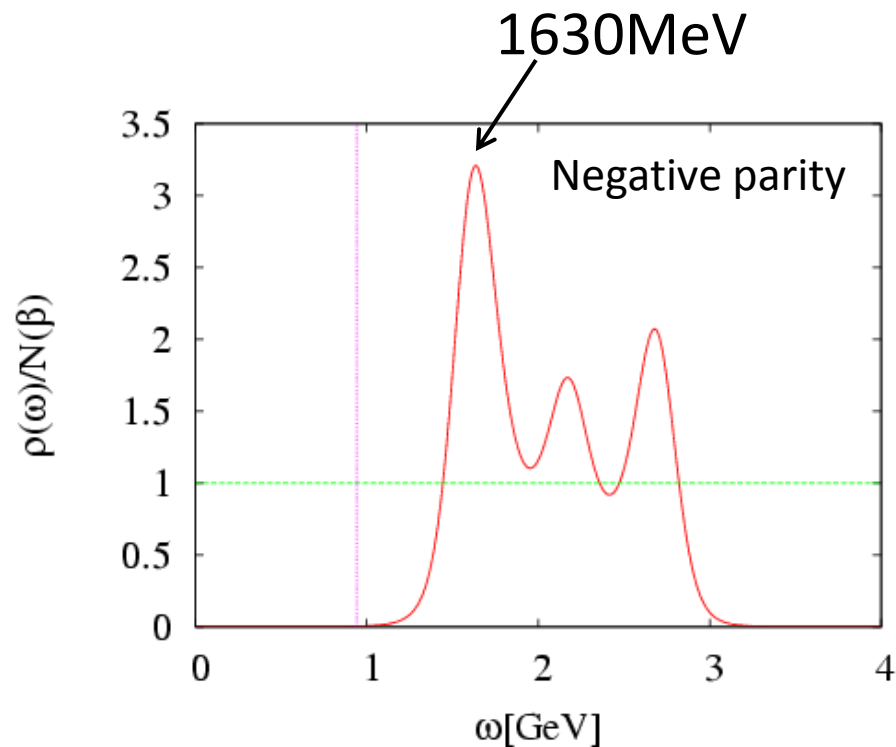
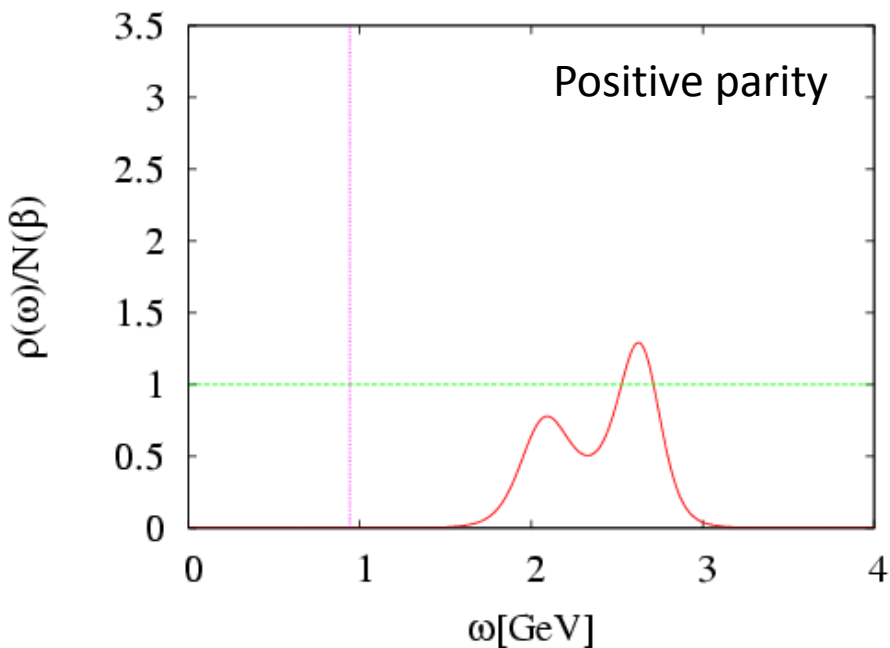


基底状態とは異なるpeak

Parity projection での解析結果

preliminary

Interpolating field : only η_2



η_2 は負パリティのN(1535), N(1650) とcouple する？

まとめ

- Borel sum rule では、核子の基底状態の解析に失敗
- Gaussian sum rule では、核子の基底状態の解析に成功
- Interpolating field と基底状態とのcoupleの仕方は lattice QCD の結果と一致した。
- Interpolating field : η_2 は励起状態とcoupleする。

OPE

$\langle \bar{q}q \rangle$	$\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \rangle$	$\langle \bar{q}g\sigma \cdot Gq \rangle / \langle \bar{q}q \rangle$
$-(0.24 \pm 0.01)^3 \text{ GeV}^3$	$0.012 \pm 0.0036 \text{ GeV}^4$	$0.8 \pm 0.2 \text{ GeV}^2$

Borel sum rule

$$\kappa = \kappa' = 1$$

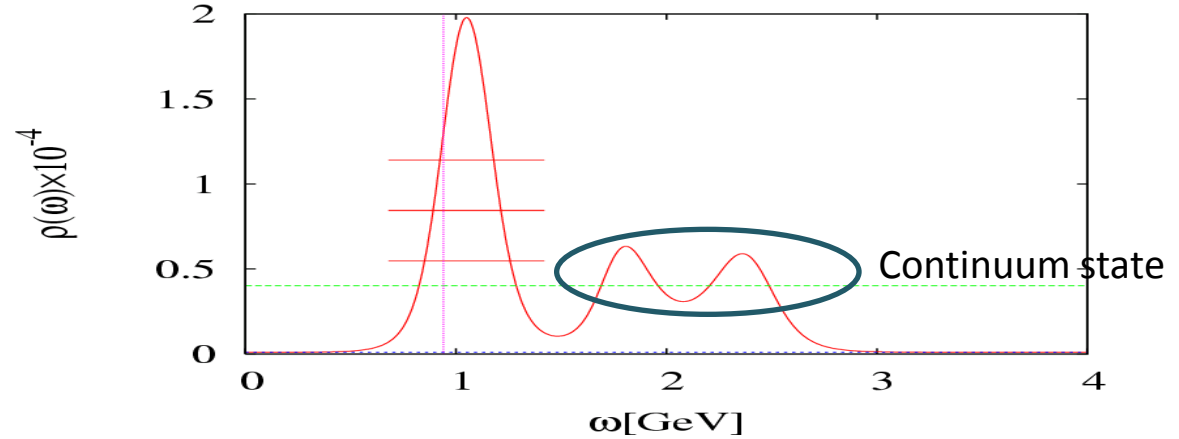
$$\begin{aligned}
 G_{\text{OPE}}(M) = & \frac{5 + 2\beta + 5\beta^2}{64(2\pi)^4} M^4 \\
 & + \frac{5 + 2\beta + 5\beta^2}{256(2\pi)^2} \langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \rangle \\
 & + \frac{7 - 2\beta - 5\beta^2}{24} \kappa \langle \bar{q}q \rangle^2 \frac{1}{M^2} \\
 & - \frac{13 - 2\beta - 11\beta^2}{96} \kappa' \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}g\sigma \cdot Gq \rangle \frac{1}{M^4}
 \end{aligned}$$

Gaussian sum rule

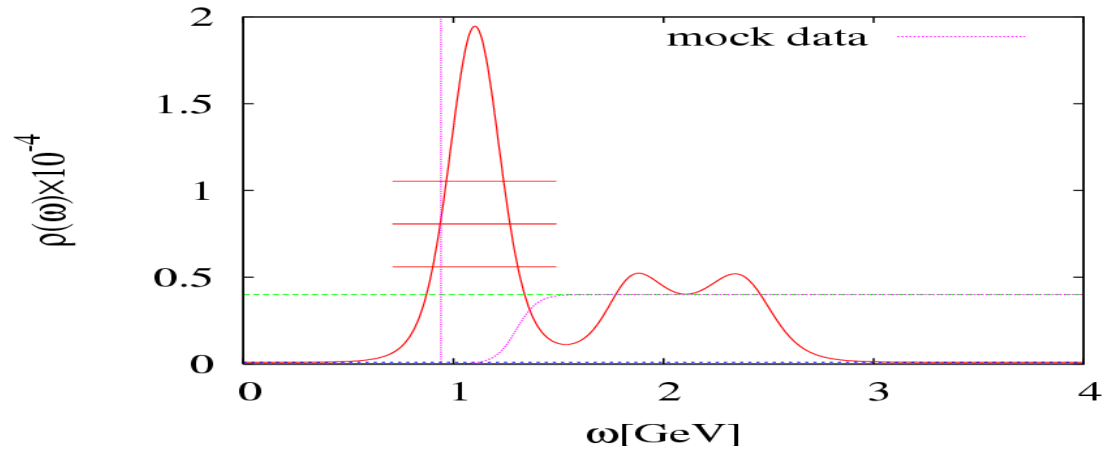
$$\begin{aligned}
 G_{\text{OPE}}(s, \tau) = & \frac{5 + 2\beta + 5\beta^2}{128(2\pi)^4} \left[\tau \left(1 + \frac{s^2}{2\tau} \right) \left[1 + \text{erf} \left(\frac{s}{2\sqrt{\tau}} \right) \right] + \frac{s\sqrt{\tau}}{\pi} \exp \left(-\frac{s^2}{4\tau} \right) \right] \\
 & + \frac{5 + 2\beta + 5\beta^2}{512(2\pi)^2} \langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 \rangle \left[1 + \text{erf} \left(\frac{s}{2\sqrt{\tau}} \right) \right] \\
 & + \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \frac{7 - 2\beta - 5\beta^2}{48} \kappa \langle \bar{q}q \rangle^2 \exp \left(-\frac{s^2}{4\tau} \right) \\
 & + \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \frac{13 - 2\beta - 11\beta^2}{384} \kappa' \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}g\sigma \cdot Gq \rangle \frac{s}{\tau} \exp \left(-\frac{s^2}{4\tau} \right)
 \end{aligned}$$

OPE data と Mock data の比較

The result by
using OPE Data :



The result by
using Mock data :



where

$$\rho_{\text{mock}}(\omega) = \frac{\lambda^2}{2M_N^5} \delta(\omega - M_N) + \frac{5 + 2\beta + 5\beta^2}{128(2\pi)^4} \frac{1}{1 + e^{(\omega_0 - \omega)/\delta}}$$

$$M_N = 940\text{MeV}, \omega_0 = 1.3\text{GeV}, \delta = 0.05\text{GeV}, \lambda^2 = \frac{0.19}{(2\pi)^4} \text{GeV}^6$$