

格子QCDによる エキゾチックハドロンの解析

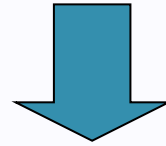
名古屋大学
クォーク・ハドロン理論研究室
D1 若山将征
共同研究者 野中千穂

三者夏の学校, 2011年8月17日, 白浜荘にて



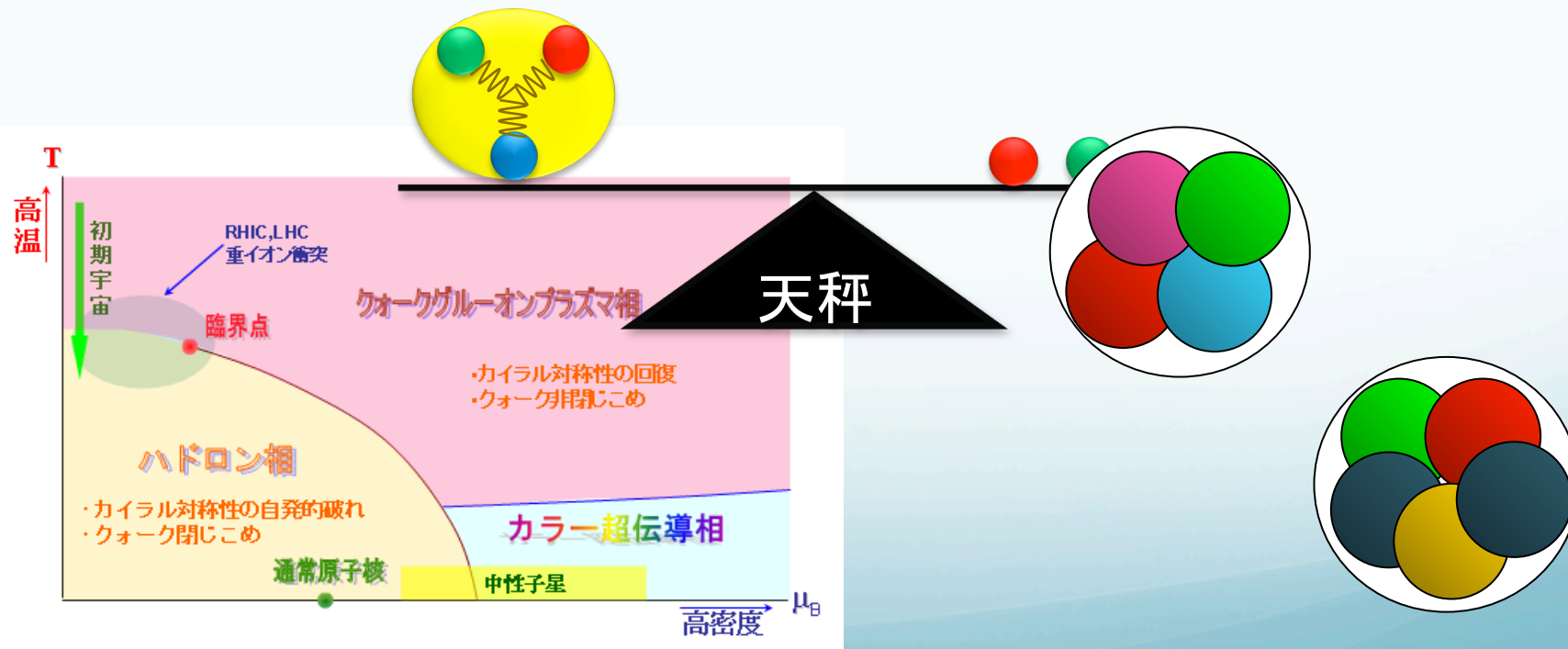
1. Introduction

QCD(量子色力学)・・・強い相互作用の基本理論

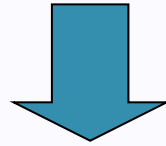


様々な現象

(QCD相図、質量の起源、**エキゾチックハドロン** etc...)

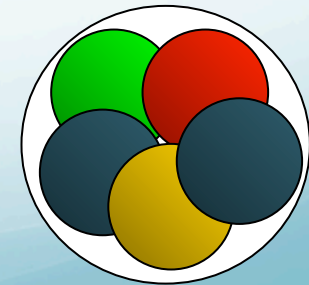
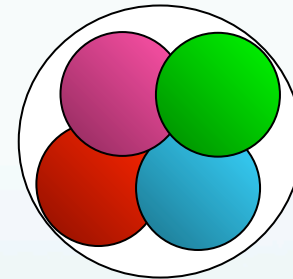
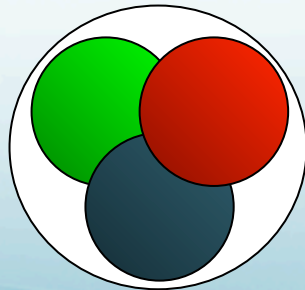
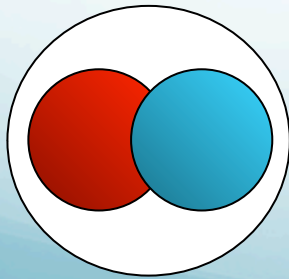


QCD(量子色力学)・・・強い相互作用の基本理論

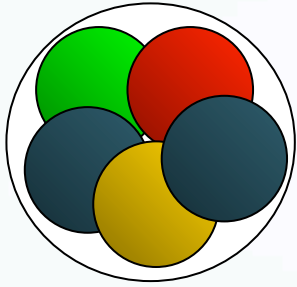


様々な現象
(QCD相図、質量の起源、**エキゾチックハドロン** etc...)

(ふつうの)ハドロン

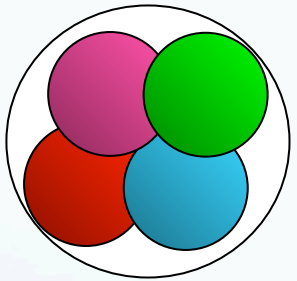


実験で見つかっているエキゾチックハドロン



ペンタクォーク

$\Theta^+(1530) : ududs\bar{s}$ [Spring-8] (2003年)



テトラクォーク

$Z(4430) : c\bar{c}ud\bar{d}$ [Belle] (2007年)

その他にも、

X粒子、Y粒子、
軽いスカラー中間子 ($J^{PC}=0^{++}$)

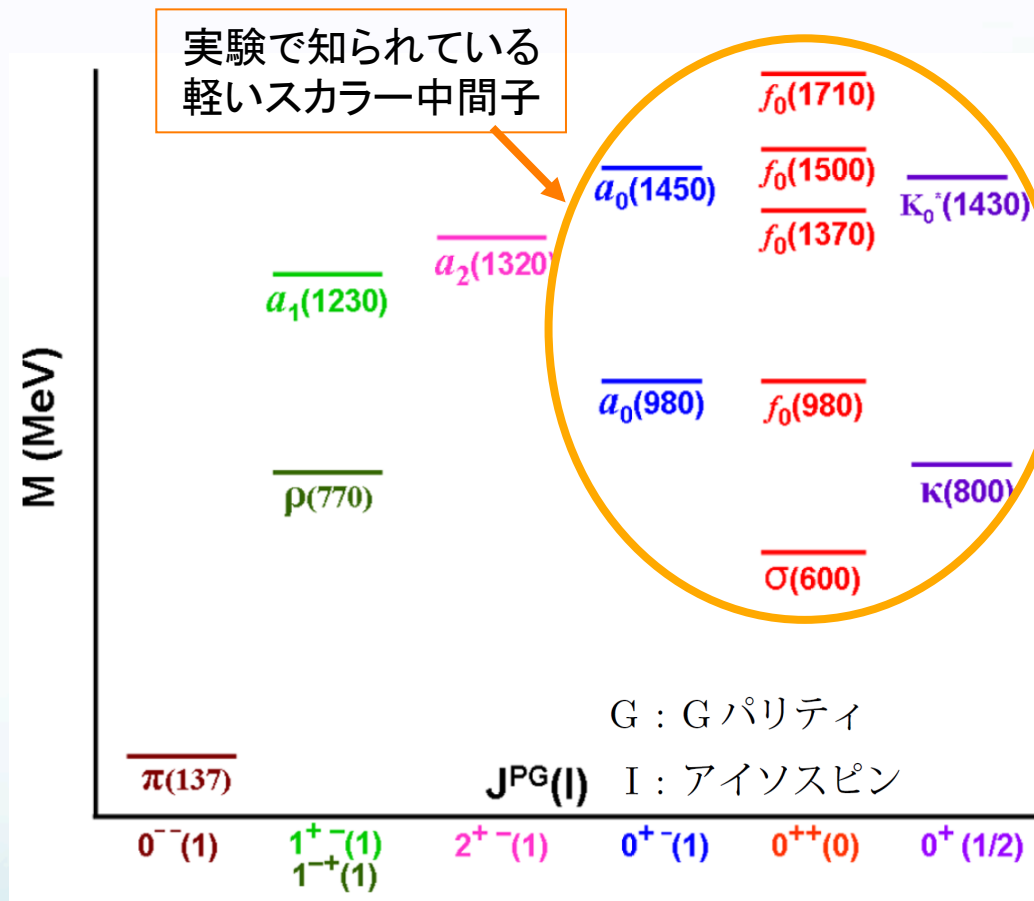
J: 全角運動量

P: パリティ

C: Cパリティ

軽いスカラー中間子:

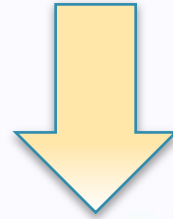
種類が多くて、単純なクォークモデルだけではうまく説明できない!



4クォーク状態まで考えたクォークモデルではうまく説明できる!

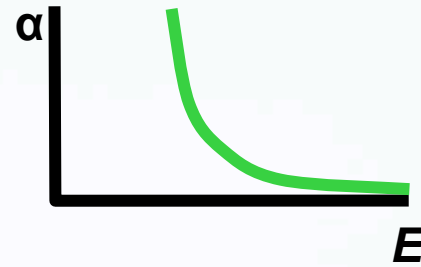
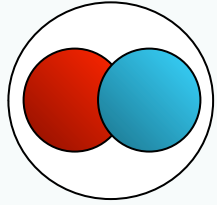
S. Prelovsek, arXiv:0804.2549v1 [hep-lat]

4クォーク状態まで考えたクォークモデル

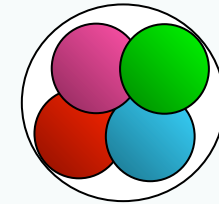


軽いスカラー中間子には4クォーク状態が含まれていることを示唆

じゃあ、クォークモデル
以外では？？？

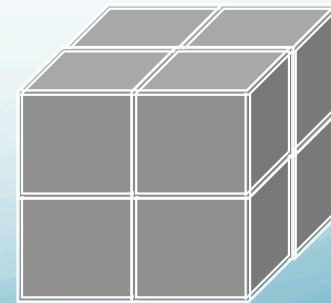


ハドロン相: 強結合のため、**摂動展開**できない



摂動展開に依らない場の理論

格子QCDが有用!



目次

1. Introduction
2. 束縛状態の判定法
3. 格子QCDの計算法
4. 格子QCDによる計算結果
5. まとめ

2. 束縛状態の判定法

束縛状態の判定法

周期的境界条件を持った立方体(長さL)の箱の中での散乱

エネルギーシフト:

$$\delta E_\alpha = E_\alpha - 2m = \frac{T_\alpha}{L^3} \left[1 + 2.8373 \frac{mT_\alpha}{4\pi L} + 6.3752 \left(\frac{mT_\alpha}{4\pi L} \right)^2 + \mathcal{O}(L^{-6}) \right]$$

M. Lüscher, Commun. Math. Phys. 105 (1986) 153

E_α : 系の全エネルギー

m : パイ中間子の質量

T_α : 散乱振幅

$$\delta E_\alpha > 0 \quad , \quad \delta E_\alpha \underset{L \rightarrow \infty}{\propto} L^{-3} \quad \iff \quad \text{散乱状態}$$

$$\delta E_\alpha < 0 \quad , \quad \delta E_\alpha \underset{L \rightarrow \infty}{\longrightarrow} \text{負の定数} \quad \iff \quad \text{束縛状態}$$

3. 格子QCDの計算法

格子計算から期待値 $\langle O \rangle$ を取り出す方法

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, U) e^{-S_G(U) - S_F(\bar{\psi}, \psi, U)}$$

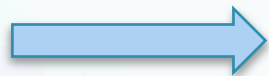


フェルミオン場の汎関数積分

$$S_F(\bar{\psi}, \psi, U) = \bar{\psi} W(U) \psi$$

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \cancel{(\det W(U))} e^{-S_G} \underbrace{\mathcal{O}\left(-\frac{\partial}{\partial \eta}, \frac{\partial}{\partial \bar{\eta}}, U\right) e^{\bar{\eta} W^{-1}(U) \eta}}_{\eta = \bar{\eta} = 0}$$

クエンチ近似

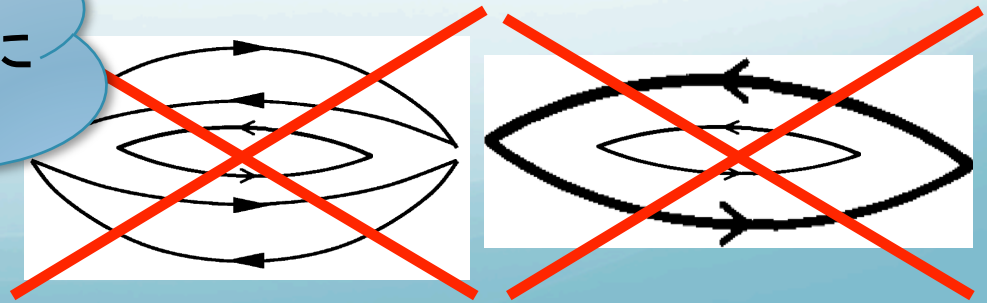


クォークの対生成・対消滅を禁止

$$\mathcal{O}'(U)$$

理由:

今後、4クォーク状態を考えるとときに
6クォーク状態などが混ざってきて
ほしくないから



格子計算から期待値 $\langle O \rangle$ を取り出す方法

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \mathcal{D}\bar{\psi} U \mathcal{D}\psi \mathcal{O}(\bar{\psi}, \psi, U) e^{-S_G(U) - S_F(\bar{\psi}, \psi, U)}$$



フェルミオン場の汎関数積分

$$S_F(\bar{\psi}, \psi, U) = \bar{\psi} W(U) \psi$$

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U \cancel{(\det W(U))} e^{-S_G} \underbrace{\mathcal{O}\left(-\frac{\partial}{\partial \bar{\eta}}, \frac{\partial}{\partial \eta}, U\right) e^{\bar{\eta} W^{-1}(U) \eta}}_{\substack{\text{クエンチ近似} \\ \mathcal{O}'(U)}} \Big|_{\eta = \bar{\eta} = 0}$$

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U e^{-S_G(U)} \mathcal{O}'(U)$$

モンテカルロ法を用いれば、
格子計算から期待値 $\langle O \rangle$ が得られる

パイ中間子の相関関数からパイ中間子の質量を取り出す

Pion operator

$$M_\pi(t) = \sum_{\mathbf{x}} \sum_{f_1, f_2} \sum_{\alpha, \beta} \sum_{a, b} C_{f_1 f_2} \bar{\psi}_\alpha^{f_1 a}(t, \mathbf{x}) (\gamma_5)_{\alpha\beta} \psi_\beta^{f_2 b}(t, \mathbf{x})$$

Pion correlator

$$P(t) = \left\langle M_\pi(t) M_\pi^\dagger(0) \right\rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}U e^{-S_G(U)} \mathcal{O}'(U)$$

モンテカルロ法を用いて、
格子計算からパイ中間子の相関関数が得られる

その計算結果から、パイ中間子の質量を得る方法は？

格子計算の結果から、パイ中間子の質量を得る方法

◎ correlator に完全系を挟んで展開する

Pion correlator

$$P(t) = \langle M_\pi(t) M_\pi^\dagger(0) \rangle$$



完全系

$$1 = |0\rangle \langle 0| + \sum_k \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} |E_k(\mathbf{p})\rangle \langle E_k(\mathbf{p})| \frac{1}{2E_k(\mathbf{p})} + \dots$$

$$P(t) = \sum_k \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_k(\mathbf{p})} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} e^{-E_k(\mathbf{p})t} |\langle 0| M_\pi(0) |E_k(\mathbf{p})\rangle|^2 + \dots$$

☆ **large t** で 励起状態の寄与は先に減衰
最低エネルギー状態のみが残る

$$P(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} Z_\pi \exp(-\mathbf{m}_\pi t) + Z'_\pi \exp(-m'_\pi t) + \dots$$

パイ中間子の質量を得る方法の例

$$V = L^3 \times T = 12^3 \times 20$$

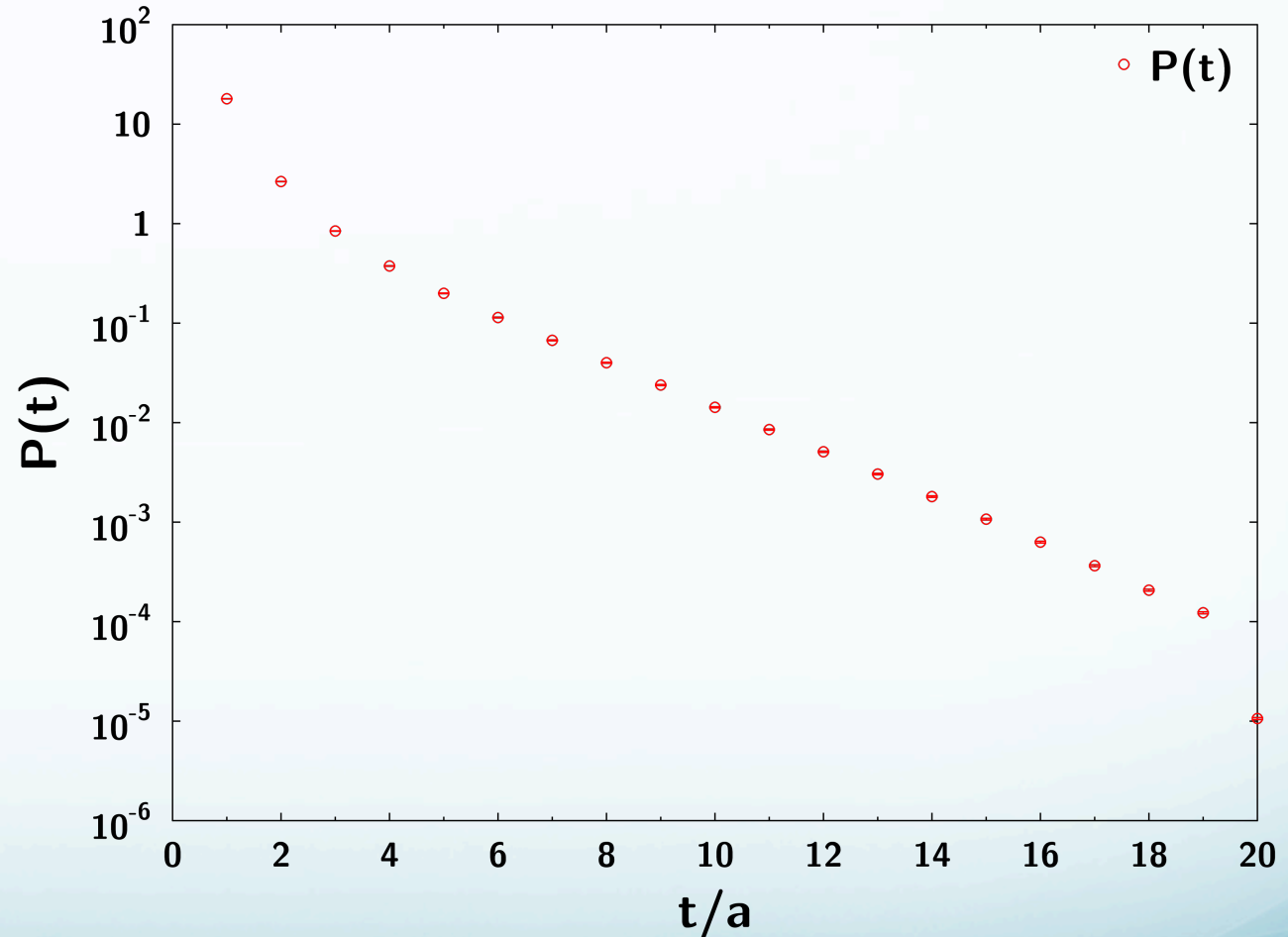
$$\kappa = 0.164$$

$$\beta = 5.7$$

$$a = 0.16 \text{ fm}$$

ディリクレ境界条件

$$U(N_t = 20) = 0$$



傾きからパイ中間子の質量が求まる

4クォークの相関関数から4クォーク状態の質量を取り出す

Two-pion operators

$$M_{I=0}^{\pi\pi}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} [M_{\pi^+}(t)M_{\pi^-}(t) - M_{\pi^0}(t)M_{\pi^0}(t) + M_{\pi^-}(t)M_{\pi^+}(t)]$$

$$M_{I=2}^{\pi\pi}(t) = M_{\pi^+}(t)M_{\pi^+}(t) \quad \text{pion operators : } M_{\pi^+}(t), M_{\pi^-}(t), M_{\pi^0}(t)$$

アイソスピン

Four-quark correlators

$$J_{I=0}(t) = \langle M_{I=0}^{\pi\pi}(t)M_{I=0}^{\pi\pi\dagger}(0) \rangle = \int \mathcal{D}U e^{-S_G(U)} \mathcal{O}'_{I=0}(U)$$

$$J_{I=2}(t) = \langle M_{I=2}^{\pi\pi}(t)M_{I=2}^{\pi\pi\dagger}(0) \rangle = \int \mathcal{D}U e^{-S_G(U)} \mathcal{O}'_{I=2}(U)$$

モンテカルロ法を用いて、
格子計算から4クォークの相関関数が得られる

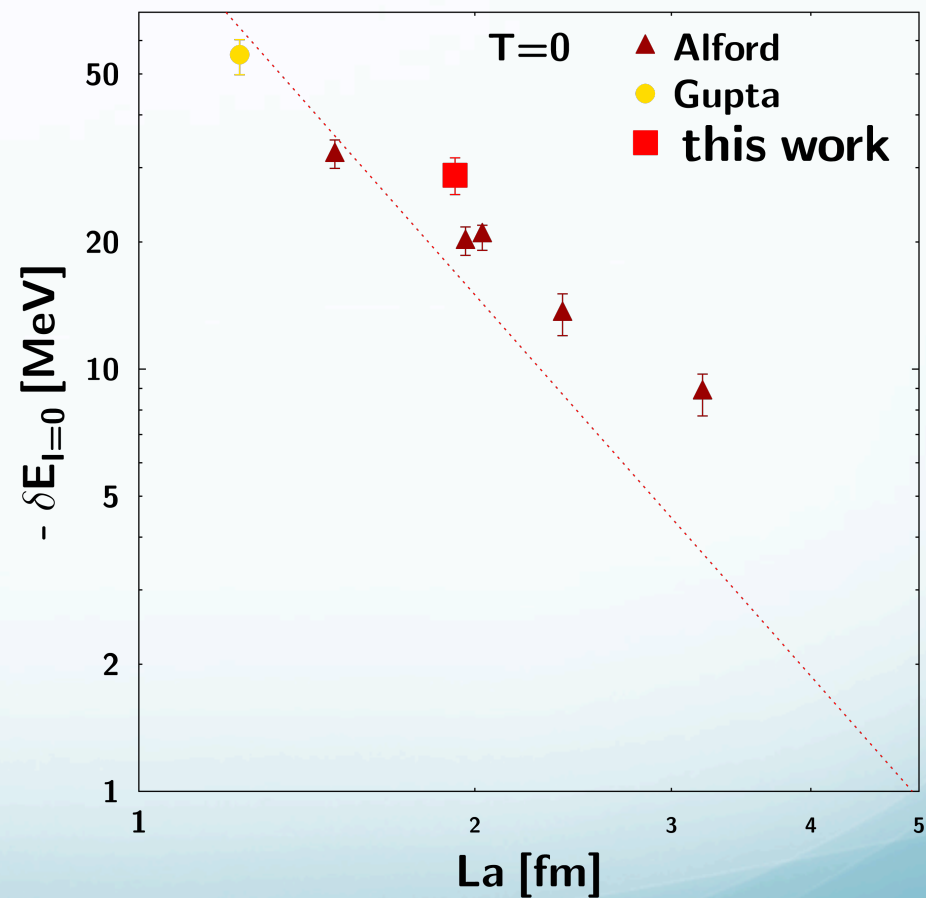
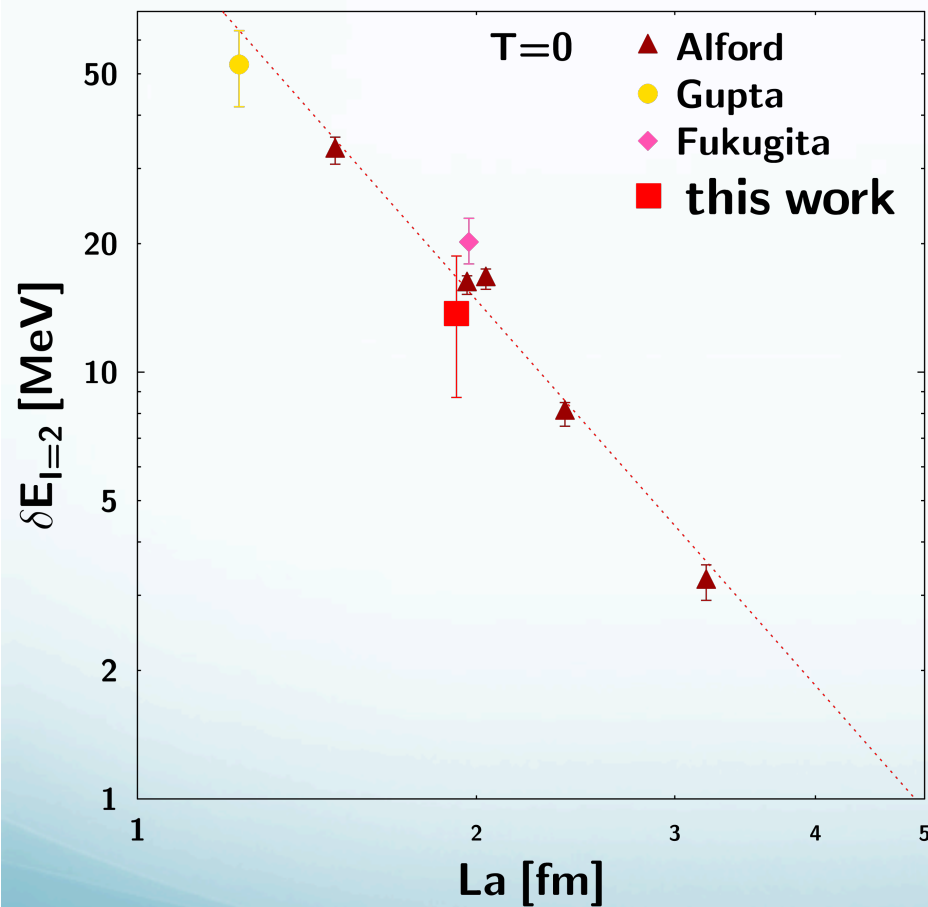
4. 格子QCDによる計算結果

破線は L^{-3} に比例した線

参照:

Mark Alford, R.L. Jaffe

Nuclear Physics B578 (2000) 367-382



5. まとめ

目標

軽いスカラー中間子に含まれる4クォーク状態が存在するかどうかを調べる。

方法

格子サイズ依存性を調べることで、束縛状態か散乱状態かどうかを判定する。

まとめ

- ☆ 格子QCDを用いて、アイソスピンゼロの4クォーク状態が束縛状態である可能性を示唆した。

将来に向けて

- ◆ 大きい格子サイズ ($L=3.84\text{fm}$) での計算をし、先行研究と矛盾しないことを確かめる。
- ◆ 有限温度においても、4クォーク状態が束縛状態を作るかどうかを調べる。