

# 非一様状態における カイラル凝縮の構造機構

東京理科大学・理  
菅沼瑞奈

# 目的

本研究では、NJLモデルを用いたChiral Density Wave(CDW)の解析において、3次元運動量カットオフ正則化を導入して計算を行った。

従来カイラル凝縮は位置に依存しない一様な構造をとると考えられてきたが、近年、このカイラル凝縮が相転移付近で挙動が変化し新しい相が実現しているのではないかと示唆されている(これをchiral density wave, CDW相とよぶ)。従来考えられてきた構造と比べ、より安定な状態をとるのではないかと考えられている。ここでは非一様なカイラル凝縮に着目し、正則化の方法として3次元運動量カットオフを導入し検証をおこなった。

# 南部-ヨナ・ラシーニョ(NJL)モデル

NJLモデルのラグランジアン(カイラル極限)

$$\mathcal{L}_{NJL} = \bar{\psi} i \not{\partial} \psi + G [(\bar{\psi} \psi)^2 + (\bar{\psi} i \gamma_5 \psi)^2]$$

NJLモデルのハミルトニアンは、平均場近似を用いて、

$$\mathcal{H}_{NJL} = \bar{\psi} \left[ -i \gamma \cdot \nabla + \left( -2G \langle \bar{\psi} \psi \rangle \right) \right] \psi - G \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2$$

dynamical mass: M

熱力学ポテンシャル  $\Omega$

$$\Omega(T, \mu, M) = \frac{M^2}{4G} - 2\gamma \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E_p - 2T\gamma \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[ \log \left( 1 + e^{-(E_p + \mu)T} \right) + \log \left( 1 + e^{-(E_p - \mu)T} \right) \right]$$

この系の固有エネルギー  $E_p$ ;  $E_p = \sqrt{p^2 + M^2}$

G: 結合定数

p: 粒子・反粒子の運動量

$\gamma \equiv N_c N_f$   $N_c$  : number of color

$N_f$  : number of flavor

# Chiral density wave(CDW)

## chiral density wave

従来のカイラル凝縮

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle = \Delta, \langle \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \rangle = 0$$



周期的構造を持つカイラル凝縮

$$\begin{cases} \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \Delta \cos(q \cdot r) \\ \langle \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_3 \psi \rangle = \Delta \sin(q \cdot r) \end{cases}$$

仮定

NJLモデル(カイラル極限)のラグランジアン

$$\mathcal{L}_{NJL} = \bar{\psi} i \not{\partial} \psi + G [(\bar{\psi} \psi)^2 + (\bar{\psi} i \gamma_5 \psi)^2]$$

仮定したカイラル凝縮をラグランジアンに代入し平均場近似を施す。

CDWのラグランジアン

$$\mathcal{L}_{CDW} = \bar{\psi} \left[ i \not{\partial} + \mu \gamma_0 + 2G\Delta \left\{ \cos(q \cdot r) + i \gamma_5 \tau_3 \sin(q \cdot r) \right\} \right] \psi + \frac{M^2}{4G}$$

$$M = -2G\Delta$$

## 熱力学ポテンシャルの表式

$$\Omega_{tot}(q, M, \mu, T) = \frac{M^2}{4G} + \Omega_{vac}(q, M, \mu, T) + \Omega_{mat}(q, M, \mu, T)$$

熱力学ポテンシャルは真空からの寄与の部分とmatterからの寄与に分けることができる。

$$\Omega_{vac} = -\gamma \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sum_{s=\pm} E_p^s$$



正則化の方法として、  
3次元運動量カットオフ  
スキームを導入

$$\Omega_{mat} = -\gamma \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sum_{s=\pm} \theta(\mu - E_p^s) (E_p^s - \mu)$$

$$- \gamma T \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \sum_{s=\pm} \left[ \log\left(1 + e^{-|E_p^s - \mu|/T}\right) + \log\left(1 + e^{-|E_p^s + \mu|/T}\right) \right]$$

ただし、  $E_p^\pm = \sqrt{E_p^2 + q^2/4 \pm \sqrt{(pq \cos \theta)^2 + M^2 q^2}}$

$$E_p = \sqrt{p^2 + M^2}$$

$E_p^s$  をみると、エネルギーが波数ベクトル  $q$  によってシフトしていることが分かる。(Nakano, Tatsumi '05)

## 3次元運動量カットオフの導入

非一様状態を調べる場合、正則化の方法として3次元運動量カットオフを導入するには注意が必要である。

$M \rightarrow 0$ に近づけた時、 $\Omega_{tot}$  は $q$ に依存すべきでない。

**しかし！**

実際には $q$ に依存している。



導入の際に、エネルギーの基準値をシフトさせる必要がある。

$$\Omega_{vac}(q, M, \mu, T) \rightarrow \Omega_{vac}^{3D}(q, M, \mu, T) = \Omega_{vac}(q, M, \mu, T) - \Omega_{vac}(q, 0, \mu, T)$$

(cf. for rigorous justification :

Anderson and Brauner, PRD81 (2010))

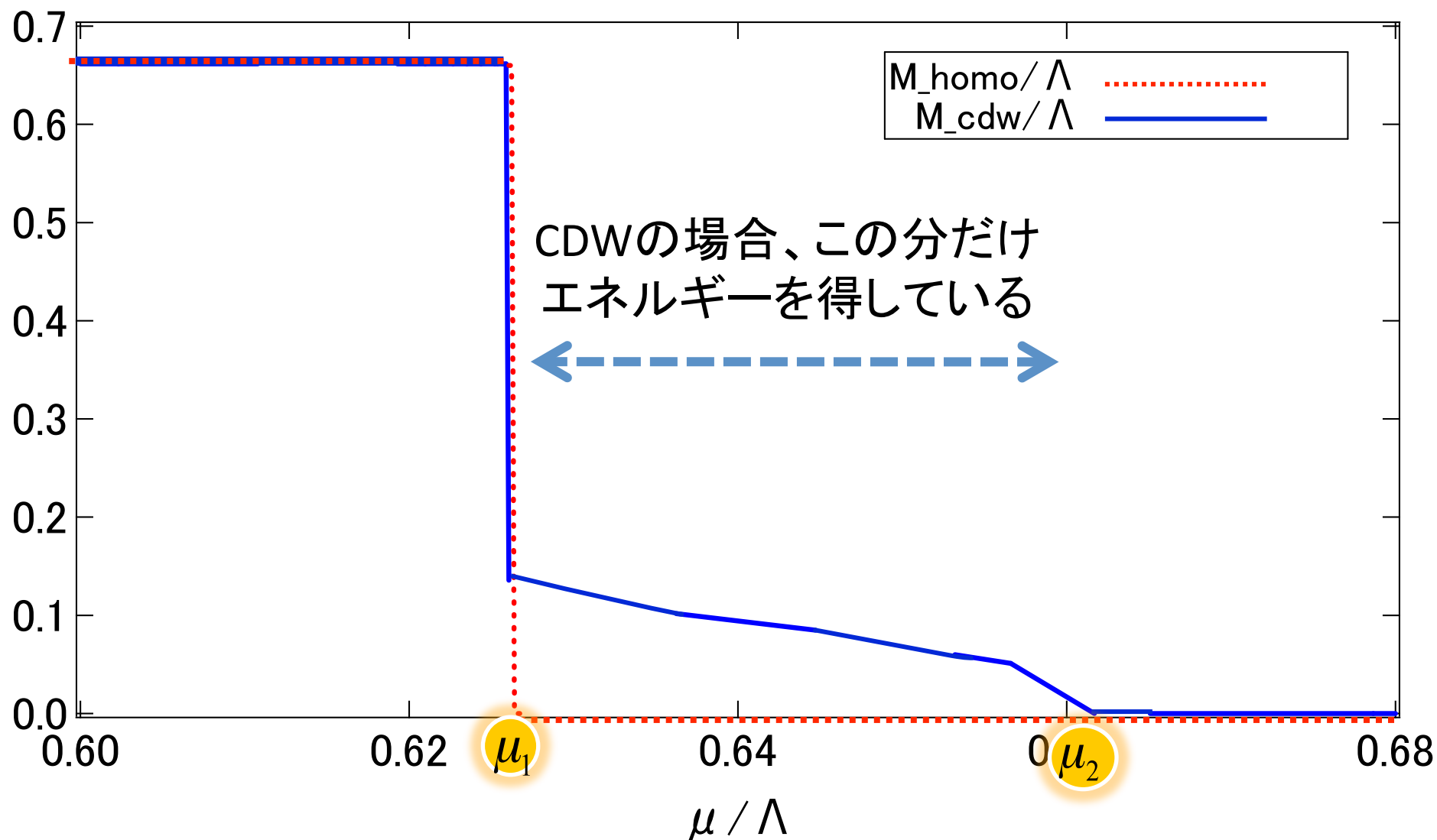
以上から

3次元運動量カットオフを施した熱力学ポテンシャルの表式は、

$$\Omega_{tot}^{3D}(q, M, \mu, T) = \frac{M^2}{4G} + \Omega_{vac}^{3D}(q, M, \mu, T) + \Omega_{mat}(q, M, \mu, T)$$

Mに関して; CDWを仮定した時としていない場合との比較。

$T = 0 [MeV]$   $G\Lambda^2 = 2.44$ ,  $\Lambda = 589.4 [MeV]$



# Ginzburg-Landau(GL) approach

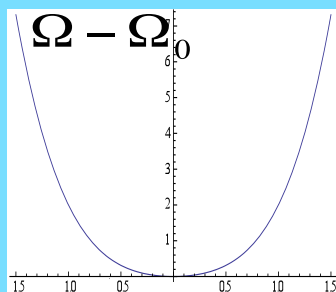
## $\mu_2$ の解析

CDW相→通常相の臨界点 $\mu_2$  近傍での振る舞いを理解するためにGLアプローチを導入。熱力学ポテンシャル $\Omega(q, M)$ を $M$ の4次の項までGinzburg-Landau(GL)展開すると、

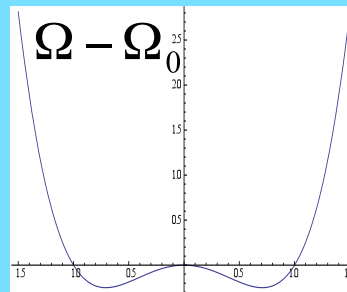
$$\Omega_{GL}(q, \mu, M) = \Omega(q, \mu) + \alpha(q, \mu)M^2 + \frac{1}{2}\beta(q, \mu)M^4$$

$$\alpha(q, \mu) = \left. \frac{\partial \Omega_{GL}}{\partial M^2} \right|_{M=0} \quad \begin{array}{l} \mu \text{を固定し、}\alpha\text{-}q\text{平面にプロットする。} \\ \alpha \text{に着目、}\alpha \text{は} q, \mu \text{に依存。} \end{array}$$

$$\alpha(q, \mu)_{\min} \rightarrow (q_{\alpha(q, \mu)_{\min}}, \mu_c)$$

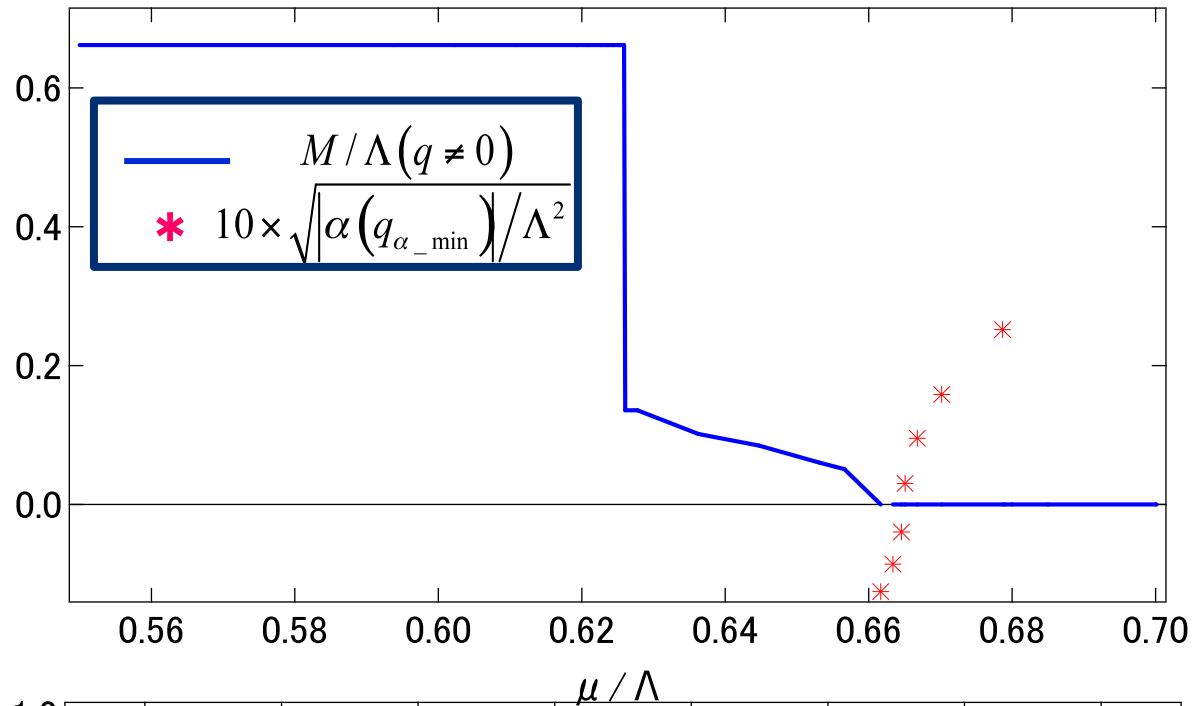


$\alpha > 0$



$\alpha < 0$



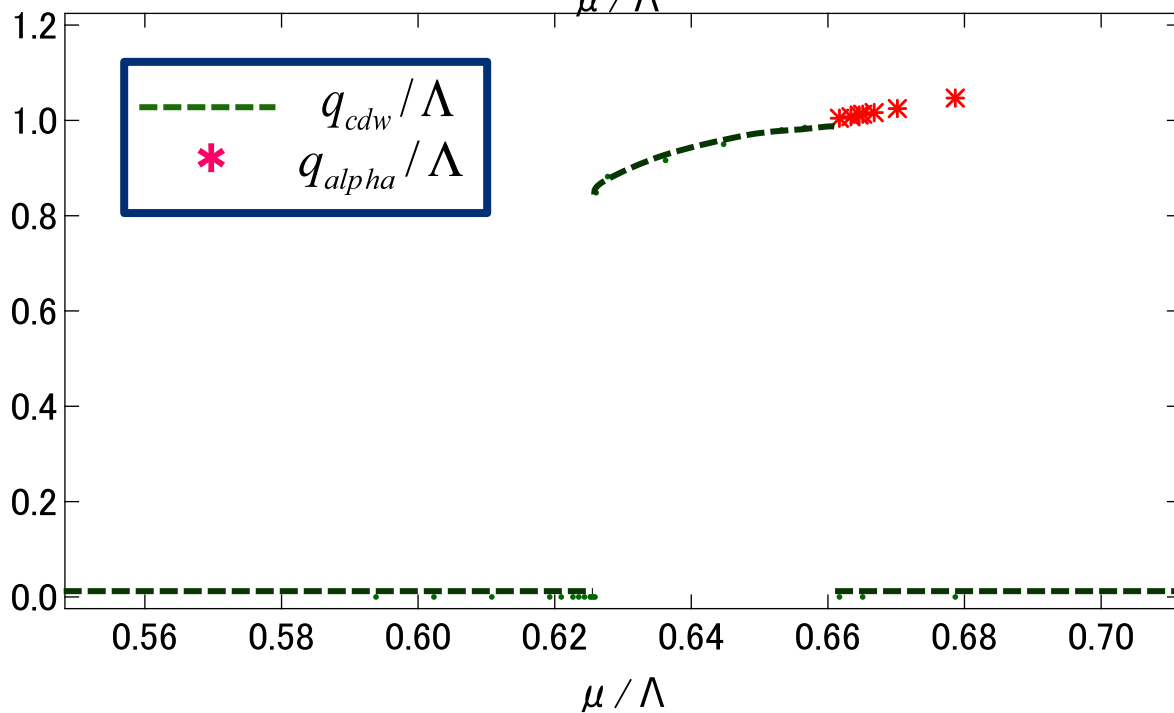


$T = 0 [MeV]$

$G\Lambda^2 = 2.44$

$\Lambda = 589.4 [MeV]$

$\alpha$ の振る舞いを  
プロット。

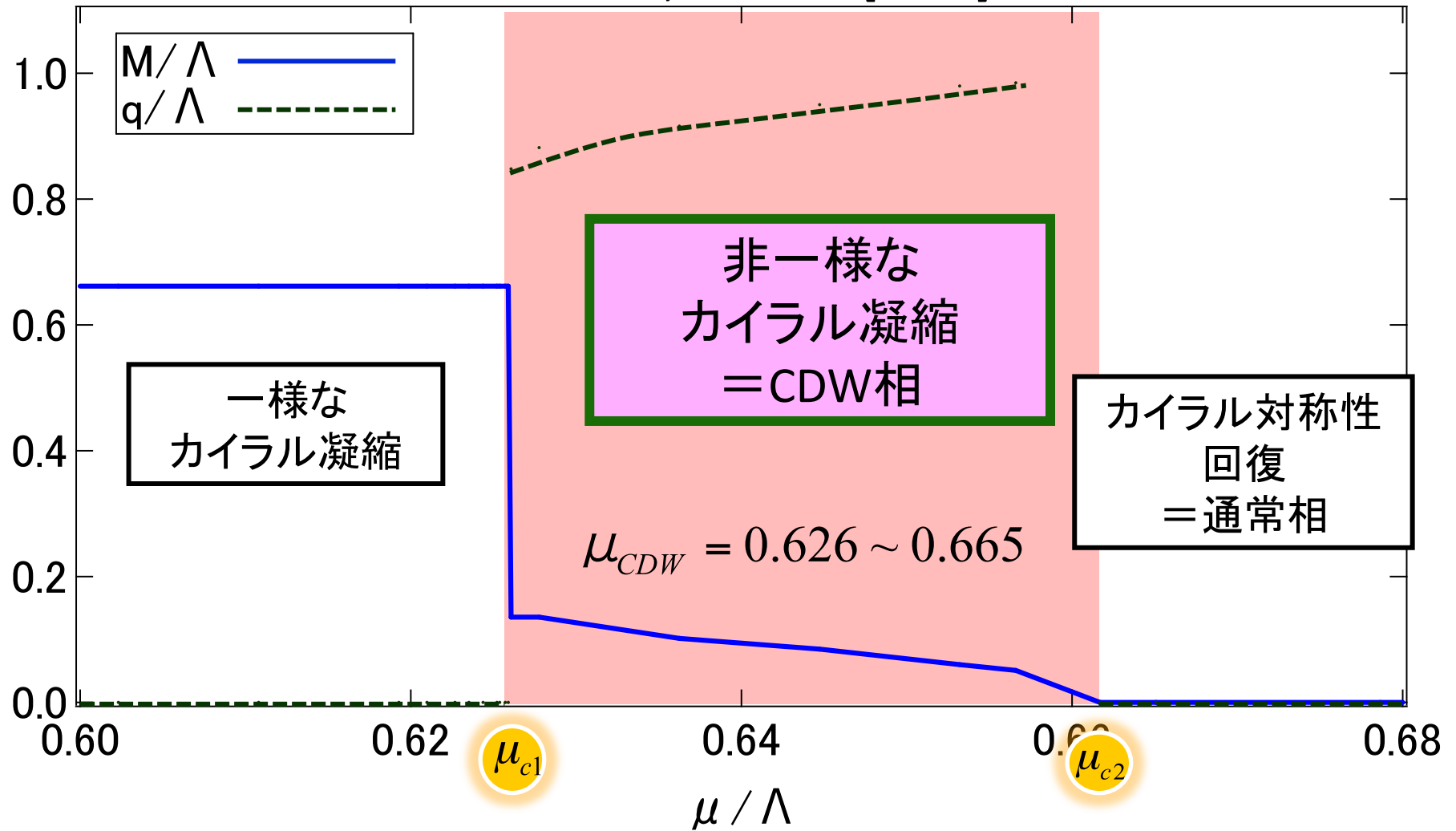


$\alpha(q, \mu)_{min} < 0$  のとき、  
 $M=0$ の相は不安定。  
 この不安定化を起こす $q$ の値は、CDWの $q$ に滑らかにつながる。

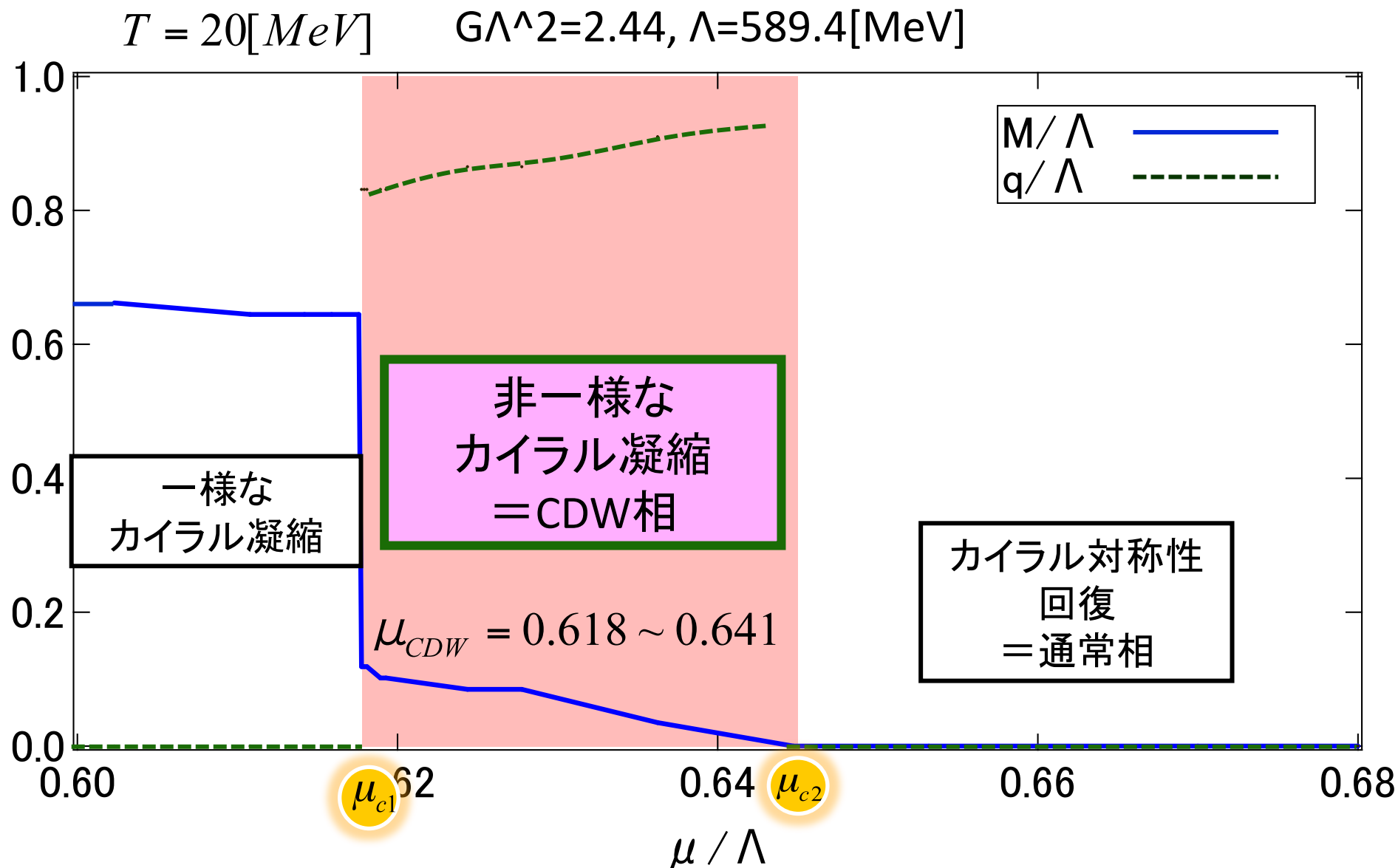
# 解析結果

Mに対応する波数ベクトルqの振舞い。

$T = 0 [MeV]$   $G\Lambda^2 = 2.44$ ,  $\Lambda = 589.4 [MeV]$



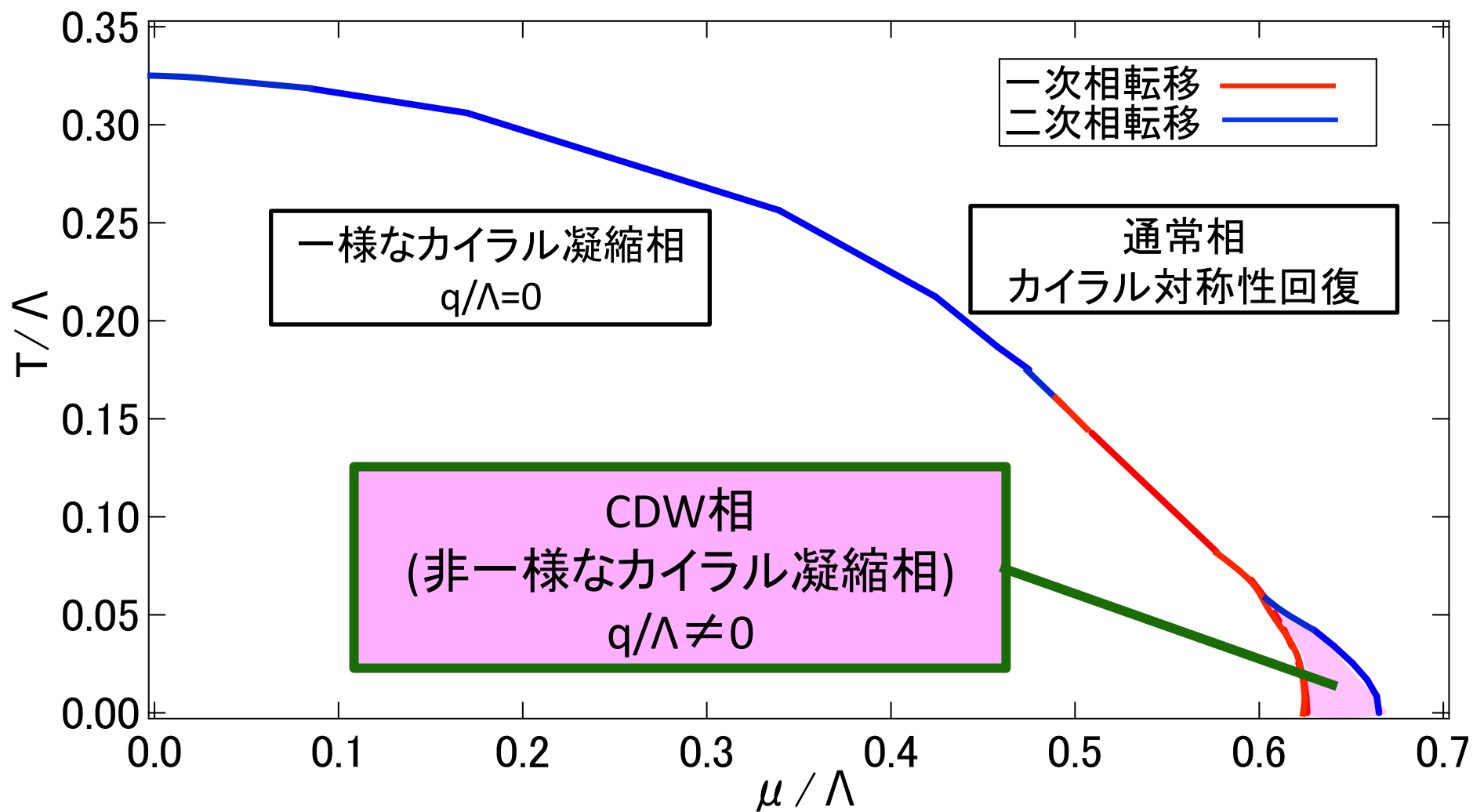
温度が上がるのと共に, CDW相の存在する範囲も狭くなる。



# 相図

## 相図( $\mu$ - $T$ )

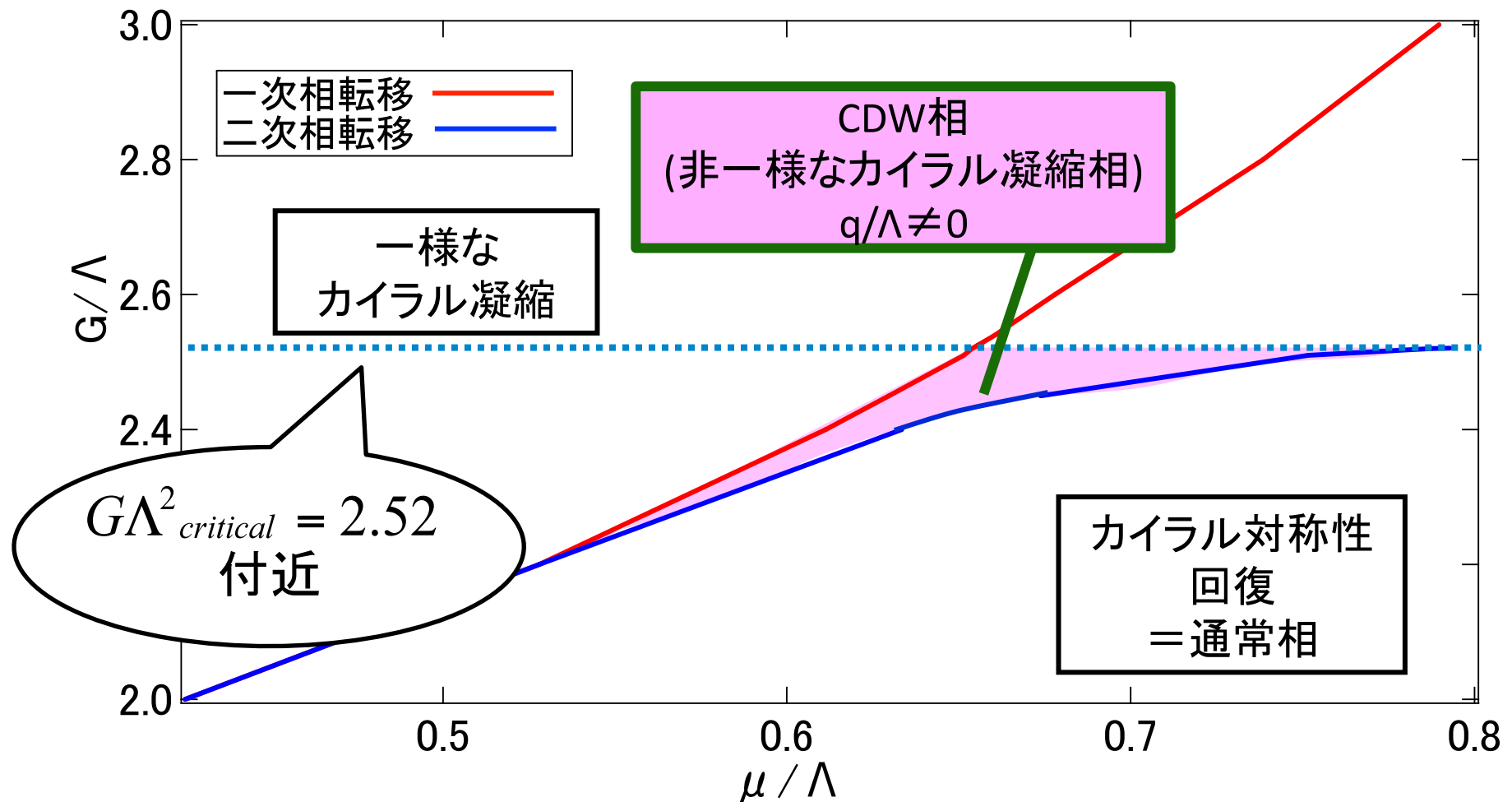
$G\Lambda^2=2.44, \Lambda=589.4[\text{MeV}]$



# 相図( $\mu$ - $G$ )

$G\Lambda^2=2.52$ 付近で $\mu$ は発散する。ただし、これは正則化  
カットオフの適応限界であると考えられる。

$T=0[\text{MeV}], \Lambda=589.4[\text{MeV}]$



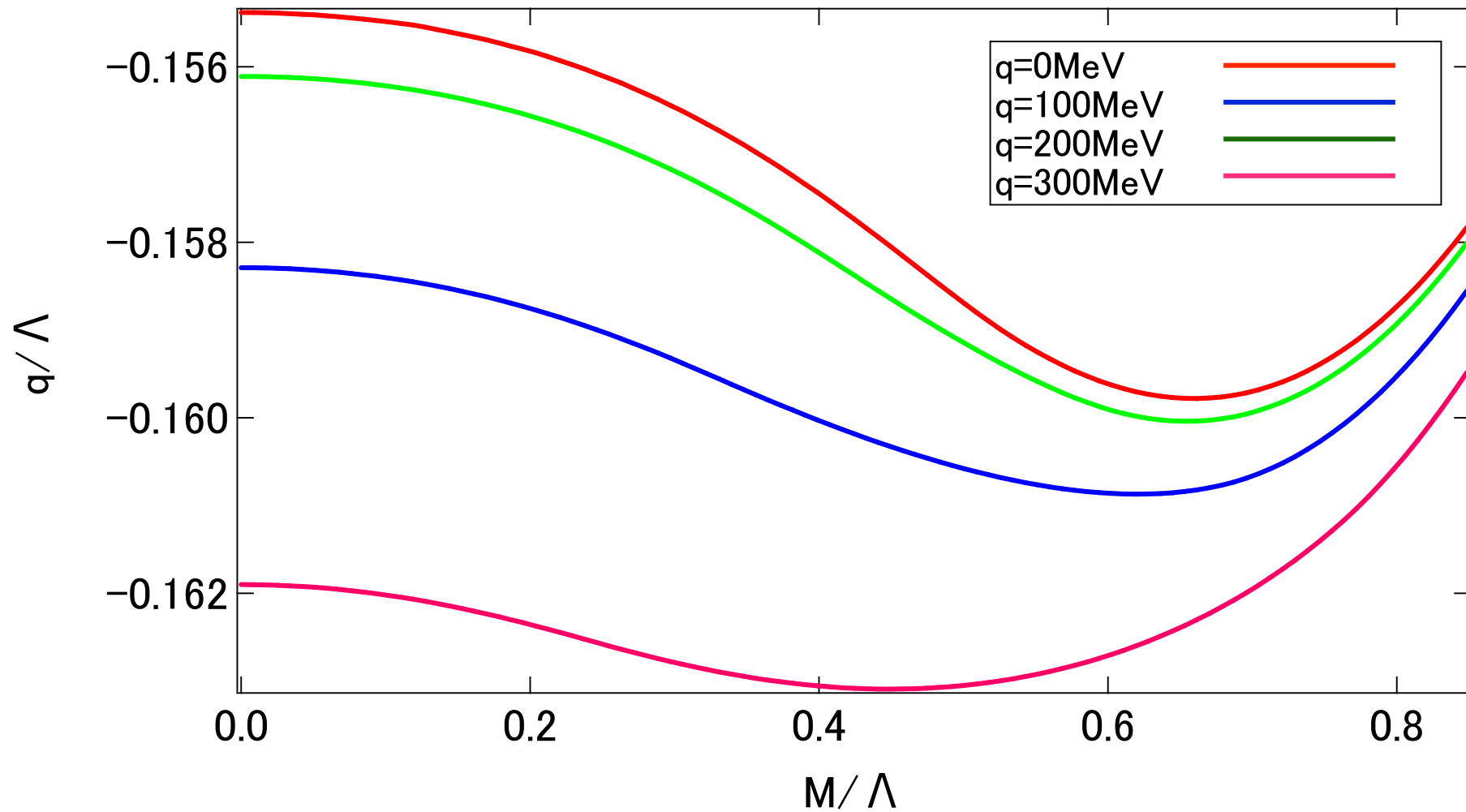
# 結論

- 正則化の方法として3次元運動量カットオフを導入して相関を計算おこなった。
- その場合でも、中間密度領域にCDWが出現しうることが分かった。
- さらに、GLの解析により、高密度領域から密度を下げていくと、 $q \neq 0$ のモードが不安定化することによりCDWへの相転移が起こることがわかった。

Back up

サブトラクションを施さない場合のMの振る舞い。  
Mがゼロ近傍でも波数qに依存している。

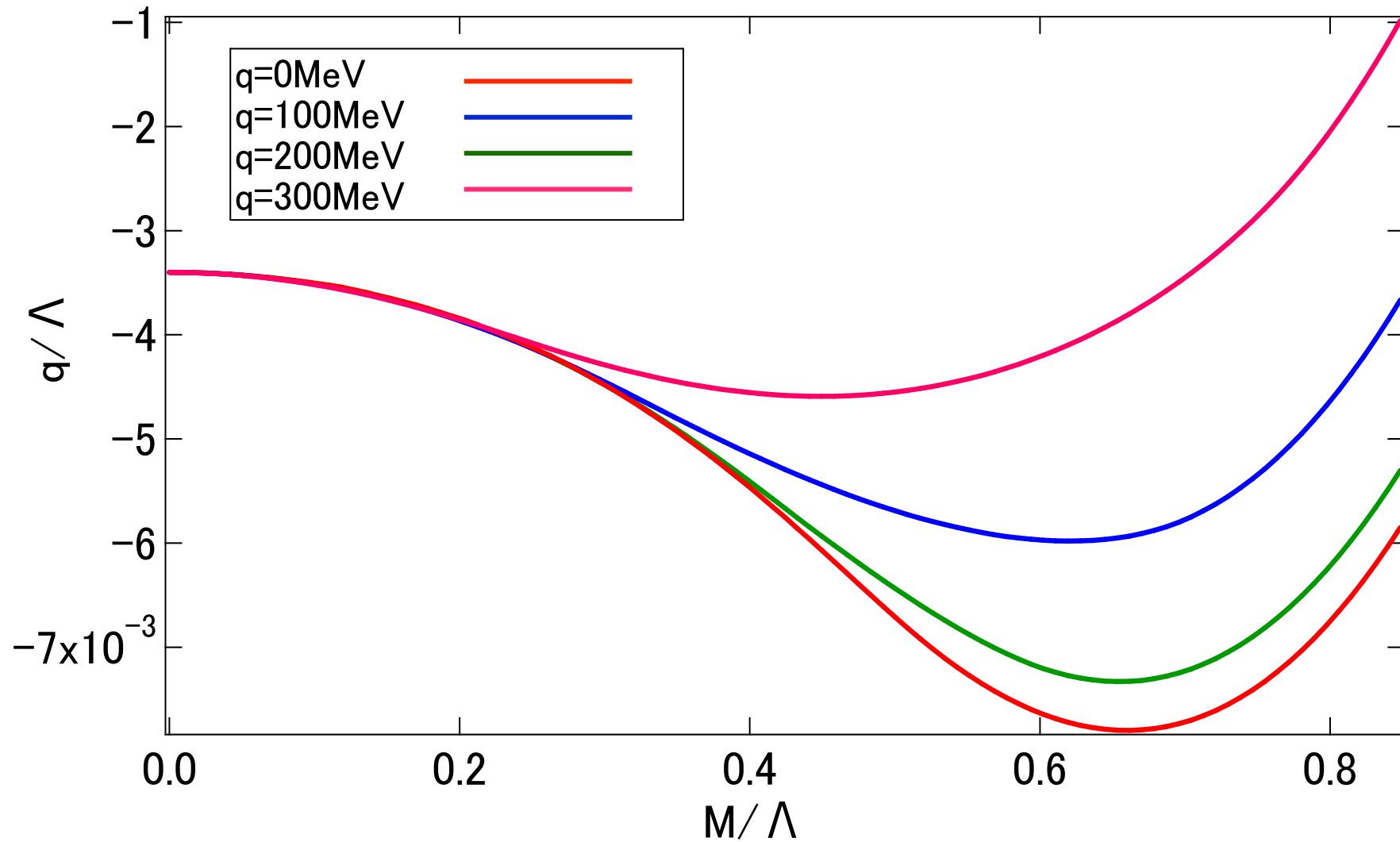
$T = 0 [MeV]$      $G\Lambda^2 = 2.44$ ,  $\Lambda = 589.4 [MeV]$ ,  $\mu = 300 MeV$





サブトラクションを施した場合。

$T = 0 [MeV]$      $G\Lambda^2 = 2.44$ ,  $\Lambda = 589.4 [MeV]$ ,  $\mu = 300 MeV$



ユニバーサルな値 (ishibashi)

$$M_{homo} / q_{cdw} = 0.93$$

$$M_{cdw} / q_{cdw} = 0.51$$

解析結果

$$M_{homo} / q_{cdw} \sim 0.8$$

$$M_{cdw} / q_{cdw} \sim 0.1$$