

PQM 模型を用いたブラックホール形成過程 中性子星における QCD 相転移

上田 宏史

京都大学 原子核理論研究室 博士 1 回生

共同研究者

中野 嵩士 (京大理, 京大基研), Marco Ruggieri (京大基研),
大西 明 (京大基研), 住吉 光介 (沼津高専)

8月19日(金)

コンパクト天体現象でのQCD相転移

- 中性子星

- ⇒ 低温・超高密度
- ⇒ コアでの相転移の可能性
- ⇒ 半径・質量の観測から内部の情報引き出せる。

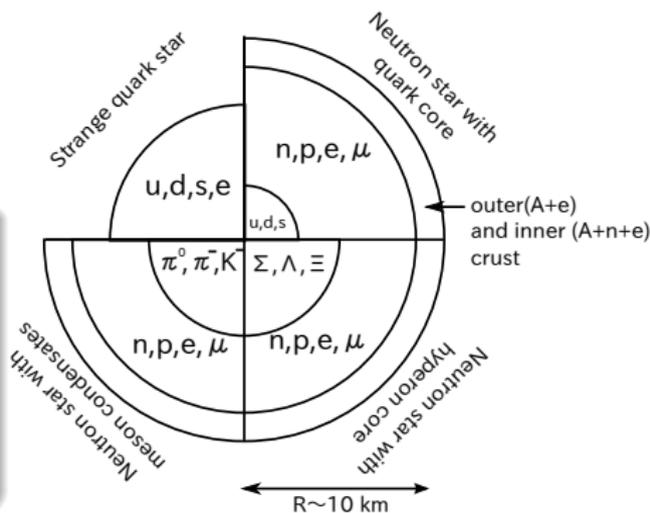


Figure: 中性子星の内部の構成要素

ref. K. Yagi, T. Hatsuda and Y. Miake (2005). *Quark-Gluon Plasma From Big Bang to Little Bang*

コンパクト天体現象でのQCD相転移

- 中性子星

- ⇒ 低温・超高密度
- ⇒ コアでの相転移の可能性
- ⇒ 半径・質量の観測から内部の情報引き出せる。

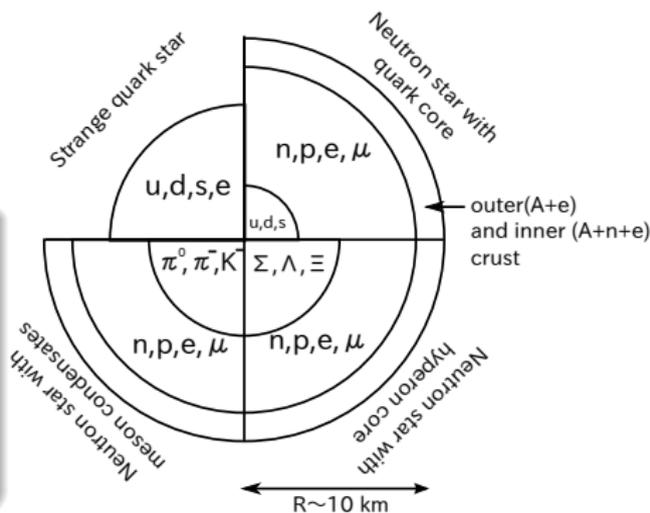
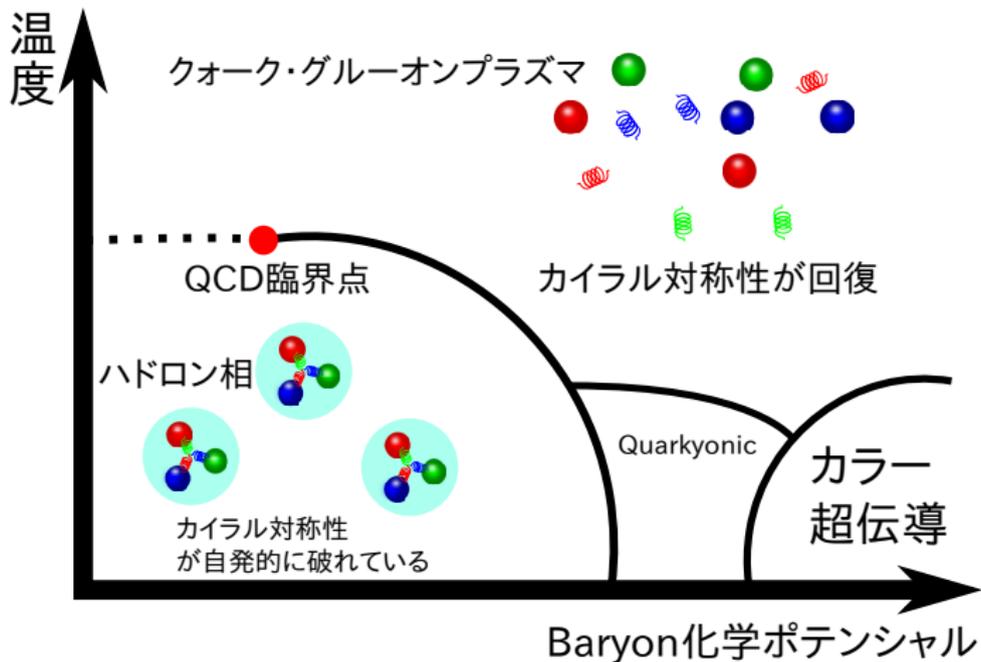
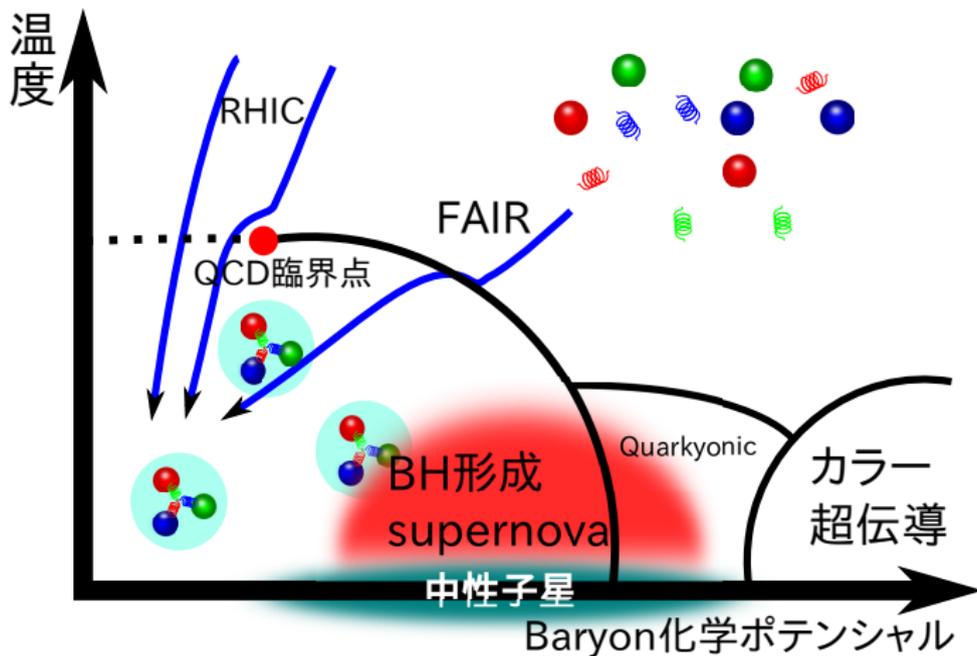


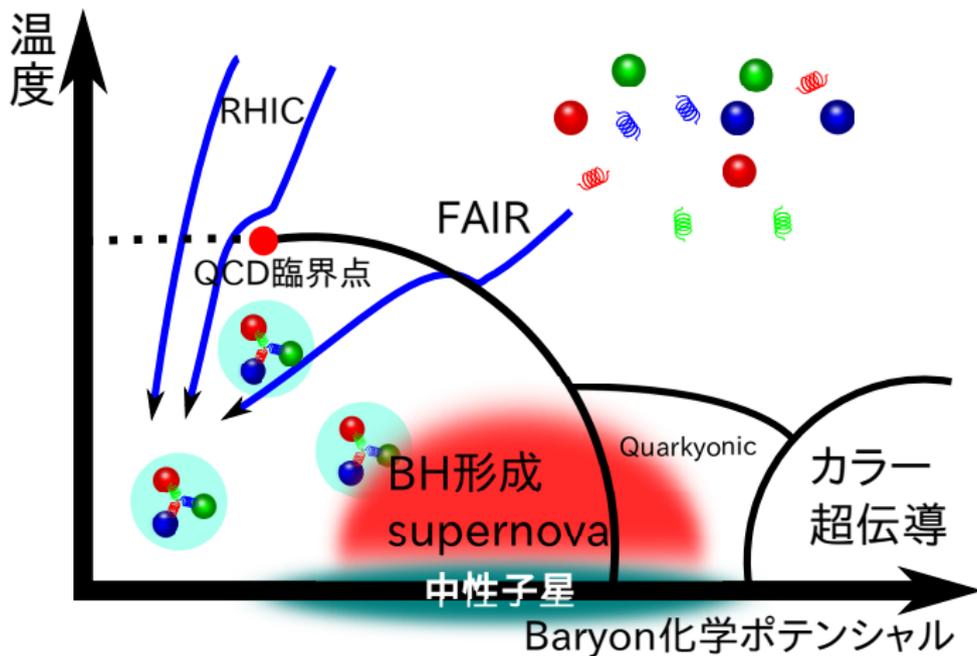
Figure: 中性子星の内部の構成要素

ref. K. Yagi, T. Hatsuda and Y. Miake (2005). *Quark-Gluon Plasma From Big Bang to Little Bang*

⇒ 中性子星内でクォーク物質はつくられているのか?





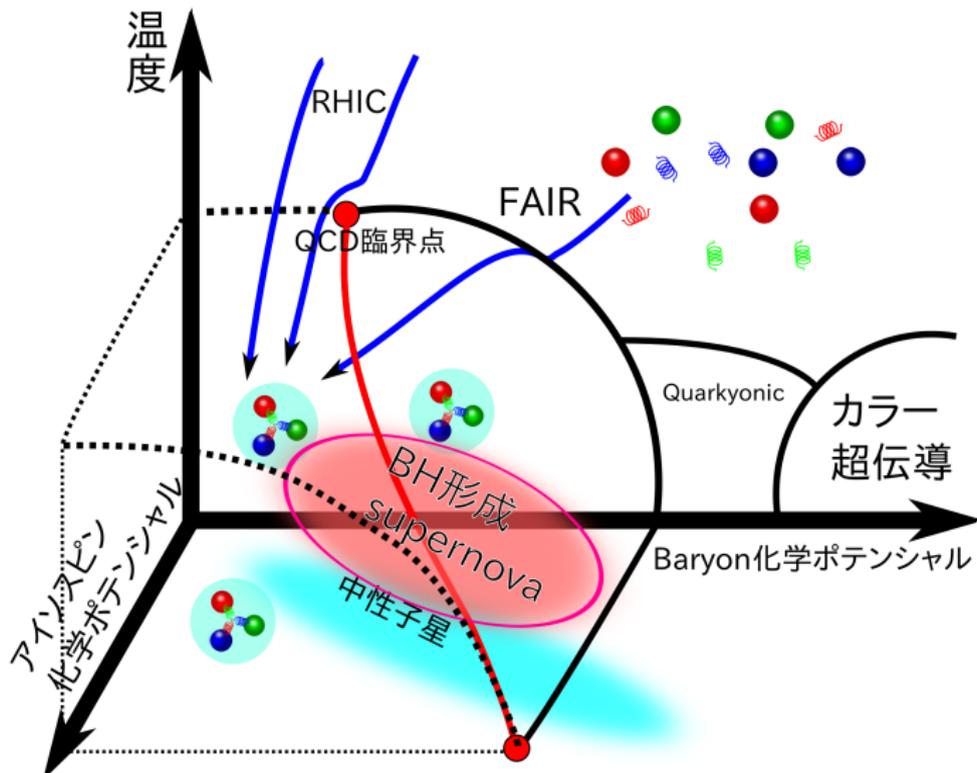


- コンパクト天体現象では荷電中性の条件から非対称核物質の生成

$$\delta\mu = \frac{\mu_d - \mu_u}{2} \neq 0$$

- 超新星爆発、BH 形成過程で neutrinoless β equilibrium に達しない

QCD 相図



研究目的

カイラル有効模型を用いて
非対称核物質の QCD 相図を調べる。
またコンパクト天体现象との比較を行う。

手法

- 非対称核物質の相図
 - ポリヤコフ・クォーク・メソン 模型 (PQM 模型)
B.-J. Schaefer, J. M. Pawłowski, J. Wambach, Phys. Rev. D 76 (2007).
V. Skokov et al., Phys. Rev. D 82, 034029 (2010)
- 有限のアイソスピン化学ポテンシャル
- コンパクト天体现象との比較
 - 中性子星のコア ⇒ 今回の発表
A. Ohnishi, D. Jido, T. Sekihara and K. Tsubakihara, Phys. Rev. C 80 (2009) 038202
 - ブラックホール 形成過程 ⇒ 今回は話さない
A. Ohnishi, H. U. T. Z. Nakano and M. Ruggieri, K. Sumiyoshi, arXiv:1102.3753 [nucl-th].

カイラル凝縮とポリヤコフグループ

カイラル凝縮

カイラル対称性の自発的破れ... $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \Rightarrow SU(N_f)_V$

カイラル凝縮... $\langle \bar{q}q \rangle = \langle \bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L \rangle$

$SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ 変換で不変でない。カイラル極限では

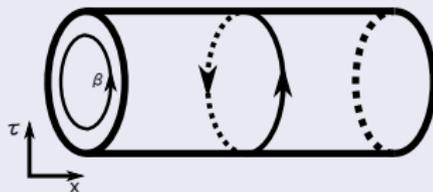
$$\langle \bar{q}q \rangle \begin{cases} = 0 & (\text{カイラル対称性の回復した相}) \\ \neq 0 & (\text{カイラル対称性が自発的に破れた相}) \end{cases}$$

ポリヤコフグループ

$$\Phi = \frac{1}{N_c} \left\langle \text{Tr}_c \mathcal{P} \exp \left(i \int_0^\beta d\tau A_0 \right) \right\rangle_\beta$$

クォークが無限に重い極限で、

$$\Phi = \exp(-\beta f_q) \rightarrow \Phi \begin{cases} \neq 0 & (\text{非閉じ込め相}) \\ = 0 & (\text{閉じ込め相}) \end{cases}$$



PQM 模型の特徴

クォークにメソンを結合させ、ポリヤコフループを取り入れた、カイラル相転移・閉じ込め相転移の両方を記述する有効模型

- $\sigma, \Phi \Rightarrow$ カイラル相転移、閉じ込め相転移の秩序変数
- $\omega, \rho \Rightarrow$ 高密度での斥力、対称エネルギー

Lagrangian ($N_F = 2$)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{PQM} = & \bar{q}(i \not{D} - g_\sigma(\sigma + i\gamma^5 \vec{\tau} \vec{\pi}) - g_\omega(\gamma^\mu \omega_\mu) - g_\rho(\gamma^\mu \vec{\tau} \vec{\rho}_\mu))q \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \vec{\pi})^2 - U(\sigma, \vec{\pi}) - \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}) \\ & - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}R_{\mu\nu}^a R^{a\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu^a\rho^{a\mu} \end{aligned}$$

$$\not{D} = \not{\partial} - i\gamma_0 A_0$$

$$W^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu \quad R^{a\mu\nu} = \partial^\mu \rho^{a\nu} - \partial^\nu \rho^{a\mu} + g_\rho \epsilon^{abc} \rho^b{}_\mu \rho^{c\nu}$$

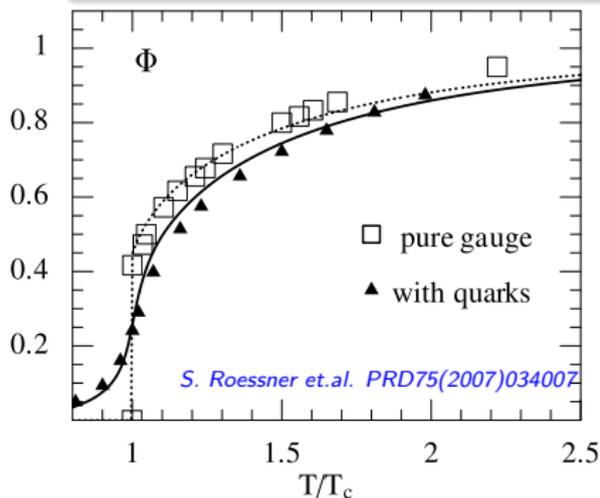
平均場近似

$$\langle \sigma \rangle, \langle \omega_0 \rangle, \langle \rho_0^3 \rangle, \langle \Phi \rangle, \langle \bar{\Phi} \rangle = \text{const.} \neq 0, \quad \langle \pi \rangle, \langle \omega_i \rangle, \langle \rho_i^a \rangle, \langle \rho_0^{1,2} \rangle = 0$$

Effective Potential(自由エネルギー密度)

$$\Omega(\Phi, \bar{\Phi}, \sigma, \omega_0, \rho_0^3) = -\frac{T}{V} \log Z$$

$$= \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}) + U(\sigma) + U_{vac}(\sigma) + \Omega_{q\bar{q}}(\Phi, \bar{\Phi}, \sigma, \omega_0, \rho_0^3) - \frac{1}{2} m_\omega^2 (\omega_0)^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 (\rho_0^3)^2$$



● カイラルポテンシャル

$U(\sigma) + U_{vac}(\sigma)$ は真空中で

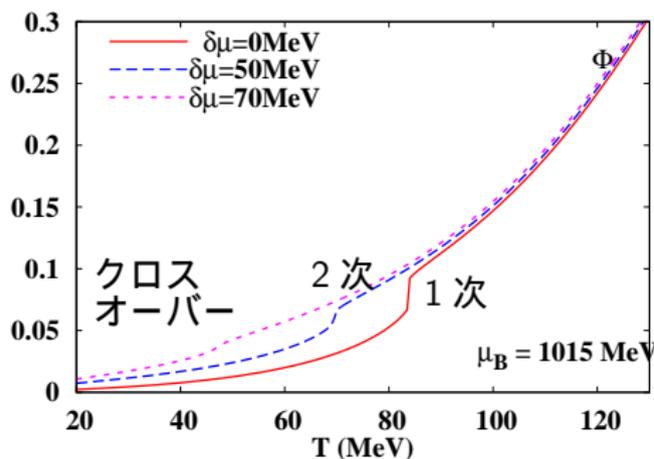
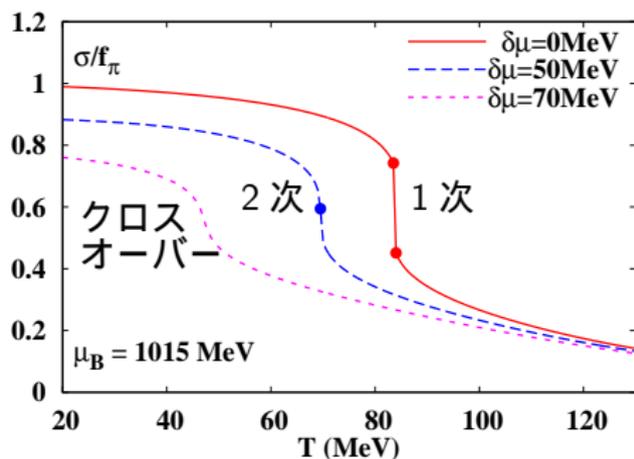
- $m_\pi = 139\text{MeV}$
- $f_\pi = 92.4\text{MeV}$
- $m_\sigma = 700\text{MeV}$
- $m_q = 335\text{MeV}$

となるようにパラメータを決めた。

- $r = g_\omega/g_\sigma = g_\rho/g_\sigma, \Lambda$
は free para.

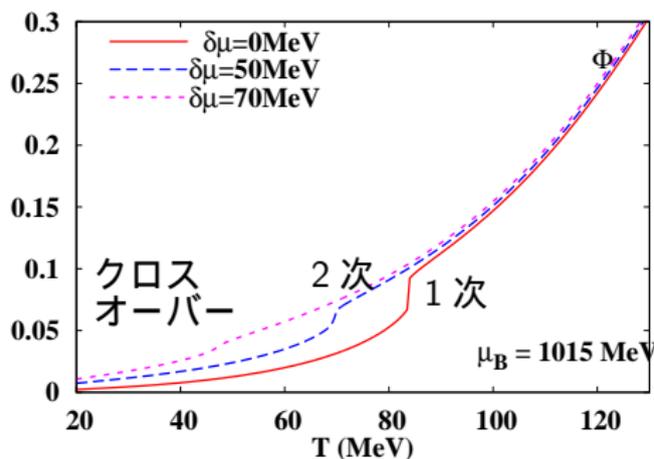
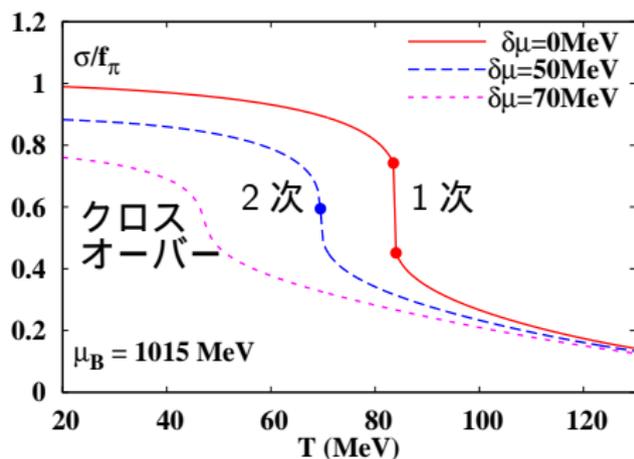
- バリオン化学ポテンシャル・アイソスピン化学ポテンシャル

$$\frac{\mu_B}{3} = \mu_q = \frac{\mu_u + \mu_d}{2}, \quad \delta\mu = \frac{\mu_d - \mu_u}{2}$$



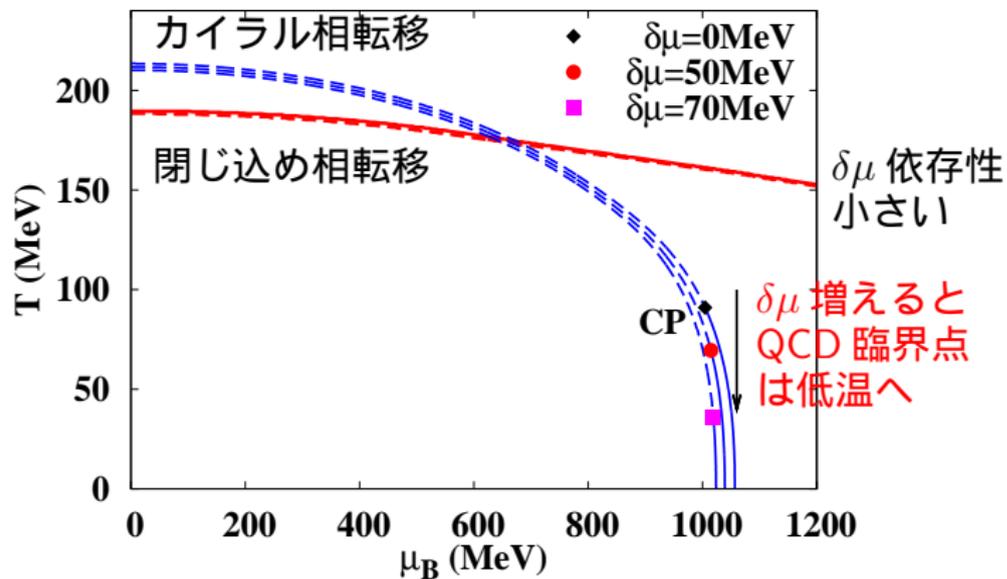
- バリオン化学ポテンシャル・アイソスピン化学ポテンシャル

$$\frac{\mu_B}{3} = \mu_q = \frac{\mu_u + \mu_d}{2}, \quad \delta\mu = \frac{\mu_d - \mu_u}{2}$$

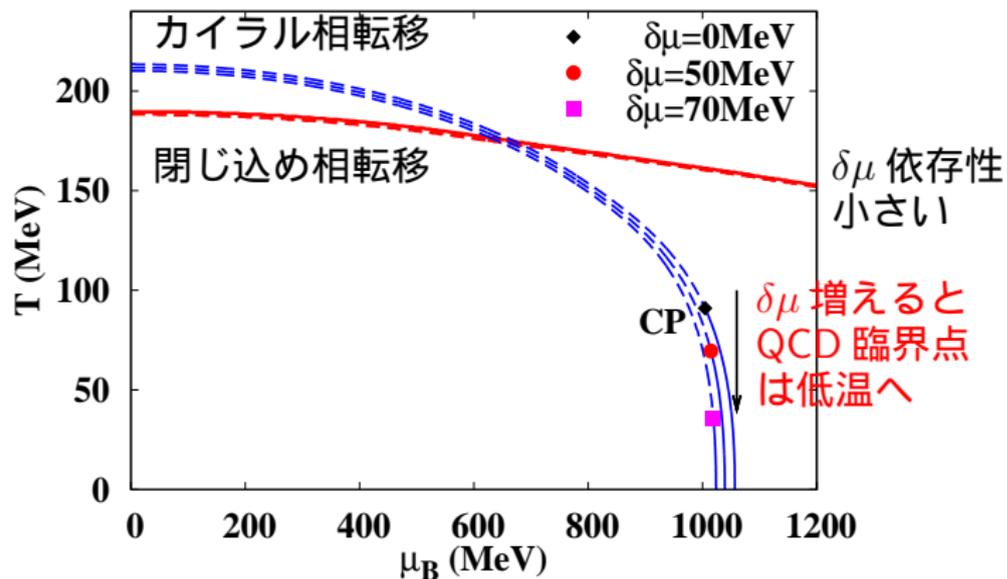


⇒ $\delta\mu$ の大きさに相転移の次数が変化

QCD 相図のアイソスピン化学ポテンシャル依存性



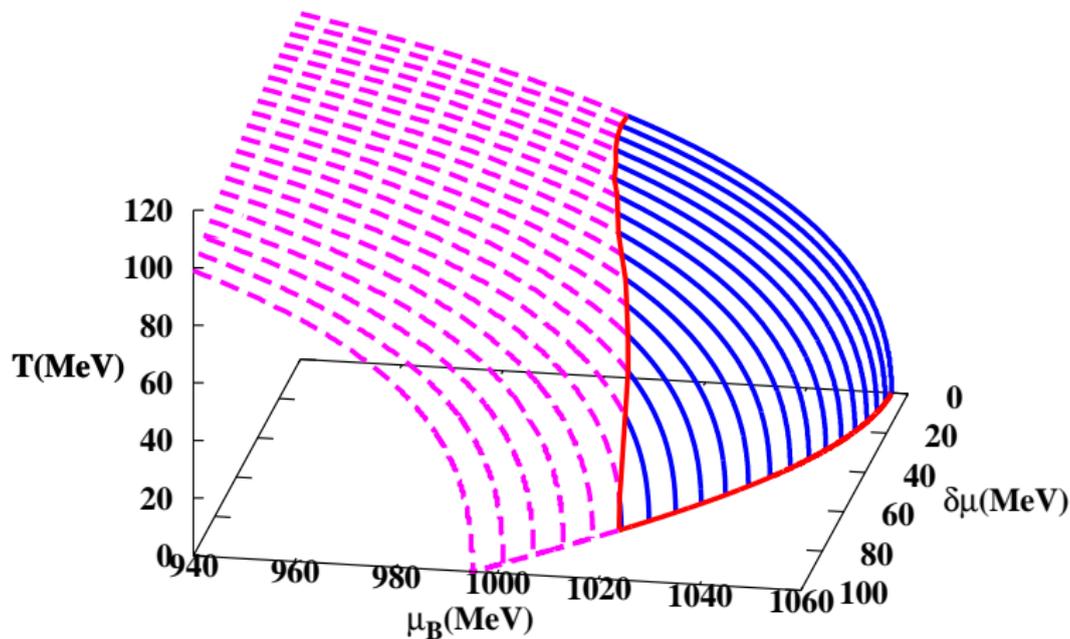
QCD 相図のアイソスピン化学ポテンシャル依存性



なぜ臨界点の温度が下がるのか?

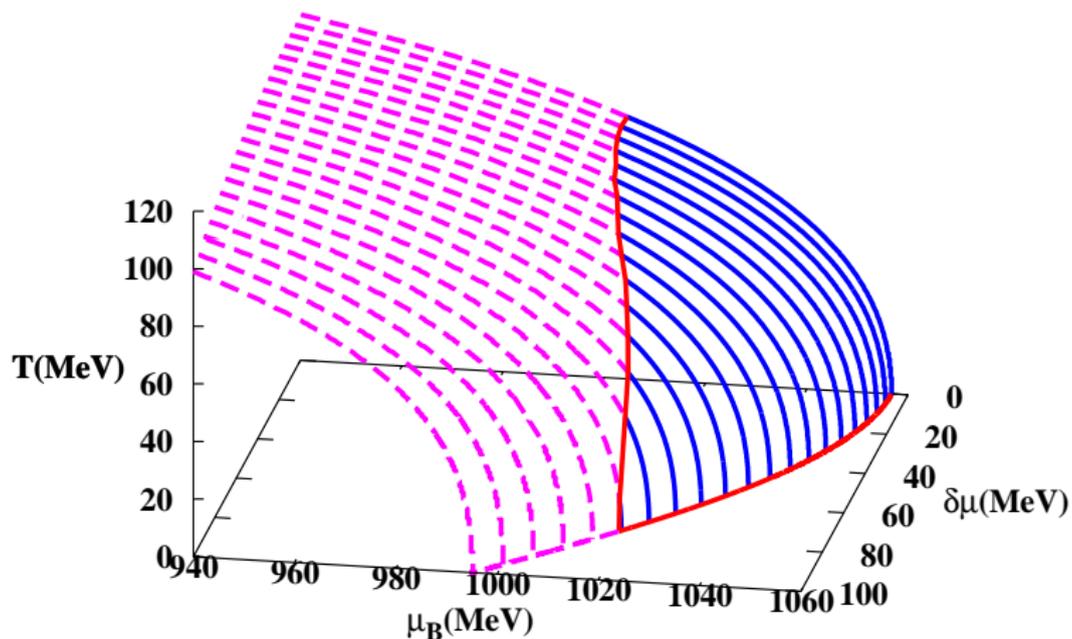
- 密度の増加... $\rho_{u,d} \propto (\mu_q \mp \delta\mu)^3 \Rightarrow$ 有効的な μ_B の増大

3次元 QCD 相図



⇒ $\delta\mu = 75.4$ MeV で一次相転移が消失

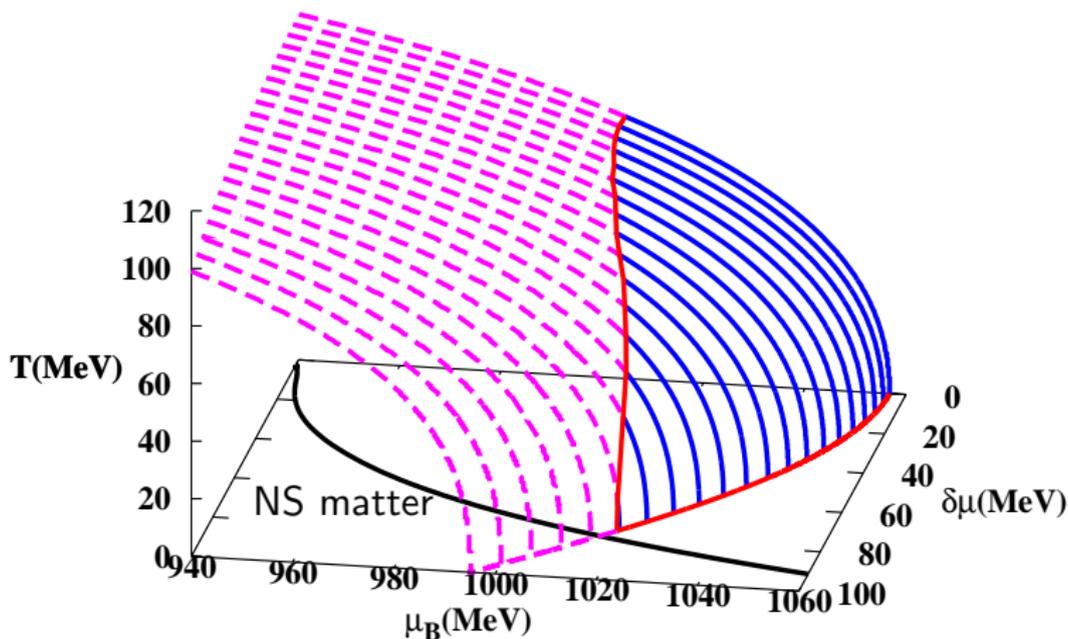
3次元QCD相図



- 中性星での $(\mu_B, \delta\mu)$ 関係は?

¹核子のみ含む. 不安定核も含め結合エネルギー, 荷電半径を fit Y. Sugahara et al. ('94)

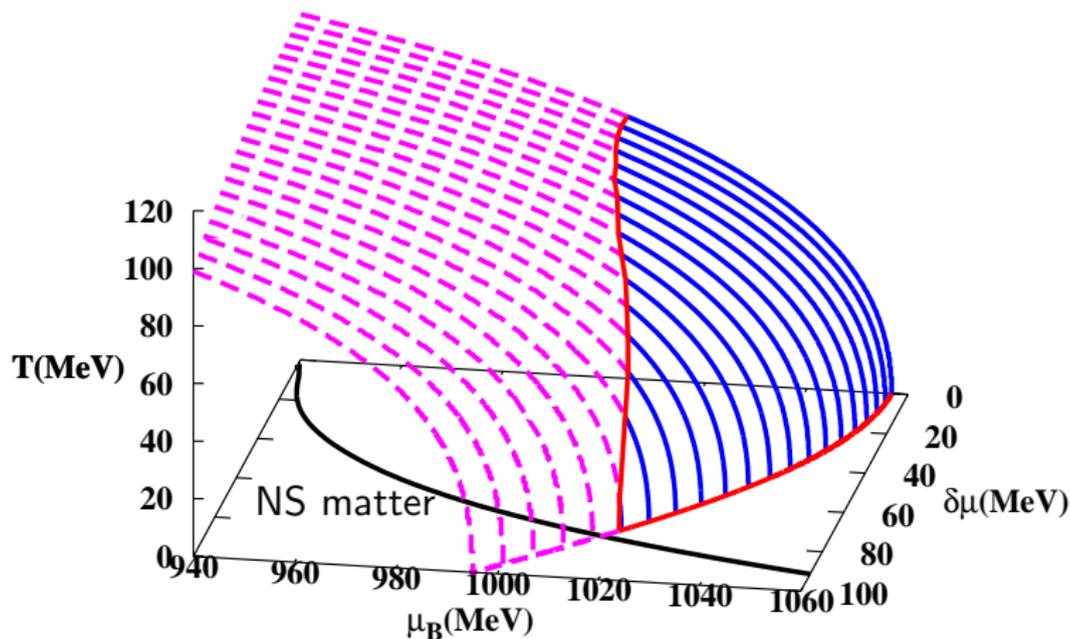
3次元QCD相図



- 中性星での $(\mu_B, \delta\mu)$ 関係は?
 - 相対論的平均場 (RMF) を用いた状態方程式¹ を用いて、 β 平衡を課して計算したもの (*A. Ohnishi et al. ('09)*)

¹核子のみ含む. 不安定核も含め結合エネルギー, 荷電半径を fit *Y. Sugahara et al. ('94)*

3次元QCD相図



- 中性星での $(\mu_B, \delta\mu)$ 関係は?

- 相対論的平均場 (RMF) を用いた状態方程式¹ を用いて、 β 平衡を課して計算したもの (A. Ohnishi et al. ('09))

⇒ 1次相転移なしでクォーク相へ相転移する可能性を示唆

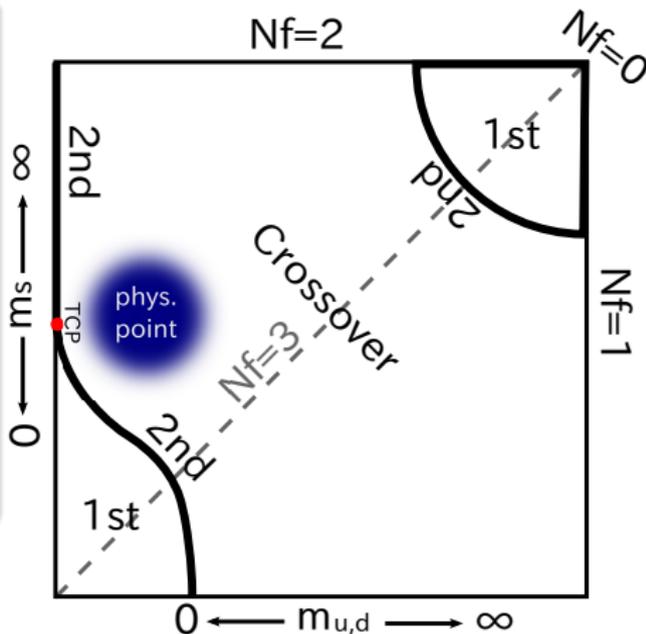
¹核子のみ含む. 不安定核も含め結合エネルギー, 荷電半径を fit Y. Sugahara et al. ('94)

- PQM 模型を用いて、非対称核物質の QCD 相図を調べた。
 - $\delta\mu$ が増加すると、
 - ⇒ QCD 臨界点は低温へ
 - ⇒ ある $\delta\mu$ 以上で 1 次相転移が消失
 - 中性子星のコアの $(\mu_B, \delta\mu)$ と比較
 - ⇒ 1 次相転移なしで、クォーク相へ相転移する可能性を示唆
 - ⇒ 状態方程式が軟化せず、より重い星を支える可能性
- Future Work
 - バリオンを取り入れ、飽和密度など核物質の性質を満たす状態方程式の構築する。
 - 構築した状態方程式を用いて具体的なコンパクト天体現象の計算を行う。
 - 模型の拡張・改善を行う。
 - パラメータを格子 QCD 計算を fit して決める。
 - $N_f = 2 + 1$ への拡張

Chiral 相転移の次数

- chiral 極限
 - $N_f=2$
⇒ $O(4)$ universality class
⇒ 2 次
 - $N_f=3$
⇒ Ising universality class
⇒ 1 次
- physical quark mass
⇒ crossover

Figure: Columbia Plot



Poylakov loop potential

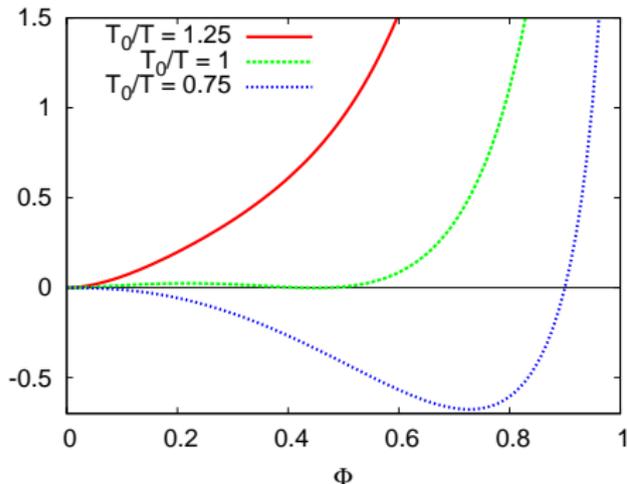
S. Roessner, C. Ratti, and W. Weise, *Phys. Rev. D* **75**, 034007 (2007)

K. Fukushima, *Phys. Lett. B* **591** 277 (2004).

$$\frac{\mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi})}{T^4} = -\frac{a(T)}{2}(\Phi\bar{\Phi}) + b(T) \log[1 - 6\Phi\bar{\Phi} + 4(\Phi^3 + \bar{\Phi}^3) - 3(\Phi\bar{\Phi})^2]$$
$$a(T) = a_0 + a_1 \frac{T_0}{T} + a_2 \left(\frac{T_0}{T}\right)^2, \quad b(T) = b_3 \left(\frac{T_0}{T}\right)^3$$

特徴

- Z3 対称性
- $T \rightarrow \infty$ で Stefan-Boltzmann limit
- Pure gauge QCD thermodynamics を再現
- $|\Phi| = 1$ で無限大
- 相転移は 1 次



meson potential

$$U(\sigma, \vec{\pi}) = \underbrace{\frac{\lambda}{4}(\sigma^2 + \pi^2 - v^2)^2}_{SU(2)_L \times SU(2)_R} \underbrace{-c\sigma}_{SU(2)_L \times SU(2)_R \text{ あらわに破る項}}$$

$$U_{vac} = -2N_f N_c \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} E_p \Theta(\Lambda^2 - p^2)$$

- カイラル極限でカイラル相転移の次数が2次
- cut off $\Lambda = 600\text{MeV}$ をとる。
- parameter は 真空中で以下の値を持つように決める。

m_q	m_σ	m_π	f_π
335MeV	700MeV	139MeV	92.4MeV

Effective Potential

$$\begin{aligned}\Omega(\Phi, \bar{\Phi}, \sigma) &= -\frac{T}{V} \log Z \\ &= \mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi}) + U(\sigma) + U_{vac}(\sigma) + \Omega_{q\bar{q}}(\Phi, \bar{\Phi}, \sigma)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Omega_{q\bar{q}} &= -2N_f T \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[\ln \left(1 + 3\Phi e^{-(E_p - \mu)/T} + 3\bar{\Phi} e^{-2(E_p - \mu)/T} + e^{-3(E_p - \mu)/T} \right) \right. \\ &\quad \left. + \ln \left(1 + 3\bar{\Phi} e^{-(E_p + \mu)/T} + 3\Phi e^{-2(E_p + \mu)/T} + e^{-3(E_p + \mu)/T} \right) \right]\end{aligned}$$

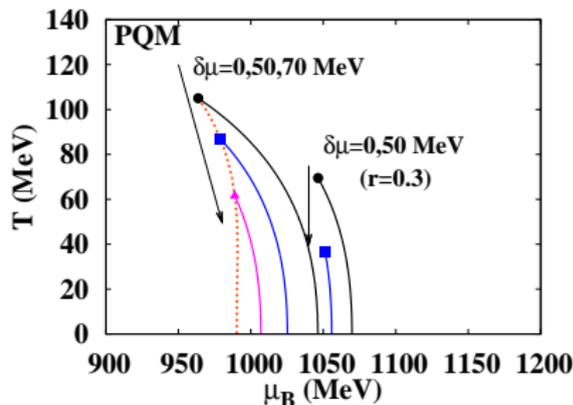
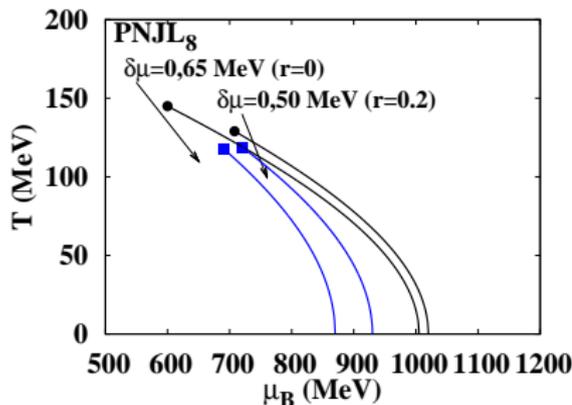
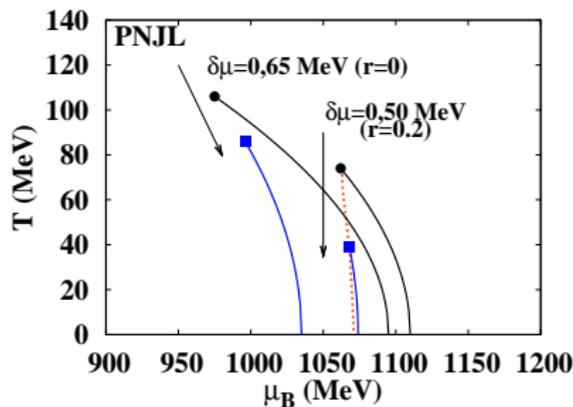
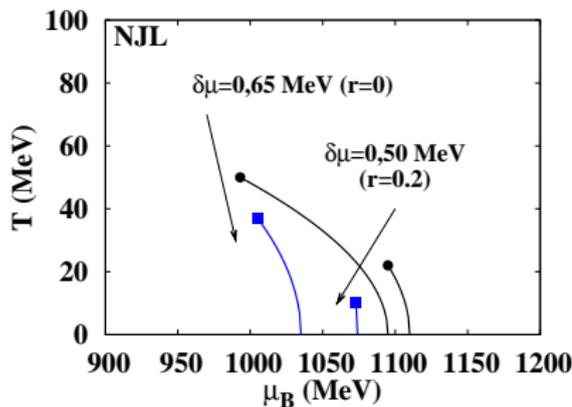
$$U(\sigma) = \frac{\lambda}{4} (\sigma^2 - v^2)^2 - c\sigma, \quad E_p = \sqrt{p^2 + g_\sigma^2 \sigma^2}$$

$$U_{vac}(\sigma) = -2N_f N_c \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E_p \Theta(\Lambda^2 - p^2)$$

$$\frac{\mathcal{U}(\Phi, \bar{\Phi})}{T^4} = -\frac{a(T)}{2} (\Phi \bar{\Phi}) + b(T) \log[1 - 6\Phi \bar{\Phi} + 4(\Phi^3 + \bar{\Phi}^3) - 3(\Phi \bar{\Phi})^2]$$

NJL・PNJL model との比較

A. Ohnishi, HU, T. Z. Nakano and M. Ruggieri, K. Sumiyoshi, arXiv:1102.3753 [nucl-th].



- 全ての模型で、 $\delta\mu$ が増加すると QCD 臨界点は低温へ

中性子星のコアでの QCD 相転移・様々な EoS との比較

A. Ohnishi, D. Jido, T. Sekihara and K. Tsubakihara, *Phys. Rev. C* 80 (2009) 038202

