

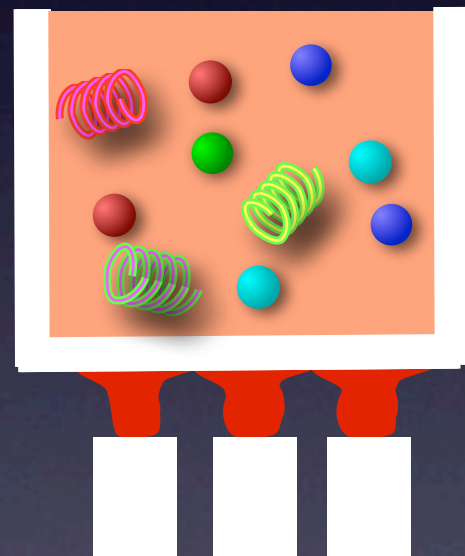
# Quarkyonic matter

日高義将

理研仁科センター 橋本数理物理学研究室

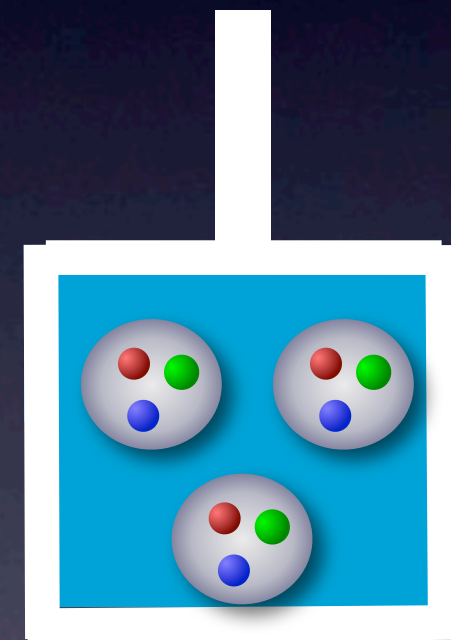
# 極限状態でのQCD

高温



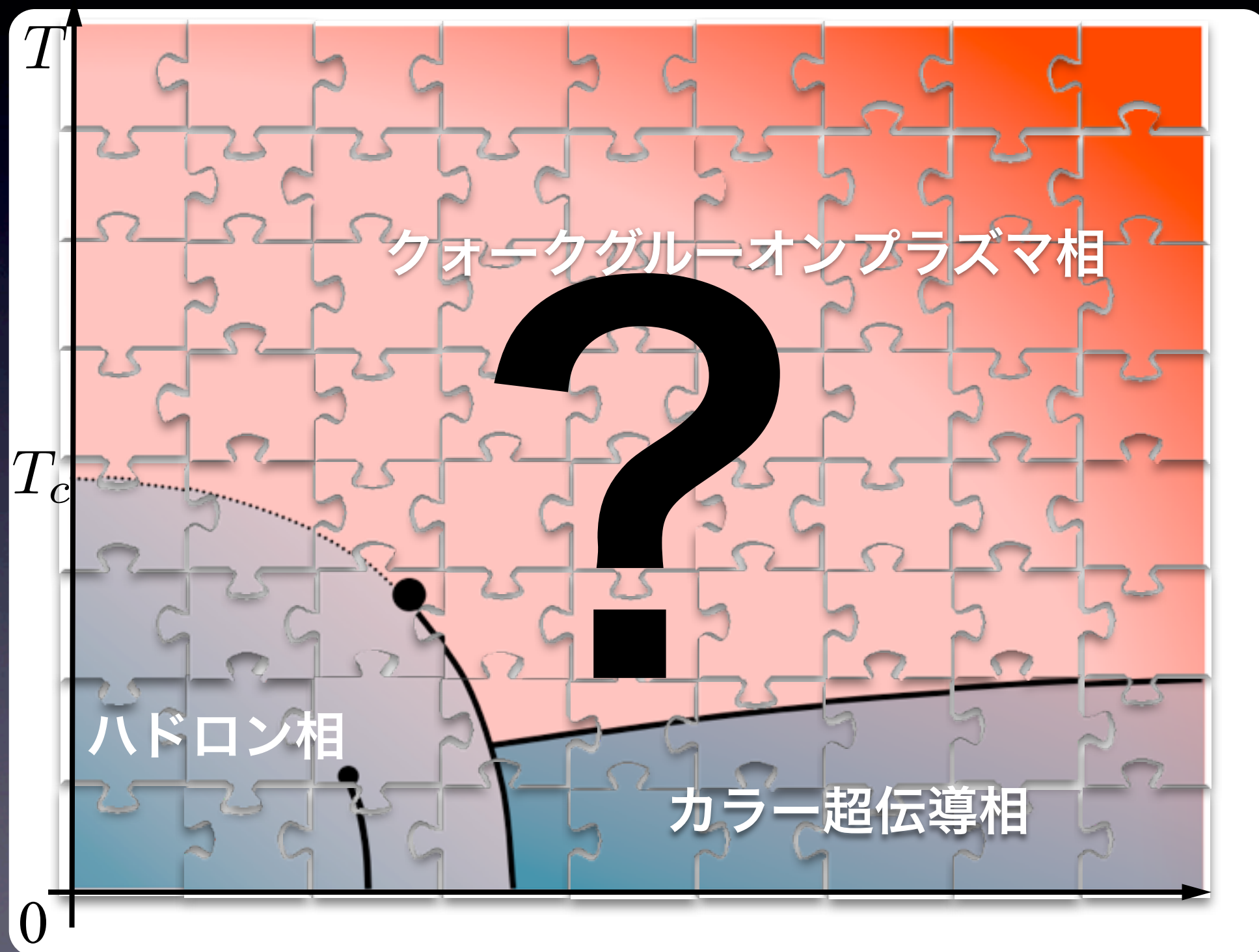
クォークグルーオンプラズマ

高密度



クォーク物質

# QCD 相図



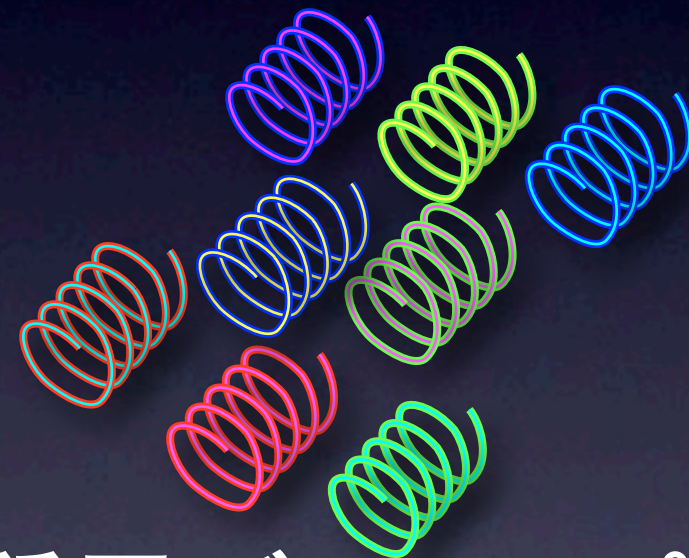
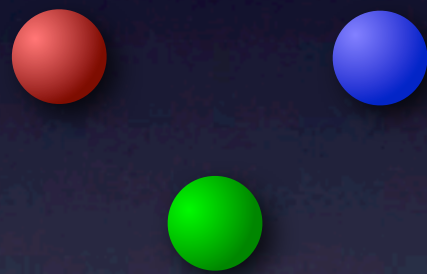


# Quantum ChromoDynamics

SU(3) ゲージ理論

クォーク

グルーオン



小さい質量, スピン  $1/2$

質量ゼロ, スピン  $1$

表現:  $3$  (R,G,B)

$8$

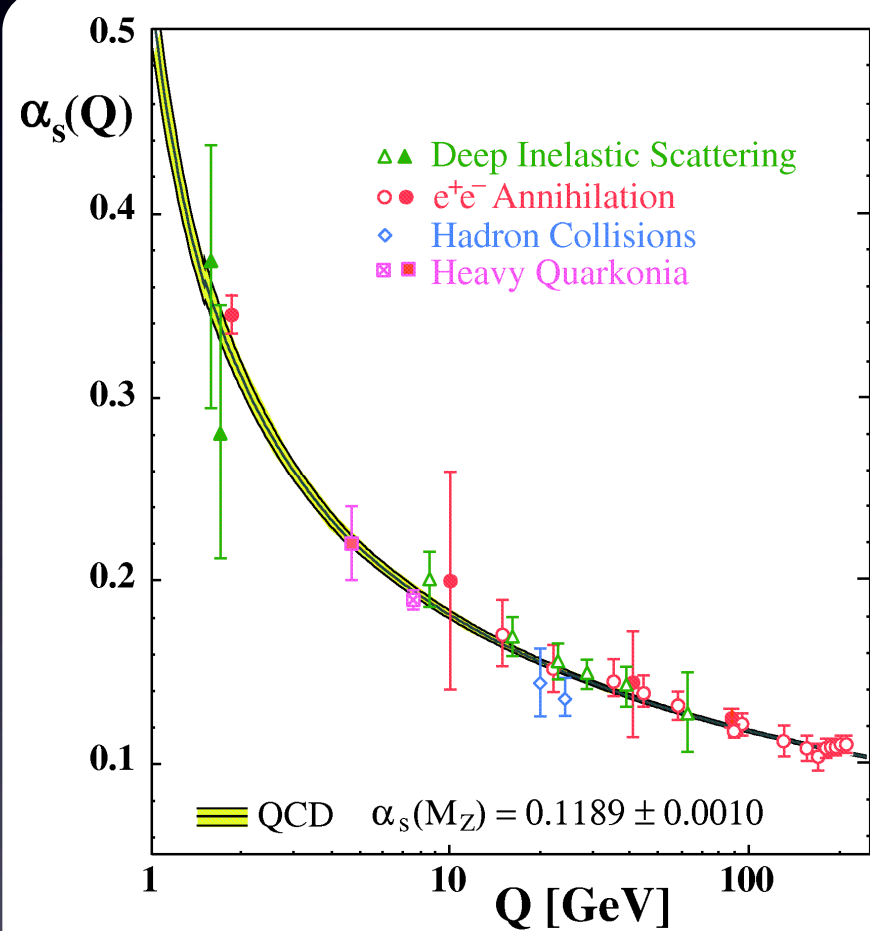


# Quantum ChromoDynamics

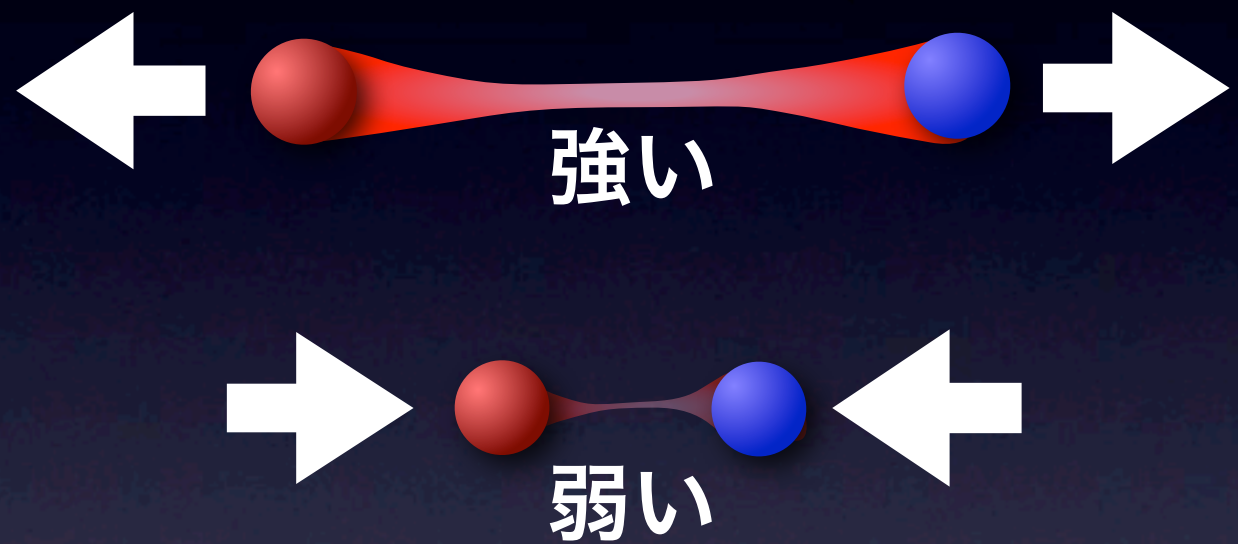
- 漸近的自由性
- 閉じ込め
- カイラル対称性の自発的破れ

# 漸近的自由性

D. Gross, H. Politzer, F. Wilczek (1973)



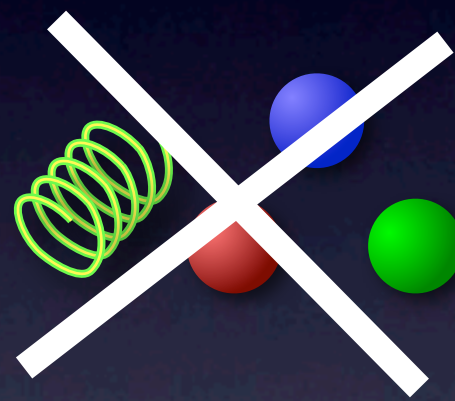
Bethke, Prog. Part. Nucl. Phys. 58:35(2007)



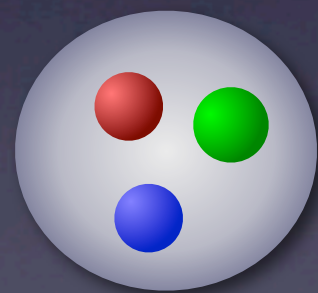
高エネルギースケールで  
結合定数が弱くなる。

# Quantum ChromoDynamics

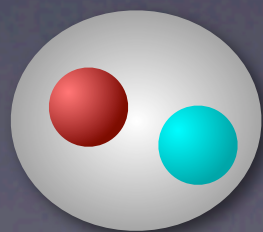
## 閉じ込め



クォーク, グルーオンは  
低エネルギーでの自由度ではない



バリオン (陽子, 中性子, ...)

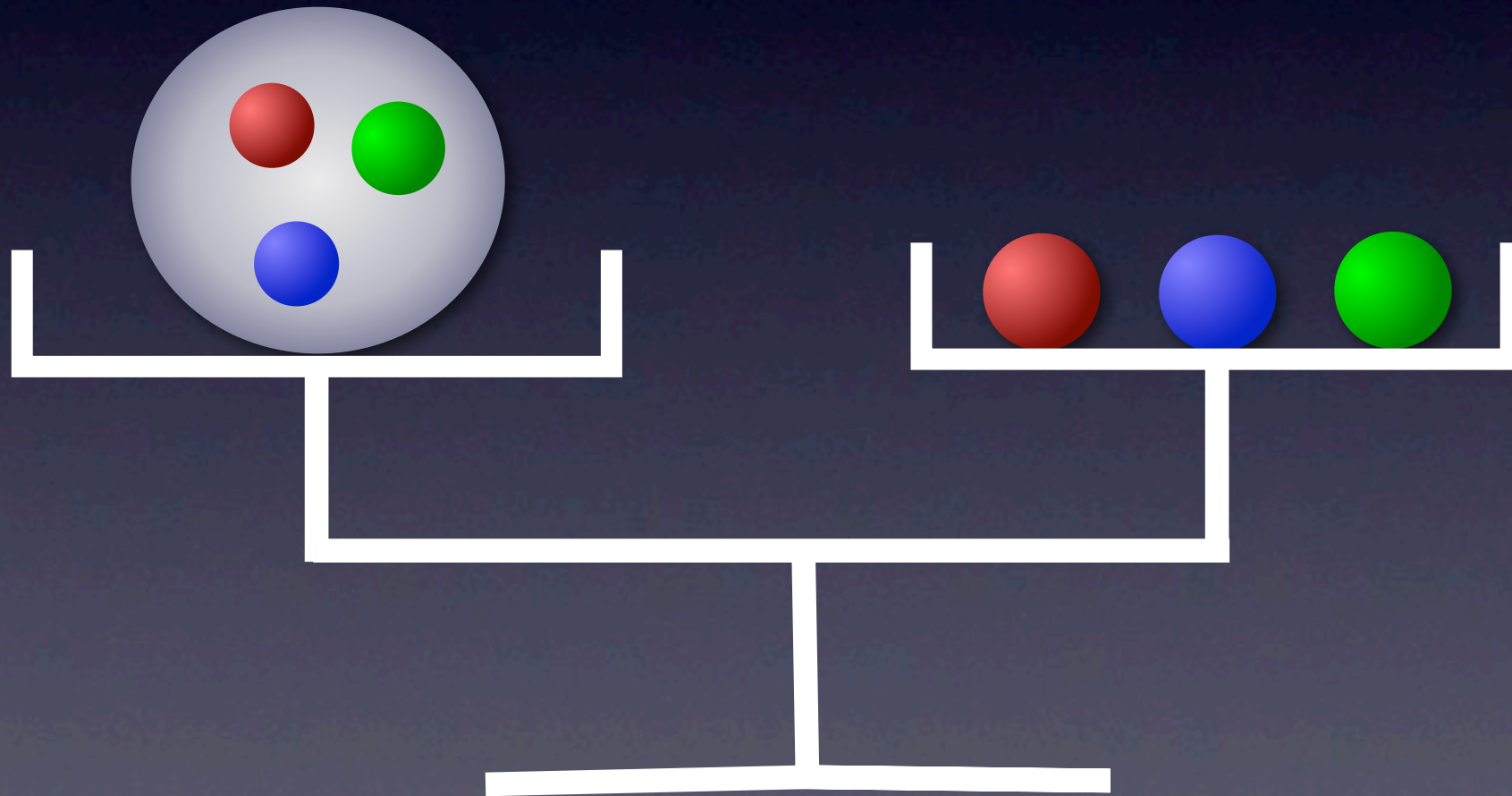


メソン (パイオン, ...)

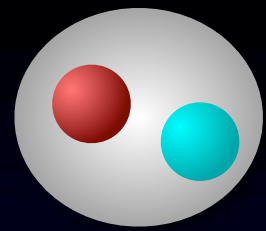


# カイラル対称性

= 質量ゼロのDirac粒子の持つ対称性



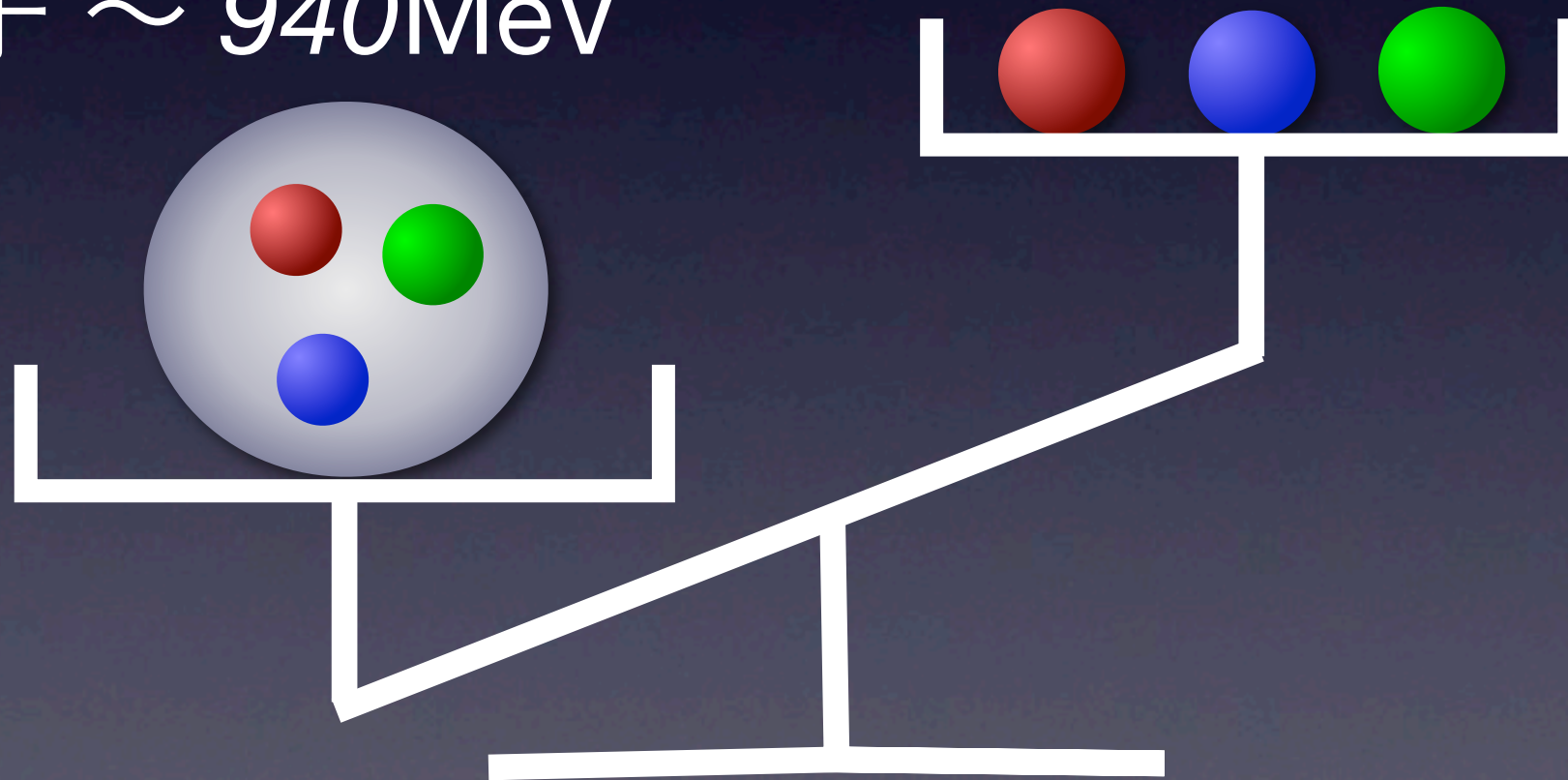
# カイラル対称性の自発的破れ



パイオン: Nambu-Goldstoneボソン $\sim 140$  MeV

クォーク $\sim 1-7$ MeV

核子 $\sim 940$ MeV

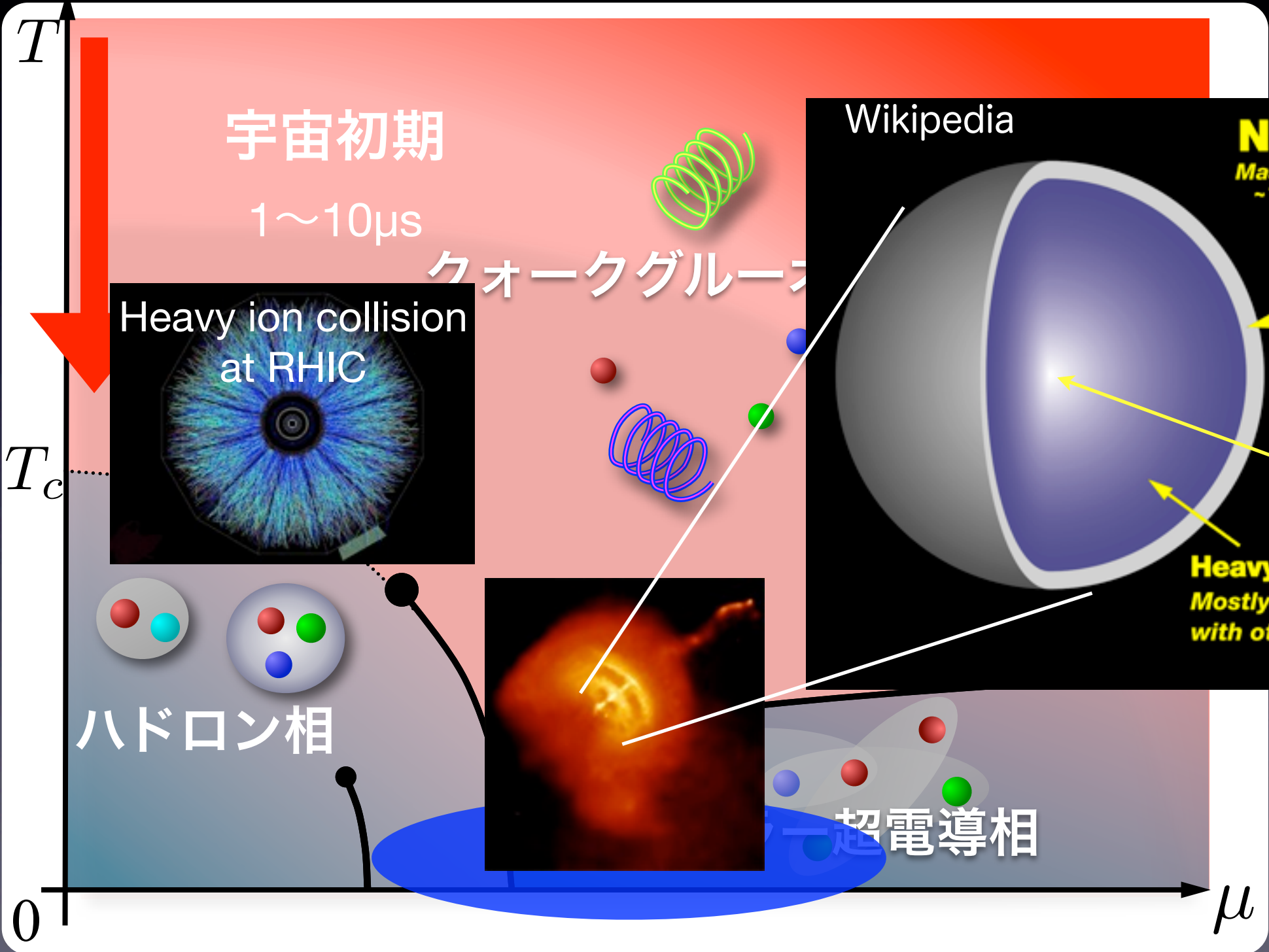


Y. Nambu, spontaneous symmetry breaking

# QCD 相图



# QCD 相図

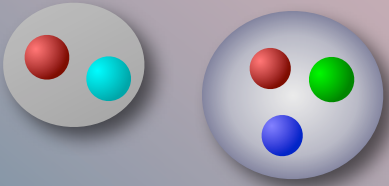
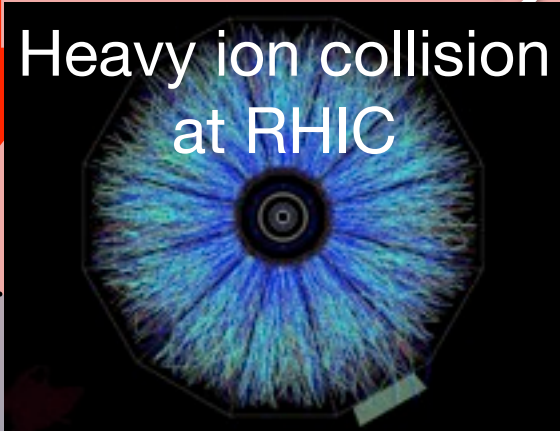


宇宙初期

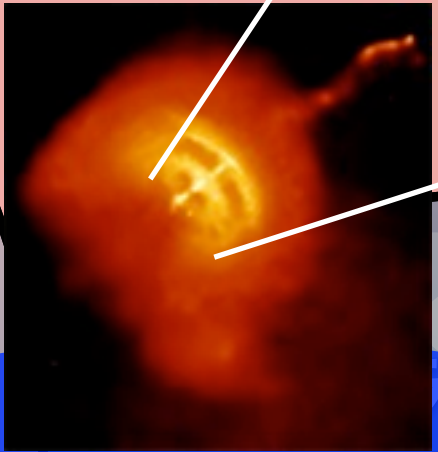
1~10 $\mu\text{s}$

クォークグルーオン相

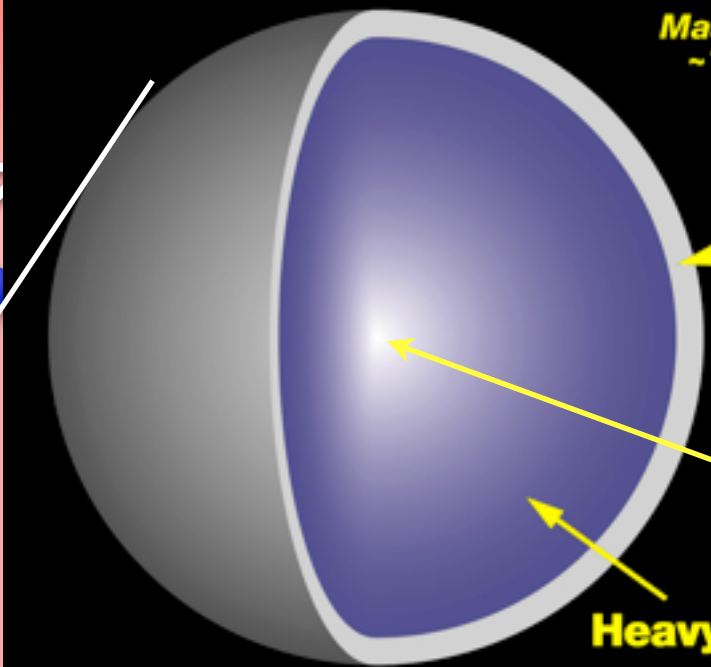
Heavy ion collision at RHIC



ハドロン相



Wikipedia



**Neutron Star**

Mass ~ 1.5 times the Sun  
~12 miles in diameter

**Solid crust**  
~1 mile thick

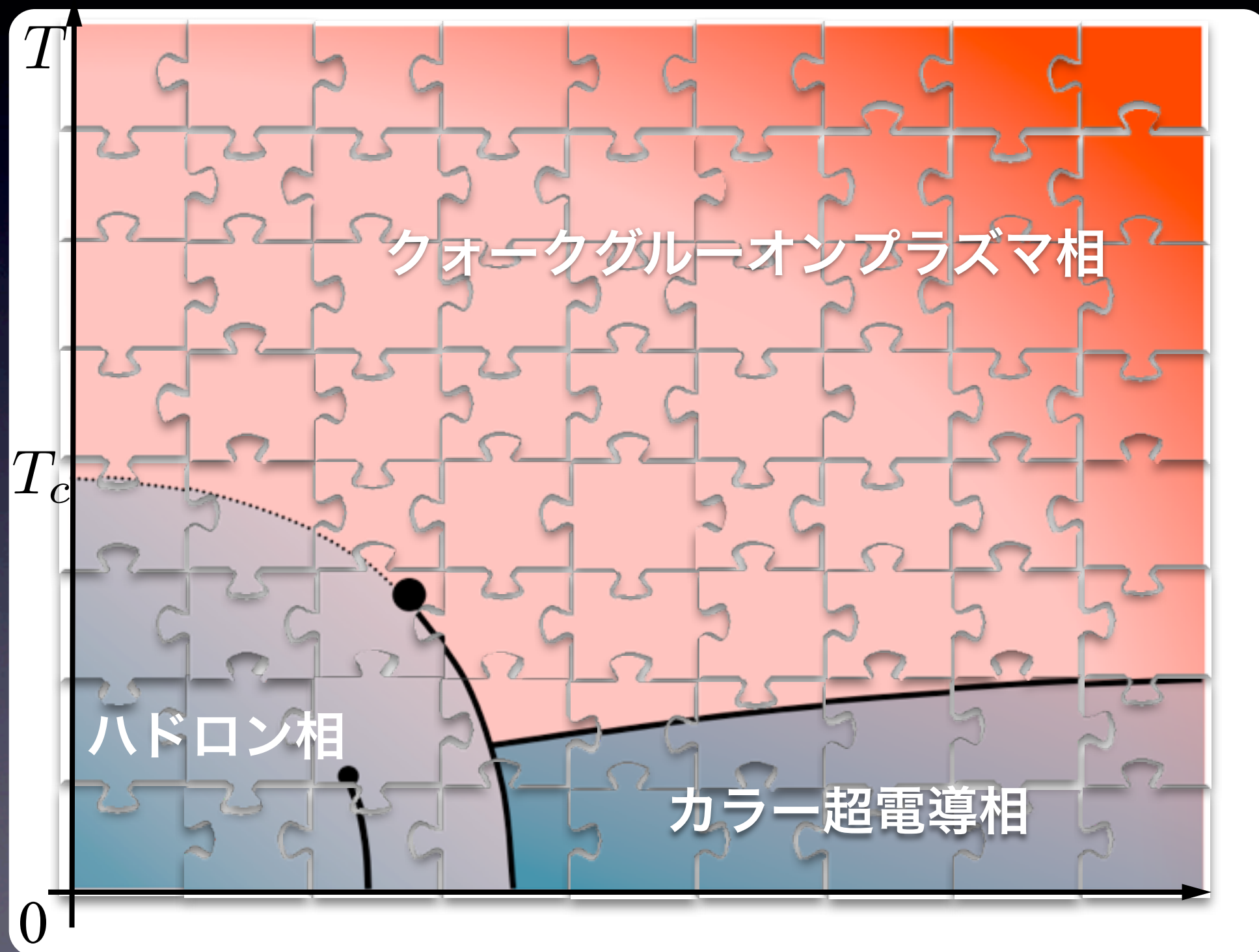
quark matter?

**Heavy liquid interior**  
Mostly neutrons,  
with other particles

超電導相

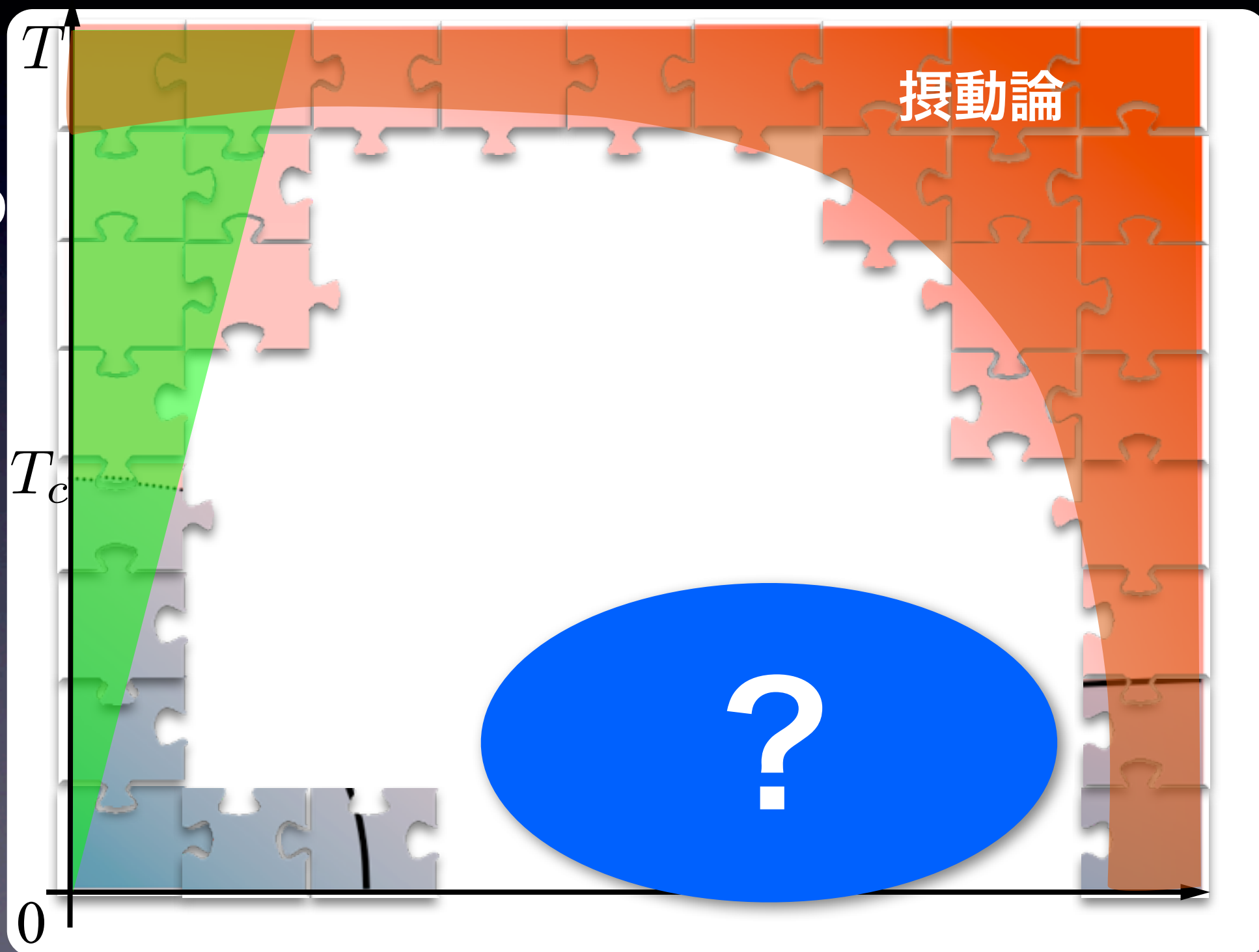
中性子星内部

# QCD 相図



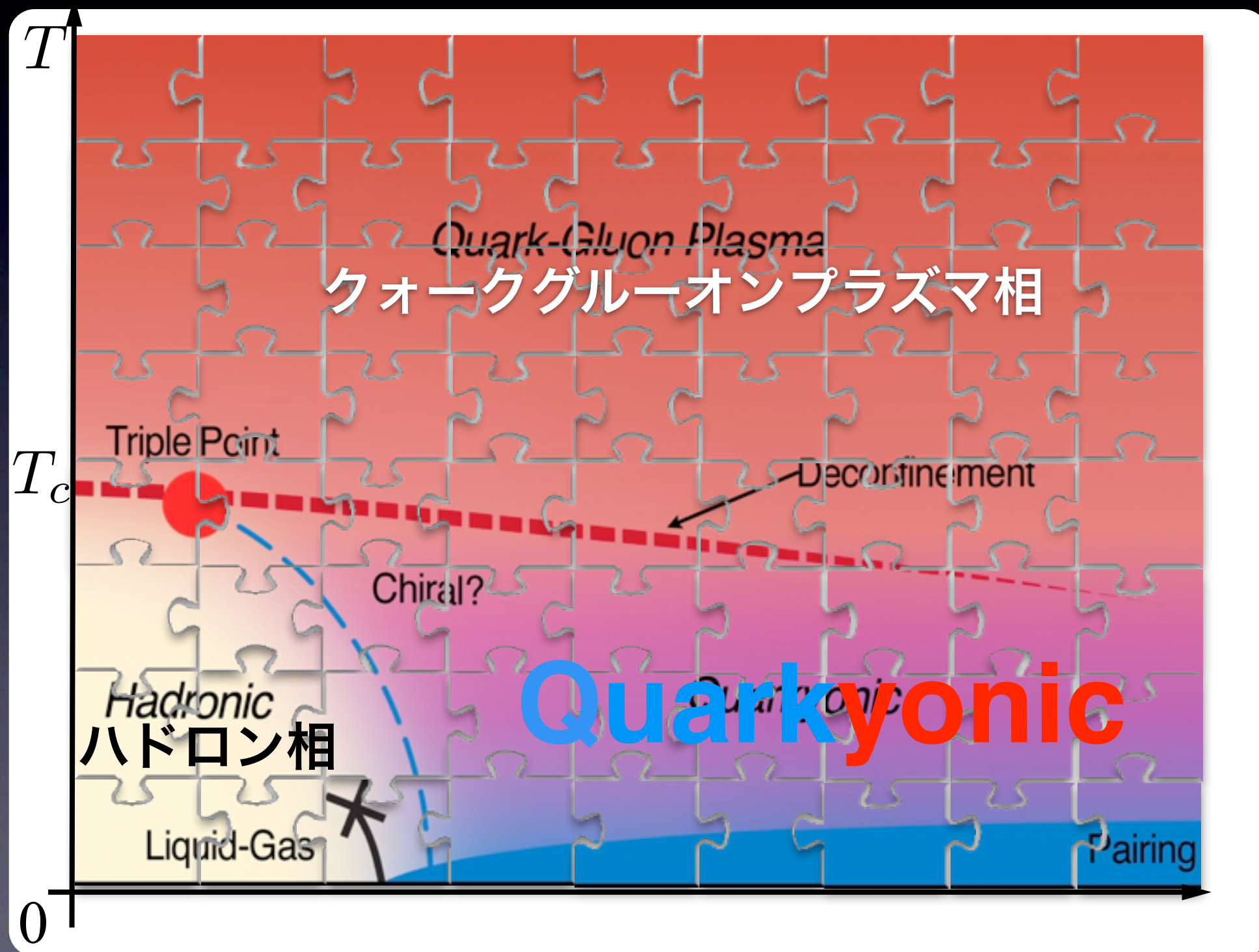
# QCD 相図

格子QCD





# QCD 相図

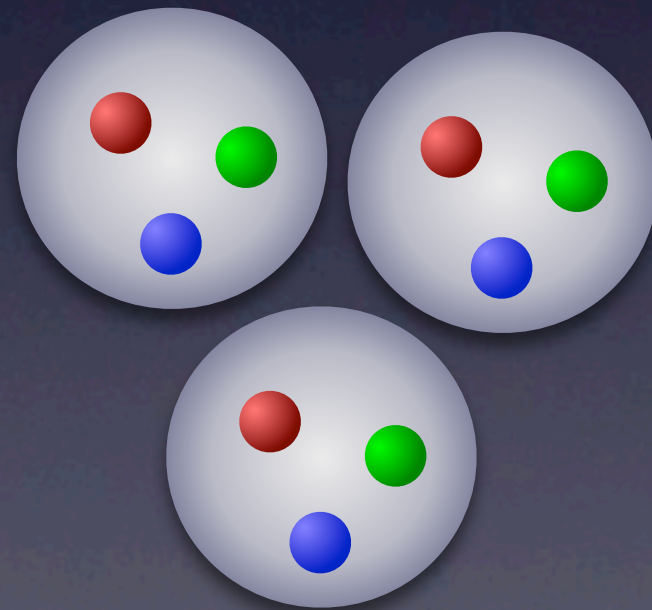


Quarkyonicって何？

# Quarkyonic

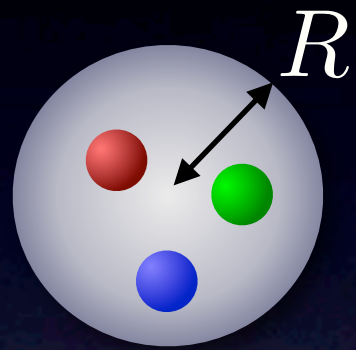
McLerran and Pisarski (2007)

Quark + Baryonic





# 高密度QCDのスケール



$R \sim 1/\Lambda_{\text{QCD}}$  : QCDの持つスケール

$\mu$  : 化学ポテンシャル

$m_D$  : クォークによる遮蔽スケール

## Quarkyonic 極限

高密度:  $\Lambda_{\text{QCD}}/\mu \rightarrow 0$

閉じ込め:  $m_D/\Lambda_{\text{QCD}} \rightarrow 0$

# Quarkyonic 極限

高密度:  $\Lambda_{\text{QCD}}/\mu \rightarrow 0$

閉じ込め:  $m_D/\Lambda_{\text{QCD}} \rightarrow 0$

原子核物質

= 低密度閉じ込め物質

Quarkyonic 物質

= 高密度閉じ込め物質

クォーク物質

= 高密度非閉じ込め物質

# Quarkyonic 極限

高密度:  $\Lambda_{\text{QCD}}/\mu \rightarrow 0$

閉じ込め:  $m_D/\Lambda_{\text{QCD}} \rightarrow 0$

→ Quarkyonic物質

$$m_D \ll \Lambda_{\text{QCD}} \ll \mu$$

この極限は可能か？

Yes, if  $N_c \rightarrow \infty$



# Outline

- 導入
- 簡単なレビュー: large- $N_c$  QCD
- QCD 相図 at large- $N_c$ 
  - Quarkyonic相
  - カイラル対称性について
- まとめ

# Large- $N_c$ QCD

't Hooft (1974)

# Large- $N_c$ QCD

QCD

't Hooft (1974)

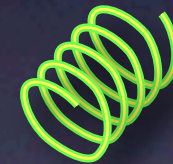
SU(3)ゲージ理論, 結合定数:  $\frac{g}{\sqrt{N_c}}$

拡張: SU(3)  $\rightarrow$  SU( $N_c$ )

場

クォーク

グルーオン



カラー

基本表現

随伴表現

$\mathcal{B}_c$

$N_c^2 - 1$

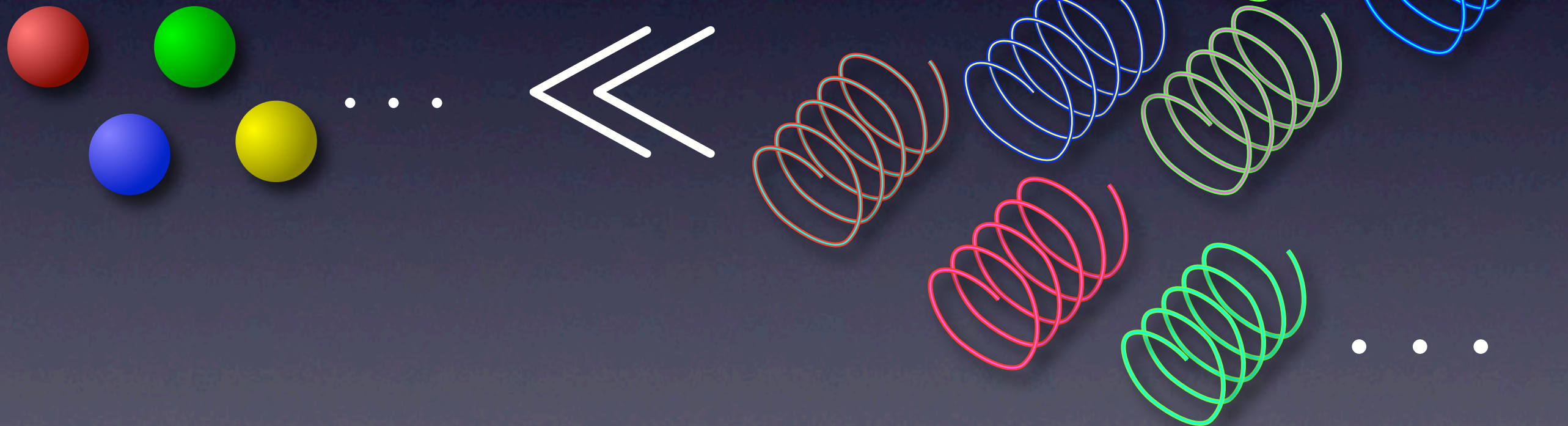


# Large- $N_c$ QCD

$$N_c \gg N_f$$


クォーク  $\sim N_c$

グルーオン  $\sim N_c^2$



# Large- $N_c$ QCD

クォークループ



A Feynman diagram showing a quark loop. It consists of a circle with two external lines, each represented by a double line. To the right of the diagram is the mathematical expression for its scaling with the number of colors,  $N_c$ .

$$\sim \left( \frac{1}{\sqrt{N_c}} \right)^2 \sim N_c^{-1}$$

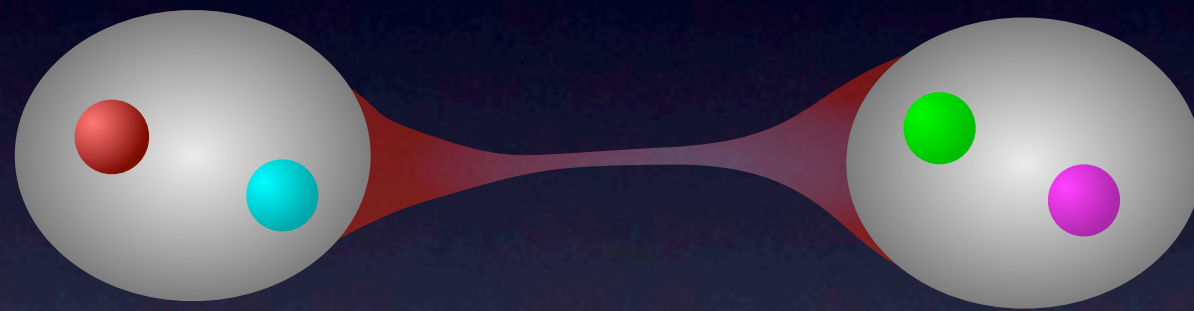
内線のクォークは高次の寄与.



# Large- $N_c$ QCD

メソン

クォーク-反クォークペア



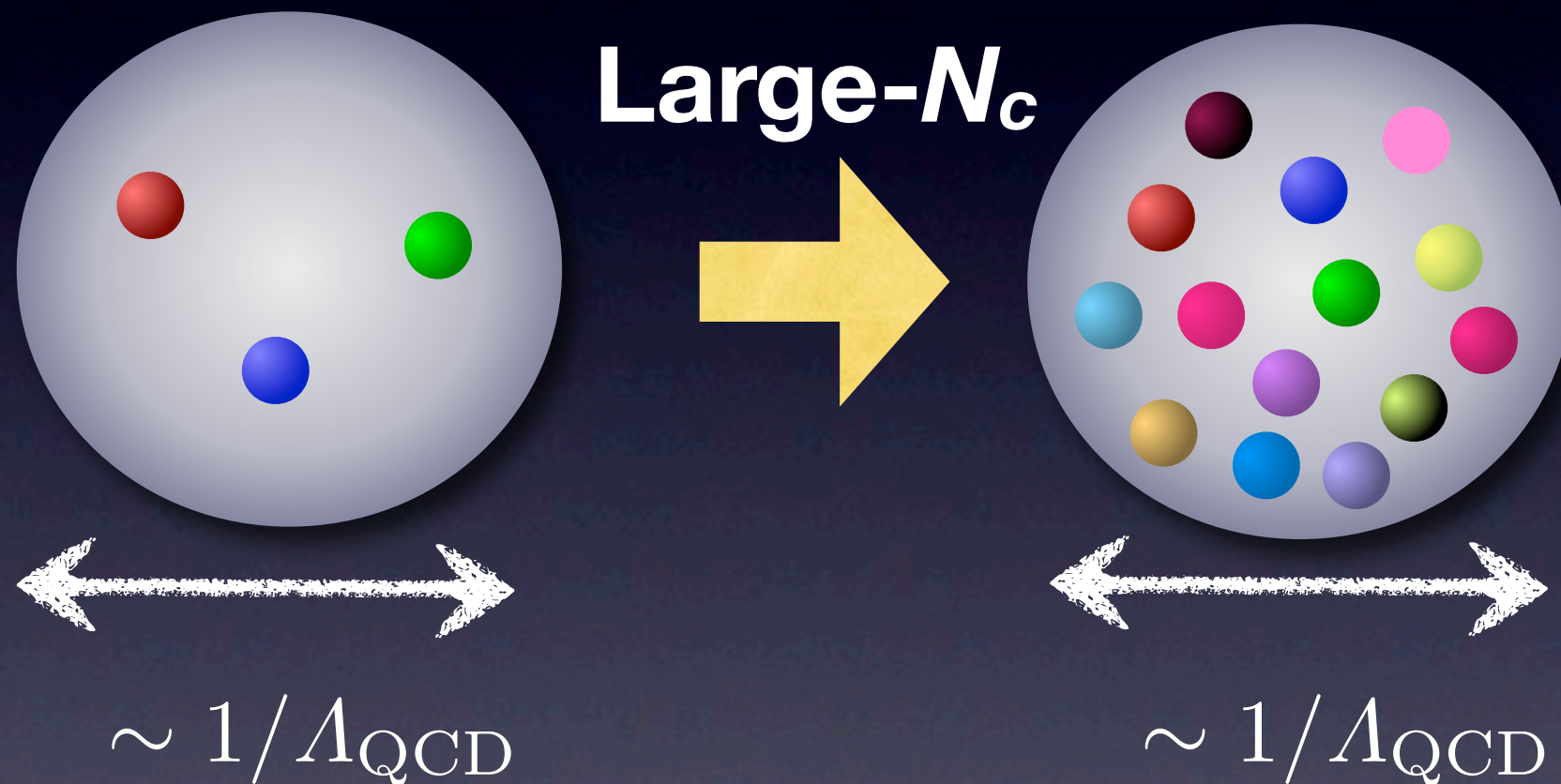
相互作用: 弱い  $\sim \frac{1}{N_c}$

状態の数=無限大



# Large- $N_c$ QCD

バリオン Witten(1979)

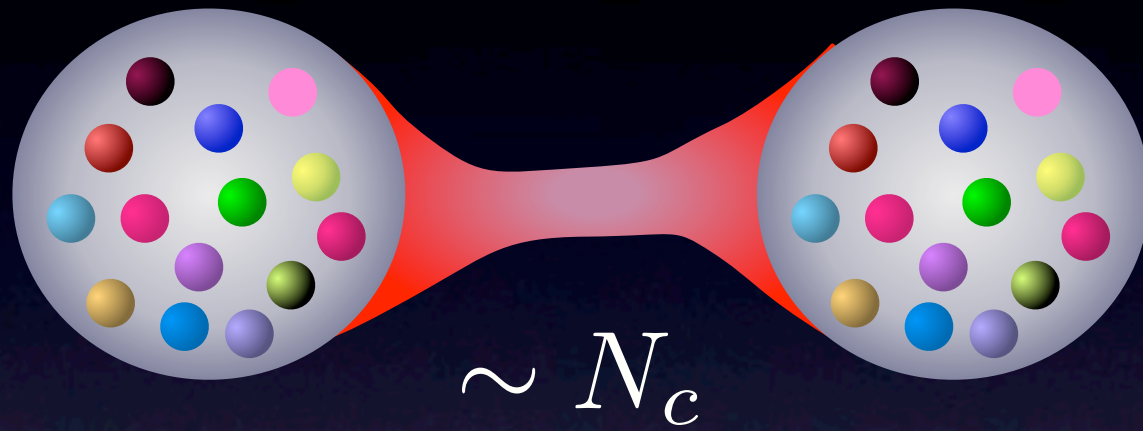


クォークは平均場中を運動

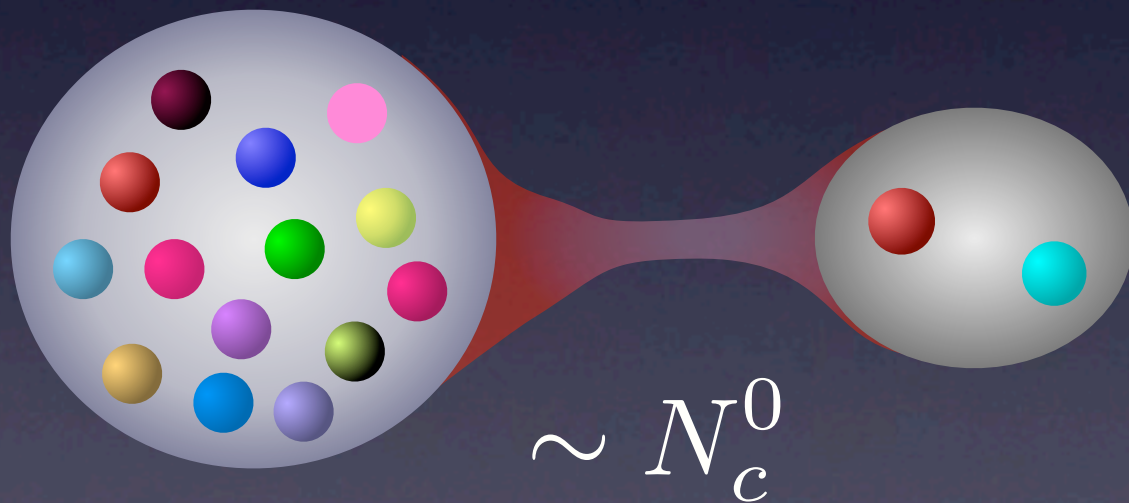
$$M_N \sim N_c \Lambda_{\text{QCD}}$$

# Large- $N_c$ QCD

## 相互作用



$$\left(\frac{1}{\sqrt{N_c}}\right)^2 \times N_c^2 \sim N_c$$



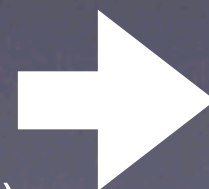
$$\left(\frac{1}{\sqrt{N_c}}\right)^2 \times N_c \sim N_c^0$$

相互作用が強すぎ?

**Dichotomous Nucleon?**

**diquarks + an isolate quark**

YH, Kojo, McLerran and Pisarski (2010)



長距離

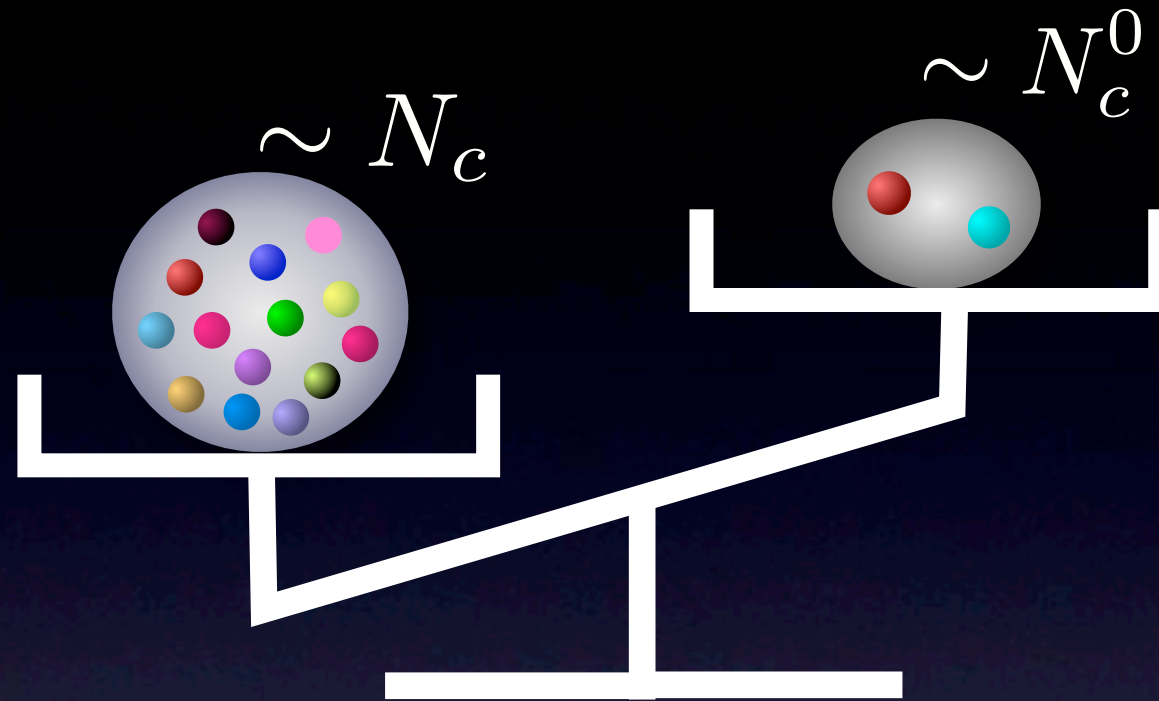
NN相互作用

$$\sim \frac{1}{N_c}$$

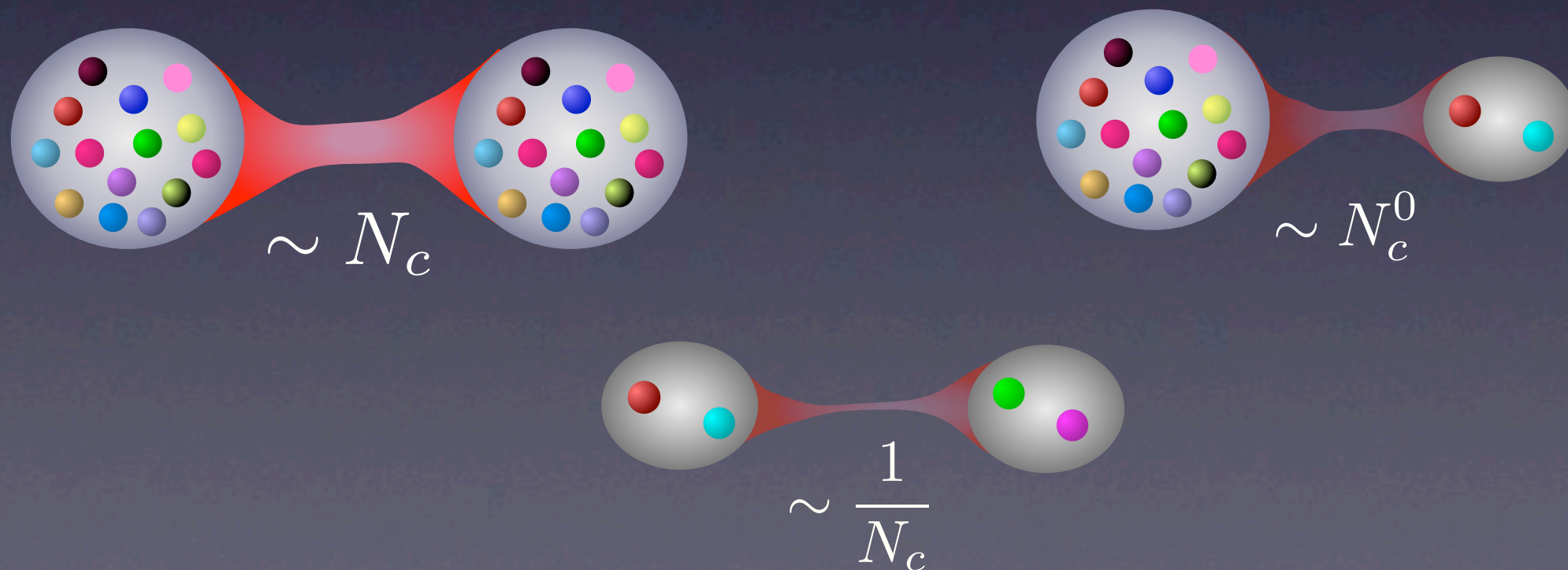


# まとめ: Large- $N_c$

質量



相互作用

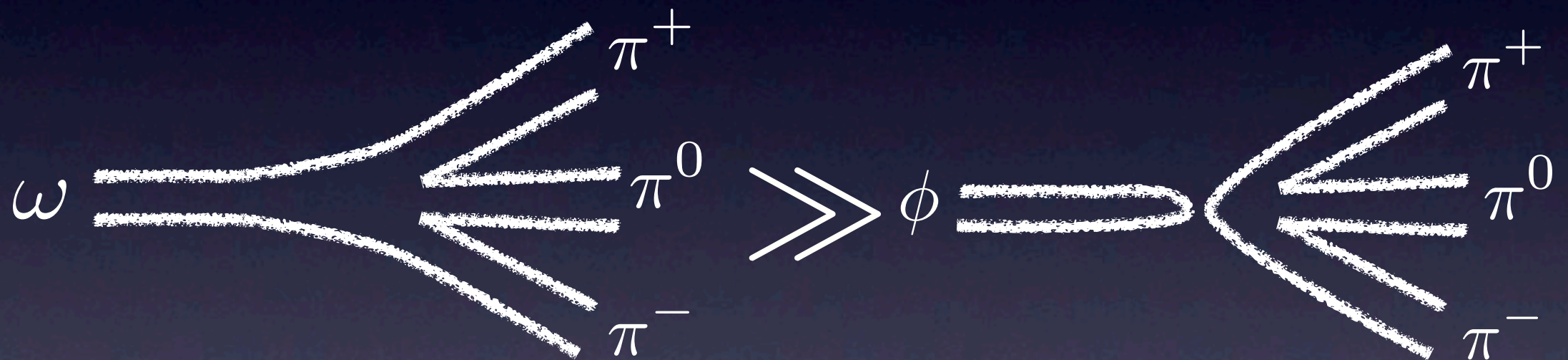




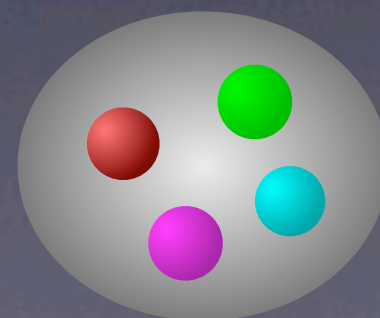
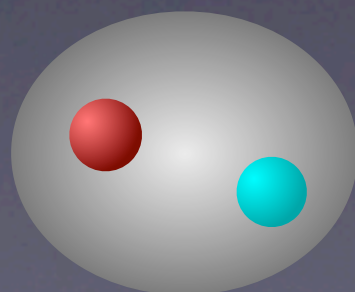
# Large- $N_c$ は良い近似か？

例えば,

Okubo-Zweig-Iizuka rule



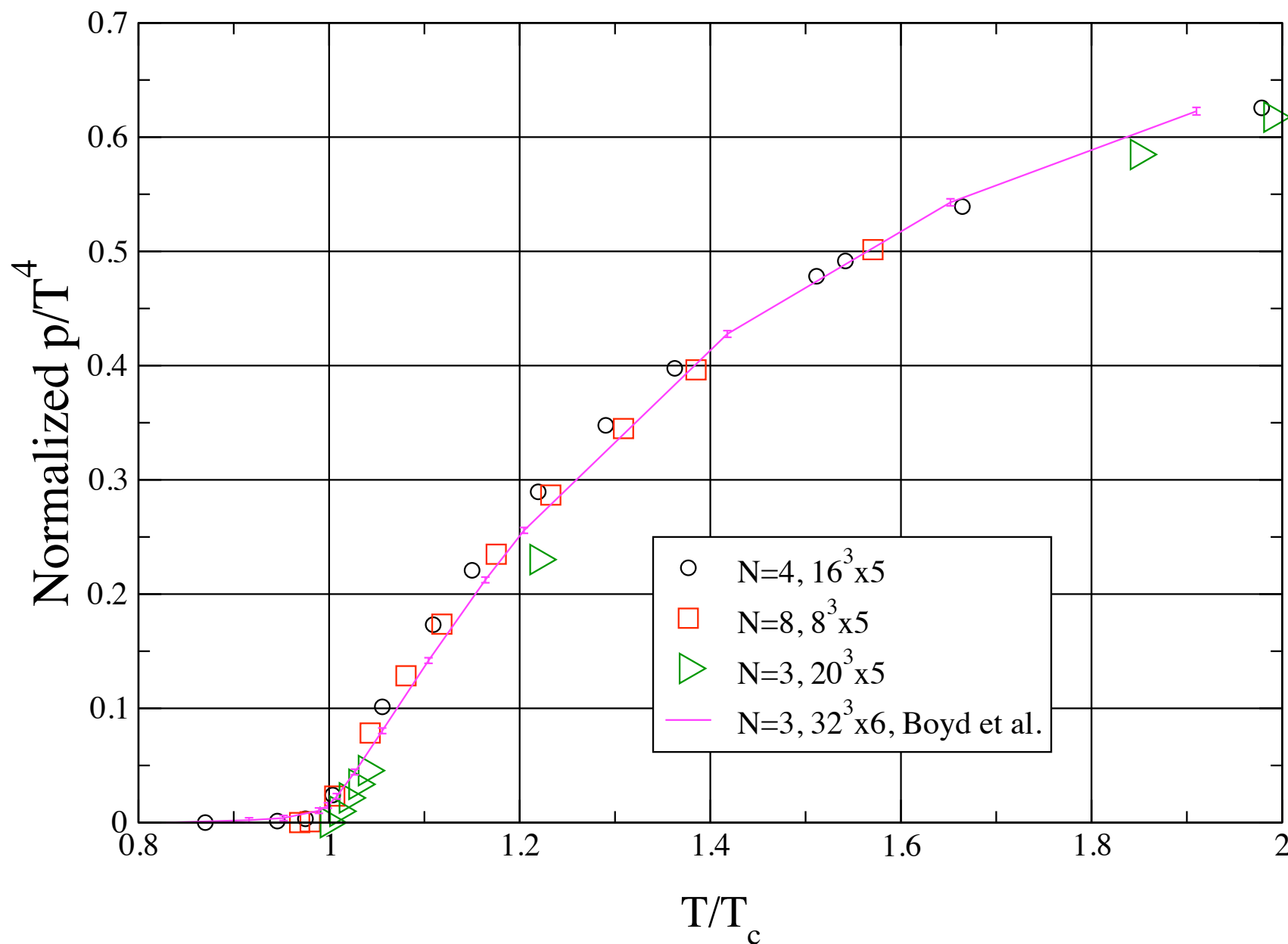
エキゾチックハドロンがほとんどない



# Lattice QCD

Bringoltz and Teper: PLB628,113(2005), PRD73,014517(2006)

Pure Yang-Mills  $N_c = 3, 4, 8$



# Large- $N_c$ の相図



# Quarkyonic領域

$$m_D \ll \Lambda_{\text{QCD}} \ll \mu$$

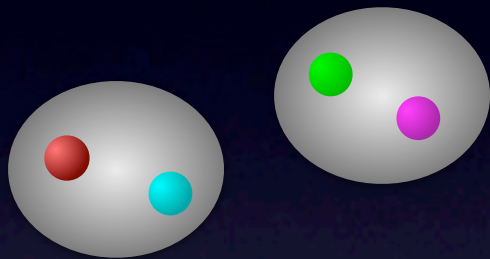
$$\text{Diagram} \sim \mu^2 \left( \frac{1}{\sqrt{N_c}} \right)^2 \sim \mu^2 N_c^{-1} \sim m_D^2$$

→  $\Lambda_{\text{QCD}} \ll \mu \ll \Lambda_{\text{QCD}} \sqrt{N_c}$

# 自由度

$$N_c \gg N_f$$

メソン



$$\sim N_c^0$$

グルーオン



$$\sim N_c^2$$

グルーボール



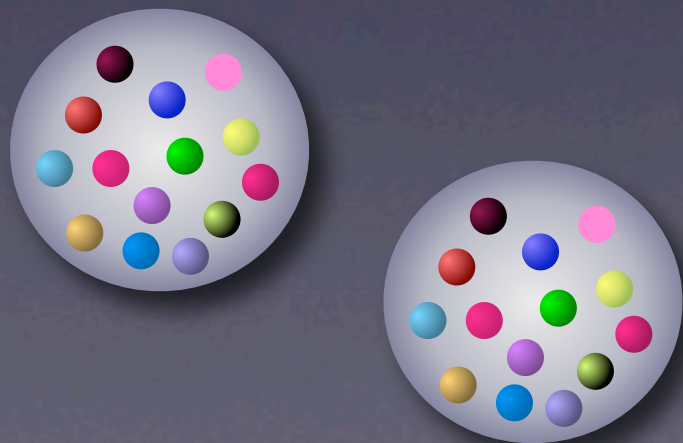
$$\sim N_c^0$$

クォーク



$$\sim N_c$$

バリオン



$$\sim N_c^0$$



# Quarkyonic相

ハドロン相



QGP相



Quarkyonic 相





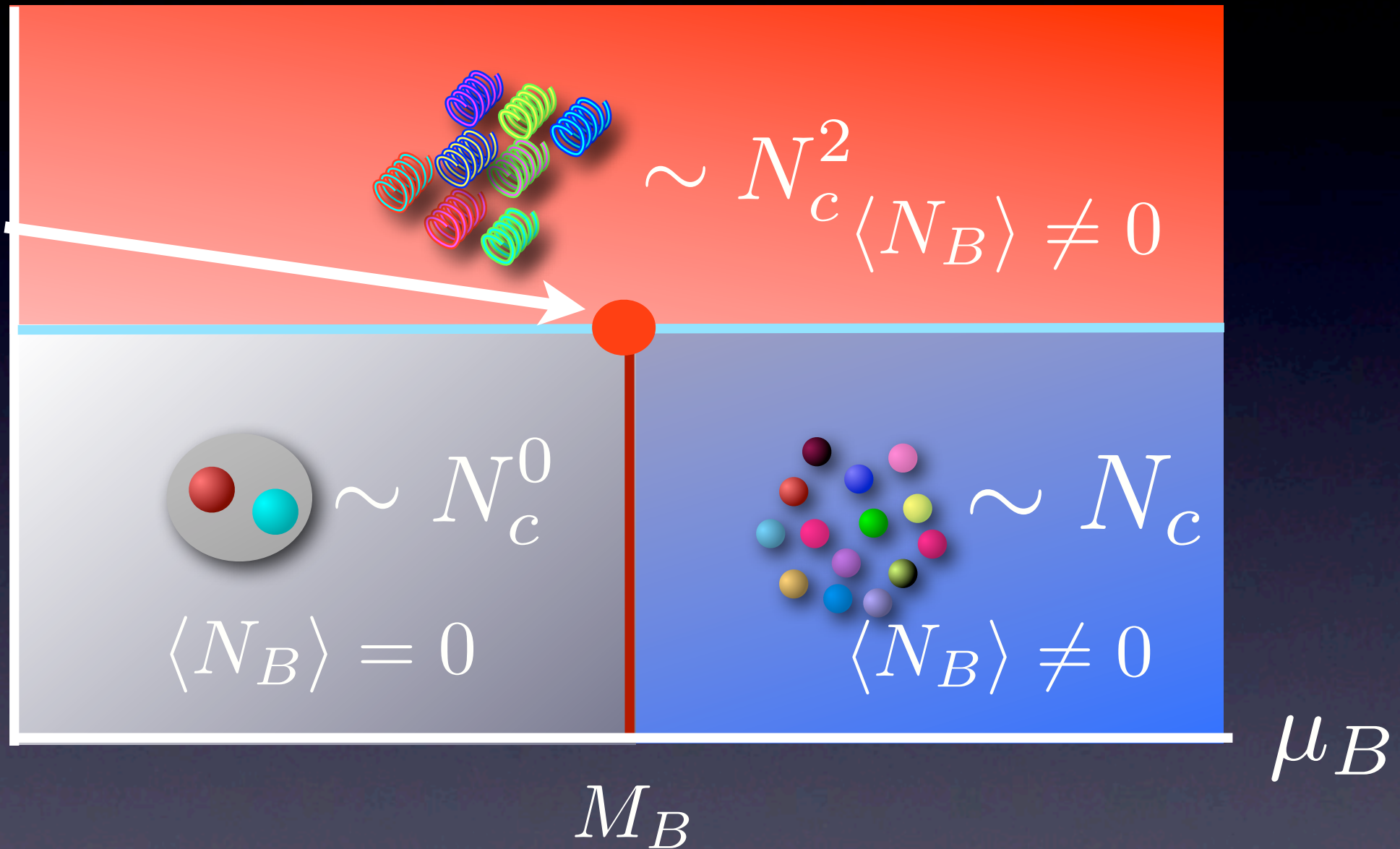
# Large- $N_c$ での相図

McLerran and Pisarski (2007)

$T$

3 重点

Andronic, Blaschke,  
Braun-Munzinger,  
Cleymans, Fukushima,  
McLerran, Oeschler,  
Pisarski, Redlich, Sasaki,  
Satz and Stachel ('09)

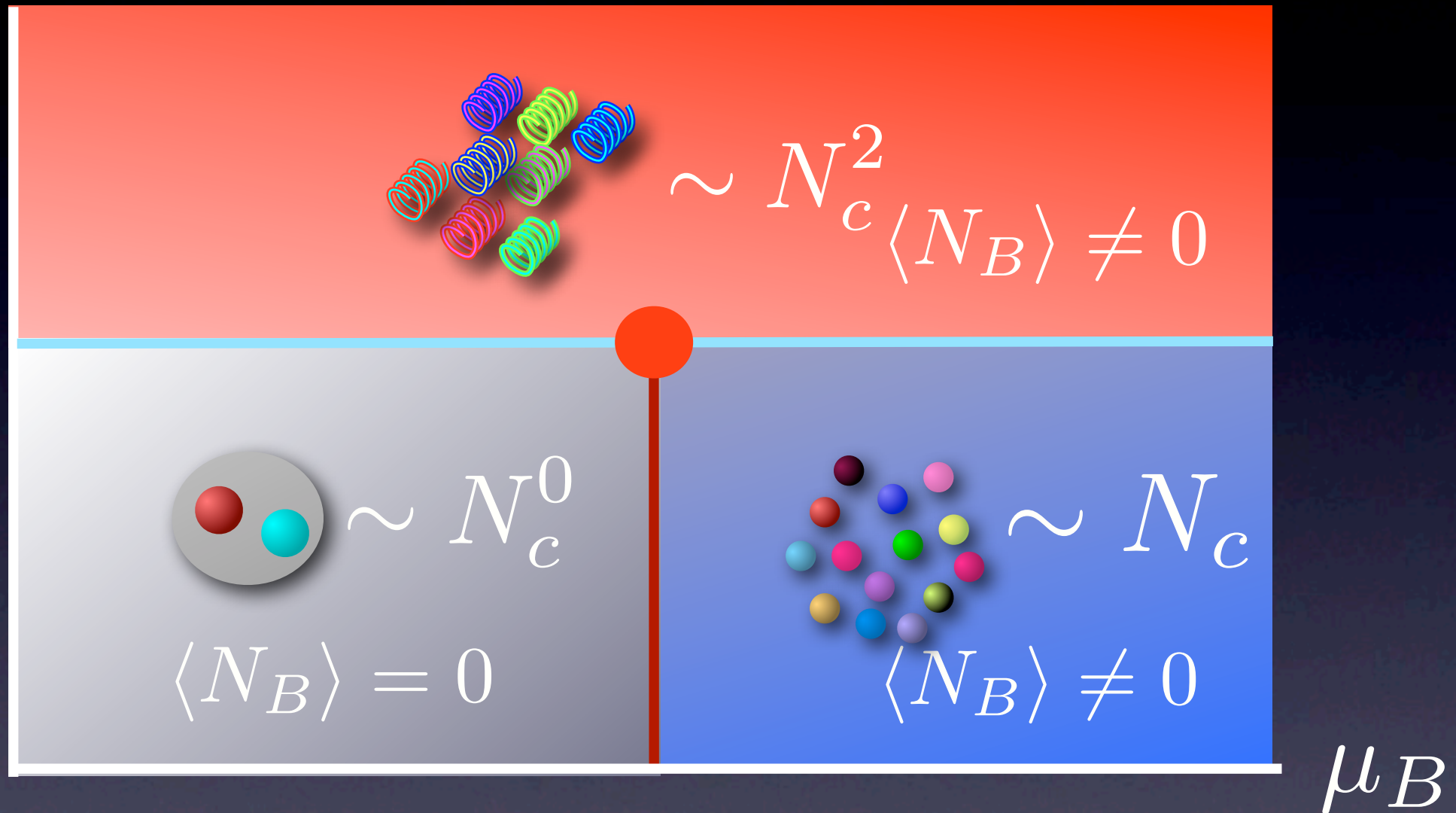


$$e^{(\mu_B - M_B)/T} = 0 \quad \text{if } \mu_B < M_B$$

# Large- $N_c$ での相図

McLerran and Pisarski (2007)

$T$



$$M_B \sim g^2 \mu^2 \sim \Lambda_{\text{QCD}}^2 \frac{1}{N_c} \frac{\mu^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}$$

$$\mu = \mu_B / N_c$$



# Large- $N_c$ での相図

McLerran and Pisarski (2007)

$T$

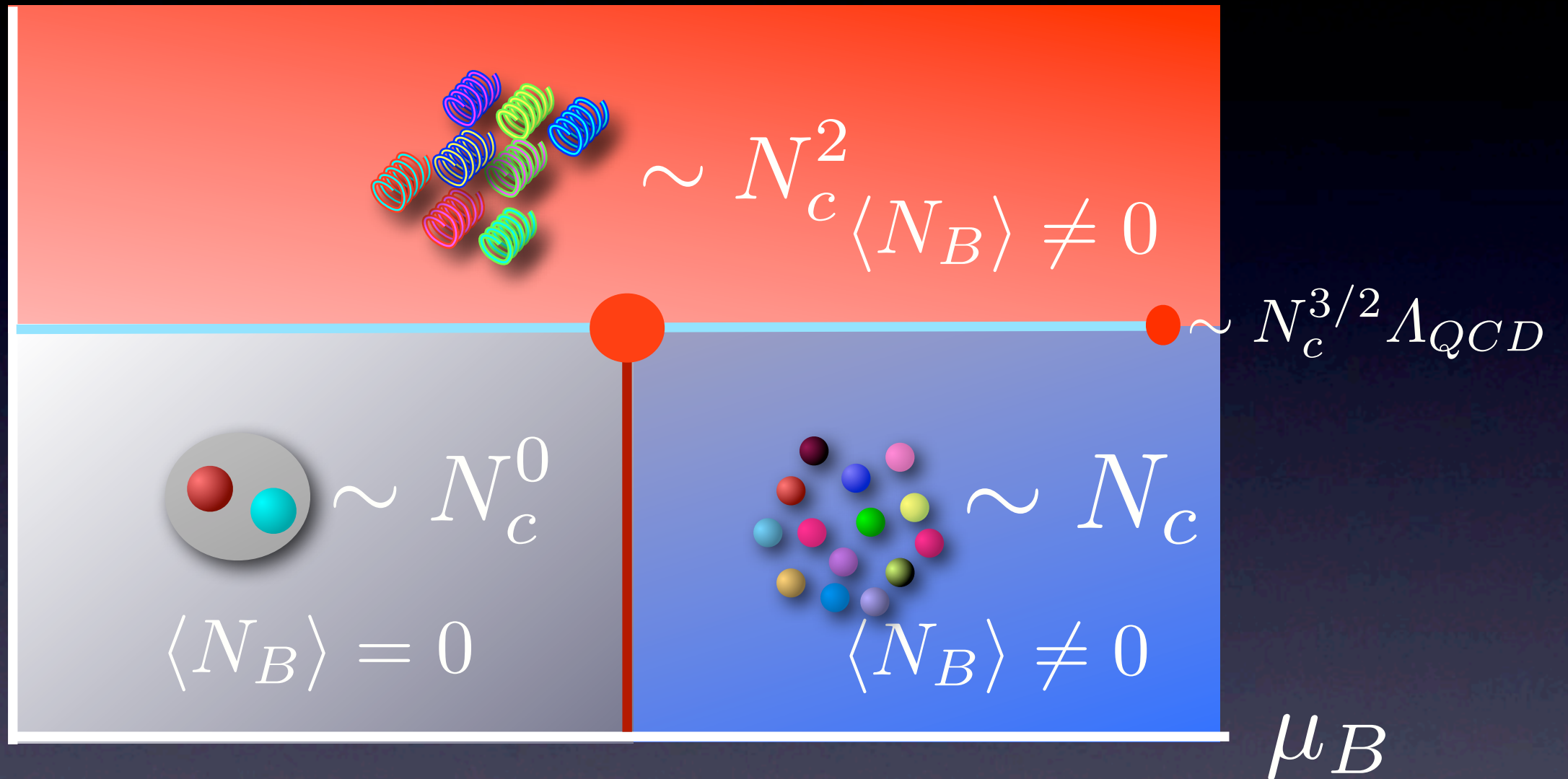


Diagram of a gluon loop with two external lines:

$$\sim g^2 \mu^2 \sim \Lambda_{QCD}^2 \frac{1}{N_c} \frac{\mu^2}{\Lambda_{QCD}^2}$$

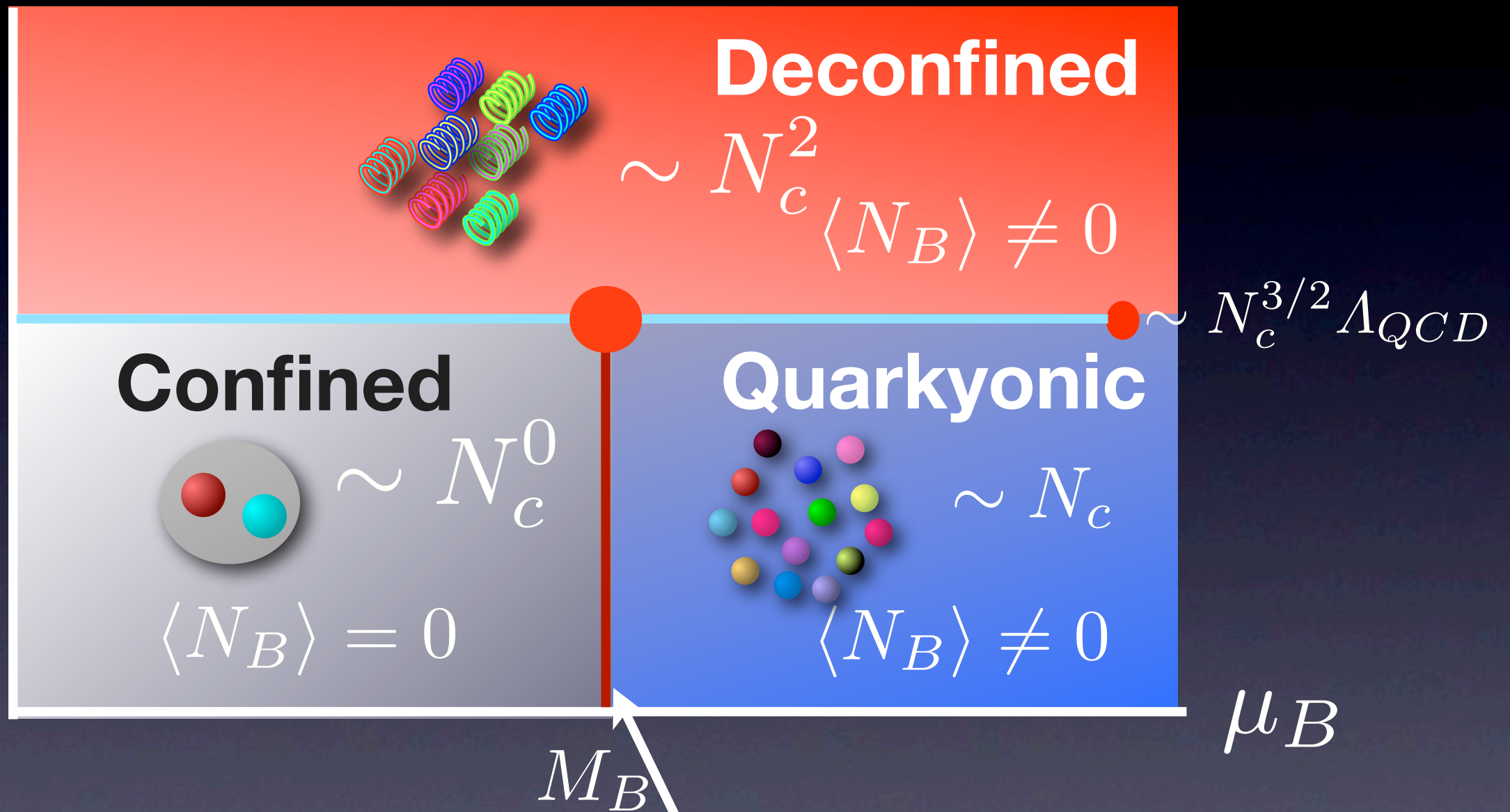
where  $\mu = \mu_B / N_c$ .



# Large- $N_c$ での相図

McLerran and Pisarski (2007)

$T$



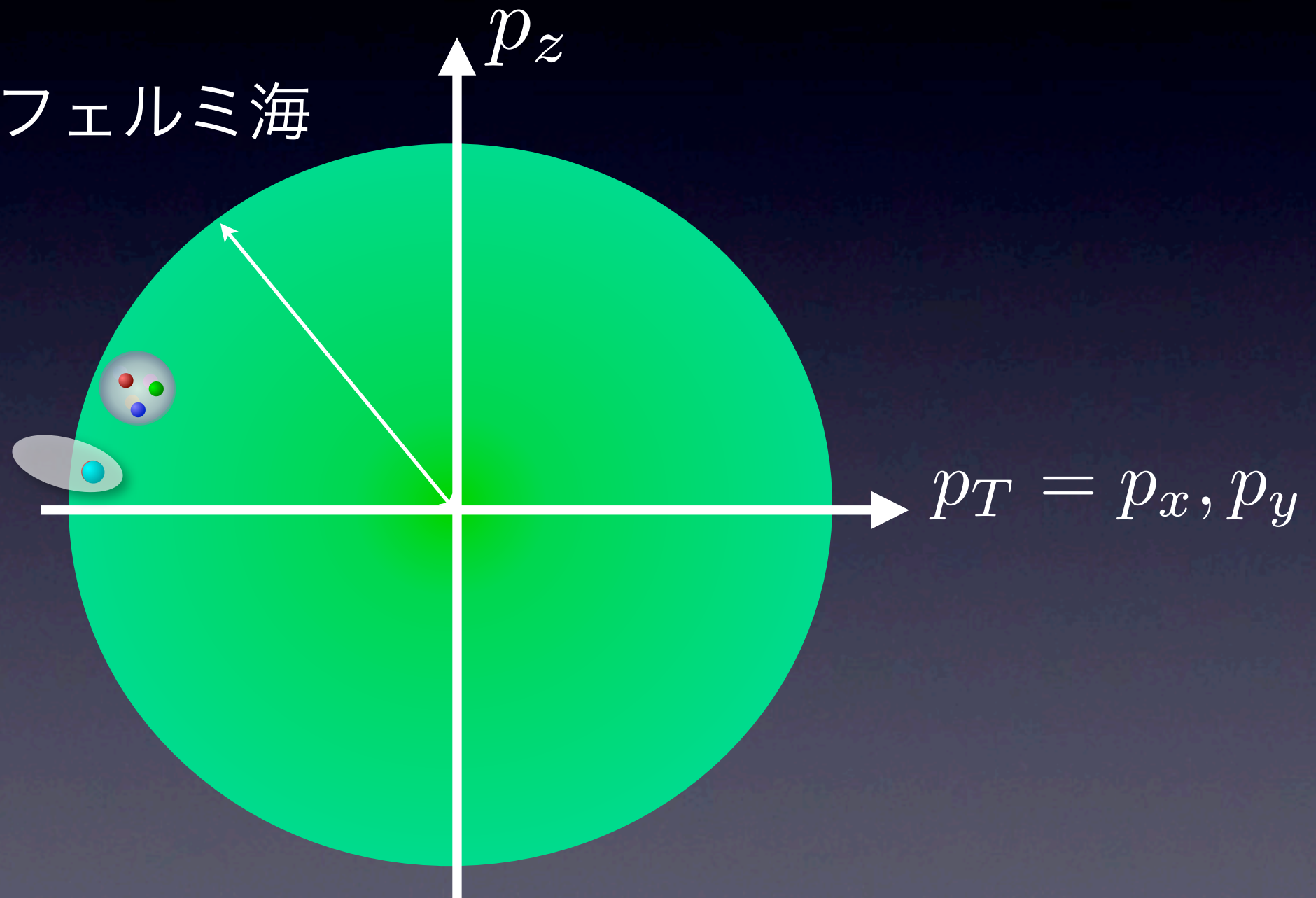
希薄な原子核物質の領域は狭い

# Quarkyonic物質

McLerran and Pisarski (2007)

クォークのフェルミ海

励起はメソンの、  
バリオンの



Quark + Baryonic = Quarkyonic

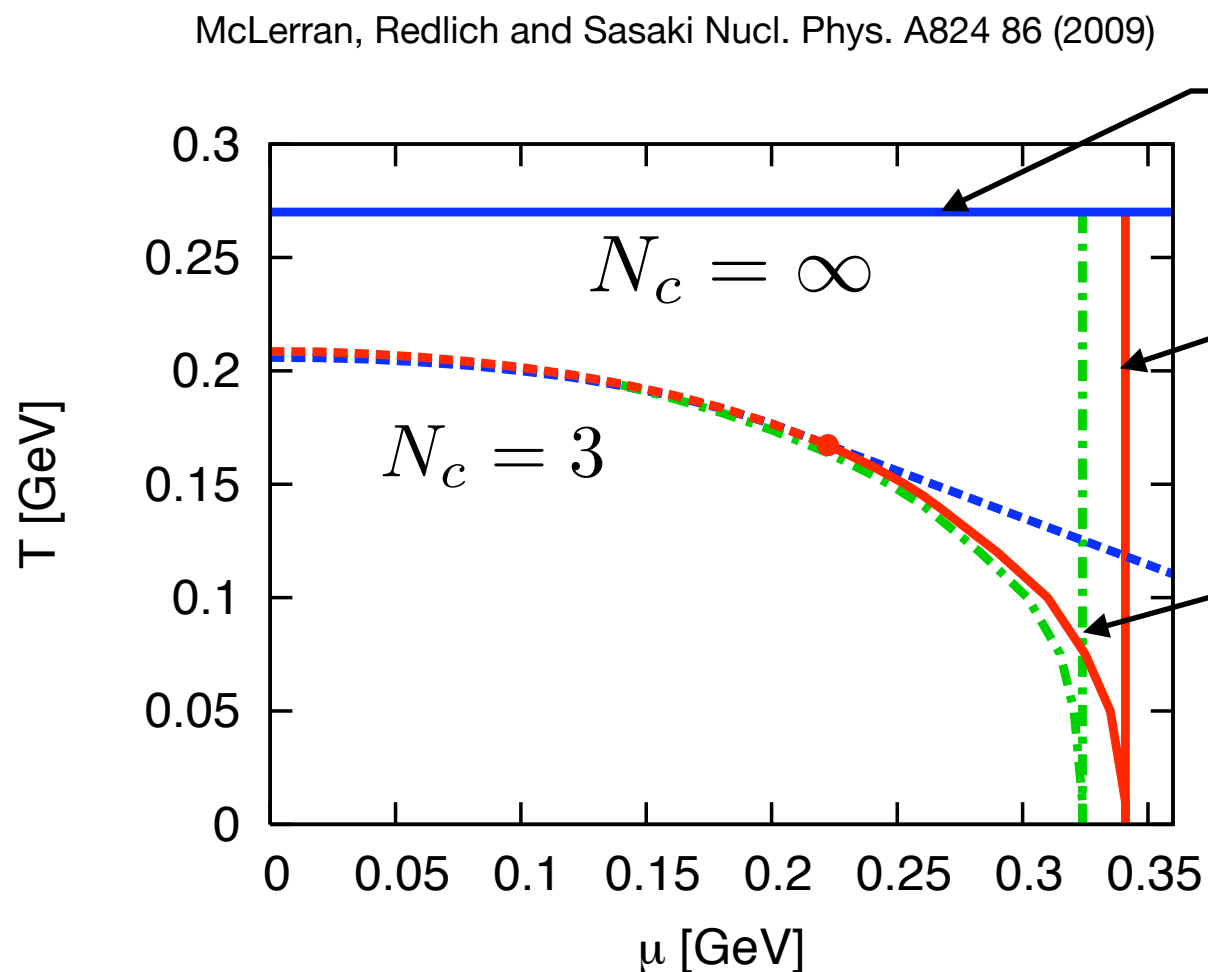
カイラル対称性は？



# 模型による解析

## PNJL模型

NJL 模型 + Polyakovループポテンシャル  
カイラル対称性 “閉じ込め”



非閉じ込め相転移

カイラル相転移

quarkyonic相転移

実践:1次相転移

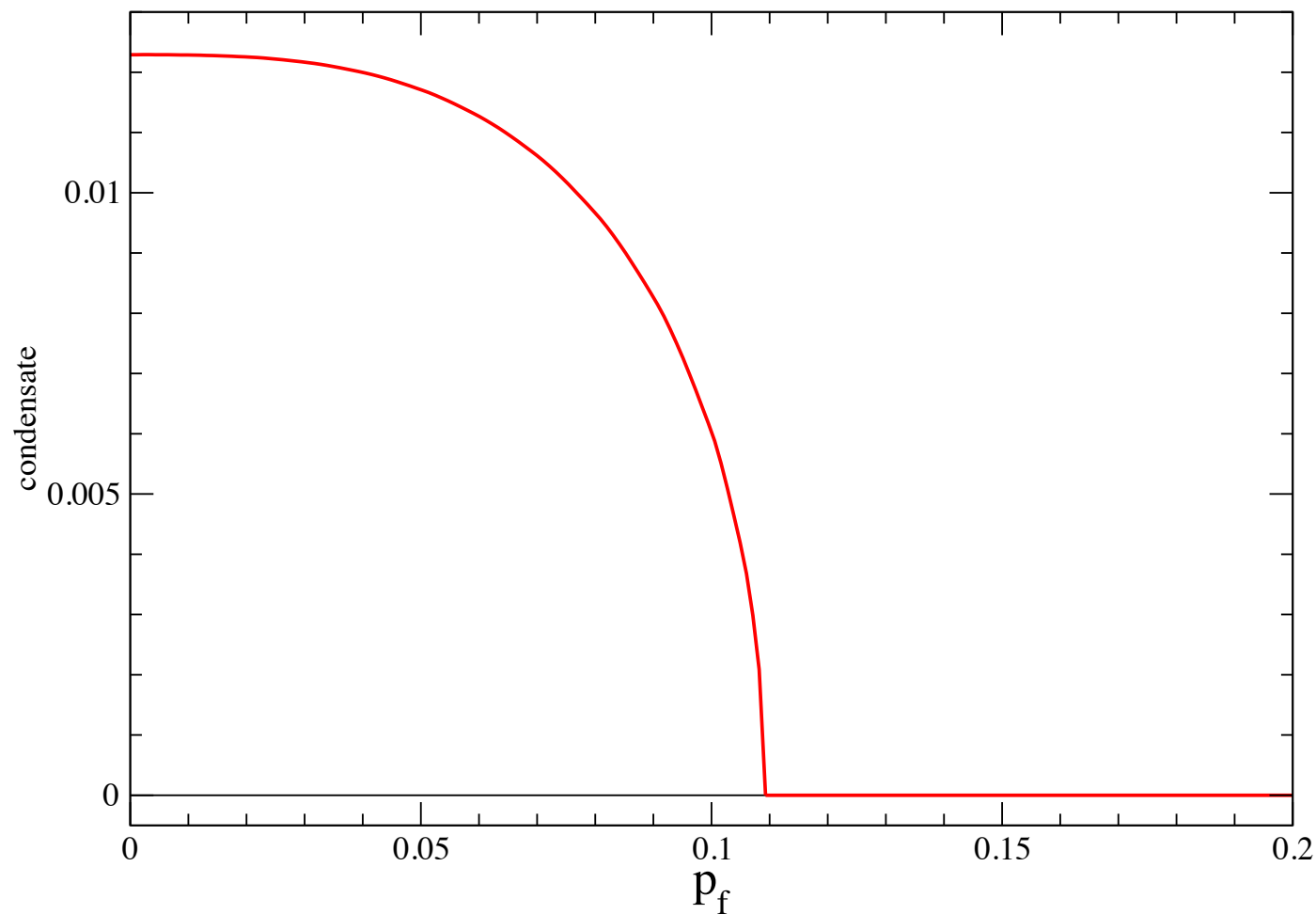
点線:クロスオーバー

# 模型による解析

## 一般化された 't Hooft模型

Glozman and Wagenbrunn('08), Glozman('09)

Glozman and Wagenbrunn, Phys. Rev. **D77** 054027 (2008)



閉じ込めポテンシャル

$$V(p) = \frac{8\pi\sigma}{(p^2 + \mu_{\text{IR}}^2)^2}$$

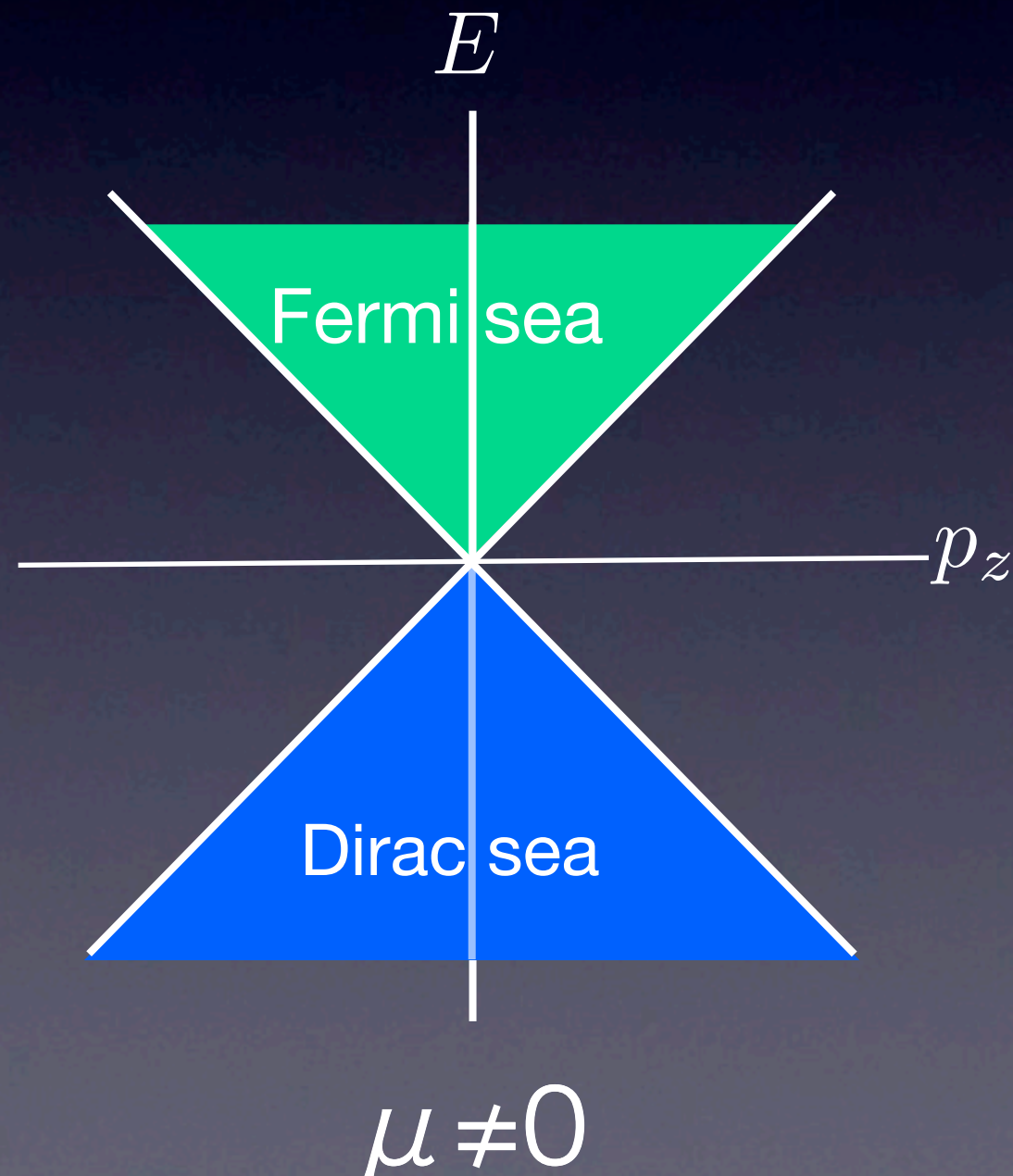
**模型による解析は  
カイラル対称性の回復を示唆**

**非等方的な凝縮の可能性は？**

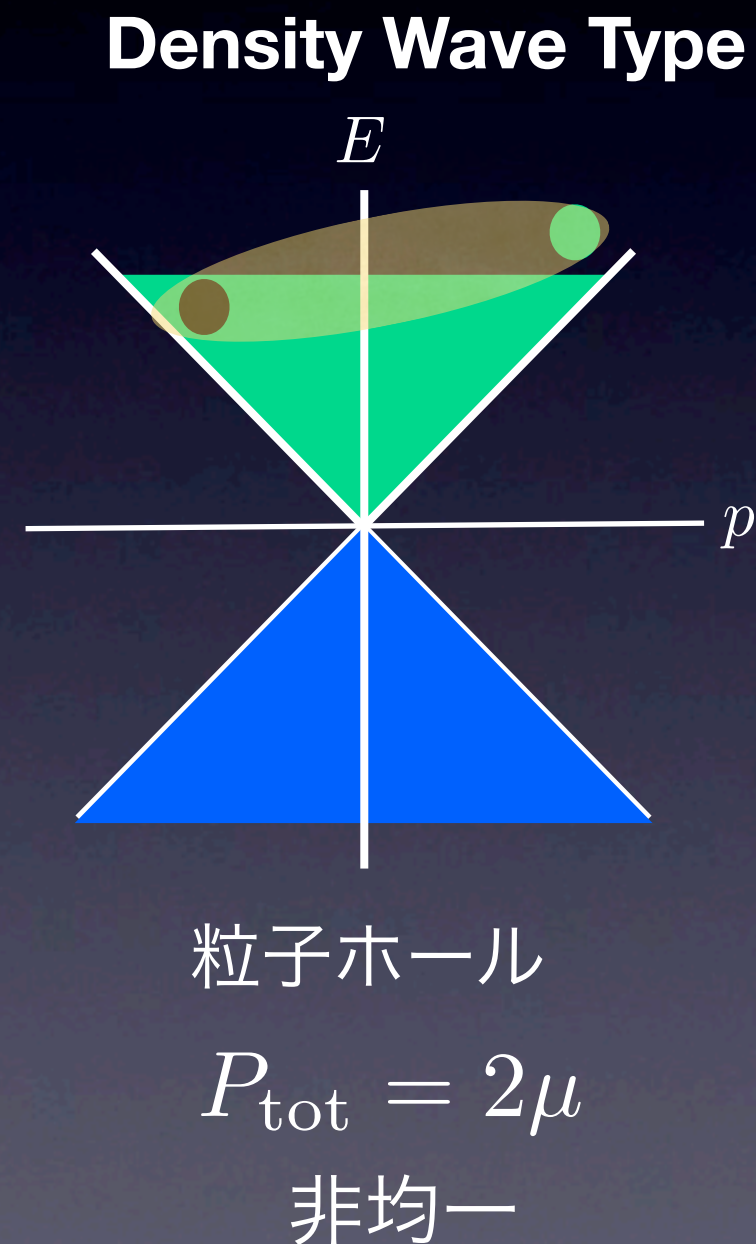
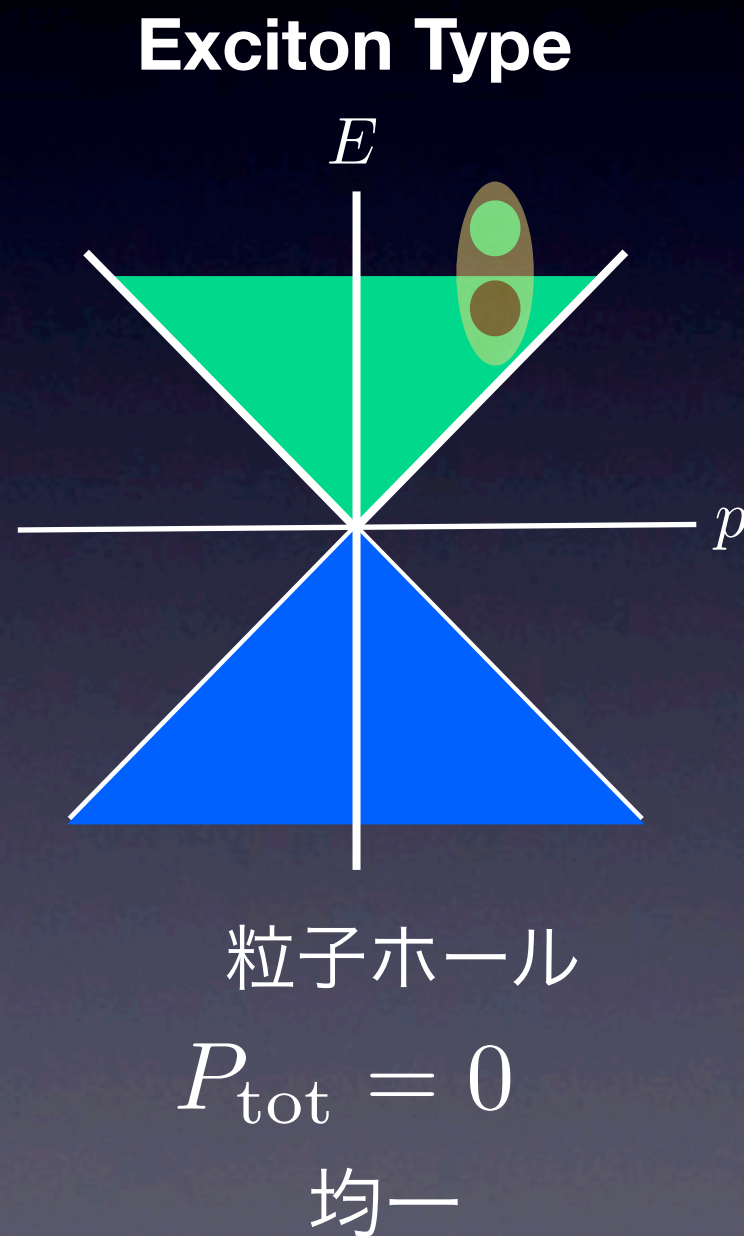
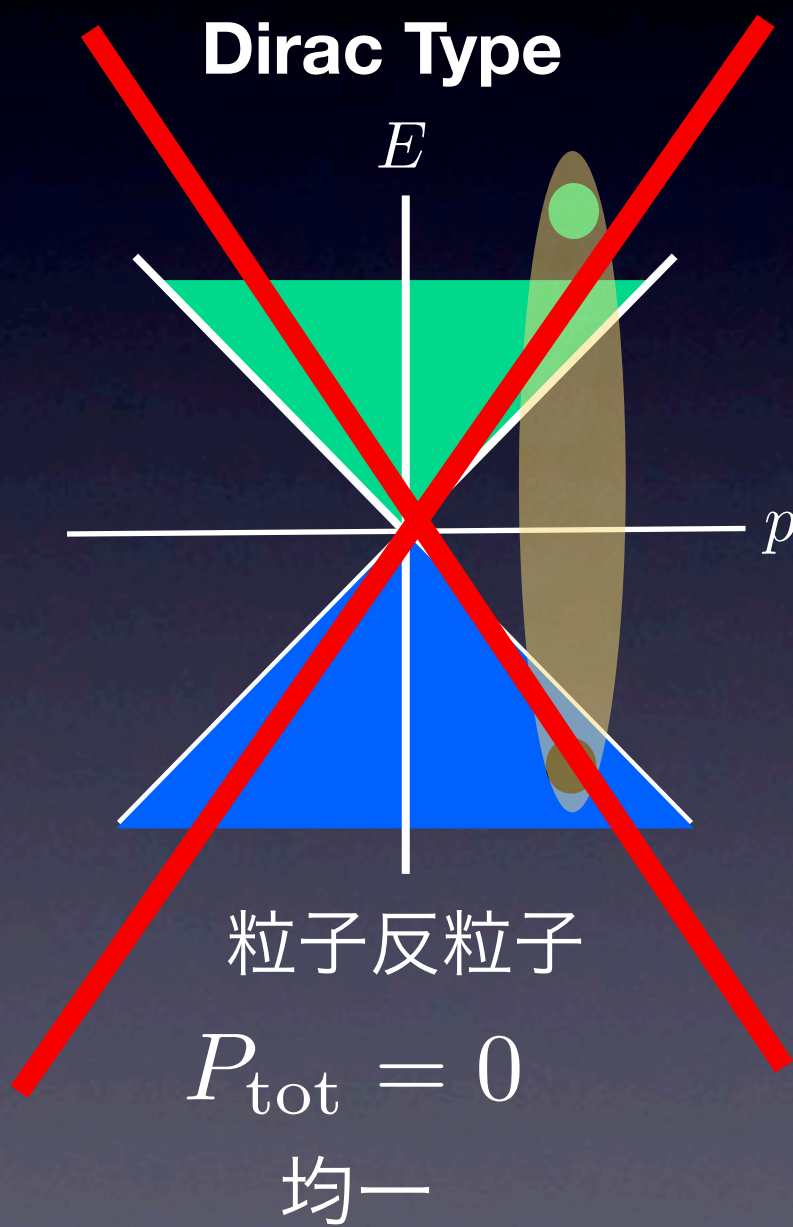


# カイラル対称性?

quarkyonic極限を考える  $\mu \gg \Lambda_{\text{QCD}}$



# 可能なペアリングパターン



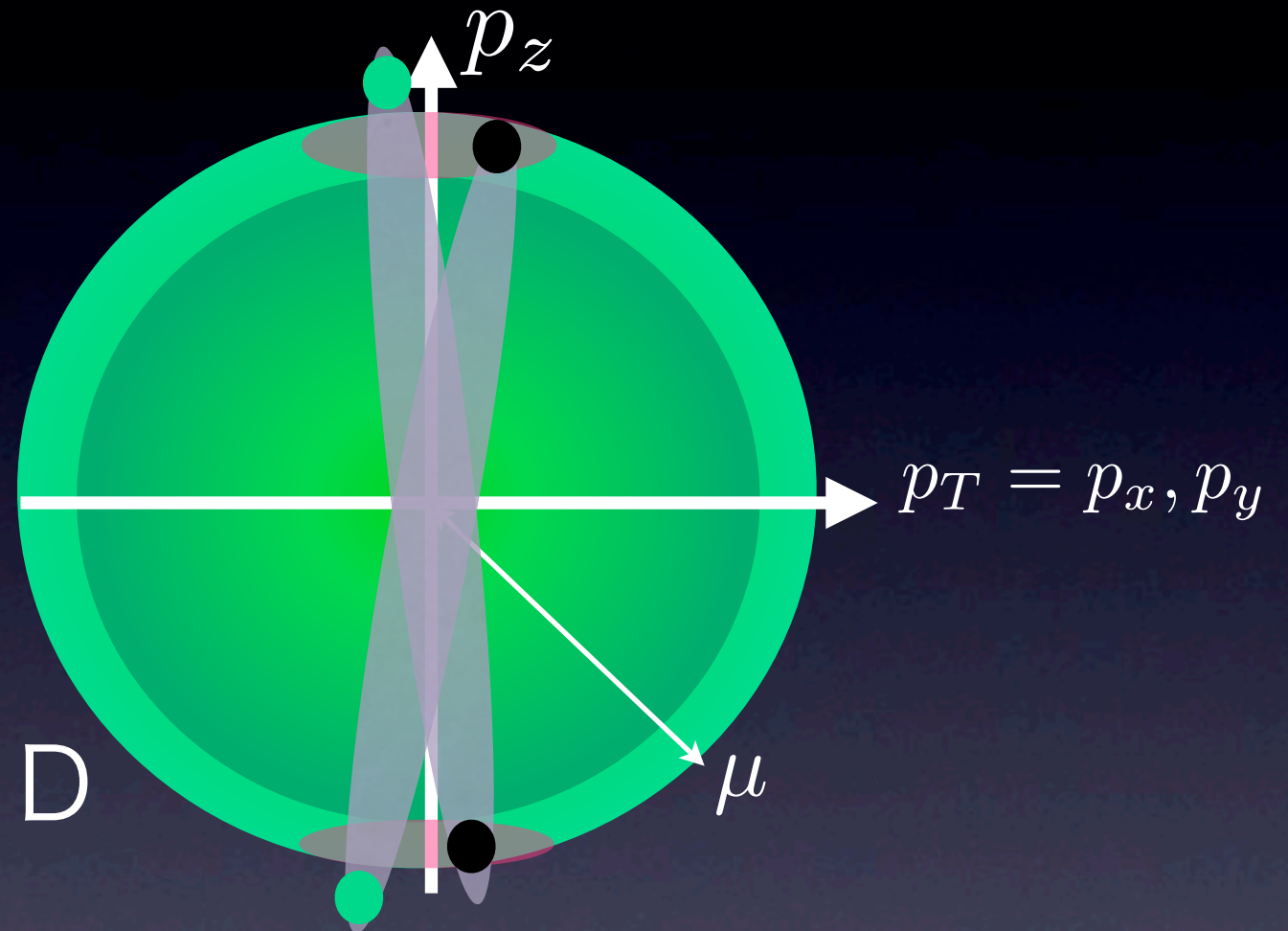
摂動論

Deryagin, Grigoriev, and Rubakov ('92),  
Shuster and Son ('99),  
Rapp, Shuryak, and Zahed ('00).

# フェルミ面近傍を考える

$$\frac{P_T}{P_z} \sim \frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{\mu} \ll 1$$

横成分は無視できる



クォーク: effectively 1+1D

グルーオン: 3+1D

グルーオンの横成分を積分すると,

➔ 1+1D次元の有効模型に.

Density Wave Type

Exciton Type



# Quarkyonic chiral spirals

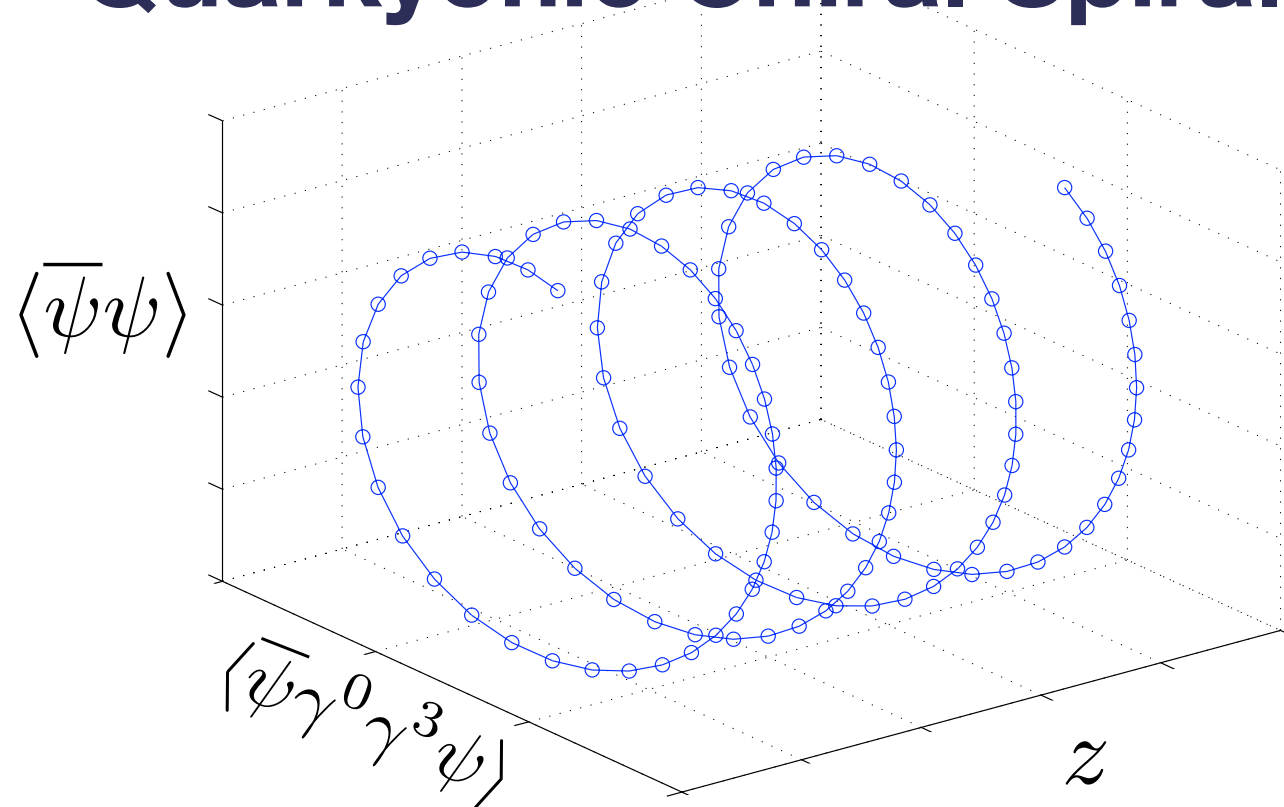
T. Kojo, Y.H., L. McLerran, and R. Pisarski (2009)

cf. Quarkyonic matter in 1+1D, T. Kojo, 1106.2187 [hep-ph]

非均一凝縮が実現

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = C \cos(2\mu z) \quad \langle \bar{\psi}\gamma^0\gamma^3\psi \rangle = C \sin(2\mu z) \quad C = \text{const}$$

## Quarkyonic Chiral Spirals



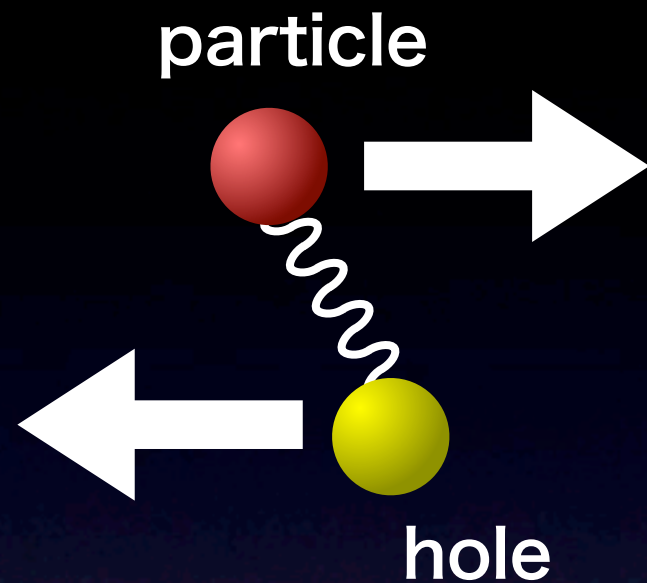
カイラル対称性：

局所的な破れ

大域的に回復

バリオン数は空間的に均一

# Exciton type



全運動量

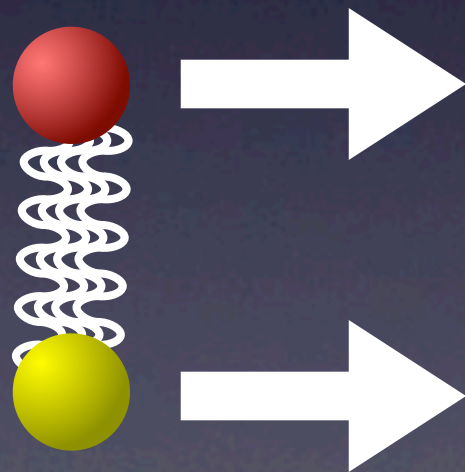
$$p_1 + p_2 \approx 0$$

相對運動量

$$p_1 - p_2 \approx 2\mu$$

摂動的

# Density wave type



全運動量

$$p_1 + p_2 \approx 2\mu$$

相對運動量

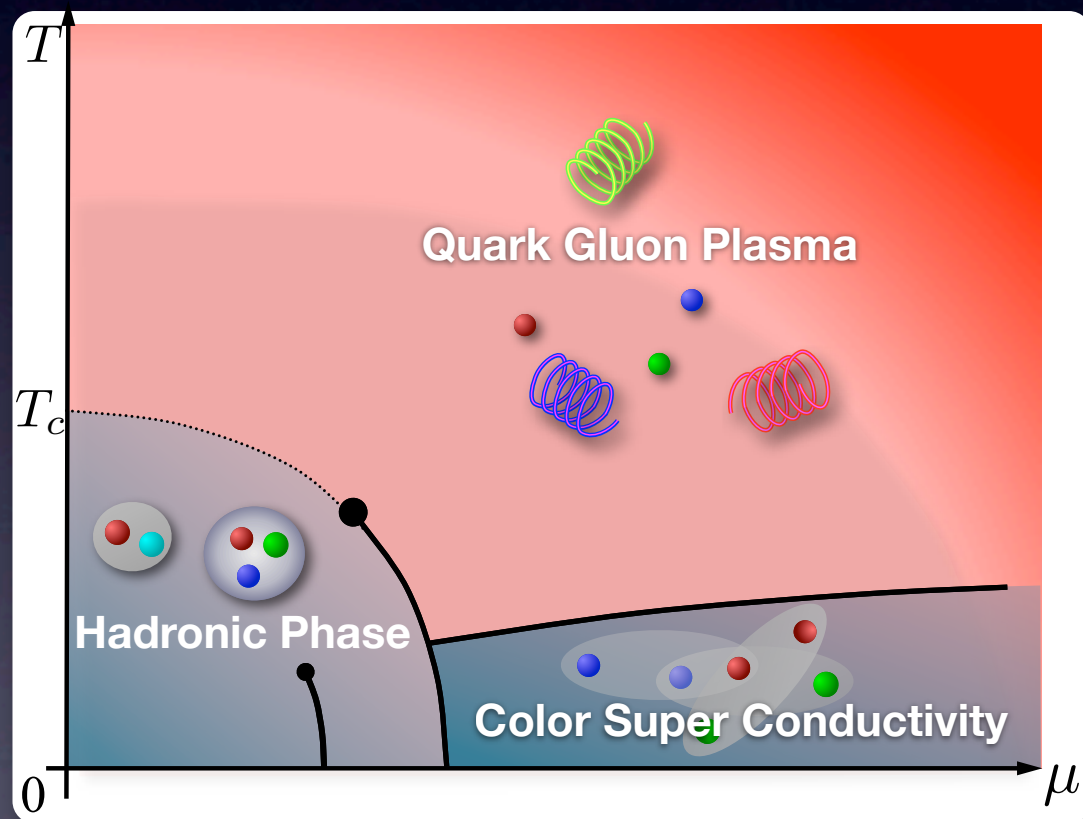
$$p_1 - p_2 \approx 0$$

非摂動的

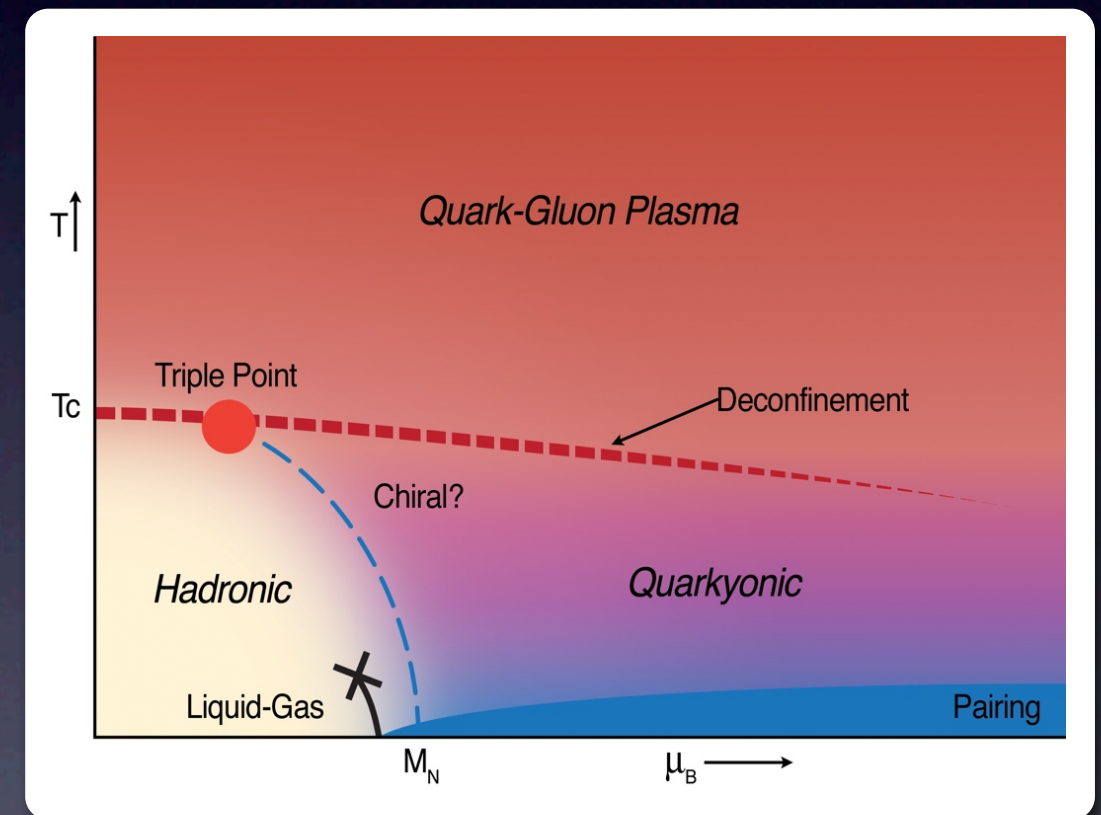
強い相関

# カイラル v.s. 閉じ込め

カイラル対称性を元にした相図



閉じ込めを元にした相図



cf.  $N_c$ と $N_f$ が両方大きい時の相図 YH, R. Pisarski, and L McLerran (2008)



まとめ

# まとめ

## Quarkyonic領域

$m_D \ll \Lambda_{\text{QCD}} \ll \mu$  高密度, 閉じ込め

バルク:  $P \sim N_c \mu^4$  クォーク物質的  
励起: メソンの, バリオンの

## カイラル対称性

### Quarkyonic chiral spirals

局所的に対称性が破れて, 大局的に回復

マルチパッチの構成問題

⇒ Kojo, Pisarski and Tsvetlik Phys.Rev. D82 (2010) 074015,  
Kojo, YH, Fukushima, McLerran and Pisarski, 1107.2124