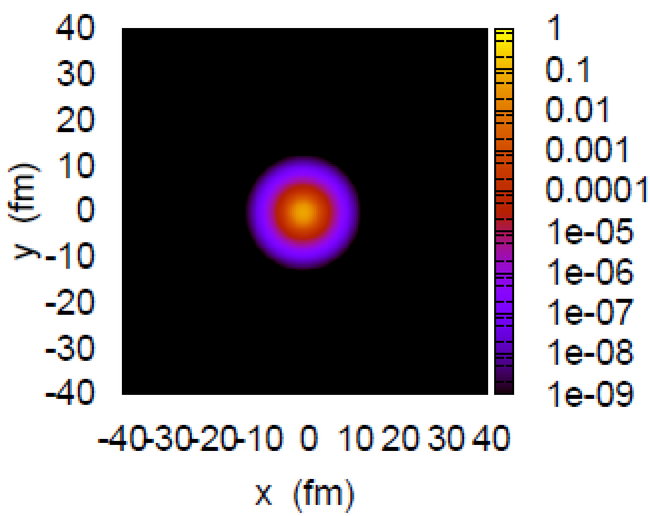
不安定原子核の多体論

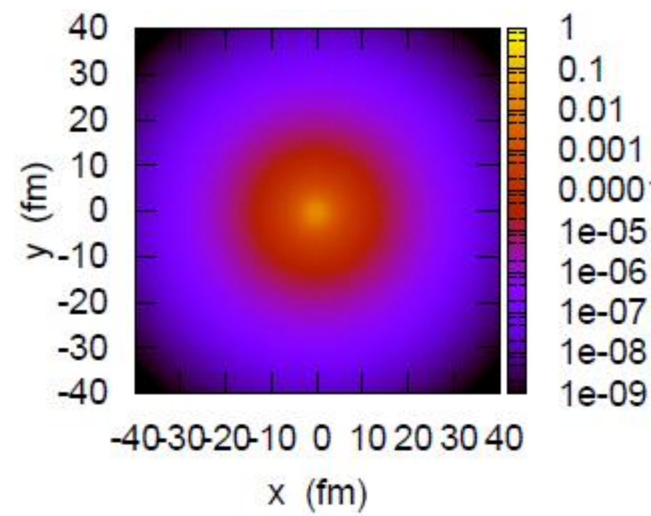
萩野浩一
東北大学　理学研究科
物理学専攻

hagino@nucl.phys.tohoku.ac.jp
www.nucl.phys.tohoku.ac.jp/~hagino

東北大学



弱束縛



井戸型ポテンシャル
(l=0 束縛状態)

講義の内容

１．１粒子ハロー核の構造

－束縛状態
－角運動量の効果
－クーロン励起
－変形

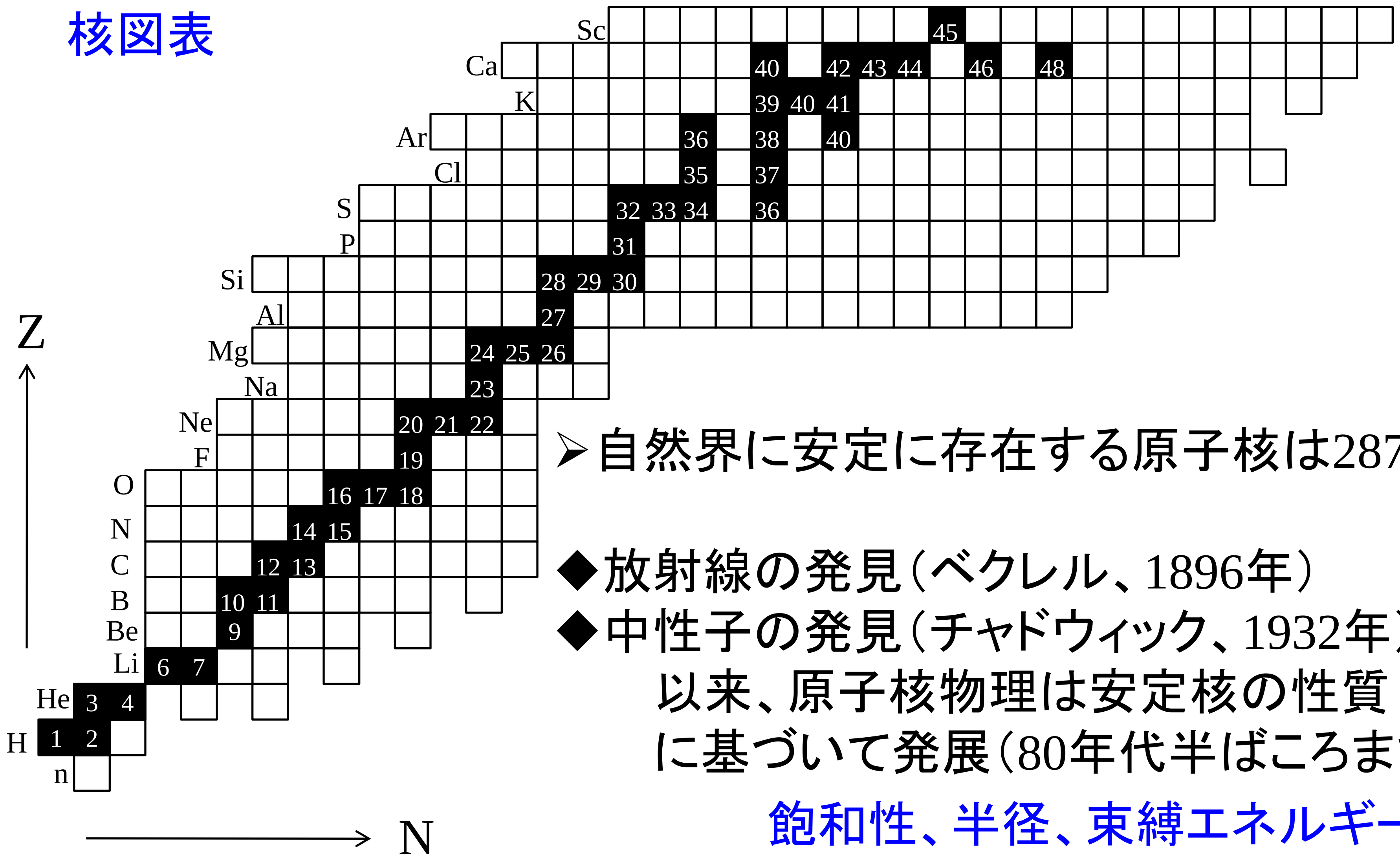
２．２粒子ハロー核と対相関

－ペアリング
－ボロミアン原子核
－双中性子相関

３．不安定核の核反応

イントロダクション

核図表



➢自然界に安定に存在する原子核は287種

◆放射線の発見（ベクレル、1896年）
◆中性子の発見（チャドウィック、1932年）

以来、原子核物理は安定核の性質に基づいて発展（80年代半ばころまで）

飽和性、半径、束縛エネルギー
魔法数と独立粒子描像、、、、、

Talmiの本には出てないが
日本でも:

彦坂忠義(1902 – 1989)

1934 年
殻模型の考えに基づき
計算を行う

⇩

中性子の分離エネルギー、
原子核の安定領域、
磁気モーメント
など当時測定されていた
実験データをきれいに説明

（ただし、当時、殻模型の
考えは受け入れられなか
った。）

Phys. Rev. に論文を reject をされる。
独語に書き直し、東北大紀要に発
表。

原子核物理は安定核の性質に基づいて発展(80年代半ばころまで)

⟶ そうは言っても、自然な疑問として

「陽子数が与えられたときに、中性子は何個まで安定にくっつくのか？」

古くから関心は持たれていた。

- "Int. Symp. on why and how should we investigate nucleides far off the stability line", Lysekil, Sweden (1966).

当時、関心が持たれていた事

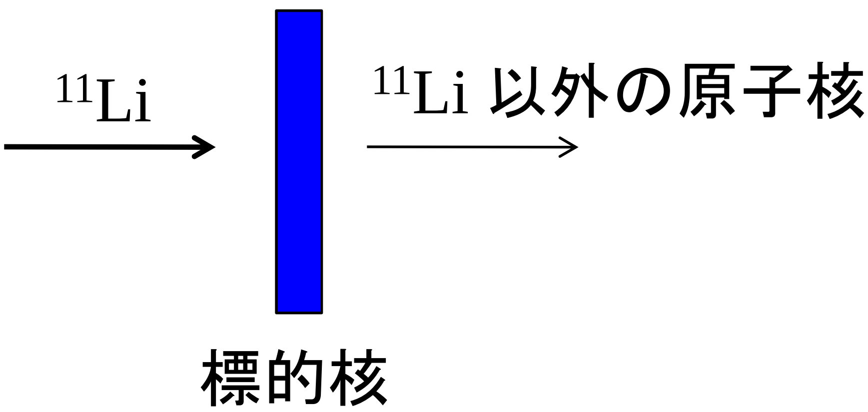
- 何個まで中性子は束縛するか？
- 安定核で作られた模型はどのくらい成り立つか？
- r-プロセス元素合成

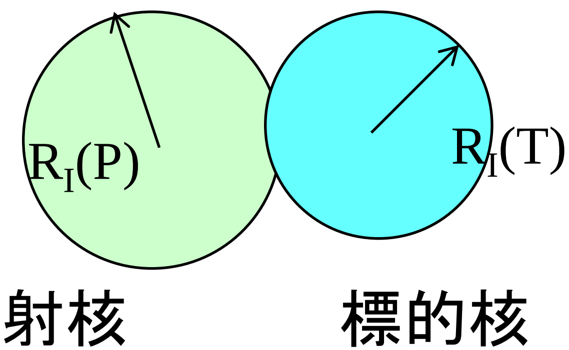
⇧

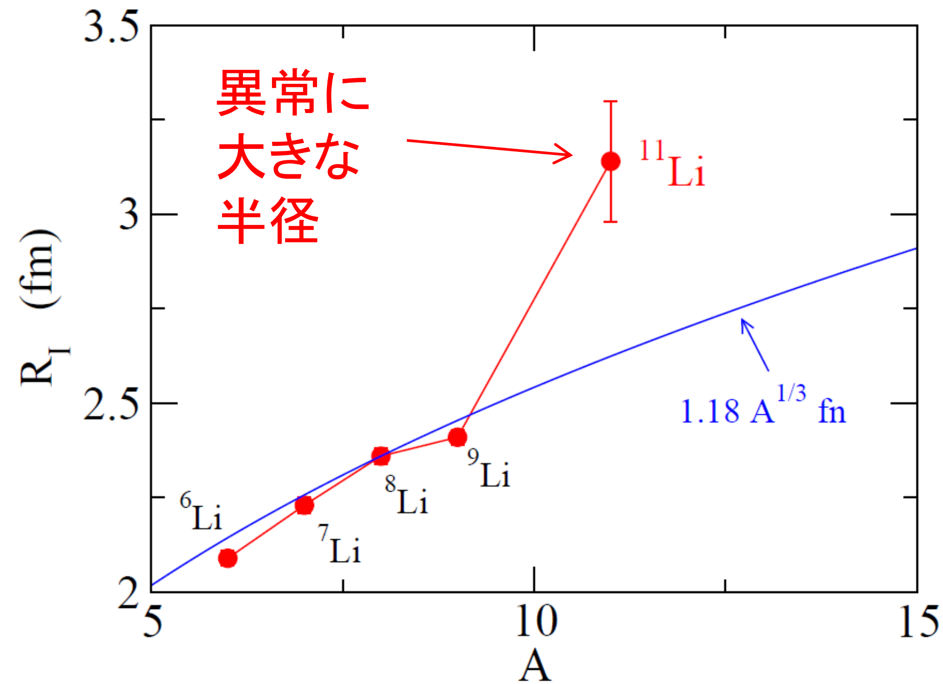
今もあまり変わらない(？)

＋弱束縛になることによって見え始める物理はあるか？

不安定核研究の本格的幕開け:相互作用断面積測定(1985)





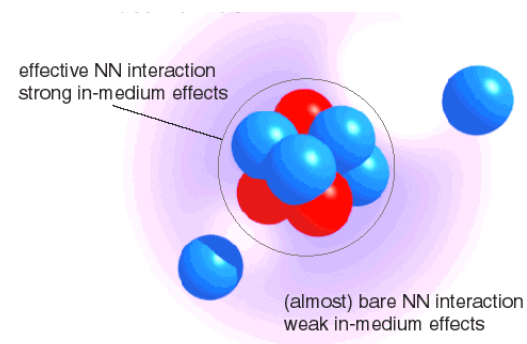


I. Tanihata et al., PRL55(‘85)2676

2つの原子核が重なった時に
反応が起こるとすると

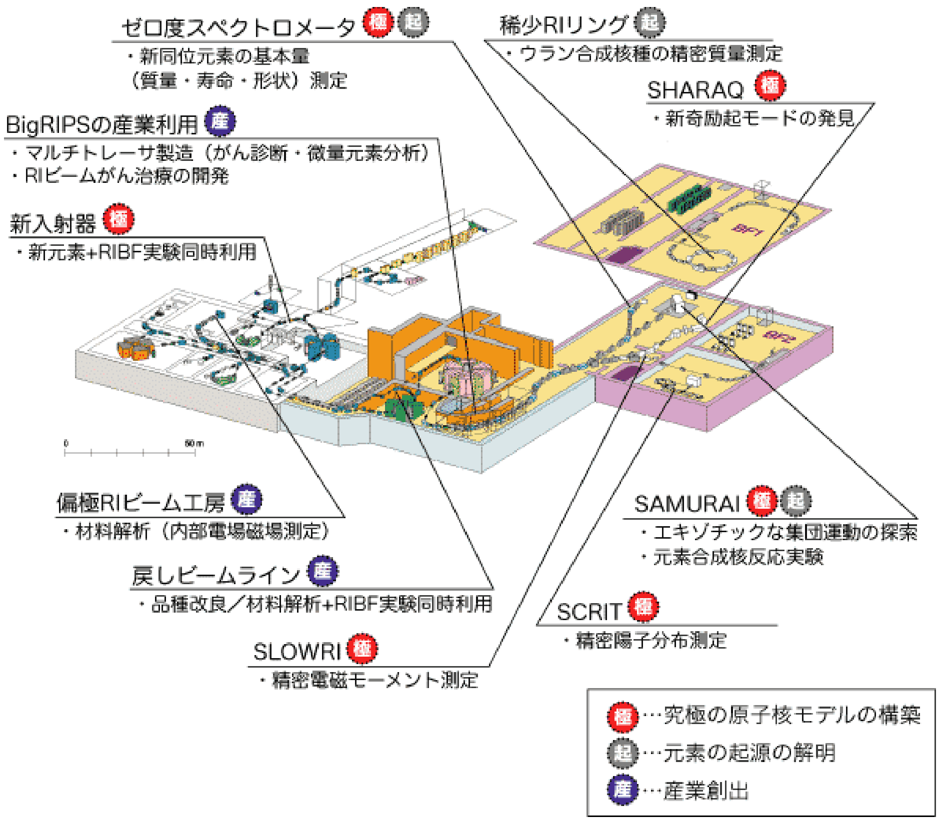
$$\sigma_I \sim \pi[R_I(P) + R_I(T)]^2$$

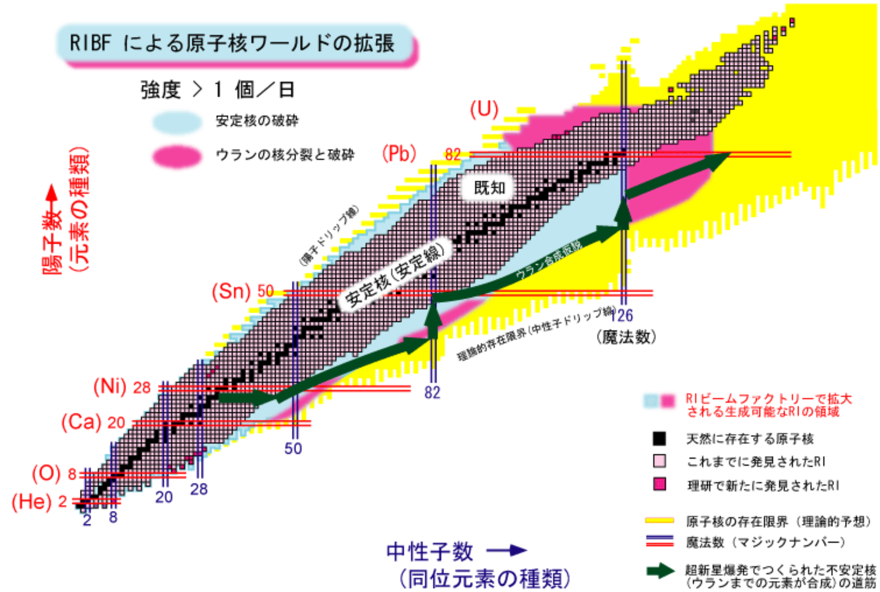
$$\longrightarrow \quad R_I(\mathrm{P})$$



新世代不安定核ビーム施設:理研RIBF

2007年本格的に始動





これまで作ることの難しかった原子核を生成できるようになる

理論の大きな進展が求められている

1粒子ハロー核の性質

ー束縛状態

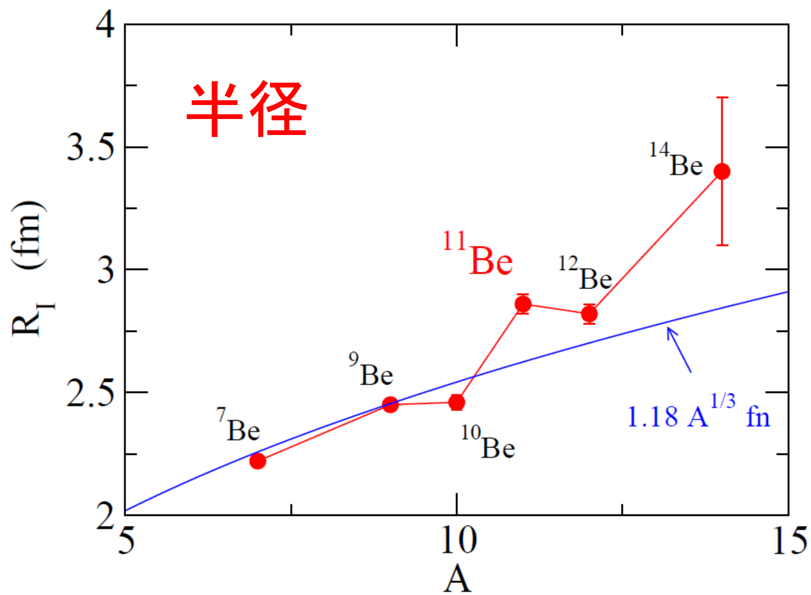
ー角運動量の効果

ークーロン励起

ー変形

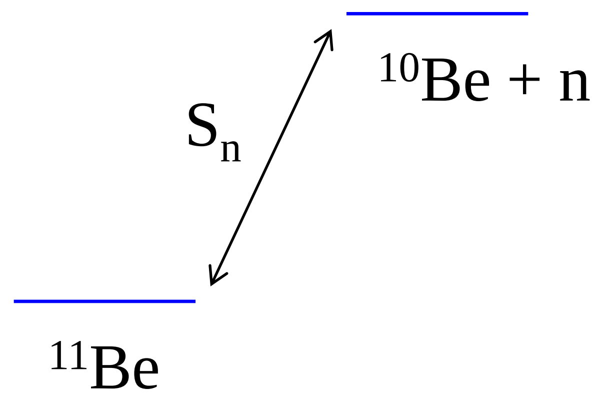
1中性子ハロー核

典型的な例: ${}^{11}_{4}\mathrm{Be}_7$



I. Tanihata et al.,
PRL55('85)2676; PLB206('88)592

1中性子分離エネルギー

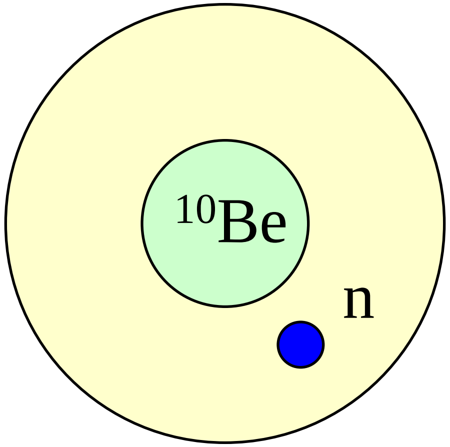


S_n = 504 +/- 6 keV

非常に小さい

ちなみに ^{10}Be では、
S_n = 6.81 MeV

大きな半径の解釈: ^{10}Be のまわりに1つの中性子が弱く束縛され
薄く広がっている



$$\psi(r) \sim \exp(-\kappa r) \qquad \kappa = \sqrt{2m|\epsilon|/\hbar^2}$$

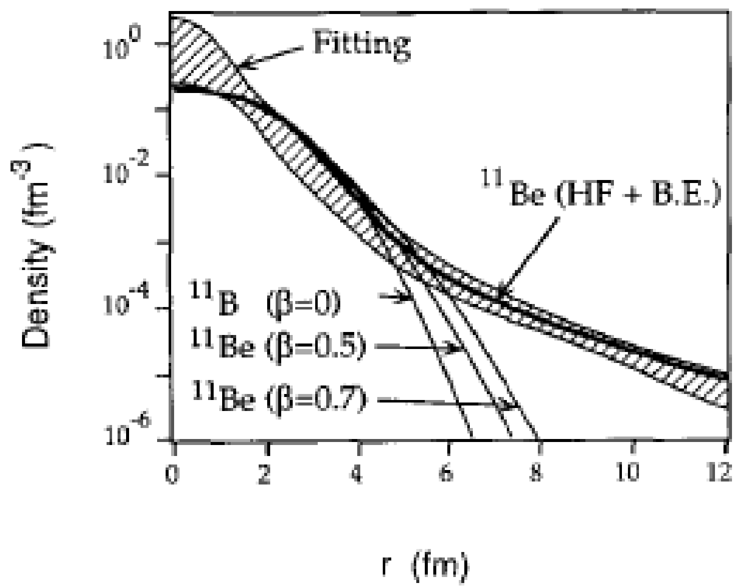
弱く束縛された系

↓

密度分布の空間的広がり(ハロー構造)

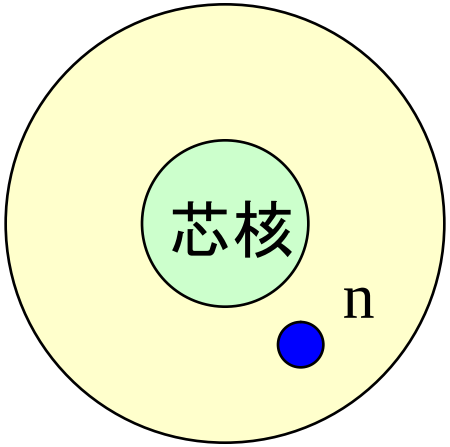
月暈(月のまわりに広がる
薄い輪。ハロー。)

反応断面積の実験値を説明する
密度分布

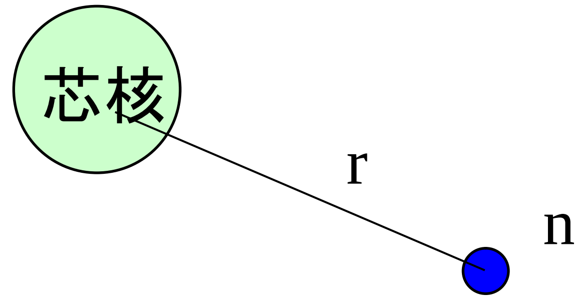


M. Fukuda et al., PLB268('91)339

一粒子運動の性質：束縛状態



芯核と中性子でできる2体問題と近似



相対距離 r の関数として球対称ポテンシャル
V(r) を仮定。

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2}+\underline{\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}}+V(r)-\epsilon_l\right]u_l(r)=0$$

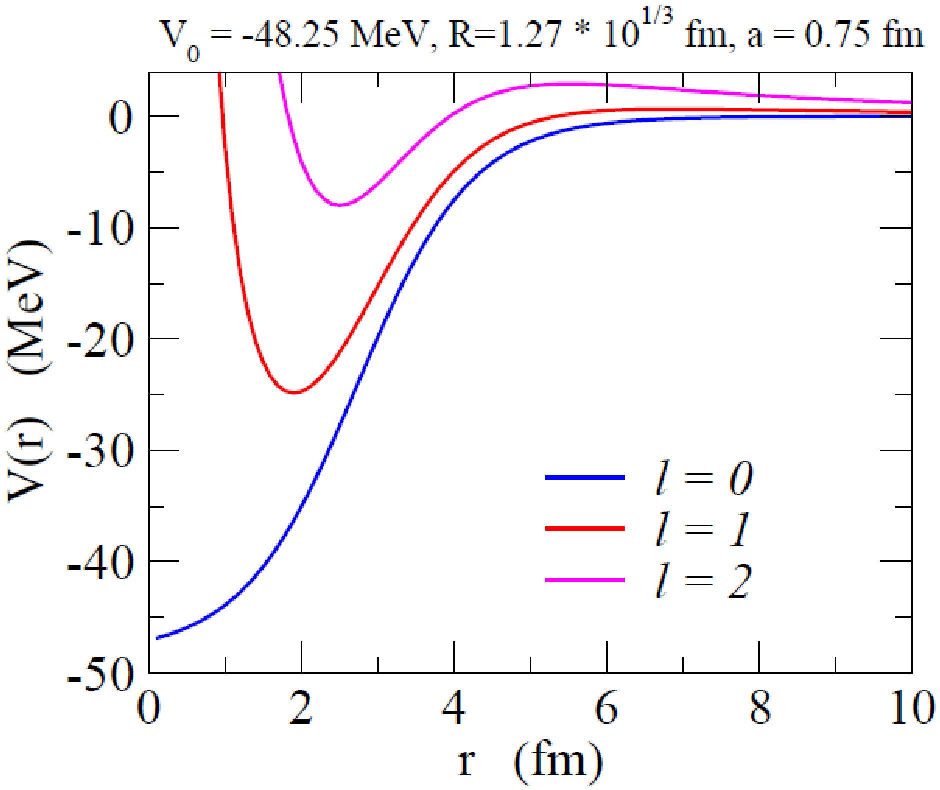
遠心力ポテンシャル

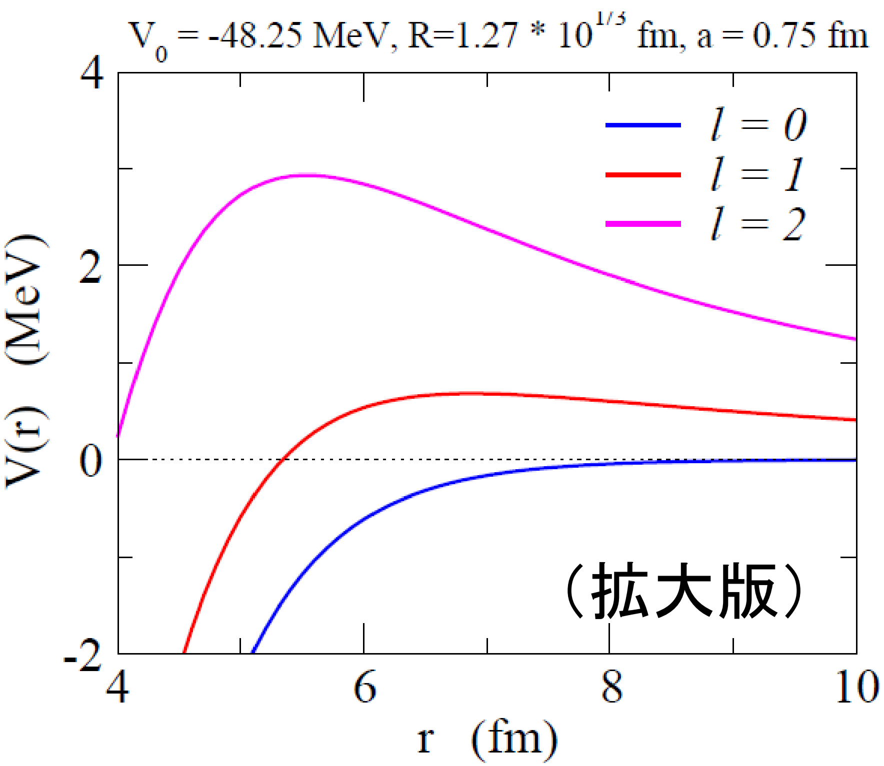
簡単のためスピン軌道相互作用は
ないとする（ls 力がなくても
本質は変わらない）

角運動量とハロー現象

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2}+\underline{\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}}+V(r)-\epsilon_l\right]u_l(r)=0$$

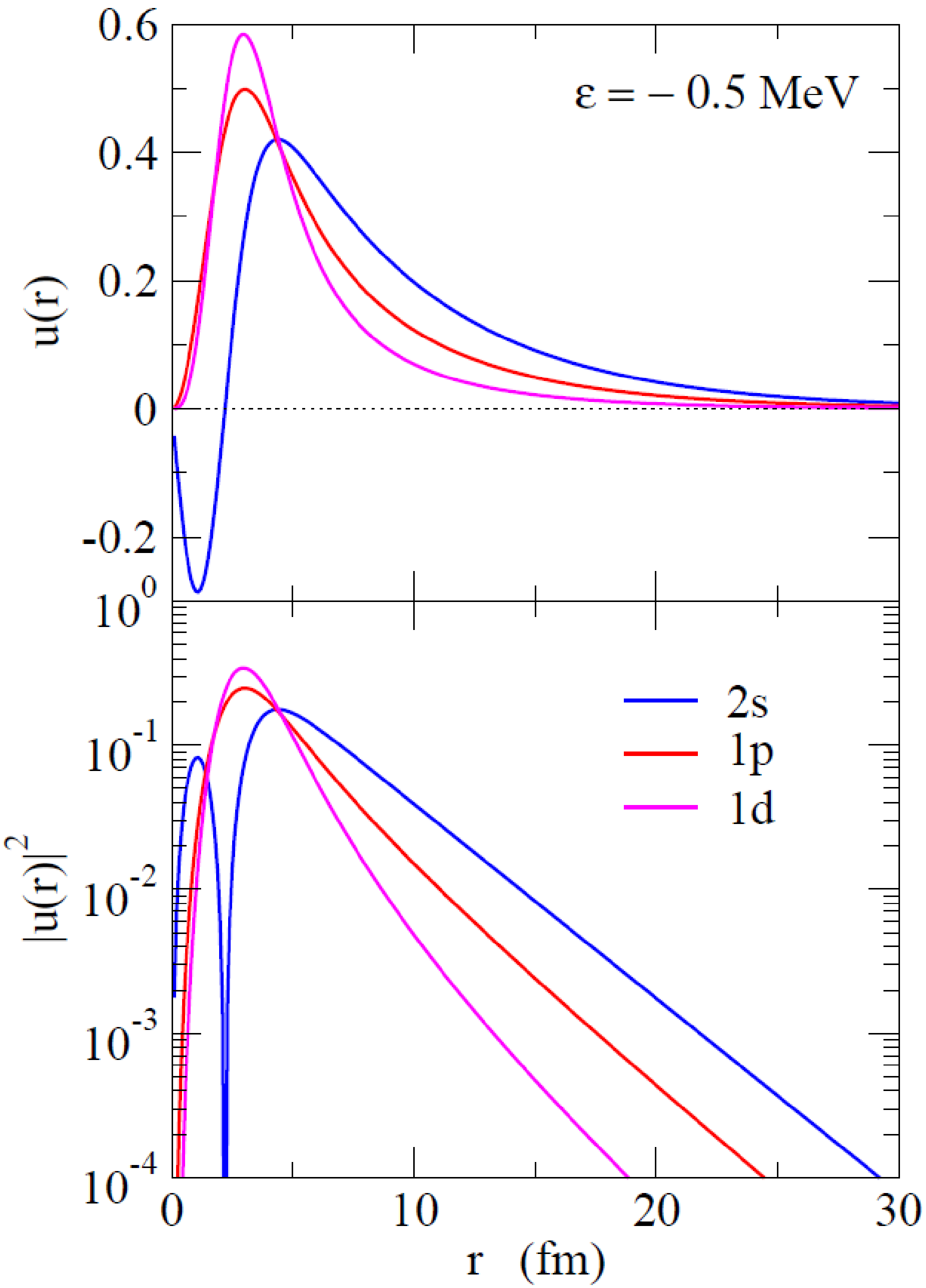
遠心力ポテンシャル





遠心力障壁の高さ: 0 MeV (l = 0), 0.69 MeV (l = 1), 2.94 MeV (l = 2)

波動関数　　ε = -0.5 MeV となるように各 l ごとに V_0 を調整



$l = 0$:長いテール
$l = 2$: 局在
$l = 1$: その中間

平均2乗半径:

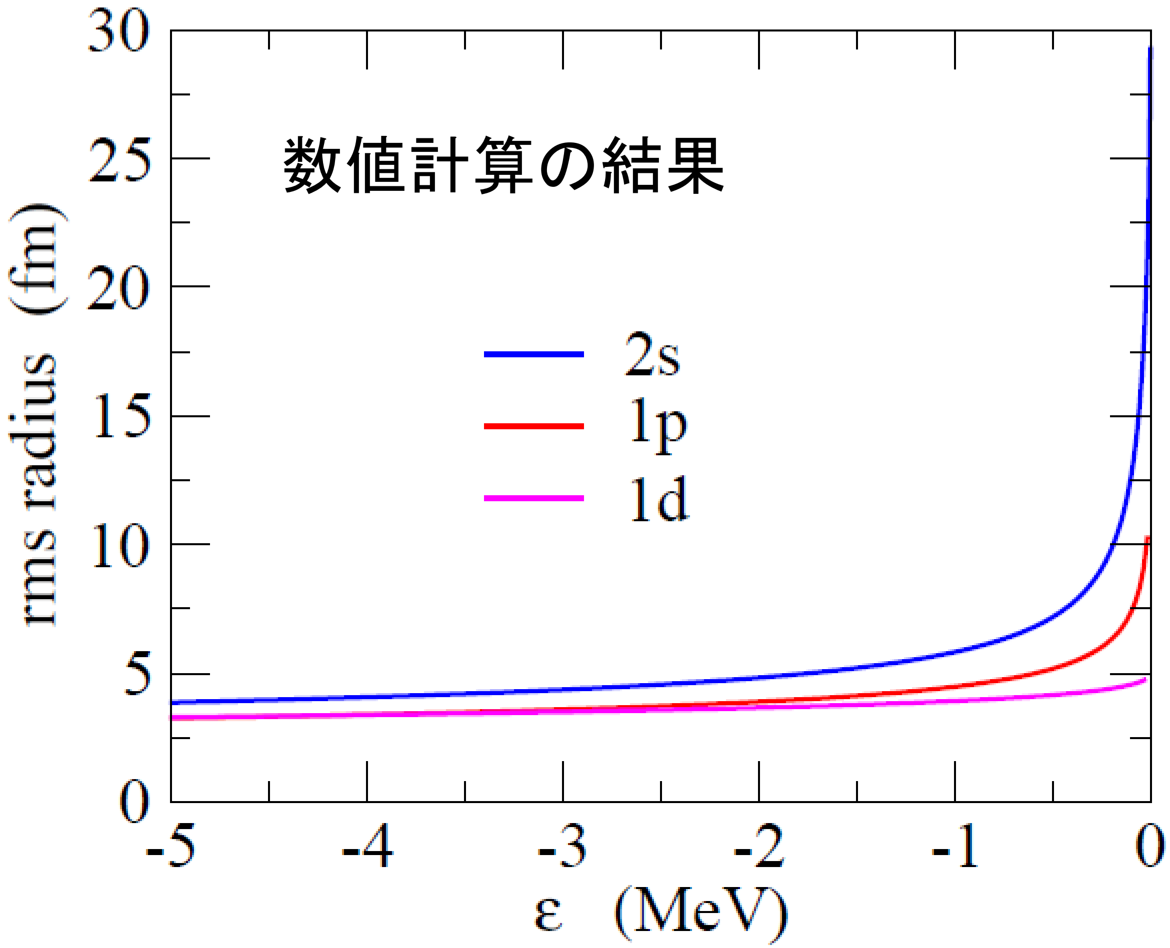
$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\int_0^\infty dr\, r^2 u_l(r)^2}$$

7.17 fm ($l = 0$)
5.17 fm ($l = 1$)
4.15 fm ($l = 2$)

半径のふるまい

$$\langle r^2 \rangle \propto \begin{cases} 1/|\epsilon_0| & (l=0) \\ 1/\sqrt{|\epsilon_1|} & (l=1) \\ const. & (l=2) \end{cases}$$

K. Riisager,
A.S. Jensen, and
P. Moller, NPA548('92)393



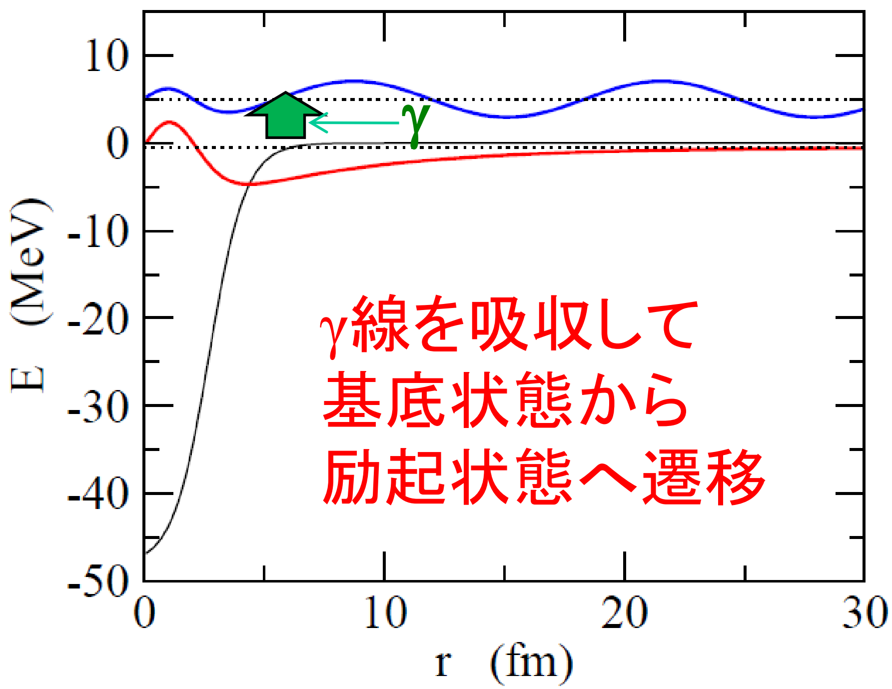
⇩

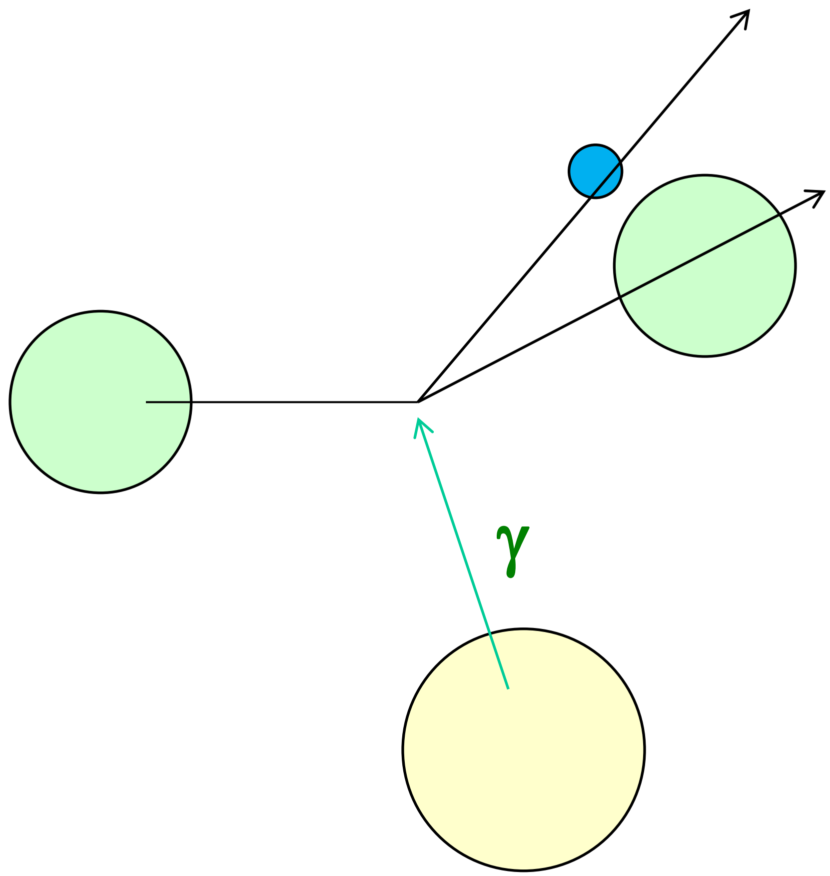
半径は l=0,1 では発散
（ゼロ・エネルギー極限）

⇩

ハロー（異常に大きい半径）は l= 0 or 1 でのみおこる

１中性子ハロー核のクーロン励起



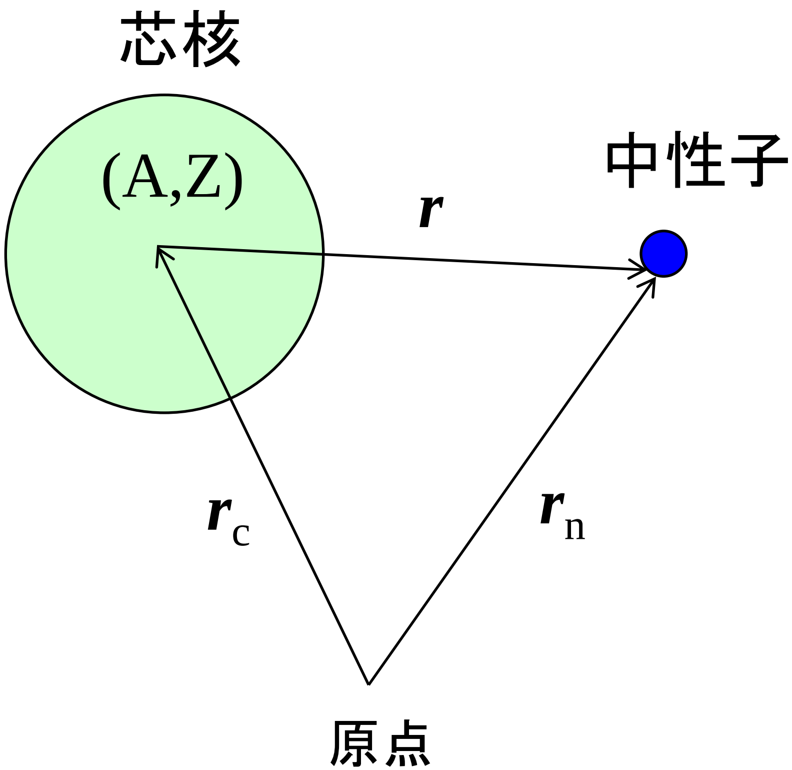


連続状態へ励起されれば
分解が起きる

←

標的核の作るクーロン場に
よる励起

原子核と電磁場の相互作用



$$H = \frac{\boldsymbol{p}_c^2}{2Am} + \frac{\boldsymbol{p}_n^2}{2m} + V(r)$$

電磁場との相互作用:

$$\boldsymbol{p}_c \to \boldsymbol{p}_c - \frac{Ze}{c}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_c, t)$$

と置き換え。

$$\boxed{H_{\mathrm{int}} \sim -\frac{1}{Am}\cdot\frac{Ze}{c}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{p}_c}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) &= \sum_\alpha \int \frac{d\boldsymbol{k}}{2\pi}\frac{\hbar c}{\sqrt{\hbar\omega}}\left[a_{\boldsymbol{k}\alpha}\epsilon_\alpha e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-i\omega t} + a^\dagger_{\boldsymbol{k}\alpha}\epsilon_\alpha e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+i\omega t}\right] \\ &\sim \sum_\alpha \int \frac{d\boldsymbol{k}}{2\pi}\frac{\hbar c}{\sqrt{\hbar\omega}}\left[a_{\boldsymbol{k}\alpha}\epsilon_\alpha e^{-i\omega t} + a^\dagger_{\boldsymbol{k}\alpha}\epsilon_\alpha e^{i\omega t}\right] = A(t)\end{aligned}$$

$$e^{\pm i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \sim 1$$ （E1　近似）

電磁遷移

一次の摂動論

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{i\to f} &= \frac{1}{2\pi}\left(\frac{Ze}{A}\right)^2\frac{1}{m^2\omega}\left|\langle\psi_f|p_z|\psi_i\rangle\right|^2\delta(e_f-e_i-\hbar\omega)\\
&= \frac{1}{2\pi\hbar}\left(\frac{Ze}{A+1}\right)^2(e_f-e_i)\left|\langle\psi_f|z|\psi_i\rangle\right|^2\delta(e_f-e_i-\hbar\omega)
\end{aligned}
$$

$$[\boldsymbol{p}^2,\boldsymbol{r}] = -2i\hbar\boldsymbol{p}$$

（参考）これをフォトンのフラックス $c/(2\pi)^3$で割れば、光吸収断面積:

$$\sigma_\gamma = \frac{4\pi^2}{\hbar c}\left(\frac{Ze}{A+1}\right)^2(e_f-e_i)\left|\langle\psi_f|z|\psi_i\rangle\right|^2\delta(e_f-e_i-\hbar\omega)$$

Wigner-Eckart の定理と換算遷移確率

$$\sigma_\gamma = \frac{16\pi^3}{3\hbar c}\left(\frac{Ze}{A+1}\right)^2 E_\gamma \left|\langle\psi_f|rY_{10}|\psi_i\rangle\right|^2 \delta(e_f - e_i - E_\gamma)$$

$$E_\gamma = e_f - e_i = \hbar\omega$$

$$\left|\langle\psi_f|rY_{10}|\psi_i\rangle\right|^2 \rightarrow \frac{1}{2l+1}\sum_{m,m'}|\langle\psi_{l'm'}|rY_{10}|\psi_{lm}\rangle|^2$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2l+1}|\langle\psi_{l'}||rY_1||\psi_l\rangle|^2$$

$$\begin{aligned}\sigma_\gamma &= \frac{16\pi^3}{9\hbar c}E_\gamma\cdot\frac{1}{2l+1}\left|\langle\psi_f||e_{\mathrm{E1}}rY_1||\psi_i\rangle\right|^2\delta(e_f - e_i - E_\gamma)\\ &= \frac{16\pi^3}{9\hbar c}E_\gamma\cdot\frac{dB(E1)}{dE_\gamma}\end{aligned}$$

$$e_{\mathrm{E1}} = \frac{Z}{A+1}e$$

換算遷移確率

$$\frac{dB(E1)}{dE_\gamma} = \frac{1}{2l+1}\left|\langle\psi_f||e_{\mathrm{E1}}rY_1||\psi_i\rangle\right|^2\delta(e_f - e_i - E_\gamma)$$

E1 電磁遷移強度分布の簡単な見積もり（解析的な模型）

l=0 状態から l=1 状態への遷移：

初期状態の波動関数：$\Psi_i(\boldsymbol{r}) = \sqrt{2\kappa}\,\frac{e^{-\kappa r}}{r} Y_{00}(\hat{\boldsymbol{r}})$　　$\kappa = \sqrt{\frac{2\mu|E_b|}{\hbar^2}}$

終状態の波動関数：$\Psi_f(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2\mu k}{\pi\hbar^2}}\, j_1(kr) Y_{1m}(\hat{\boldsymbol{r}})$　　$j_1(kr)$ は球ベッセル関数

$k = \sqrt{\frac{2\mu E_c}{\hbar^2}}$

とすると、

$$\frac{dB(E1)}{dE} = \frac{3}{4\pi} e_{\mathrm{E1}}^2 \left| \int_0^\infty r^2 dr\, r \cdot \frac{\sqrt{2\kappa} e^{-\kappa r}}{r} \cdot \sqrt{\frac{2\mu k}{\pi\hbar^2}}\, j_1(kr) \right|^2$$

積分は解析的に実行可能

$$\boxed{\frac{dB(E1)}{dE} = \frac{3\hbar^2}{\pi^2\mu} e_{\mathrm{E1}}^2 \frac{\sqrt{|E_b|}\, E_c^{3/2}}{(|E_b| + E_c)^4}}$$

Refs.（一般的な l_i, l_f の場合の式も）

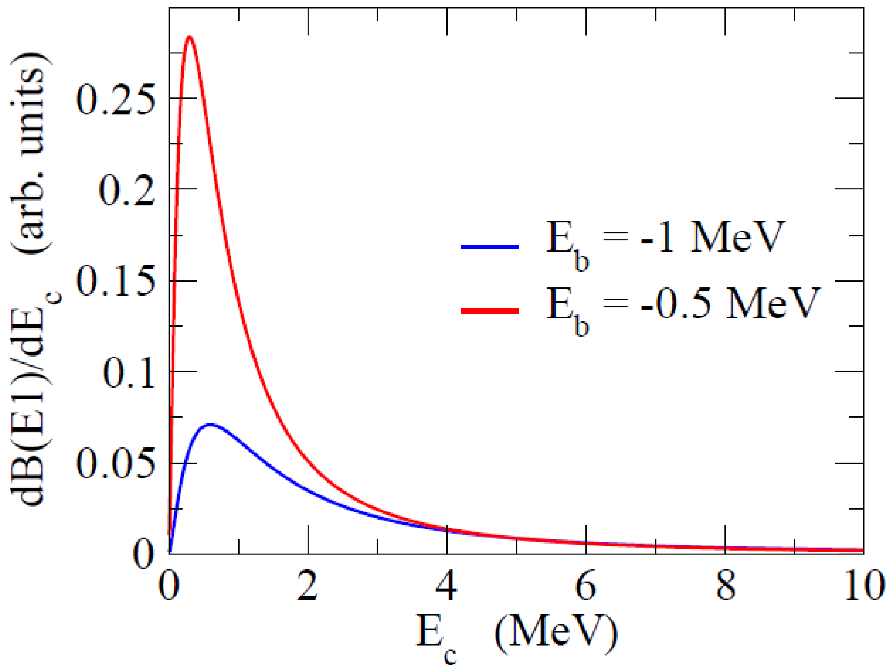
- M.A. Nagarajan, S.M. Lenzi, A. Vitturi, Eur. Phys. J. A24(‘05)63
- S. Typel and G. Baur, NPA759(‘05)247

$$\boxed{\frac{dB(E1)}{dE} = \frac{3\hbar^2}{\pi^2\mu} e_{\mathrm{E1}}^2 \frac{\sqrt{|E_b|}\, E_c^{3/2}}{(|E_b| + E_c)^4}}$$

ピークの位置: $E_c = \frac{3}{5}|E_b|$

$\left(E_x = E_c - E_b = \frac{8}{5}|E_b|\right)$

ピークの高さ: $\propto 1/|E_b|^2$



全遷移確率:

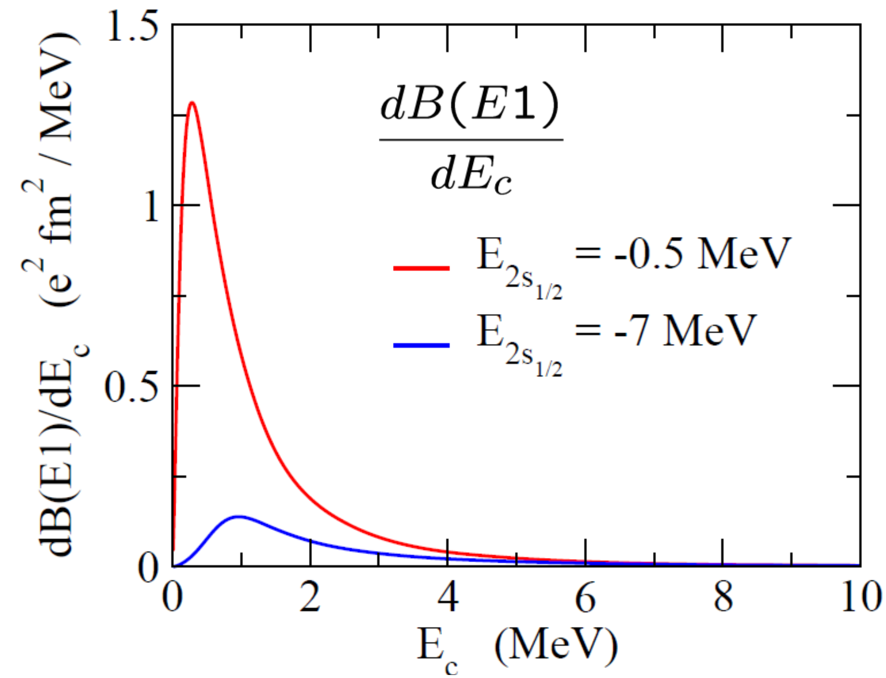
$$B(E1) = S_0 = \frac{3\hbar^2 e_{\mathrm{E1}}^2}{16\pi^2\mu|E_b|}$$

- ➢束縛状態のエネルギーが小さくなると鋭くて高いピーク
- ➢束縛状態のエネルギーが小さくなるとピークのエネルギーが小さくなる

E_{peak} = 0.28 MeV (E_b=-0.5 MeV)

cf. $\frac{3}{5}|E_b| = 0.3$ MeV

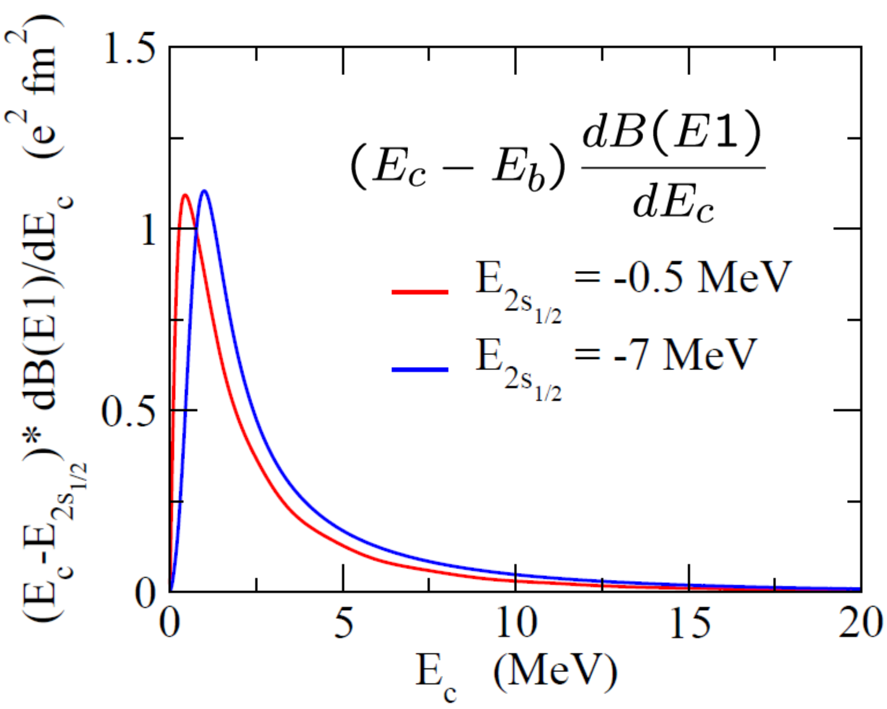
Woods-Saxon ポテンシャルを用いた実際の数値計算

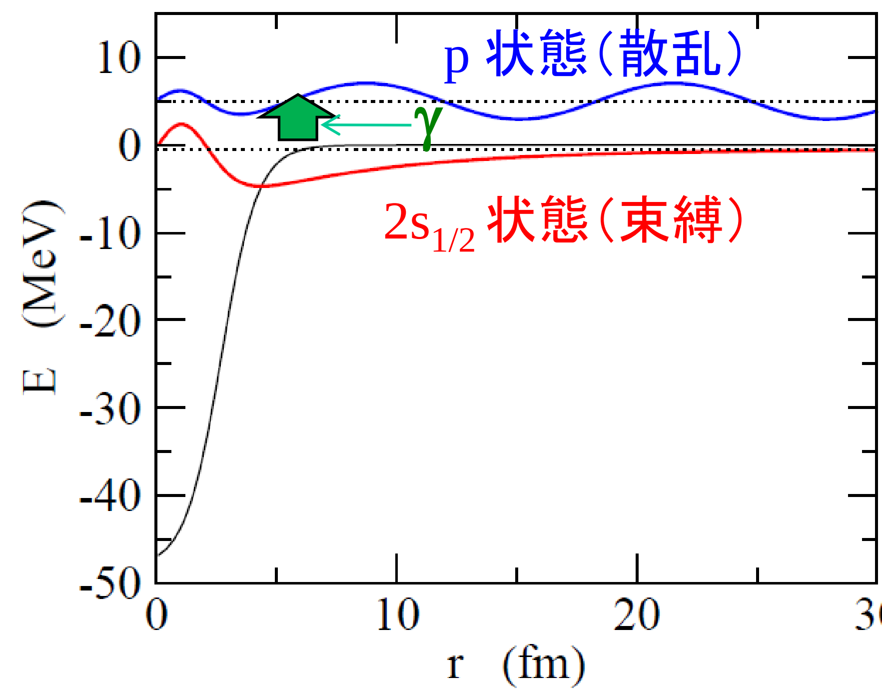


^{11}Be = ^{10}Be + n

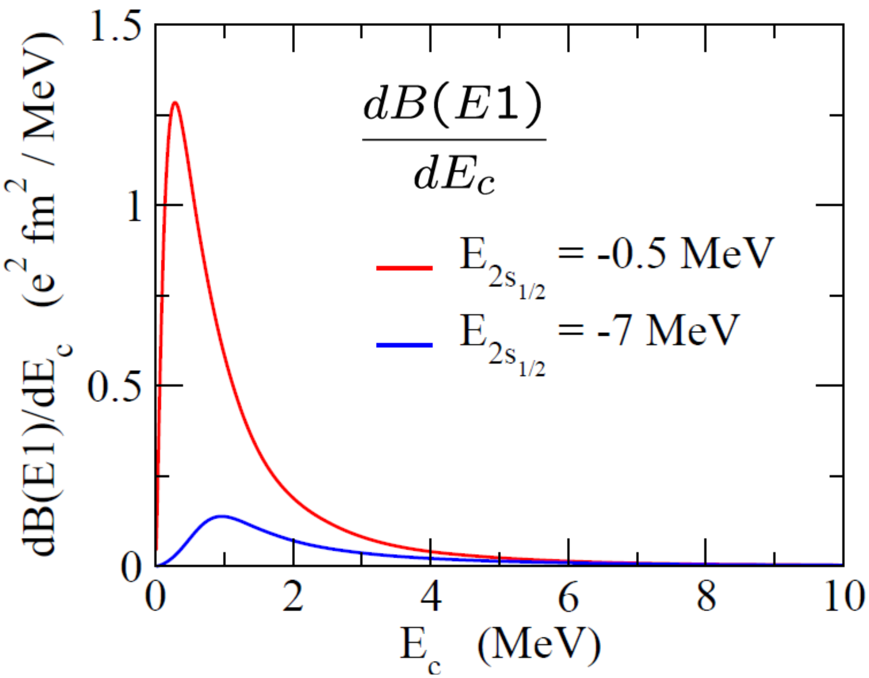
$2s_{1/2}$ 状態（束縛）から p 状態 ($l = 1$) への遷移強度

弱く束縛されている場合と強く束縛されている場合の比較





^{11}Be = ^{10}Be + n $2s_{1/2} \longrightarrow$ p 状態



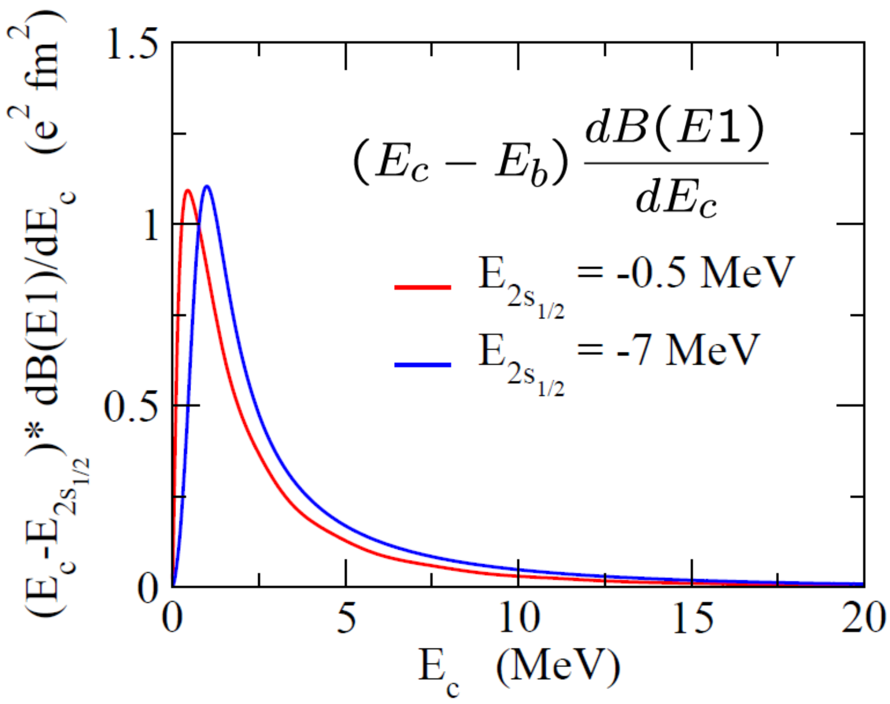
- 束縛状態のエネルギーが小さくなると鋭くて高いピーク

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c}$$

=1.53 e^{2}fm^2 (E$_b$ = -0.5 MeV)
0.32 e^{2}fm^2 (E$_b$ = -7 MeV)

- 束縛状態のエネルギーが小さくなるとピークのエネルギーが小さくなる

E_{peak} = 0.28 MeV (E_b=-0.5 MeV)
0.96 MeV (E_b = -7MeV)



- 遷移強度に $(E_c - E_b)$ を掛けたものはあまり E_b に依らない

$$S_1 = \int_0^\infty dE_c (E_c - E_b) \frac{dB(E1)}{dE_c}$$

=2.79 e^{2}fm^2 MeV (E_b = -0.5 MeV)
3.18 e^{2}fm^2 MeV (E_b = -7 MeV)

和則（わそく）: Sum Rule

$$\frac{dB(E1)}{dE_\gamma} = \frac{1}{2l+1}\left|\langle\psi_f||e_{\mathrm{E1}} r Y_1||\psi_i\rangle\right|^2 \delta(e_f - e_i - E_\gamma)$$

$$\begin{cases} S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} \\ S_1 = \int_0^\infty dE_c\,(E_c - E_b)\frac{dB(E1)}{dE_c} \end{cases}$$

は簡単な式で表わすことができる。

$$S_0 = \frac{3}{4\pi} e_{\mathrm{E1}}^2 \langle r^2\rangle_i \quad \longleftarrow \quad \sum_f |\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle|^2 = \sum_f \langle\psi_i|F|f\rangle\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle = \langle\psi_i|\hat{F}^2|\psi_i\rangle$$

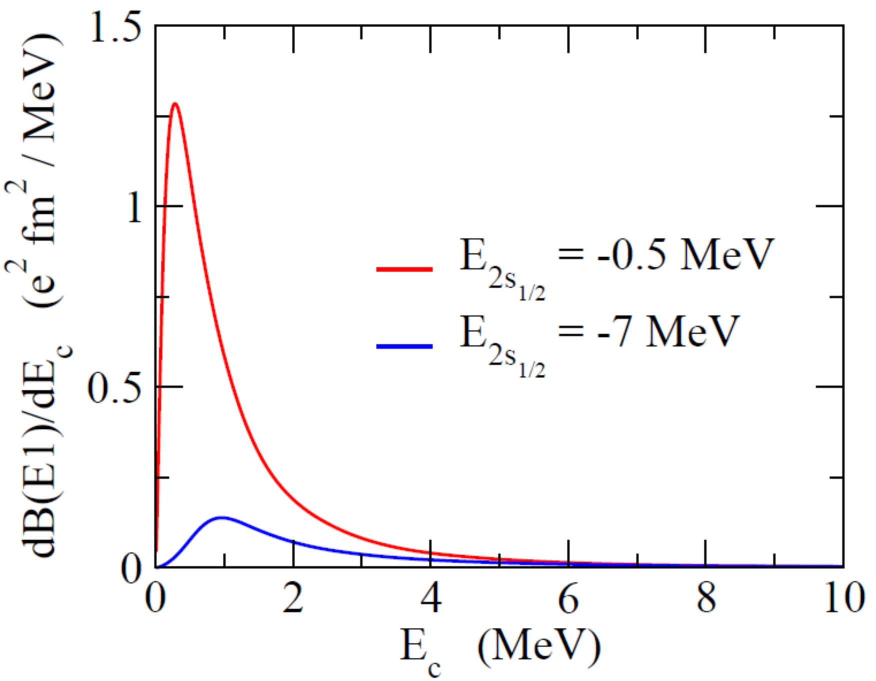
$$S_1 = \frac{9}{8\pi} e_{\mathrm{E1}}^2 \frac{\hbar^2}{\mu} \quad \longleftarrow \quad \frac{1}{2}\langle\psi_i|[\hat{F},[H,\hat{F}]]|\psi_i\rangle = \sum_f (E_f - E_i)|\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle|^2$$

モデル（ポテンシャル、束縛エネルギー、角運動量など）に依らない定数 [TRK (Thomas-Reiche-Kuhn) Sum Rule]

和則（わそく）: Sum Rule

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} = \frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i$$

全E1遷移確率は r^2 の（基底状態）期待値に比例



$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c}$$

=1.53 e^2fm^2 (E_b = -0.5 MeV)
0.32 e^2fm^2 (E_b = -7 MeV)

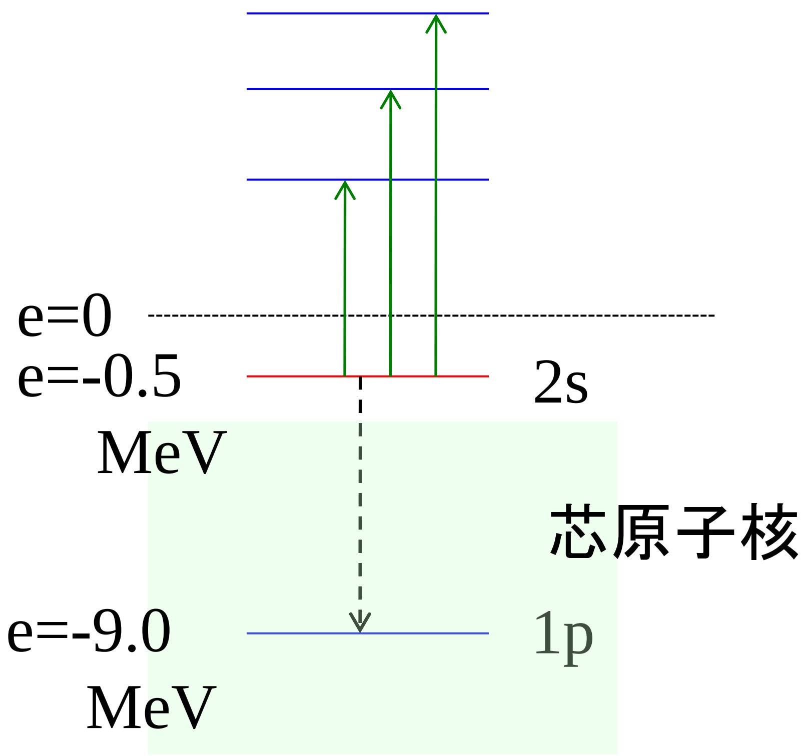
$$\frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i$$

=1.62 e^2fm^2 (E_b = -0.5 MeV)
0.41 e^2fm^2 (E_b = -7 MeV)

＊ほぼ一致。
少しずれているのはパウリ禁止遷移（2sから1pへの遷移）のため

(補足)パウリ禁止遷移

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} = \frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i$$



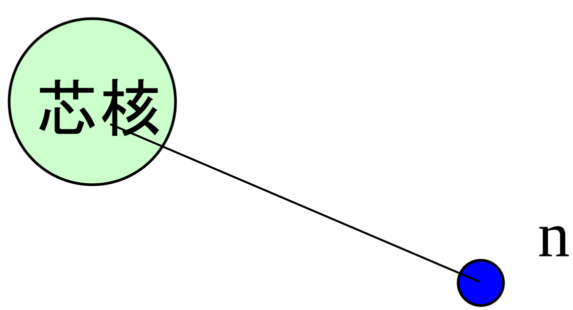
$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c}$$

$=1.5275\ e^2fm^2$

B(E1: 2s → 1p) = 0.0967 e^2fm^2

$$\frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i$$

$=1.6244\ e^2fm^2$

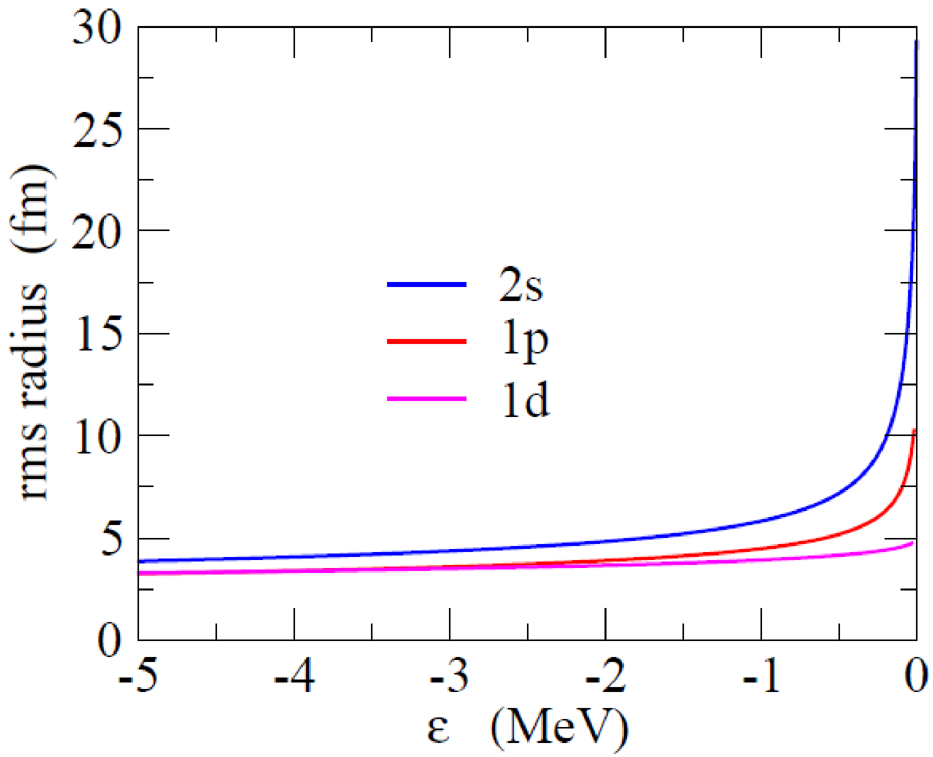


$$\underbrace{1.5275}_{\text{physical transition}}+\underbrace{0.0967}_{\text{forbidden transition}} = 1.6242$$

和則（わそく）: Sum Rule

$$S_0 = \int_0^\infty dE_c \frac{dB(E1)}{dE_c} = \frac{3}{4\pi} e_{E1}^2 \langle r^2 \rangle_i$$

全E1遷移確率は r^2 の（基底状態）期待値に比例



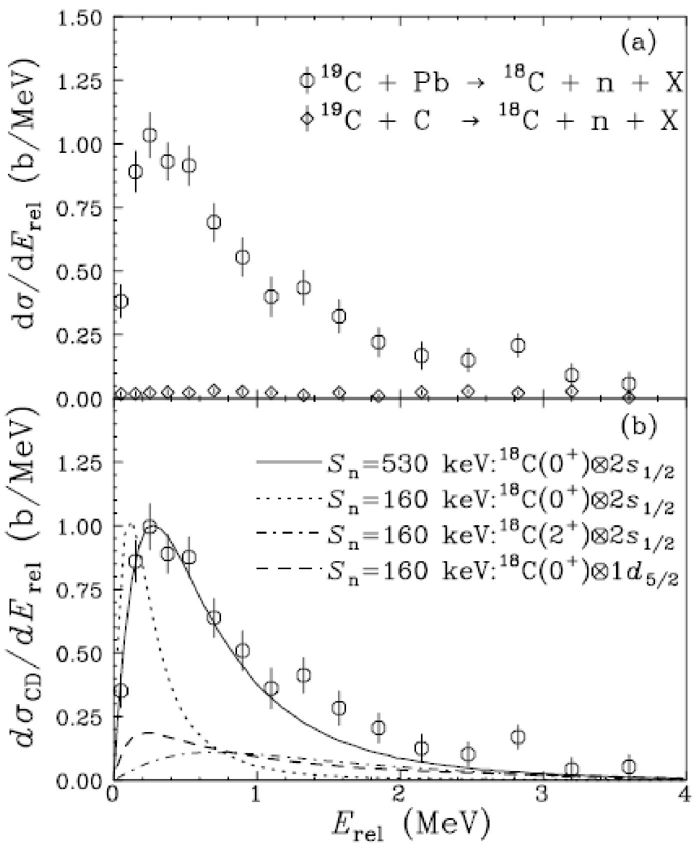
初期状態が l=0 または l=1だと
束縛が弱くなるほど半径は増大

全E1遷移確率も増大

逆に大きな全E1遷移確率
（またはクーロン分解断面積）
が観測されたら l=0 or l=1 が示唆
される → ハロー構造

1n ハロー核の他の候補

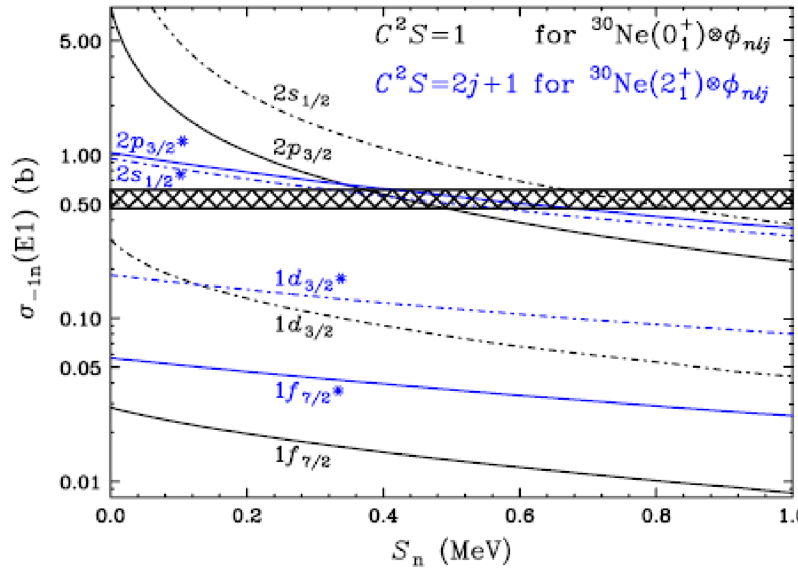
^{19}C: S_n = 0.58(9) MeV



^{19}C のクーロン分解反応

T. Nakamura et al., PRL83(‘99)1112

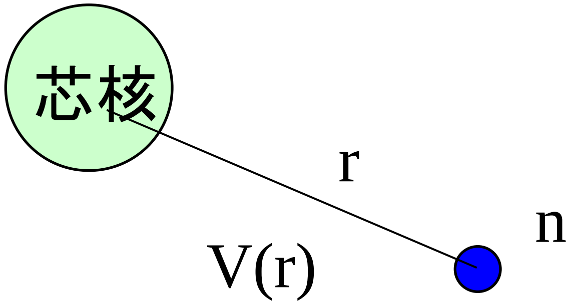
^{31}Ne: S_n = 0.29 +/- 1.64 MeV



大きなクーロン分解反応の断面積

T. Nakamura et al., PRL103(‘09)262501

これまで、芯核は球形として ^{11}Be の最外殻中性子の一粒子運動を議論してきた：



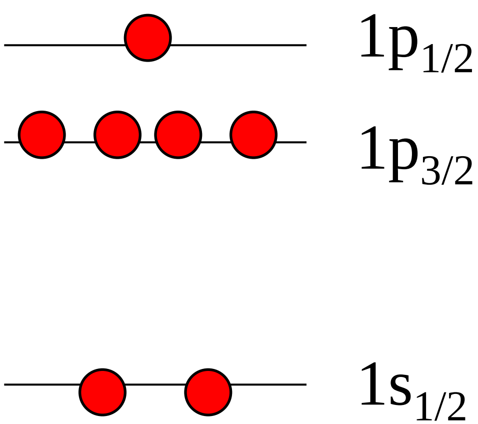
相対運動のハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)$$

↑

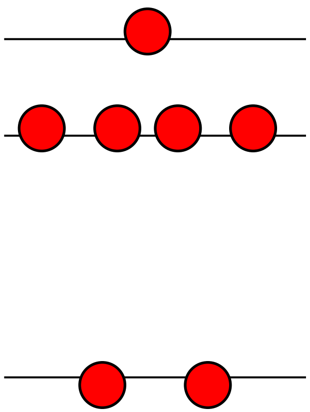
球形のポテンシャル

球形ポテンシャルの準位



^{11}Be の基底状態は $I^\pi = 1/2^-$

球形ポテンシャルの準位



$1p_{1/2}$

$1p_{3/2}$

$1s_{1/2}$

→ ^{11}Be の基底状態は $I^{\pi} = 1/2^{-}$

実際の ^{11}Be の準位

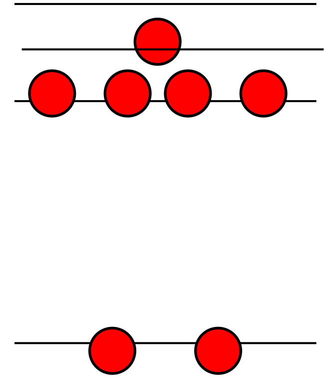
0.32 MeV

$1/2^{-}$

$1/2^{+}$

^{11}Be

? →



$1p_{1/2}$

$2s_{1/2}$

$1p_{3/2}$

$1s_{1/2}$

“parity inversion”

^{11}Be は変形している? ⟶ 変形したポテンシャル中の一粒子運動

Hartree-Fock 法と対称性

$$
\begin{aligned}
H &= -\sum_{i=1}^{A} \frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{i,j}^{A} v(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{r}_j) \\
&= \underbrace{\sum_{i=1}^{A}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}_i^2 + V_{\mathsf{HF}}(i)\right)}_{h_{\mathsf{HF}}} + \underbrace{\frac{1}{2}\sum_{i,j}^{A} v(\boldsymbol{r}_i,\boldsymbol{r}_j) - \sum_{i} V_{\mathsf{HF}}(i)}_{V_{\mathsf{res}}}
\end{aligned}
$$

残留相互作用

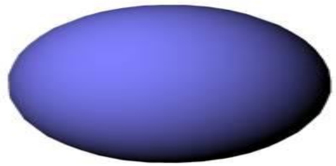
Slater 行列式

$$
\Psi_{\mathsf{HF}}(1,2,\cdots,A) = \mathcal{A}[\psi_1(1)\psi_2(2)\cdots\psi_A(A)]
$$

⇦ h_{HF} の固有状態。ただし、H の固有状態ではない。

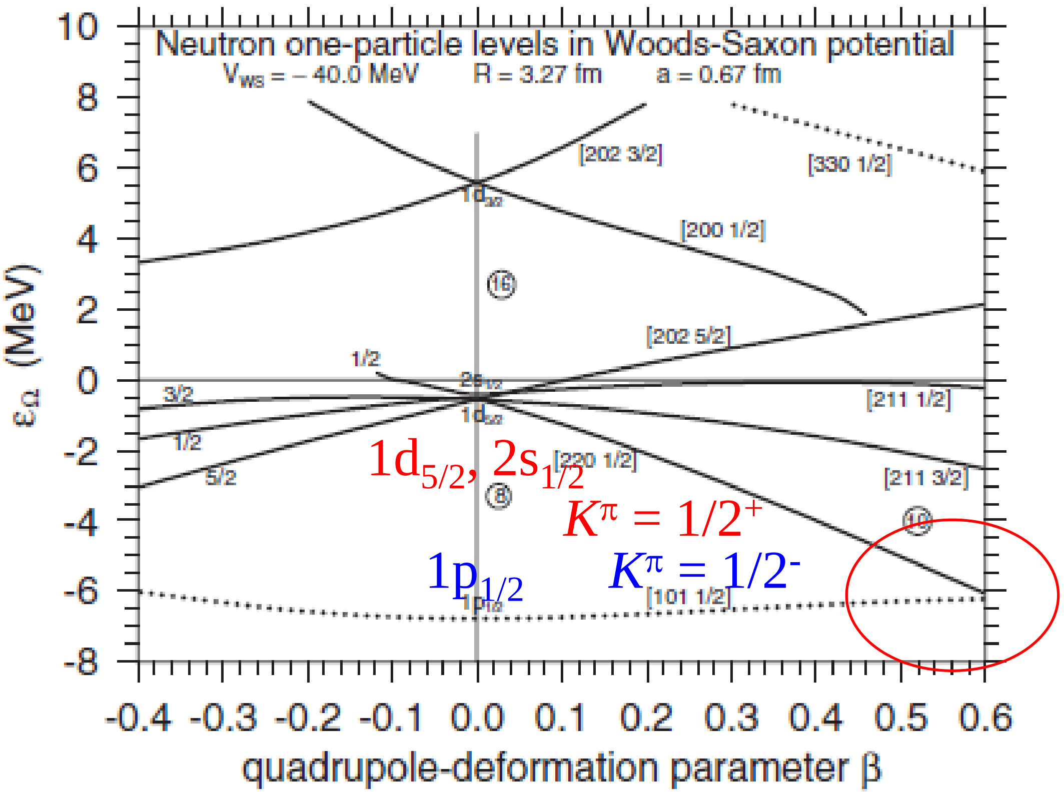
$\boxed{\Psi_{\mathsf{HF}}\ :H\ \text{の持つ対称性を必ずしも持つ必要はない。}}$

“対称性が破れた解”
“対称性の自発的破れ”



変形核

変形の効果で^{11}Be の準位構造は説明できるか?



I. Hamamoto, J. Phys. G37('10)055102

← 変形度が大きくなると正パリティ状態と負パリティ状態が確かに逆転する

(参考)^{10}Be の回転励起(有限の励起エネルギー)を取り入れた結合チャンネル計算:

H. Esbensen, B.A. Brown, H. Sagawa, PRC51('95)1274

F.M. Nunes, I.J. Thompson, R.C. Johnson, NPA596('96)171

s-wave dominance 現象

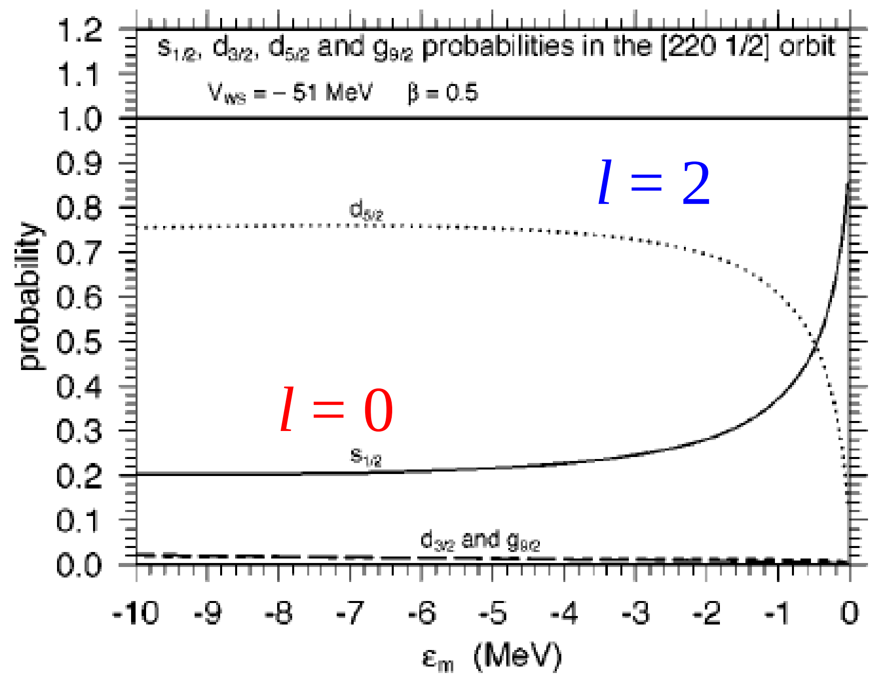
変形核では様々な l の成分が混ざる:

$$\Psi_{K^\pi=0^+}(\boldsymbol{r}) = R_0(r)Y_{00}(\hat{\boldsymbol{r}}) + R_2(r)Y_{20}(\hat{\boldsymbol{r}}) + R_4(r)Y_{40}(\hat{\boldsymbol{r}}) + \cdots$$

束縛が弱くなると、どんなに小さな変形においても、$l = 0$ の項がドミナントになる。

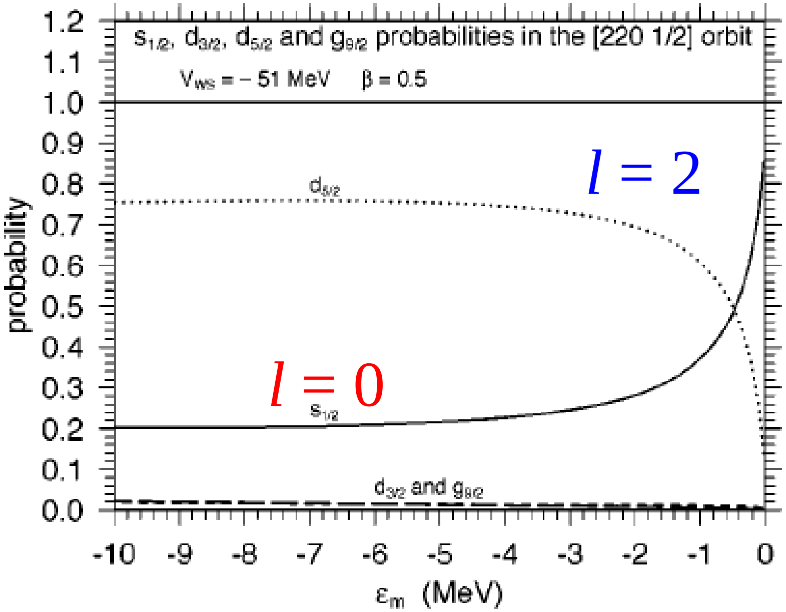
（束縛エネルギーがゼロの極限では l =0 の成分が 100%）

T. Misu, W. Nazarewicz, and S. Aberg, NPA614('97)44

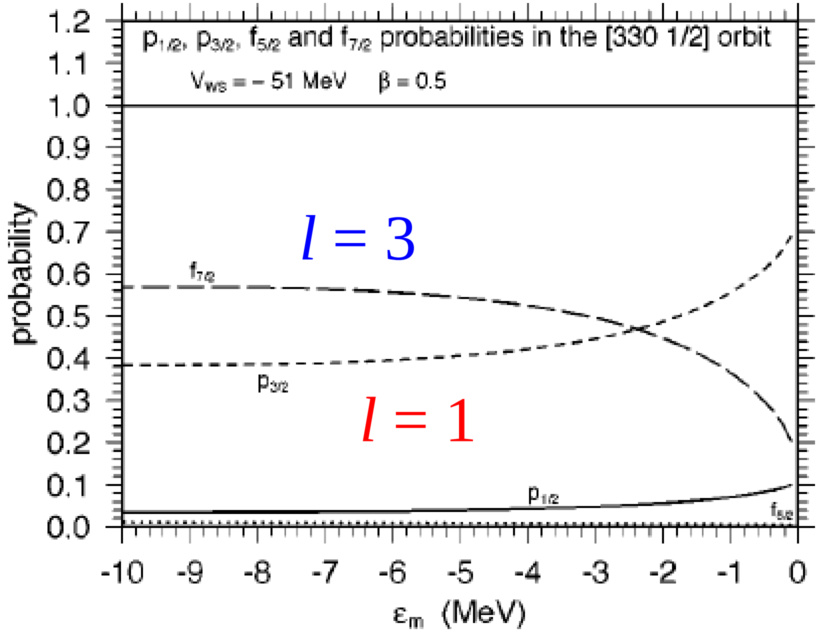


I. Hamamoto, PRC69('04)041306(R)

s-wave dominance 現象



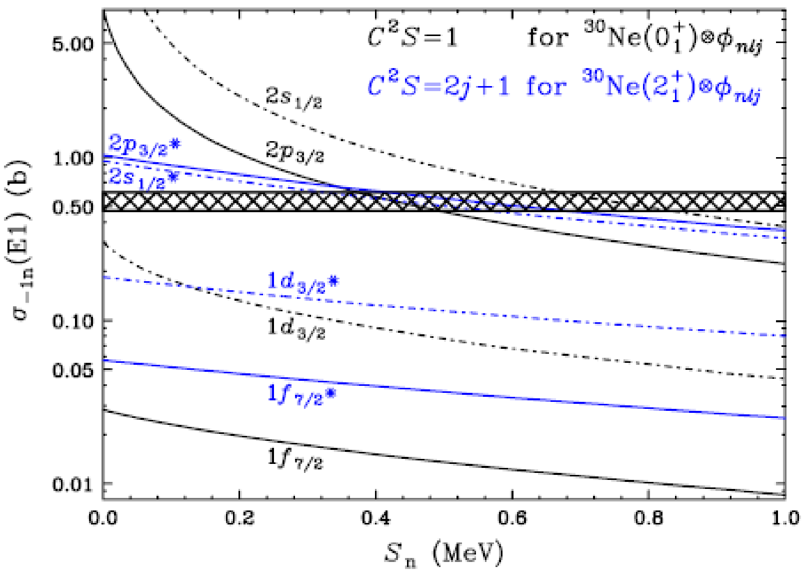
I. Hamamoto, PRC69(‘04)041306(R)



$l = 1$ の成分も同様に弱束縛で増大（但し 100% にはならない）

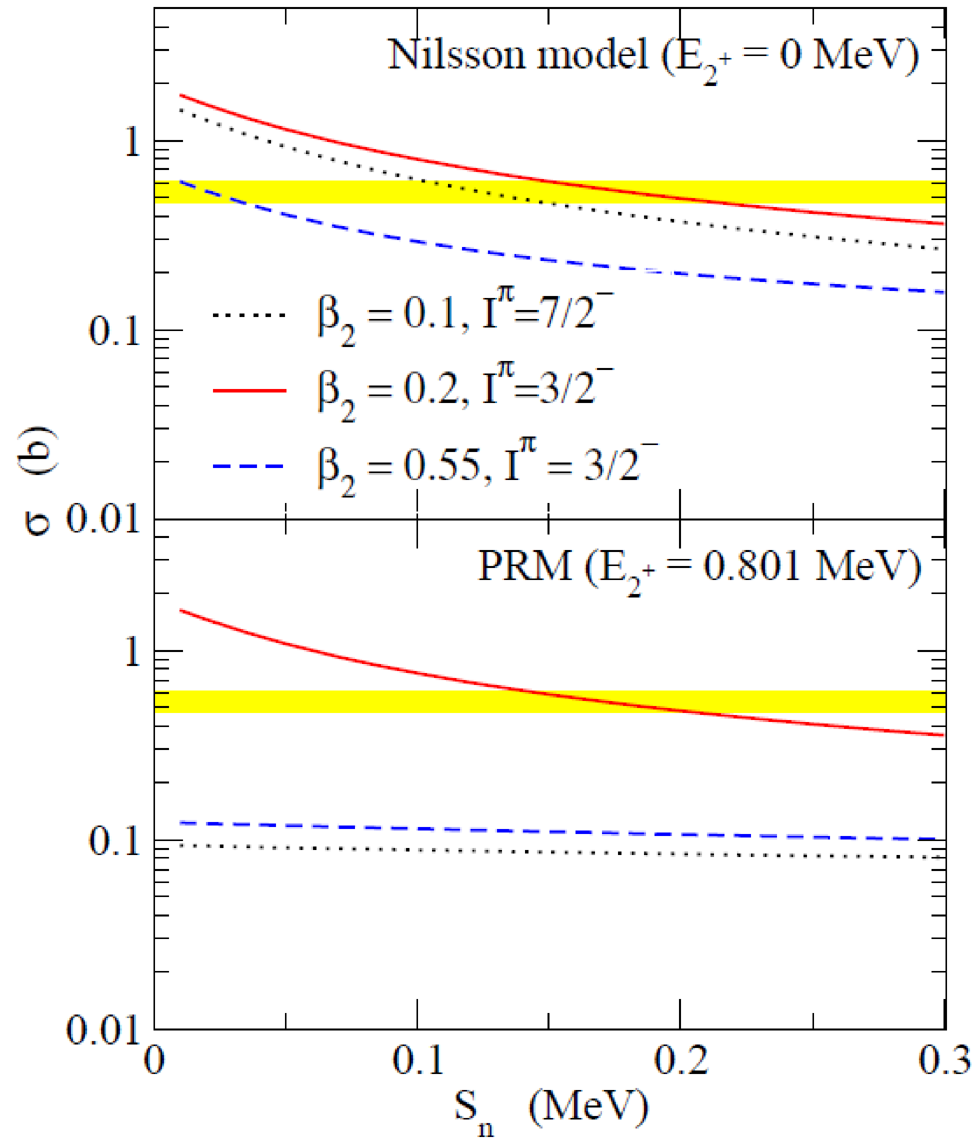
→ 変形したハロー核の可能性: ^{31}Ne

^{31}Ne



大きなクーロン分解反応の
断面積

T. Nakamura et al.,
PRL103('09)262501



Y. Urata, K.H., and H. Sagawa,
PRC83('11)041303(R)