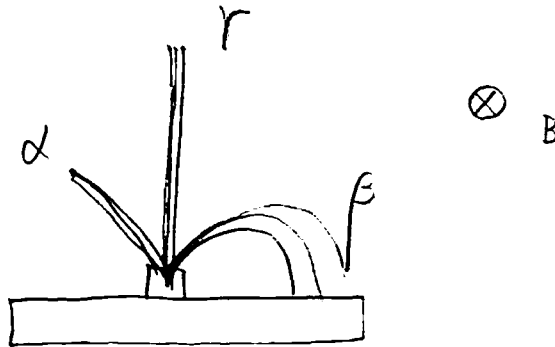


α崩壊について

0. 放射能



α線 : α粒子 ( ${}^4\text{He}$  原子核) の放出  $\leftrightarrow$  強い相互作用

β線 : 電子  
 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$   
 $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$   $\leftrightarrow$  弱い相互作用

γ線 : 高エネルギー電磁波  $\leftrightarrow$  電磁的相互作用

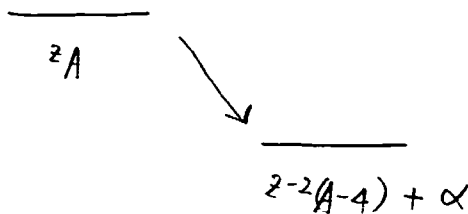
## 1. $\alpha$ 崩壊の系統性

### • 半減期

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \rightarrow \boxed{T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \cdot \log 2}$$

### • $Q$ -value



$$Q_\alpha = M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - M_\alpha$$

$Q_\alpha > 0$  ならば原子核は  $\alpha$  崩壊に対して不安定.

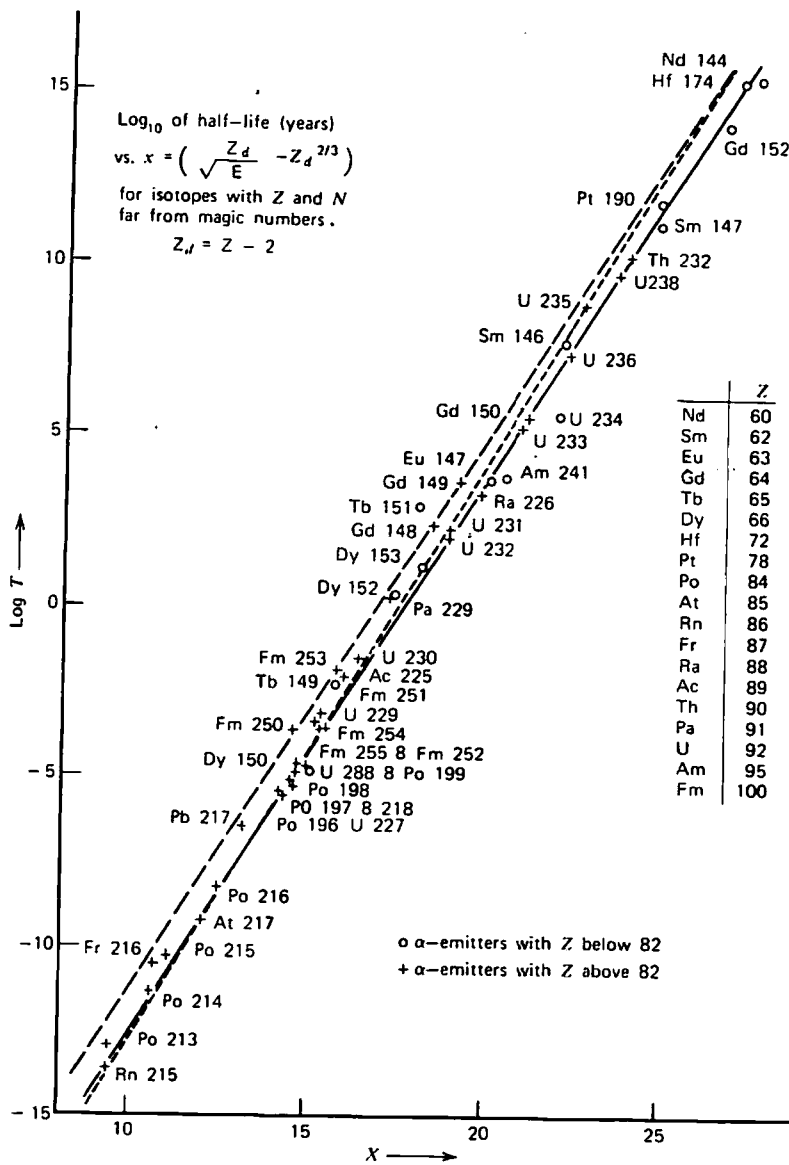


Fig. 5-13. Plot of  $\log_{10} 1/\tau$  versus  $C_2 - C_1 Z_1 / \sqrt{E}$  with  $C_1 = 1.61$  and a slowly varying  $C_2 = 28.9 + 1.6 Z_1^{2/3}$ . (From E. K. Hyde, I. Perlman and G. T. Seaborg, *The Nuclear Properties of the Heavy Elements*, Vol. 1, Prentice-Hall, Inc. (1964), reprinted by permission.)

92

$$\log_{10} T_{1/2} \sim a + b \cdot \frac{Z_d}{\sqrt{Q_\alpha}}$$

Geiger - Nuttall の法則 (1911)

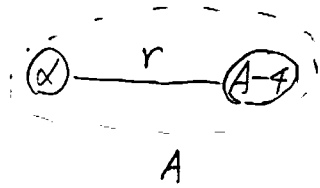
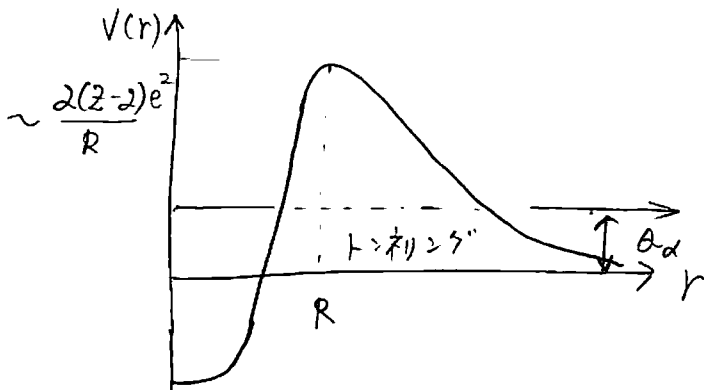
• α 粒子のエネルギーが何かに変化して来たら

$T_{1/2}$  が何々も変わる。

例)  $^{232}\text{Th}$ :  $Q_\alpha = 4 \text{ MeV}$ ,  $T_{1/2} = 1.4 \times 10^{10} \text{ year}$   
 $^{218}\text{Th}$ :  $Q_\alpha = 10 \text{ MeV}$ ,  $T_{1/2} = 0.11 \mu \text{ sec}$ .

→ トンネル効果を示唆 (カマフ, 1928)

## 2. ガママによる $\alpha$ 崩壊の説明



$$Q_\alpha < \frac{2(2-2)e^2}{R}$$

→ トンネル効果による崩壊

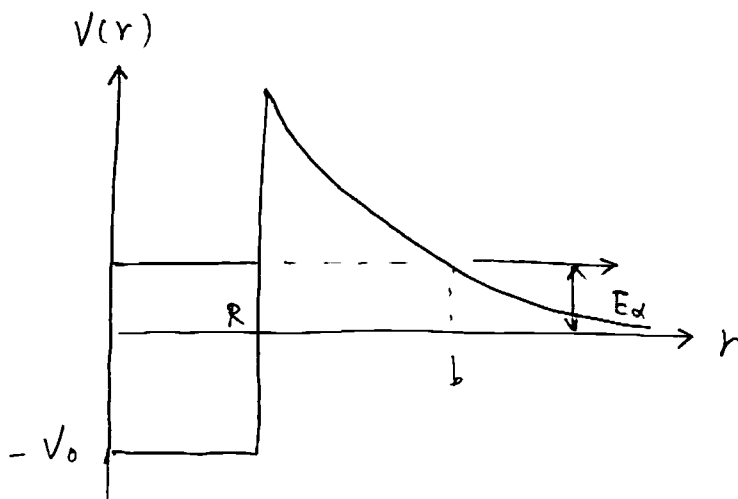
ガママ :

$$\lambda = \omega \cdot P$$

$\omega$ : 単位時間当りにポテンシアル

を hit する数 (attempt frequency)

$P$ : トンネル効果の確率



$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & (r < R) \\ \frac{2,2,2e^2}{r} & (r > R) \end{cases}$$

$$\omega \sim \frac{\tilde{v}}{2R},$$

と単純化すると

$$P = e^{-2 \int_R^b \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} \left( \frac{2,2,2e^2}{r} - E \right)}} dr$$

$$E = \frac{z_1 z_2 e^2}{b}$$

↓

$$P = e^{-G}$$

$$G = 2 \int_R^b dr \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} \left( \frac{z_1 z_2 e^2}{r} - \frac{z_1 z_2 e^2}{b} \right)}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \sqrt{z_1 z_2 e^2} \int_R^b \sqrt{\frac{1}{r} - \frac{1}{b}} dr$$

$$\parallel$$

$$\sqrt{b} \left[ \cos^{-1} \sqrt{\frac{R}{b}} - \sqrt{\frac{R}{b} - \frac{R^2}{b^2}} \right]$$

$$\int \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \sqrt{\frac{R}{b}} \quad (b \gg R)$$

$$\sim \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \sqrt{z_1 z_2 e^2} \cdot \sqrt{\frac{R}{b}} \left( \pi \sqrt{\frac{b}{R}} - 4 \right)$$

$$= \sqrt{\frac{2mR}{\hbar^2} \cdot z_1 z_2 e^2} \left( \pi \sqrt{\frac{z_1 z_2 e^2}{RE}} - 4 \right)$$

$$\lambda = \lambda_0 e^{-\alpha \frac{Z_1}{\sqrt{E}} + \beta}$$

$$T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \cdot \log 2 = C \cdot e^{\alpha \frac{Z_1}{\sqrt{E}}}$$

$$\boxed{\log T_{1/2} = \log C + \alpha \cdot \frac{Z_1}{\sqrt{E}}} \leftarrow \text{Geiger-Nuttall}$$

(note)

$$\beta \leftarrow R \text{ に依存}$$

$\sim$  E と  $\lambda$  から R を決定できる

$$R = r_0 A^{1/3}$$

$$r_0 = 1.48 \text{ fm}$$

(note) 電子散乱の実験:  $r_0 = 1.1 \sim 1.2 \text{ fm}$

- ・ ポテンシャルが現実的にはもっと滑らか
- ・  $\alpha$  粒子の大きさ
- ・ 多体系の中で  $\alpha$  粒子が析出する確率  
( $\alpha$  spectroscopic factor)

$$A_\alpha^2 = |\langle \psi_i(A) | \psi_f(A-4) \cdot \varphi_\alpha \rangle|^2$$

### 3. 共鳴状態の理論

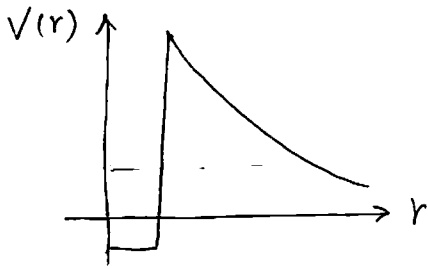
$$V(r) \xrightarrow{?} E_{res}, \Gamma$$

どう求めるか

共鳴幅  
↑  
↑

連続スペクトルからどうやって  
 $E_{res}$  を探すか?

#### 3.1. 共鳴散乱理論



$$u_l(r) \rightarrow e^{-i(kr - \frac{\pi}{2})} - S_l e^{i(kr - \frac{\pi}{2})}$$

"  $e^{2i\delta_l}$

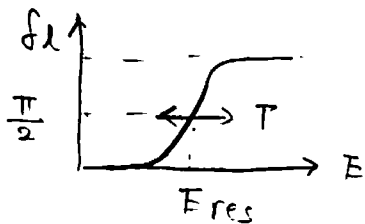
$$\psi(r) \rightarrow e^{ik \cdot r} + f(\theta) \cdot \frac{e^{ikr}}{r}$$

$$f(\theta) = \sum_l (2l+1) \frac{S_l - 1}{2ik} P_l(\cos\theta)$$

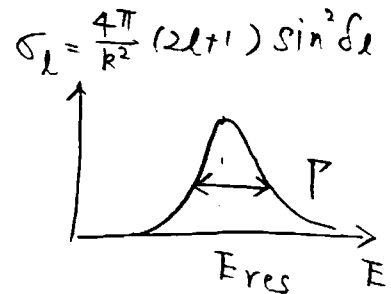
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

$$\sigma = \int d\Omega \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l$$

位相のずれが

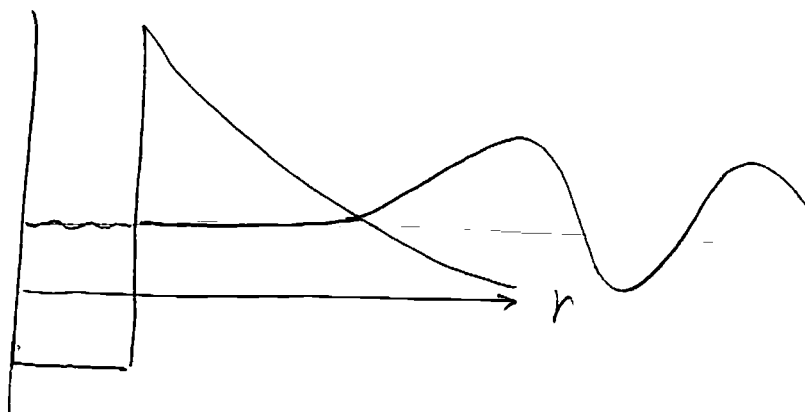


のようた振るよう時

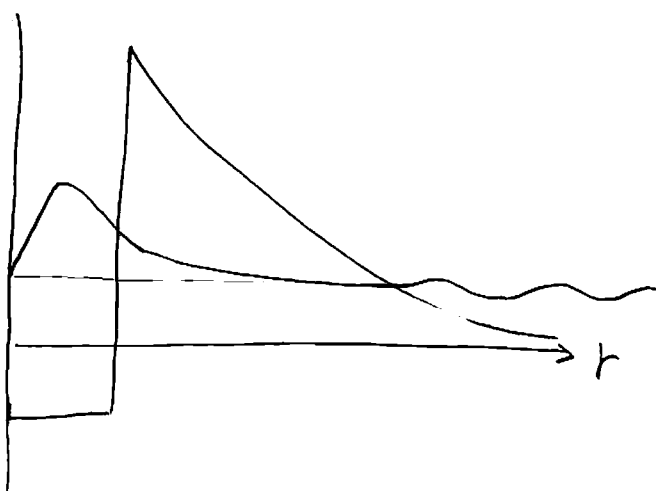


(共鳴散乱)

波動関数の振るまい



off-resonance



on-resonance



### 3.2. カミオフ状態

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r) - E \right] u_l(r) = 0$$

$$u_l(r) \sim \begin{cases} r^{l+1} & (r \rightarrow 0) \\ e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} & (r \rightarrow \infty) \end{cases}$$

同時に漸近のためには

$$E = E_{\text{res}} - i \frac{\Gamma}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{(note)} \quad I(t) &= |\langle \psi(0) | \psi(t) \rangle|^2 \\ &= |\langle \psi(0) | e^{-iHt/\hbar} | \psi(0) \rangle|^2 \\ &= e^{-\Gamma t/\hbar} \end{aligned}$$

$$\text{(note)} \quad |\psi_{\text{q}}\rangle = \int dE |\psi_E\rangle \cdot \frac{1}{i} \sqrt{\frac{\Gamma}{2\pi}} \cdot \frac{1}{E_{\text{res}} - i\frac{\Gamma}{2} - E}$$

ref. A. Bohm et al. Am. J. Phys. 57 (89) 1103

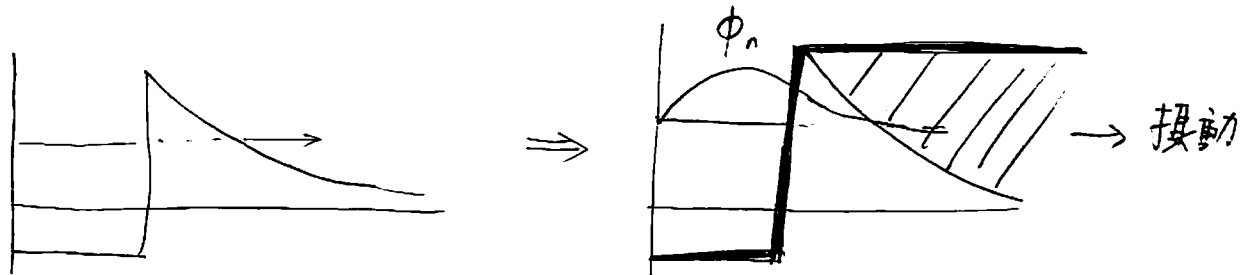
B.R. Holstein, Am. J. Phys. 64 (196) 1061

### 3.3. 2-potential method

S.A. Gurvitz, PRL 59 (87) 262

PRA 38 (88) 1743

野上茂吉郎 「原子核」



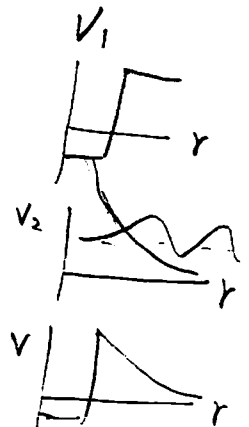
Fermi の Golden Rule

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \phi_E^*(r) \Delta V(r) \phi_n(r) dr \right|^2$$

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V_1(r) \right) \phi_n = E \phi_n$$

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V_2(r) \right) \phi_E = E \phi_E$$

$$\Delta V = V - V_1$$



$$= \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int_R^\infty dr \underbrace{\phi_E^*}_{\frac{\hbar^2}{2m} \phi_E^{*''} + E \phi_E^*} \underbrace{(V_2 - V_1)}_{\frac{\hbar^2}{2m} \phi_n'' + E \phi_n} \phi_n \right|^2$$

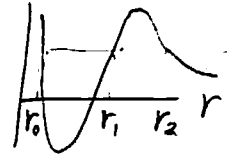
$$= \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{\hbar^2}{2m} \right)^2 \left| \int_R^\infty dr \left( \underbrace{\phi_E^* \phi_n'' - \phi_E^* \phi_n''}_{(\phi_E^* \phi_n - \phi_E^* \phi_n')'} \right) \right|^2$$

$$= \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{\hbar^2}{2m} \right)^2 \left| \phi_E^* \phi_n' - \phi_E^* \phi_n' \right|_{r=R}^2$$

∴  $T$   $\phi_E, \phi_n$  に対して WKB 公式' を用いると

$$\lambda = N \cdot \frac{\hbar}{4m} e^{-2 \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E)} dr}$$

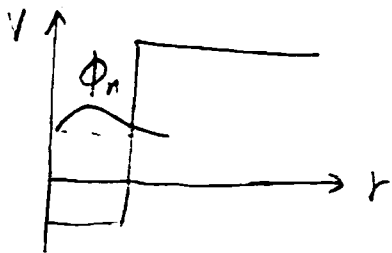
$$N^{-1} \propto \frac{1}{2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{k(r)}$$



$$k(r) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(r))}$$

### 3.4. 時間上依存する T 7°口 - 7

O. Serot, N. Carjan,  
D. Strottman, NPA569(9a)  
562



$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) \right) \psi(r, t)$$

$$\psi(r, t=0) = \phi_n(r)$$

$$P_{\text{tun}}(t) = \int_{r_a}^{\infty} |\psi(r, t)|^2 dr$$

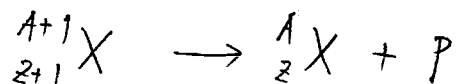
$$\lambda(t) = \frac{1}{1 - P_{\text{tun}}(t)} \frac{d P_{\text{tun}}}{dt}$$

## 4. 陽子放出崩壊

S. Åberg et al.,  
Phys. Rev. C 56 (1977)  
1762

陽子過剰核 ( $Z \gg N$ )

→ 陽子を放出して崩壊



$\alpha$ 崩壊と類似の現象

- ・ 実験技術の進歩に伴い過去10年間で次々と発見
  - ・  $\alpha$ 崩壊より“純粹な”トンネル現象  
(cf.  $\alpha$ が「析出」する確率)
  - ・ mass が軽い
    - 遠心力の効果がない
    - proton decay を用いて exotic な原子核の性質が調べられる
- s.p. level  
変形  
振動 ) など