

四 β 崩壊 $k > 1$

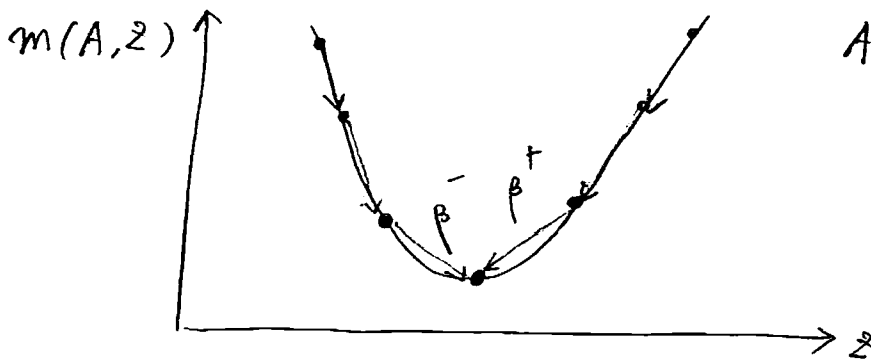
0. β 安定線

液滴模型

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \underbrace{a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A}}$$

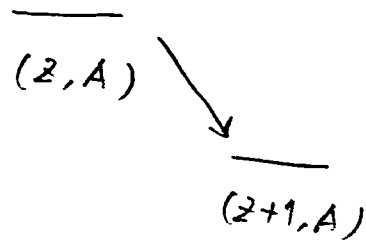
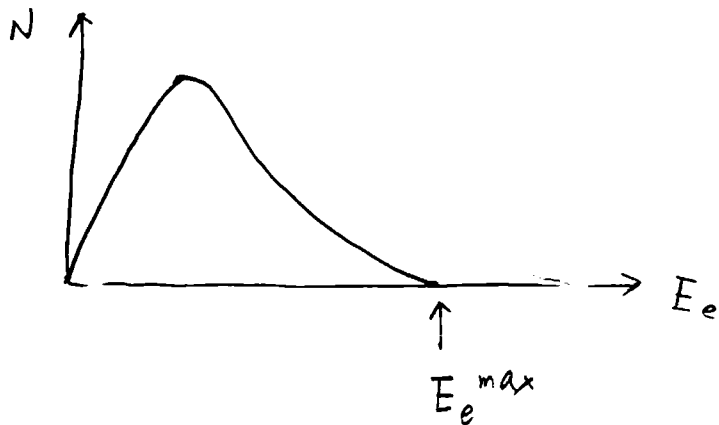
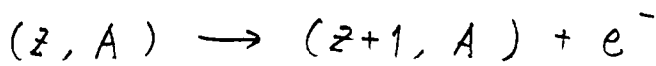


$$m(A, Z) = f(A) + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A}$$



β崩壊について

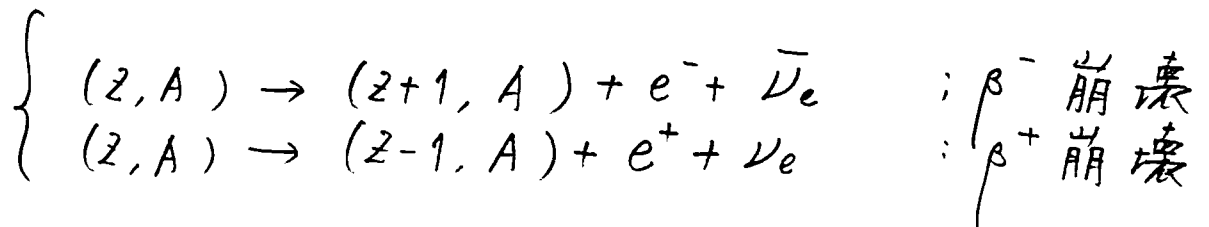
1. β線スロウトルとニュートリノ



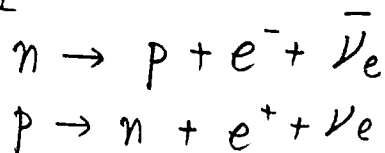
$$E_e^{\max} \sim M(A, Z) c^2 - M(A, Z+1) c^2 - m_e c^2$$

連続分布 → 3体崩壊を示唆

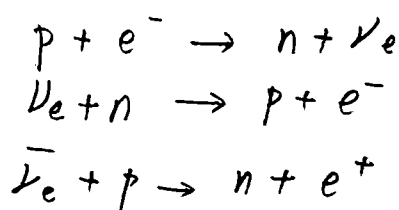
パウリ (1931): ニュートリノを仮定



素過程



その他プロセス



(電子捕獲)

ニュートリノ-原子核反応

2. β 崩壊の理論 (非相対論的, スピン模型)

$$H_{\beta} = g_{\beta} \int (\psi_p^{\dagger}(r) \psi_n(r)) (\psi_e^{\dagger}(r) \psi_{\nu_e}(r)) dV + h.c.$$

$\psi_a^{\dagger}(r)$: 場所 r に a を生成 } ψ を作る
 \bar{a} を消滅 } ψ^{\dagger} を作る

Fermi の Golden Rule:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_{\beta} | i \rangle|^2 \frac{dn}{dE}$$

・ 状態密度:

電子の運動量 : p_e
 (= $\hbar k$) : $p_{\bar{\nu}}$

$(p_e, p_e + dp_e)$
 $(p_{\bar{\nu}}, p_{\bar{\nu}} + dp_{\bar{\nu}})$

} の間にある状態の数

$$\rightarrow dn = V^2 \frac{4\pi p_e^2 dp_e \cdot 4\pi p_{\bar{\nu}}^2 dp_{\bar{\nu}}}{(2\pi\hbar)^6}$$

E に対する E の分配

$$E_e^{\max} = E_e + E_{\bar{\nu}}$$

$$E_{\bar{\nu}} = c p_{\bar{\nu}}$$

$$E_e = \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2}$$

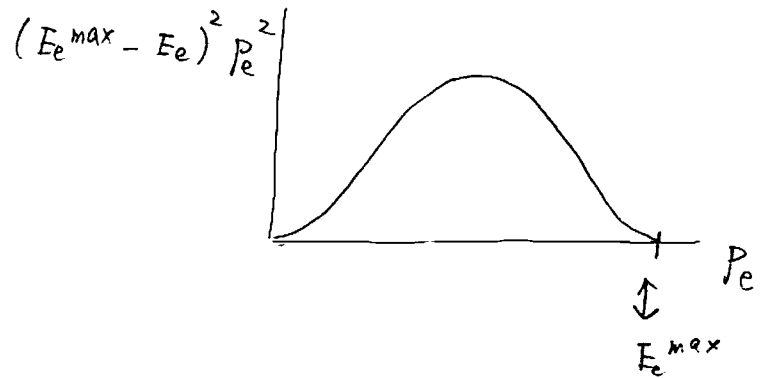
β-崩壊 → E_e の関数として崩壊率をプロット:
 → E_e を固定した時の状態数が必要



$$dE = dE_{\bar{\nu}} = c dP_{\bar{\nu}}$$

$$\Downarrow \frac{dn}{dE} = V^2 \cdot \frac{P_e^2 P_{\bar{\nu}}^2 dP_e}{4\pi^4 \hbar^6 c} = V^2 \cdot \frac{(E_e^{\max} - E_e)^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} P_e^2 dP_e$$

$$= V^2 \cdot \frac{(E_e^{\max} - E_e)^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^6} \cdot \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} E_e dE_e$$



β線は λ^0 7+1Lの形と
非常に似ている。

• $L \gg r$ の波動関数

$$\psi_e(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{iP_e \cdot r/\hbar}, \quad \psi_i(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-iP_i \cdot r/\hbar}$$

$$P_i = -P_e$$

↓

$$\langle f | H_p | i \rangle = \frac{g_F}{V} \int [\psi_f^*(r) T_+ \psi_i(r)] e^{-i(P_e + P_i) \cdot r/\hbar} d^3r$$

$$e^{-i(P_e + P_i) \cdot r/\hbar} \sim \underbrace{1}_{\substack{\text{許容転移} \\ \text{(allowed transition)}}} - \frac{i}{\hbar} (P_e + P_i) \cdot r + \dots$$

↑ 1次禁止転移
(forbidden transition)

$\Psi(r)$: 原子核の多体波動関数

• 選択則

$$\langle f | H_p | i \rangle \sim \frac{g_F}{V} \int [\psi_f^*(r) T_+ \psi_i(r)] d^3r$$

$$\Delta I = 0, \quad \text{パリティ変化なし}$$

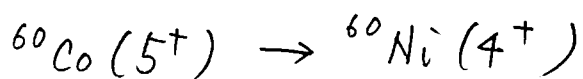
$$0^+ \rightarrow 0^+$$

3. スピン導入 (ガモフ・テラー遷移)

$$H_{\beta} = g_{GT} \int d\mathbf{r} \sum_{\text{spin}} [\psi_p^{\dagger}(\mathbf{r}) \vec{\sigma} \tau_{+} \psi_n(\mathbf{r})] \\ \cdot [\psi_e^{\dagger}(\mathbf{r}) \vec{\sigma} \psi_{\nu_e}(\mathbf{r})]$$

$\Delta I = 1$, 110% τ_{+} 変化なし

$$0^{+} \rightarrow 1^{+}$$



4. 相対論的な取り扱ひ

$$H_{\beta} = \int d\mathbf{r} \left\{ C_V (\psi_p^\dagger \gamma_{\mu} \psi_n) (\psi_e^\dagger \underbrace{\gamma^{\mu}}_{\substack{\text{パリティ} \\ \text{保存}}} (1 + \underbrace{\gamma_5}_{\substack{\text{パリティ} \\ \text{非保存}}}) \psi_{\nu}) + h.c. \right. \\ \left. - C_A (\psi_p^\dagger \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi_n) (\psi_e^\dagger \gamma^{\mu} \gamma_5 (1 + \gamma_5) \psi_{\nu}) + h.c. \right\}$$

"V-A 型"

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-i\gamma_k\gamma_5 = \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & -\sigma_k \end{pmatrix}, \quad -i\gamma_0\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

†1-7" 非相対論 極限:

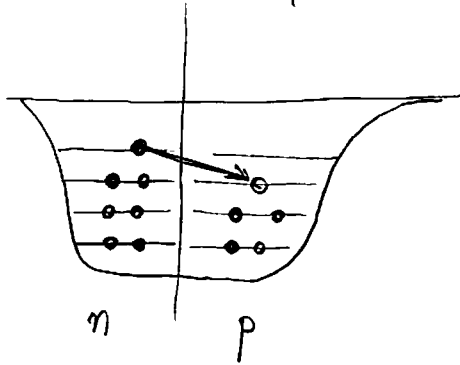
$$\gamma_{\mu} \sim \delta_{\mu,0}, \quad \gamma_5 \sim 0, \quad -i\gamma_k\gamma_5 \sim \sigma_k \\ -i\gamma_0\gamma_5 \sim 0$$

↓

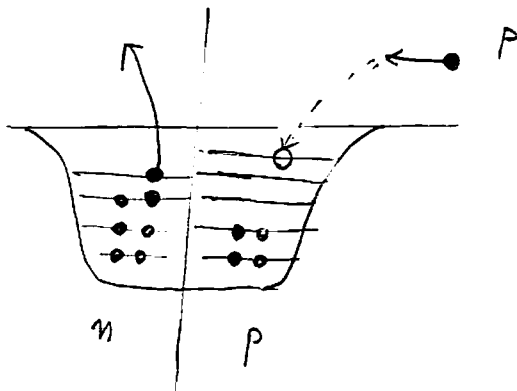
$$H_{\beta} \sim \int d\mathbf{r} \left\{ C_V (\psi_p^\dagger \psi_n) (\psi_e^\dagger \psi_{\nu}) + h.c. \right. \\ \left. + \underbrace{C_A (\psi_p^\dagger \vec{\sigma} \psi_n) \cdot (\psi_e^\dagger \vec{\sigma} \psi_{\nu})}_{GT} + h.c. \right\}$$

5. 荷電交換反応

核内 τ の β 崩壊



荷電交換反応 (p, n) 反応



最近 τ は $(^3\text{He}, t)$ など.

\uparrow \uparrow
 $Z=2$ $Z=1$
 $N=1$ $N=2$