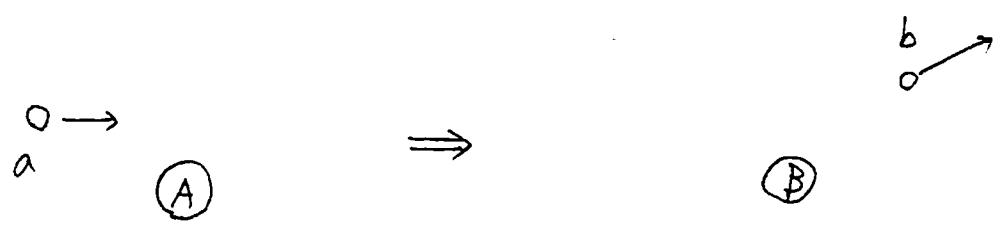


原子核反応について

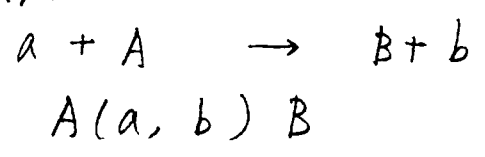
- ・ 原子核の形
- ・ 核力の性質
- ・ 原子核の励起状態
- ・ 新元素の合成

← 原子核反応
標的核に入射核を照射しどう変化するか観測

1. notation



2 体反応

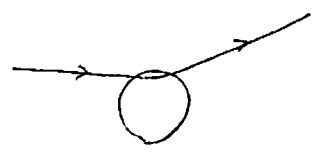
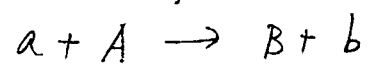


* エネルギーが高いと原子核がバラバラになる多重破砕反応が起こることも。

3 つの反応プロセス

i) 弾性散乱 $A(a, a) A$

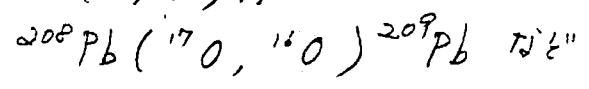
ii) 直接過程



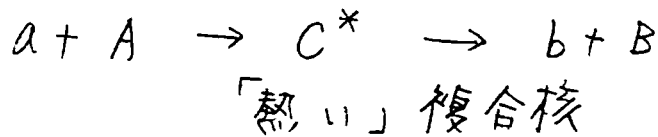
表面付近で 1~2 回の核子衝突を経て起こる反応

・ 非弾性散乱 $A(a, a') A^*$

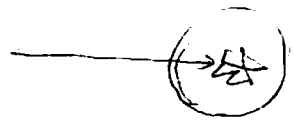
・ 核子移行



iii) 複合核合成反応

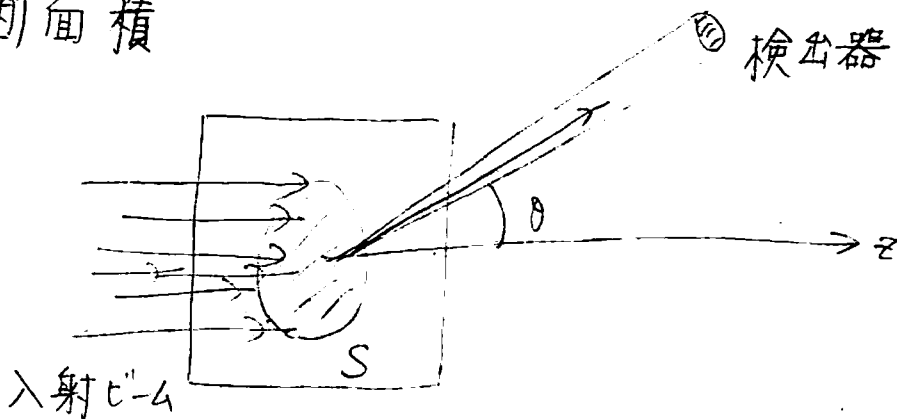


中心付近で多数回の核子衝突



↳ 初期状態の情報の喪失
 ・「熱平衡」
 (ポリアの複合核理論)

2. 断面積



$$\text{断面積} = \frac{\text{標的核 1つ当たりの反応率}}{\text{入射 フラックス}}$$

反応率：単位時間当たりに反応が起きる確率

フラックス：単位時間当たりに単位面積を通過する粒子の数

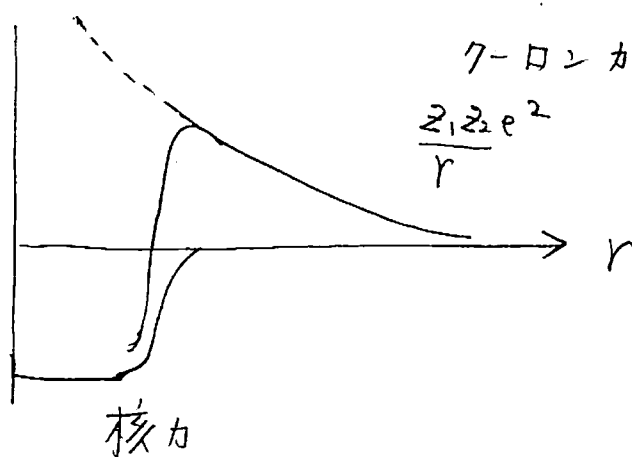
次元： L^2

単位： $mb = (10^{-3} \times 10^{-28} \text{ cm}^2 = 0.1 \text{ fm}^2)$

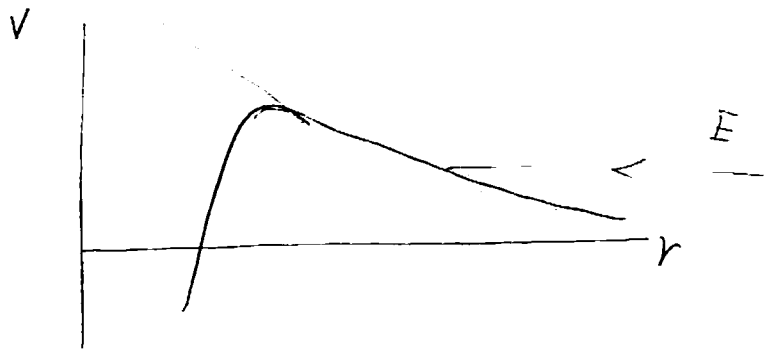
3. 入射粒子の種類と断面積の特徴

{	γ, e^-	: 電磁カ (荷電分布や荷電電流の情報)
	p, d など	: 軽イオン
	$\alpha, {}^{16}O$ など	: 重イオン
	n	

原子核間ポテンシャル



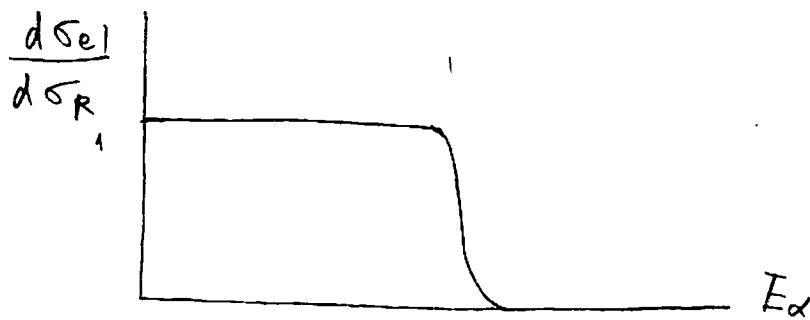
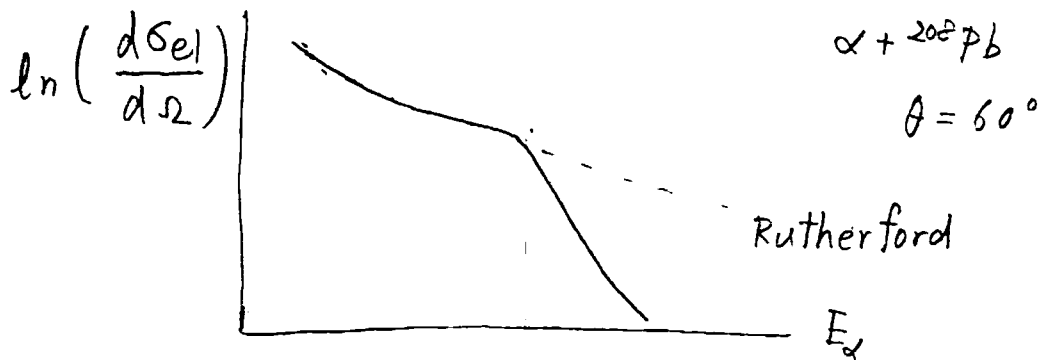
長距離斥力 (クーロン) \rightarrow クーロン障壁
 短距離引力 (核カ)

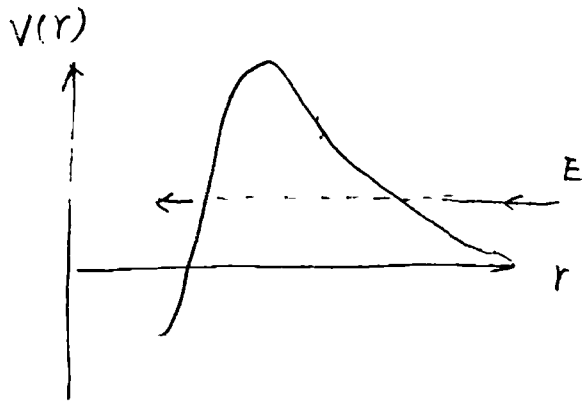


エネルギーが低いと核力の影響が小さい

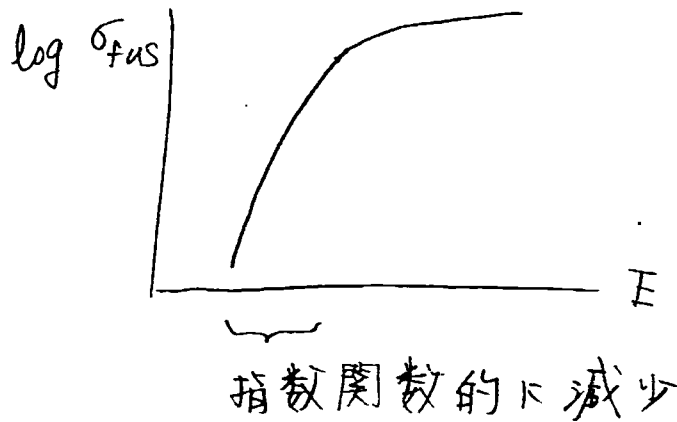
$$\rightarrow \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \sim \frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E} \right)^2 \text{cosec}^4 \frac{\theta}{2}$$

エネルギーが高くなるにつれて核力の影響

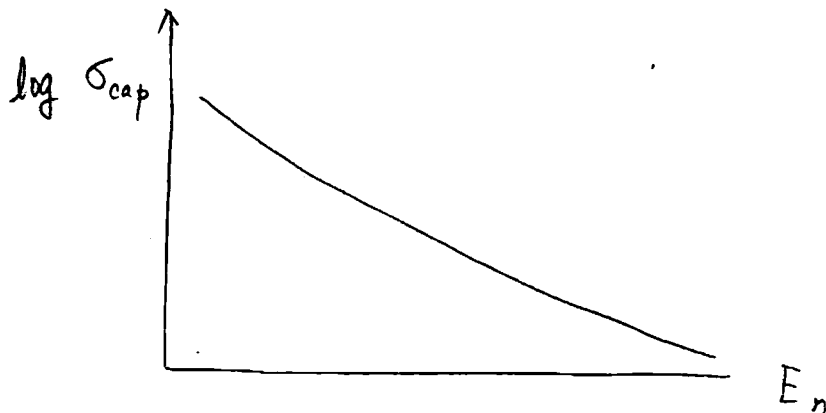




核融合反応は障壁を通過しないと起らない → 低エネルギーでは抑制



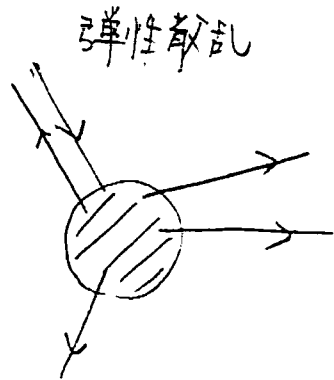
ただし、中性子反応では $1/v_n$ に従って増大
 ↑ クロソ障壁なし



4. 光学ポテンシャル

核反応

- ・ 弾性散乱
- ・ 非弾性散乱
- ・ 核子移行
- ・ 核融合



弾性散乱の「チャンネル」に戻ってくるフラックスの現象
 → フラックスの減少

光学ポテンシャル

$$V_{opt}(\vec{r}) = V(\vec{r}) - iW(\vec{r})$$

虚部

(note)

$$i\hbar \partial_t \psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V - iW \right) \psi$$

$$\begin{aligned} \downarrow \\ i\hbar \psi^* \dot{\psi} &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \psi^* \nabla^2 \psi + (V - iW) \psi^* \psi \\ -i\hbar \psi \dot{\psi}^* &= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \psi \nabla^2 \psi^* + (V + iW) \psi \psi^* \end{aligned}$$

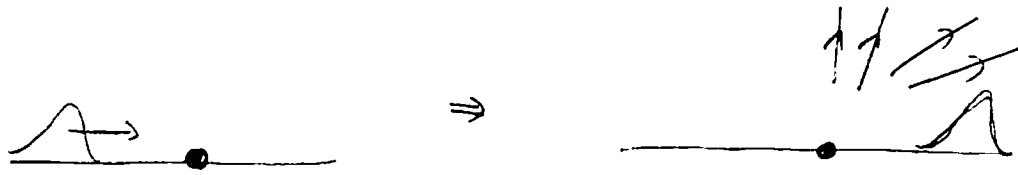
$$\Rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\psi \psi^*) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla \cdot (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - 2iW \psi \psi^*$$

$$\text{or } \partial_t \rho + \nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{2}{\hbar} W \rho$$

$W > 0$ ならば ρ が減少

$$\rho = \psi \psi^*$$

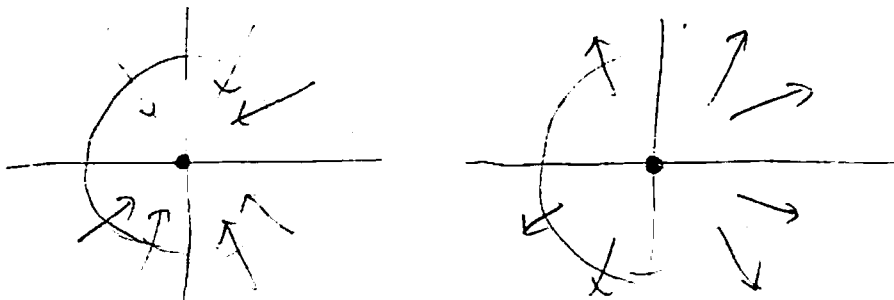
弾性散散の断面積



$$\psi(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} + \underbrace{f(\theta) \cdot \frac{e^{ikr}}{r}}_{\text{散乱波}}$$

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (S_l - 1) \times P_l(\cos\theta) \right|^2$$

吸収断面積 (反応断面積)



$$N_{in} \neq N_{out}$$

$$\sigma_{abs} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - |S_l|^2)$$

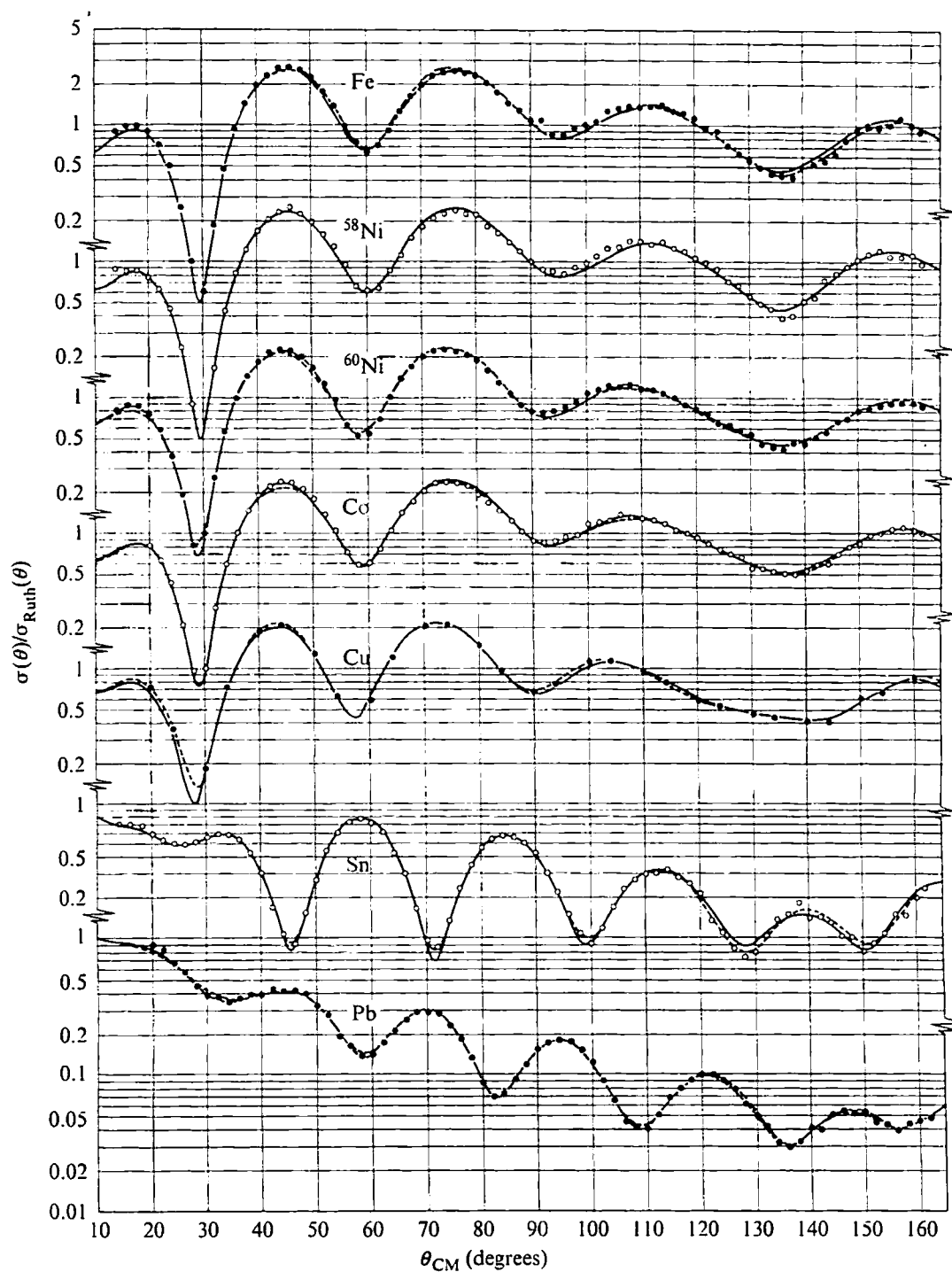
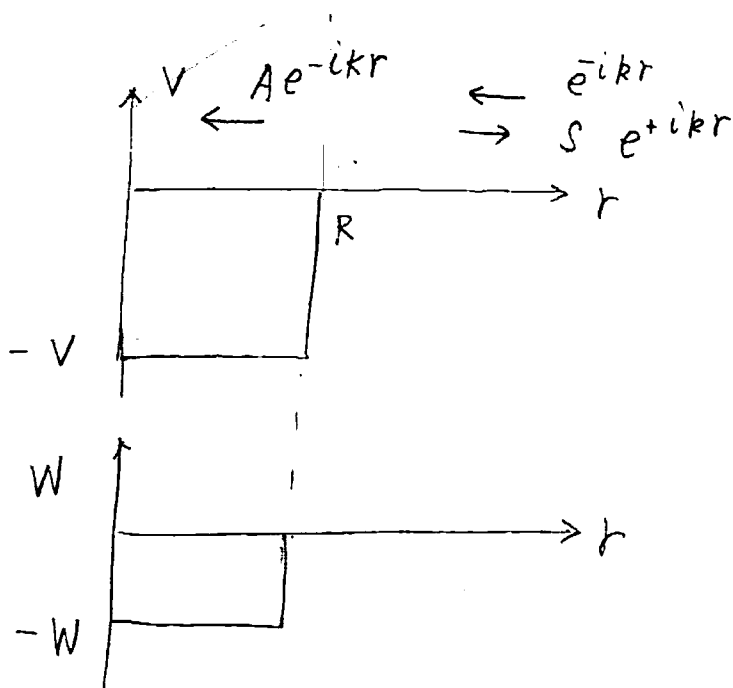


Figure 4.7 Differential cross sections for the elastic scattering of 30.3-MeV protons from different target nuclei plotted as a ratio of the Rutherford cross section. The data are shown as dots, and the solid lines are theoretical fits obtained by using the optical model. From G. R. Satchler (1967). Reproduced by permission of Elsevier Science.

• 中性子散乱に対する S-wave 模型



$$\psi(r) = \frac{U(r)}{r} Y_{00}(\hat{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \cdot \frac{U(r)}{r}$$

(note) もし自由粒子なら $\frac{U(r)}{r} = f_0(kr) = \frac{\sin kr}{kr} = \frac{e^{ikr} - e^{-ikr}}{2ikr}$

↓

$$r \geq R: U(r) = e^{-ikr} - S e^{ikr} \quad \text{--- ①}$$

$$r < R \quad \text{では} \quad U = -V - iW$$

$$U(r) = A e^{-ikr} + B e^{ikr}$$

$$k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - U)}$$

$$= \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E + V + iW)}$$

(note)

$$K = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E+V) \left(1 + \frac{iW}{E+V}\right)}$$

$$\sim \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E+V)} \left(1 + \frac{iW}{2(E+V)}\right)$$

もし W
が小さいと

$$= k_R + ik_I \quad (k_R, k_I > 0)$$

↓

$$e^{ikr} = e^{ik_R r} e^{-k_I r} \sim 0$$

↓

$$u(r) = A e^{-ikr} \quad (r < R) \quad \text{--- ②}$$

①と②の接続 @ $r=R$

$$\begin{cases} A e^{-ikR} = e^{-ikR} - S e^{ikR} \\ -ikA e^{-ikR} = -ik e^{-ikR} - ikS e^{ikR} \end{cases}$$

↓

$$\frac{1}{-ik} = \frac{e^{-ikR} - S e^{ikR}}{-ik(e^{-ikR} + S e^{ikR})}$$

$$k e^{-ikR} + k S e^{ikR} = k e^{-ikR} - k S e^{ikR}$$

$$\Downarrow \quad S = \frac{k-k}{k+k} e^{-2ikR}$$

$$\Downarrow \quad \sigma_{\text{cap}} = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) (1 - |S_l|^2)$$

$$\sim \frac{\pi}{k^2} (1 - |S|^2)$$

$$= \frac{\pi}{k^2} \left(-1 - \left(\frac{k-k}{k+k} \right)^2 \right) = \frac{\pi}{k^2} \cdot \frac{4kk}{(k+k)^2} //$$

(note) $V \sim 50 \text{ MeV}$

\Downarrow E_n が "小さい" とおると (~~遅い~~ 中性子)
 $k \ll k \sim \text{const.}$

$$\Downarrow \quad \sigma_{\text{cap}} \sim \frac{4\pi}{kk} \propto \frac{1}{\sqrt{V}}$$