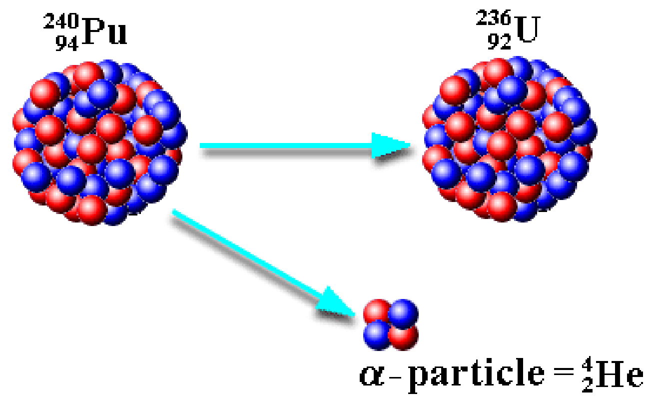
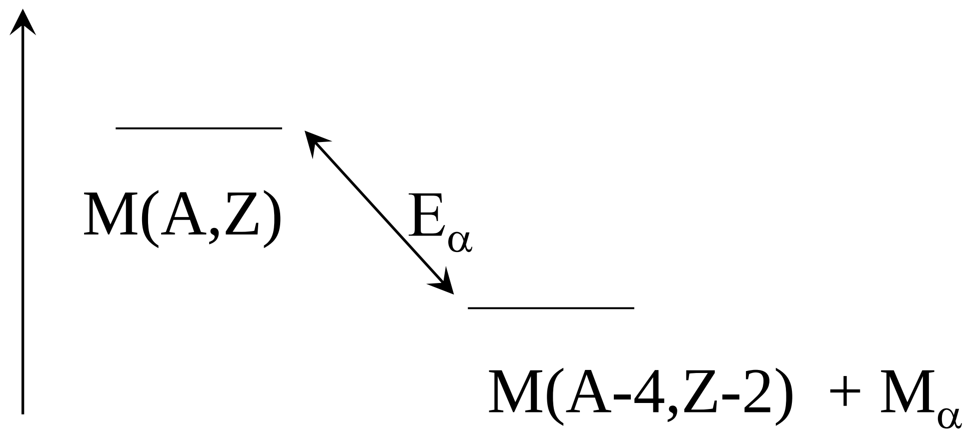
α崩壊について

実験的な観測量: $T_{1/2}$ と E_α





実験データ:

E_α がわずかに変化しただけでも $T_{1/2}$ が何桁も変わる。

例） ^{232}Th : E_α = 4 MeV, $T_{1/2}$ = 1.4 x 10^{10} 年 = 4.4 x 10^{17} 秒

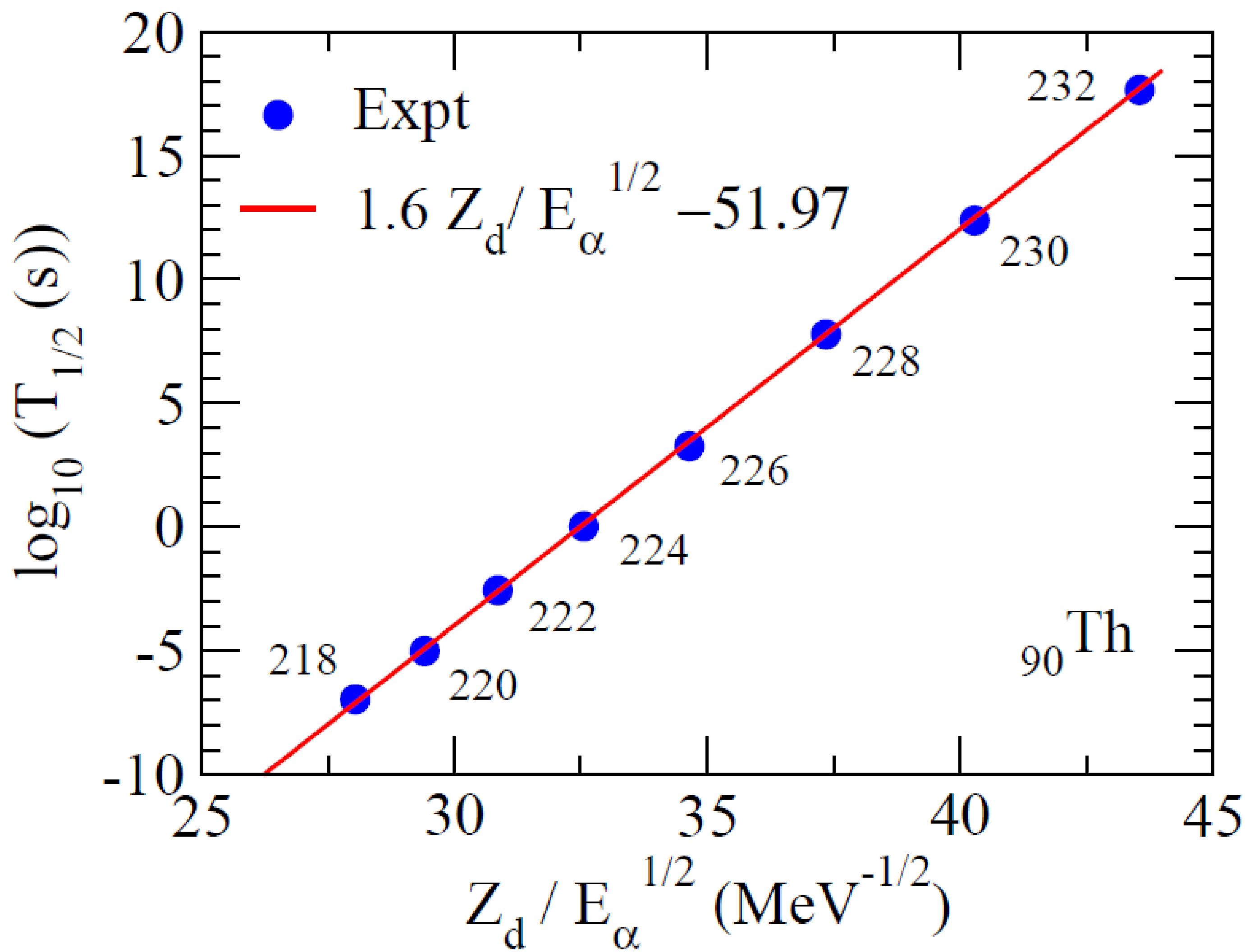
^{218}Th : E_α = 10 MeV, $T_{1/2}$ = 0.11 μsec. = 1.1 x 10^{-7} 秒

→ トンネル効果を示唆（ガモフ 1928年）

経験則: Geiger-Nuttall 則（1911年）

$$\log_{10} T_{1/2} \sim a + b\frac{Z_D}{\sqrt{E_\alpha}} \qquad (Z_D = Z-2)$$

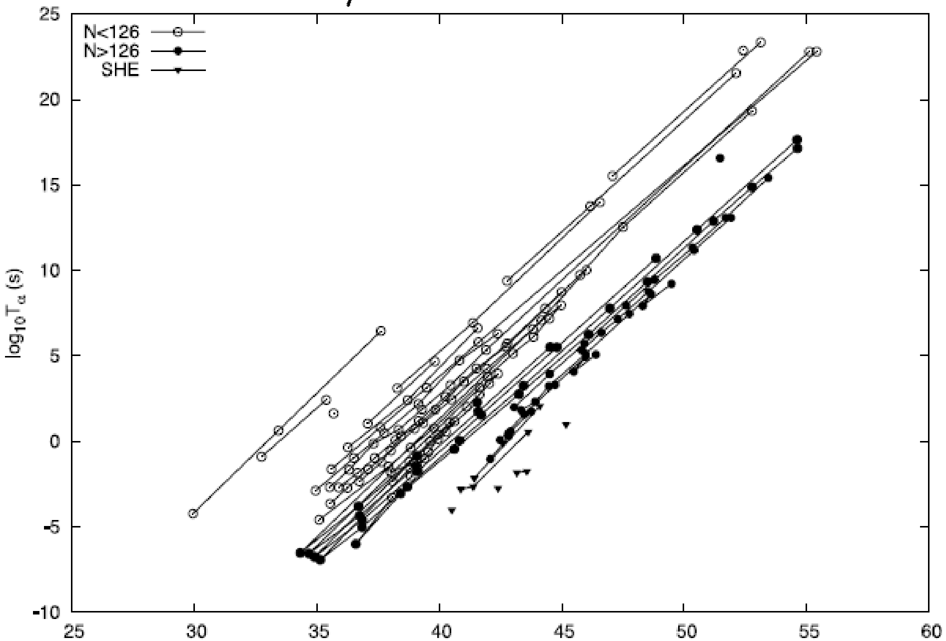
α崩壊: Geiger-Nuttal 則



cf. B. Buck, A.C. Merchant, and S.M. Perez, PRL65('90)2975

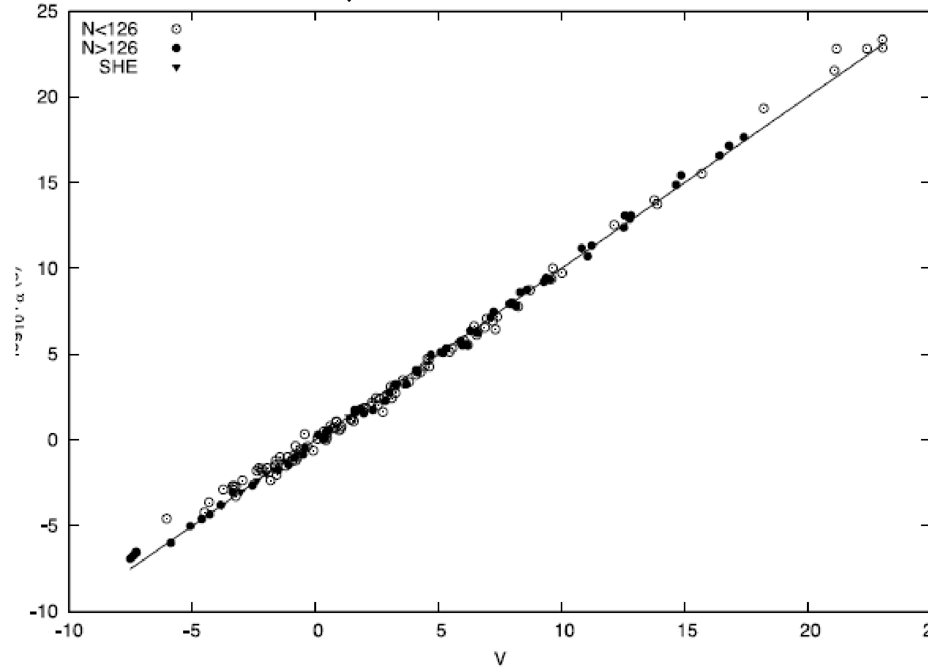
よりよい経験則: Viola-Seaborg 則（1966年）

$\log_{10} T_{1/2}$



$$\frac{Z_D}{\sqrt{E_\alpha}}$$

$\log_{10} T_{1/2}$



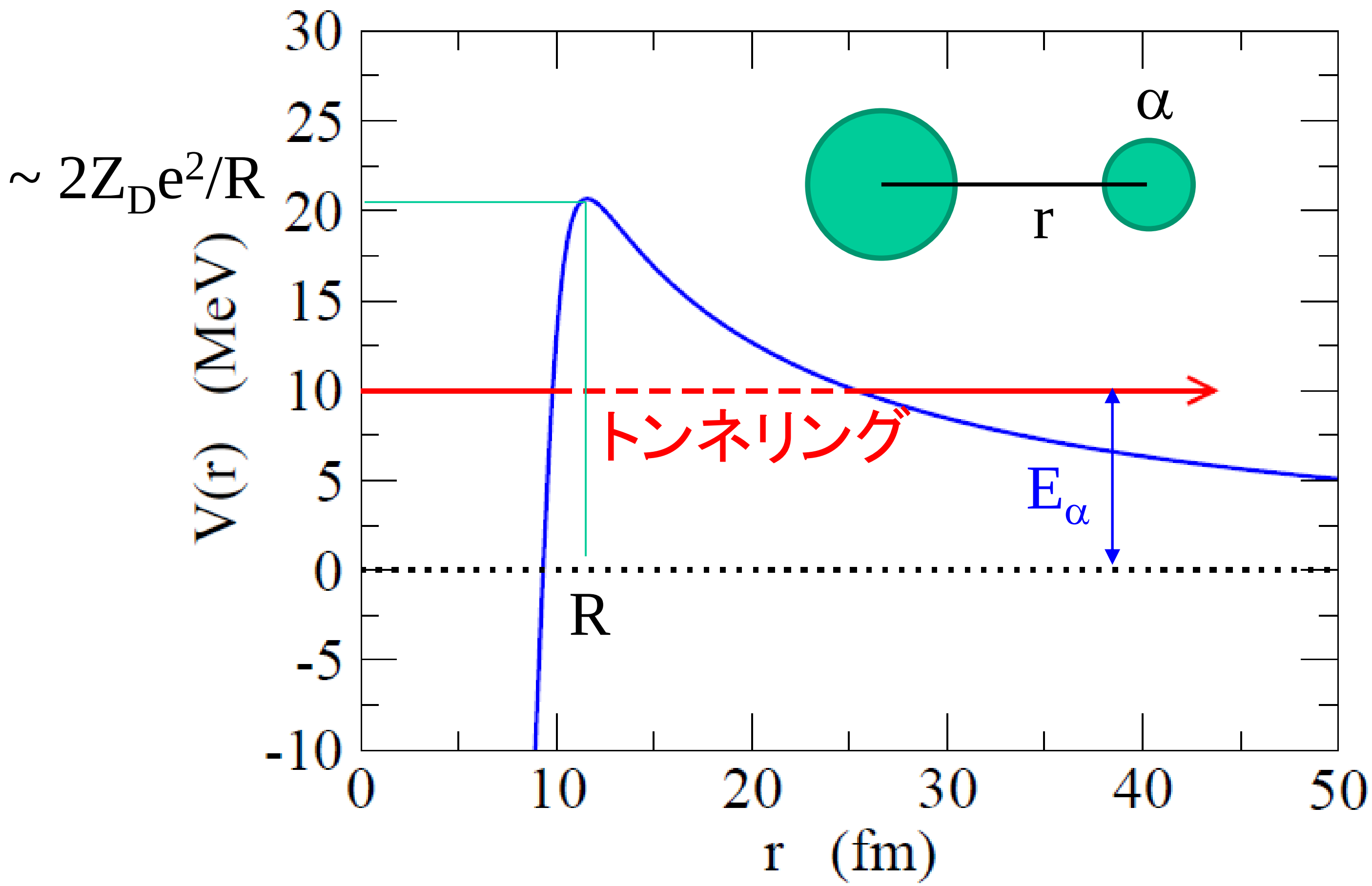
$$\frac{aZ_D + b}{\sqrt{E_\alpha}} + cZ_D + d$$

Geiger-Nuttall 則だとアイソトープごとに線がばらける

Viola-Seaborg 則だと全て一つの直線にのる

D.S. Delion and A. Dumitrescu, Atom. Dat. Nucl. Dat. Tab. 101 ('15) 1

ガモフによるα崩壊の説明　　$E_\alpha < V_b \rightarrow$ トンネル効果による崩壊



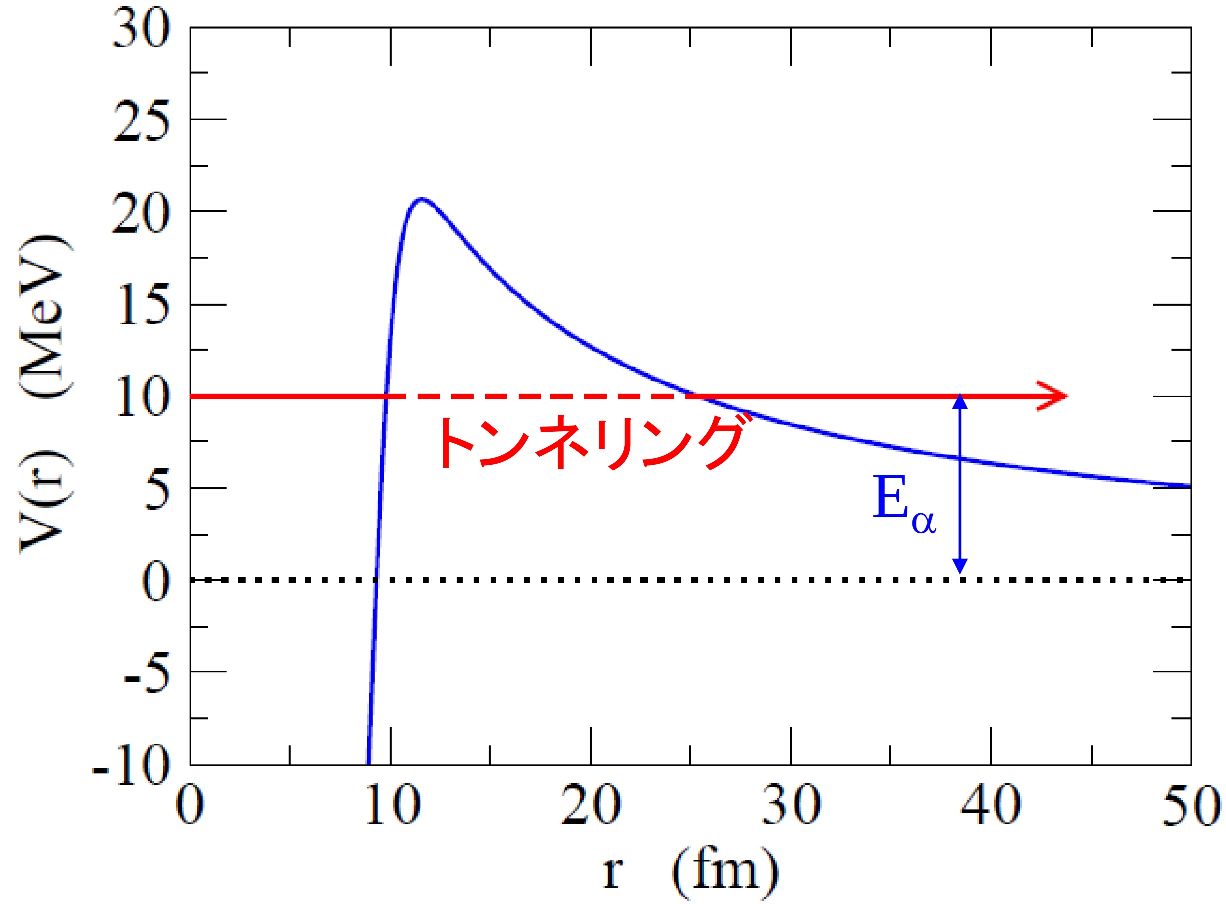
例）　Thアイソトープに対して

$R \sim 1.2 \times (230^{1/3} + 4^{1/3}) = 9.26$ fm

$V_b \sim 2 \times 88\ e^2 / R \sim 2 \times 88\ e^2/9.26 = 27.3$ MeV

$\longleftrightarrow$　$E_\alpha = 4 \sim 10$ MeV

ガモフによるα崩壊の説明　　$E_\alpha < V_b \rightarrow$ トンネル効果による崩壊



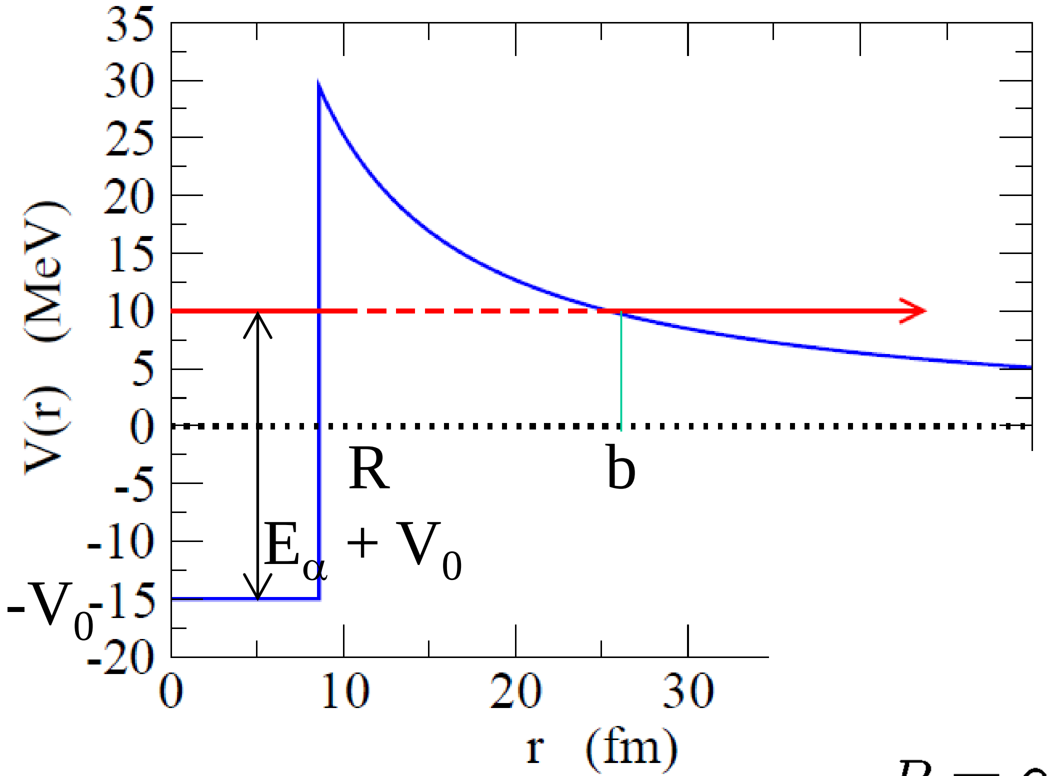
ガモフ: $\boxed{\lambda = \omega \cdot P}$

ω: 単位時間当たりにポテンシャルの壁に当たる回数（試行周期）
P: トンネル効果の確率

ガモフによるα崩壊の説明

ガモフ: $$\boxed{\lambda = \omega \cdot P}$$

ω: 単位時間当たりにポテンシャルの壁に当たる回数（試行周期）
P: トンネル効果の確率



$$V(r) = \begin{cases} -V0 & (r < R) \\ Z_1 Z_2 e^2/r & (r > R) \end{cases}$$

と単純化すると、

$$\omega = \frac{\tilde{v}}{2R}$$

$$\frac{1}{2}\mu\tilde{v}^2 = E_\alpha + V_0$$

$$P = \exp\left[-2\int_R^b \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - E\right)}\right]$$

$$P = e^{-G}$$

$$G = 2\int_R^b dr \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} - E\right)}$$ $=Z_1Z_2e^2/b$

$$= 2\sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}}\sqrt{Z_1 Z_2 e^2}\underbrace{\int_R^b dr\sqrt{\frac{1}{r}-\frac{1}{b}}}$$

$$= \sqrt{b}\left[\cos^{-1}\sqrt{\frac{R}{b}} - \sqrt{\frac{R}{b}-\frac{R^2}{b^2}}\right]$$

$$\sim \sqrt{b}\left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R}{b}}\right) \qquad (b \gg R)$$

$$\longleftarrow \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{R}{b}}\right) \sim \sin\sqrt{\frac{R}{b}} \sim \sqrt{\frac{R}{b}}$$

$$\sim \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}}\sqrt{Z_1 Z_2 e^2 b}\cdot\sqrt{\frac{R}{b}}\cdot\left(\pi\sqrt{\frac{b}{R}} - 4\right)$$

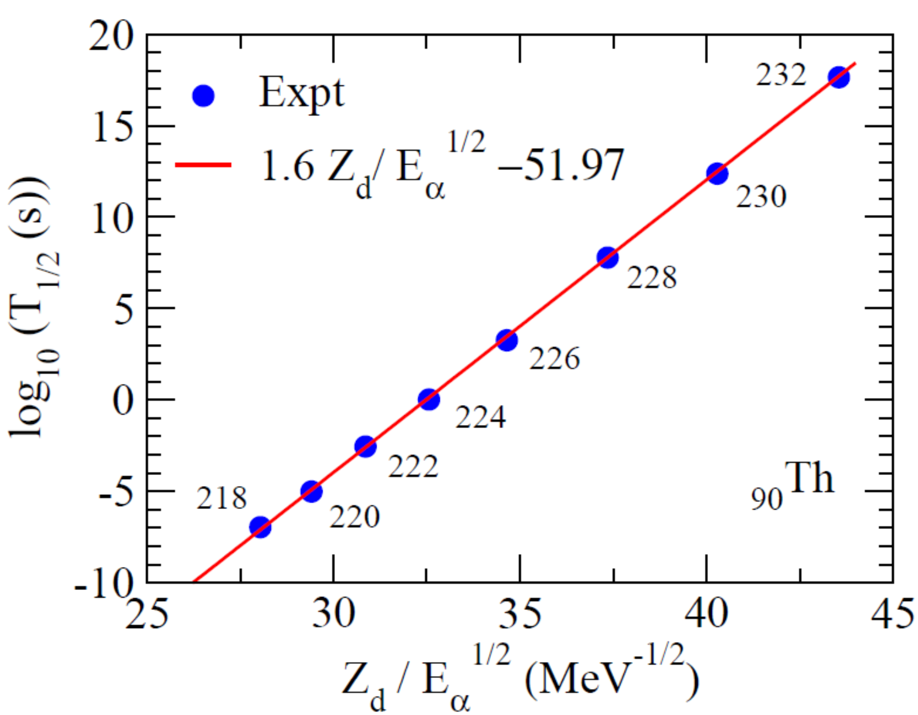
$$= \sqrt{\frac{2\mu R}{\hbar^2} Z_1 Z_2 e^2}\left(\pi\sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{RE}} - 4\right)$$

$$P = e^{-G} \qquad G \sim \sqrt{\frac{2\mu R}{\hbar^2} Z_1 Z_2 e^2}\left(\pi\sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{RE}} - 4\right)$$

$$\lambda = \lambda_0 \, e^{-\alpha \frac{Z_1}{\sqrt{E}} + \beta}$$

$$T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \ln 2 = C \, e^{\alpha \frac{Z_1}{\sqrt{E}}}$$

← Geiger-Nuttall



$$P = e^{-G} \qquad G \sim \sqrt{\frac{2\mu R}{\hbar^2} Z_1 Z_2 e^2} \left(\pi \sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{RE}} - 4 \right)$$

(note) R $\rightarrow 0$ では

$$G \sim \sqrt{\frac{2\mu R}{\hbar^2} Z_1 Z_2 e^2} \left(\pi \sqrt{\frac{Z_1 Z_2 e^2}{RE}} \right) = \pi Z_1 Z_2 e^2 \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2 E}} = 2\pi \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$$

$$\equiv \eta(E)$$

$$P(E) = e^{-2\pi\eta(E)}$$

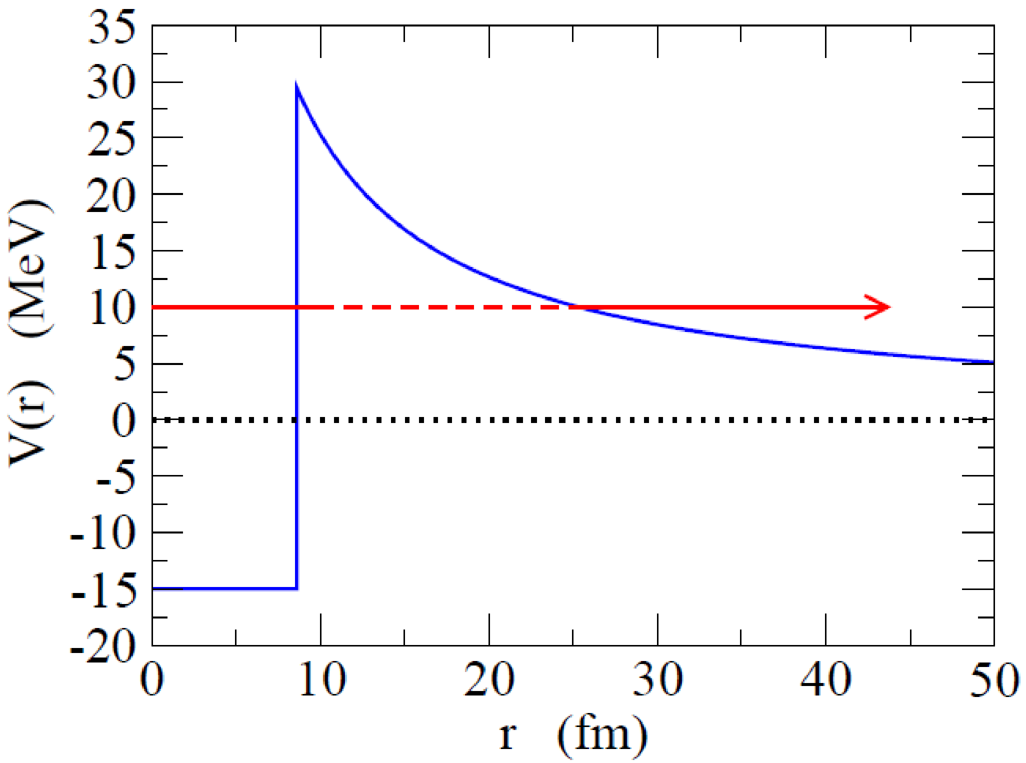
ゾンマーフェルト
パラメーター

$Z_1=2$, $Z_2=88$, $\mu = 4m_N$ とすると

E = 4 MeV で $\eta = 27.85$, $P(E) = 1.00 \times 10^{-76}$
E = 10 MeV で $\eta = 17.62$, $P(E) = 8.60 \times 10^{-49}$

（約28ケタの違い）

共鳴状態の量子力学



もしポテンシャル障壁
が無限に高ければ、
波動関数は内側にとどまる

↓

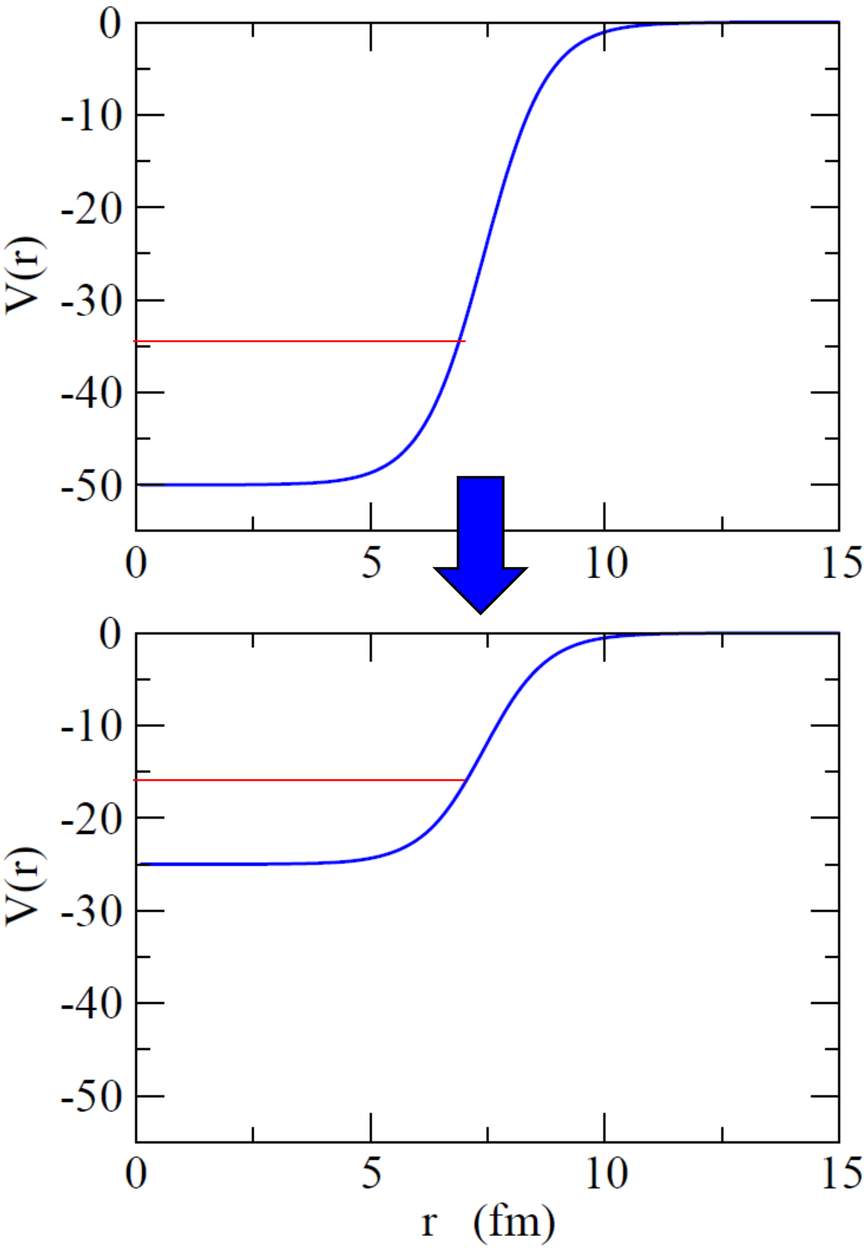
ポテンシャル障壁が有限
のため、トンネル効果で
外に染み出る

＝共鳴状態

$$V(r) \xrightarrow{?} E_{res},\ \Gamma = \lambda\,\hbar$$ （共鳴巾）

連続スペクトルからどのように E_{res} を探すか？

共鳴状態と束縛状態の関係



ポテンシャルを浅くしていくと
束縛状態のエネルギーは上がる

↓

やがて束縛状態は共鳴状態へと
連続的に変化
（従って共鳴状態は連続状態に
埋め込まれた束縛状態とも言える。）

◆ 共鳴散乱理論

自由粒子の運動: $$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi = \frac{\boldsymbol{k}^2\hbar^2}{2m}\psi$$

$$\psi(\boldsymbol{r}) = e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} = \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\, i^l j_l(kr)P_l(\cos\theta)$$

$$\rightarrow \frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)i^l\left[e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{i(kr-l\pi/2)}\right]P_l(\cos\theta)$$

ポテンシャルがある場合: $$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\boldsymbol{r}) - E\right]\psi = 0$$

波動関数の漸近形

$$\psi(\boldsymbol{r}) \rightarrow \frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)i^l\left[e^{-i(kr-l\pi/2)} - \underline{\underline{S_l}}\, e^{i(kr-l\pi/2)}\right]P_l(\cos\theta)$$

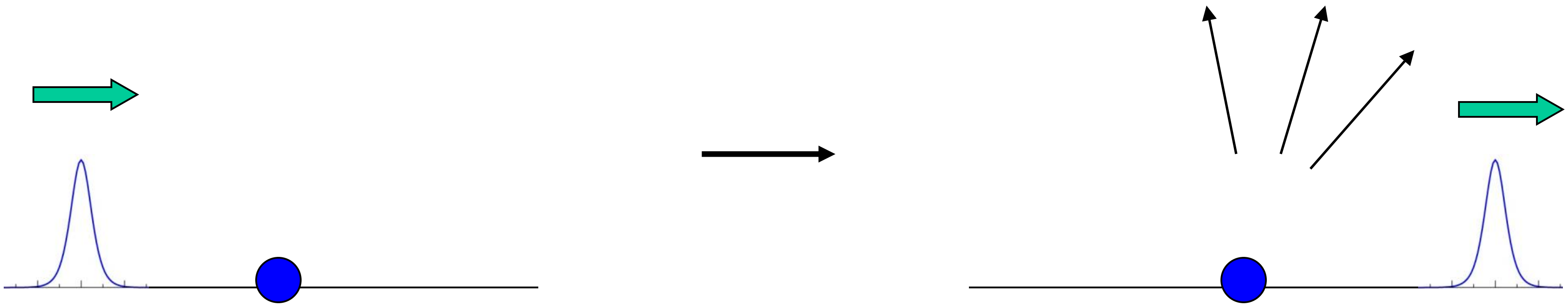
$$= e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \underbrace{\left[\sum_l (2l+1)\frac{S_l - 1}{2ik}P_l(\cos\theta)\right]}_{f(\theta)}\frac{e^{ikr}}{r}$$

（散乱振幅）

$$\psi(\boldsymbol{r}) \rightarrow e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \left[\sum_l (2l+1)\frac{S_l - 1}{2ik}P_l(\cos\theta)\right]\frac{e^{ikr}}{r}$$

$$= e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$$

＝（入射波）＋（散乱波）



弾性散乱のみが起こる場合： $|S_l| = 1$ （フラックスの保存）

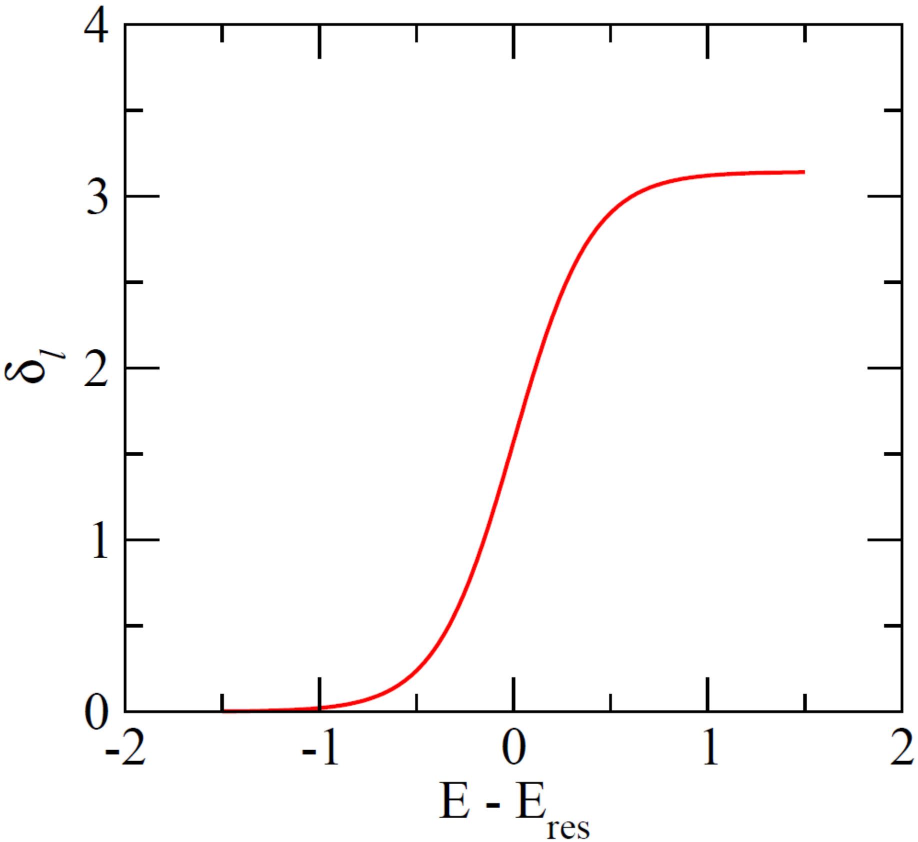
$$\boxed{S_l = e^{2i\delta_l}}$$

δ_l ：位相のずれ（phase shift）

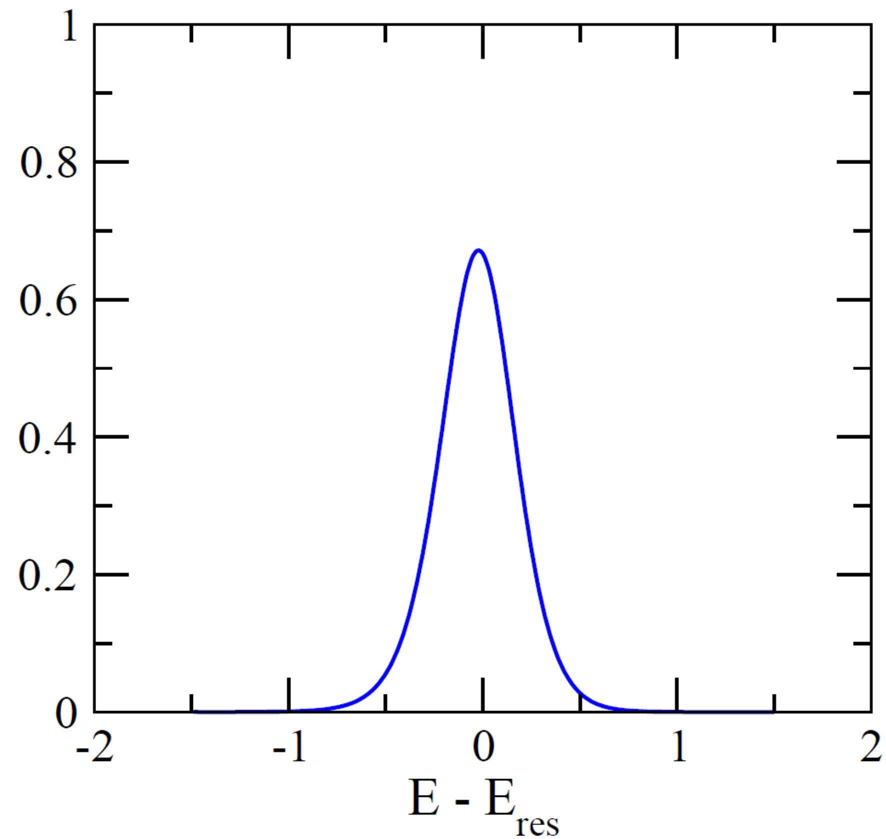
弾性散乱の全散乱断面積:

$$\sigma(E) = \int d\Omega |f(\theta)|^2 = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l(E)$$

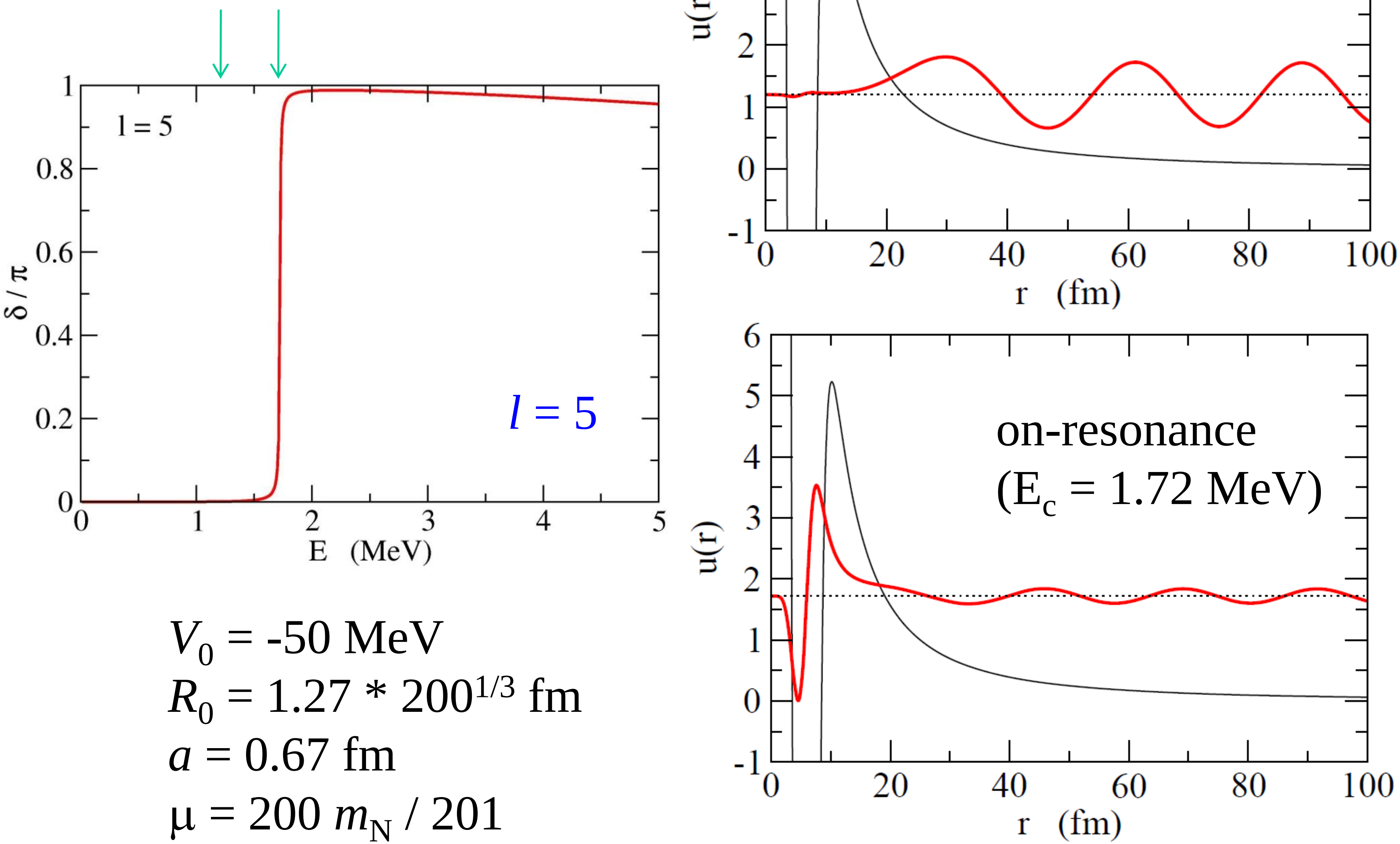
ある l で位相のずれが
下のようになったとすると



散乱の断面積は下のように
なる(共鳴散乱)



位相のずれのエネルギー
依存性と共鳴状態



V_0 = -50 MeV
R_0 = 1.27 * $200^{1/3}$ fm
a = 0.67 fm
μ = 200 m_N / 201

➢off-resonance では

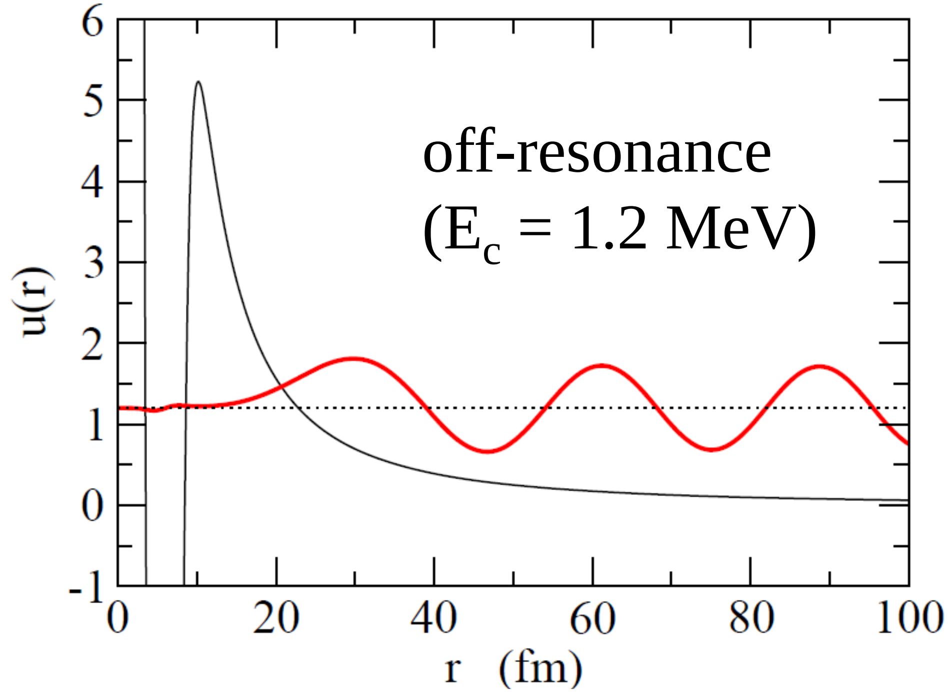
- 波動関数は障壁の外側で大きな振幅
- トンネル効果による障壁内部にしみ込む

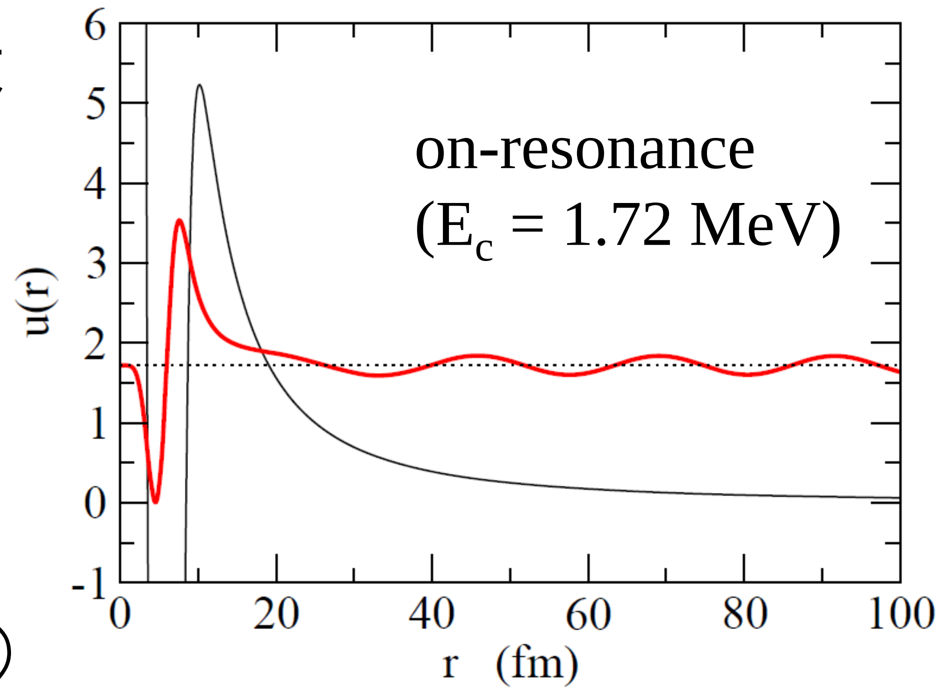
➢on-resonance では

- 波動関数は障壁内部で束縛状態のように振る舞う
- 障壁にトラップされた波動関数がトンネル効果により障壁の外側にしみ出る
- 準安定状態

α崩壊と同じ描像

陽子放出崩壊（陽子過剰核）





◆ ガモフ状態

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2}+V_{\mathrm{cent}}(r)+V(r)-E\right]u(r)=0$$

共鳴状態の境界条件として、

- 原点正則
- 遠方で外向き波

を課す。

$$\begin{aligned} u(r) &\sim r^{l+1} && (r\to 0) \\ &\to \mathcal{N}\,e^{i(kr-l\pi/2)} && (r\to\infty) \end{aligned}$$

エネルギーを複素数にしなければならない

$$E \to E_R - i\frac{\Gamma}{2}$$

共鳴幅

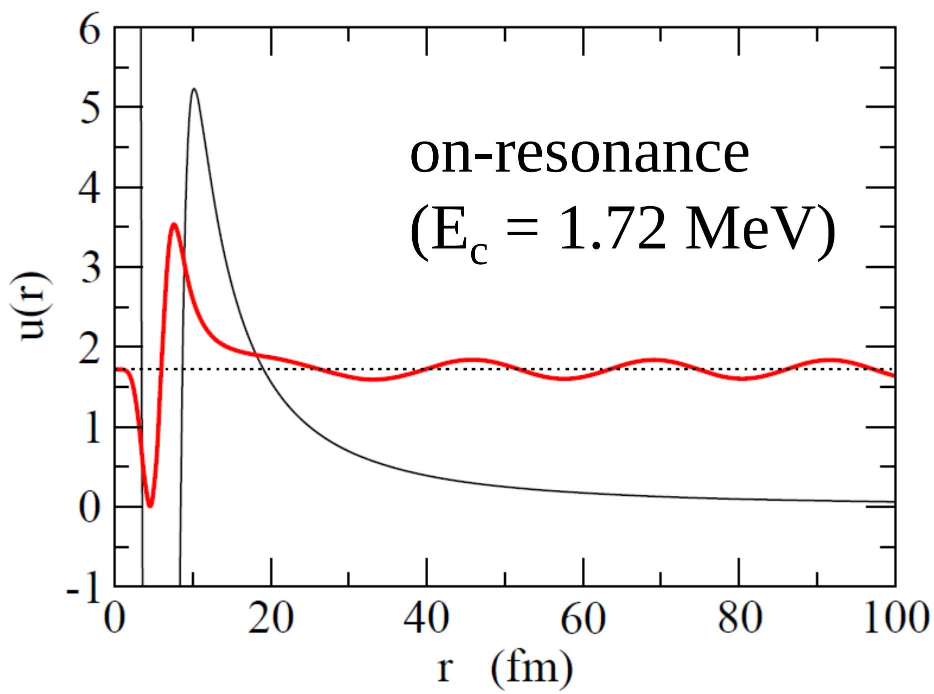
共鳴エネルギー

$$
\begin{aligned}
P(t) &= |\langle\psi(0)|\psi(t)\rangle|^2 \\
&= |\langle\psi(0)|e^{-iHt/\hbar}|\psi(0)\rangle|^2 \\
&= |\langle\psi(0)|e^{-i(E_R-i\Gamma/2)t/\hbar}|\psi(0)\rangle|^2 \\
&= e^{-\Gamma t/\hbar}
\end{aligned}
$$

陽子ドリップ線を越えた原子核の陽子放出崩壊

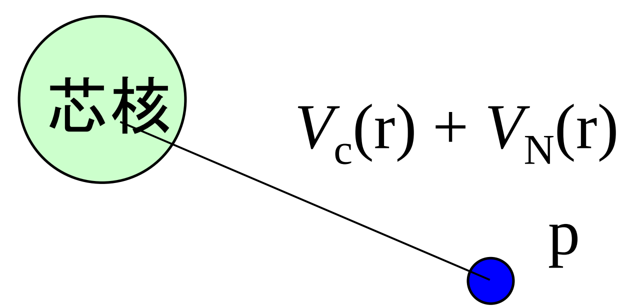
➢共鳴状態の波動関数

- 波動関数は障壁内部で束縛状態のように振る舞う
- 障壁にトラップされた波動関数がトンネル効果により障壁の外側にしみ出る
- 準安定状態

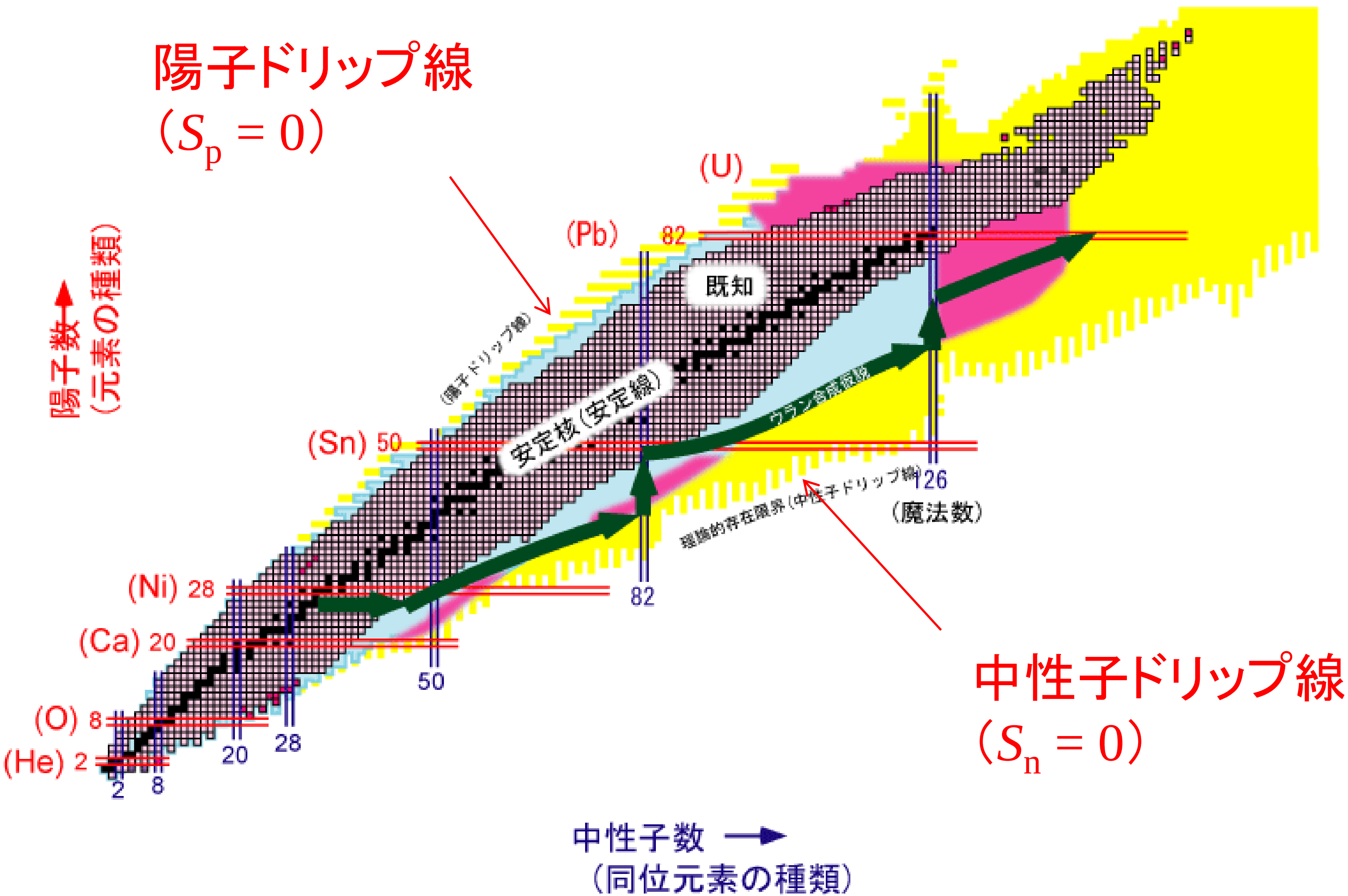


α崩壊と同じ描像

陽子放出崩壊(陽子過剰核)



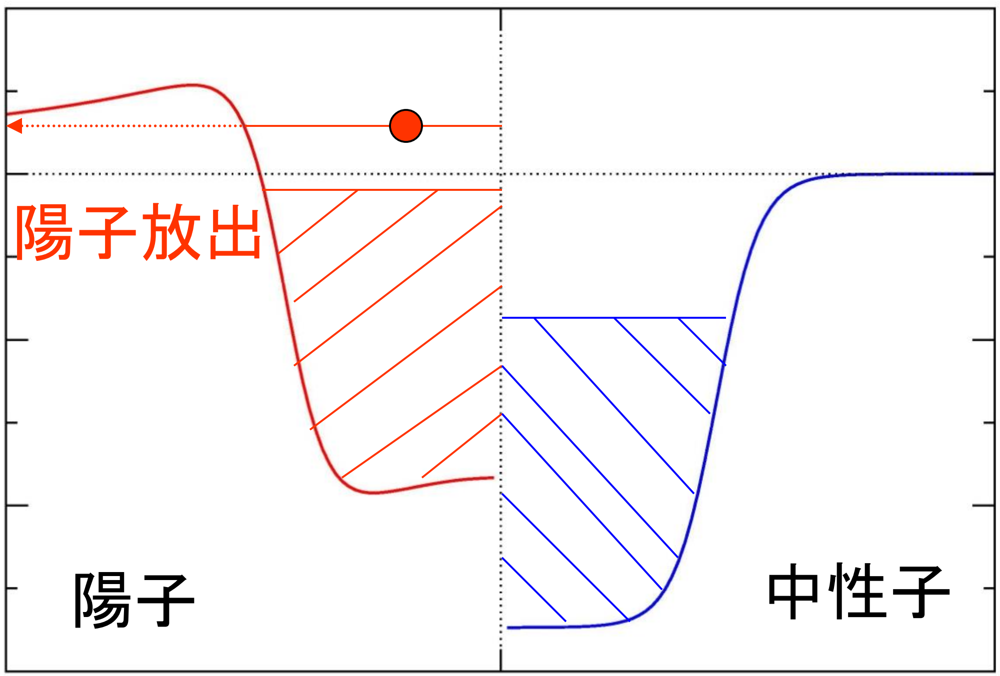
陽子ドリップ線を越えた原子核の陽子放出崩壊



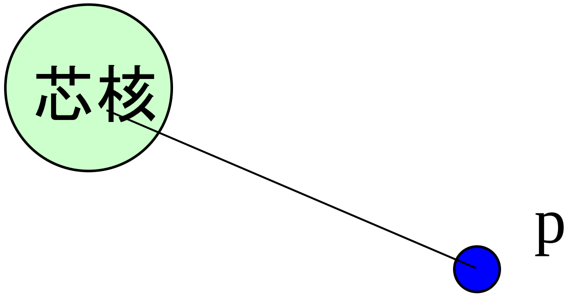
陽子放出崩壊

陽子：クーロン障壁にトラップ
（障壁をトンネルしなければならない）

陽子ドリップ線を越えた原子核

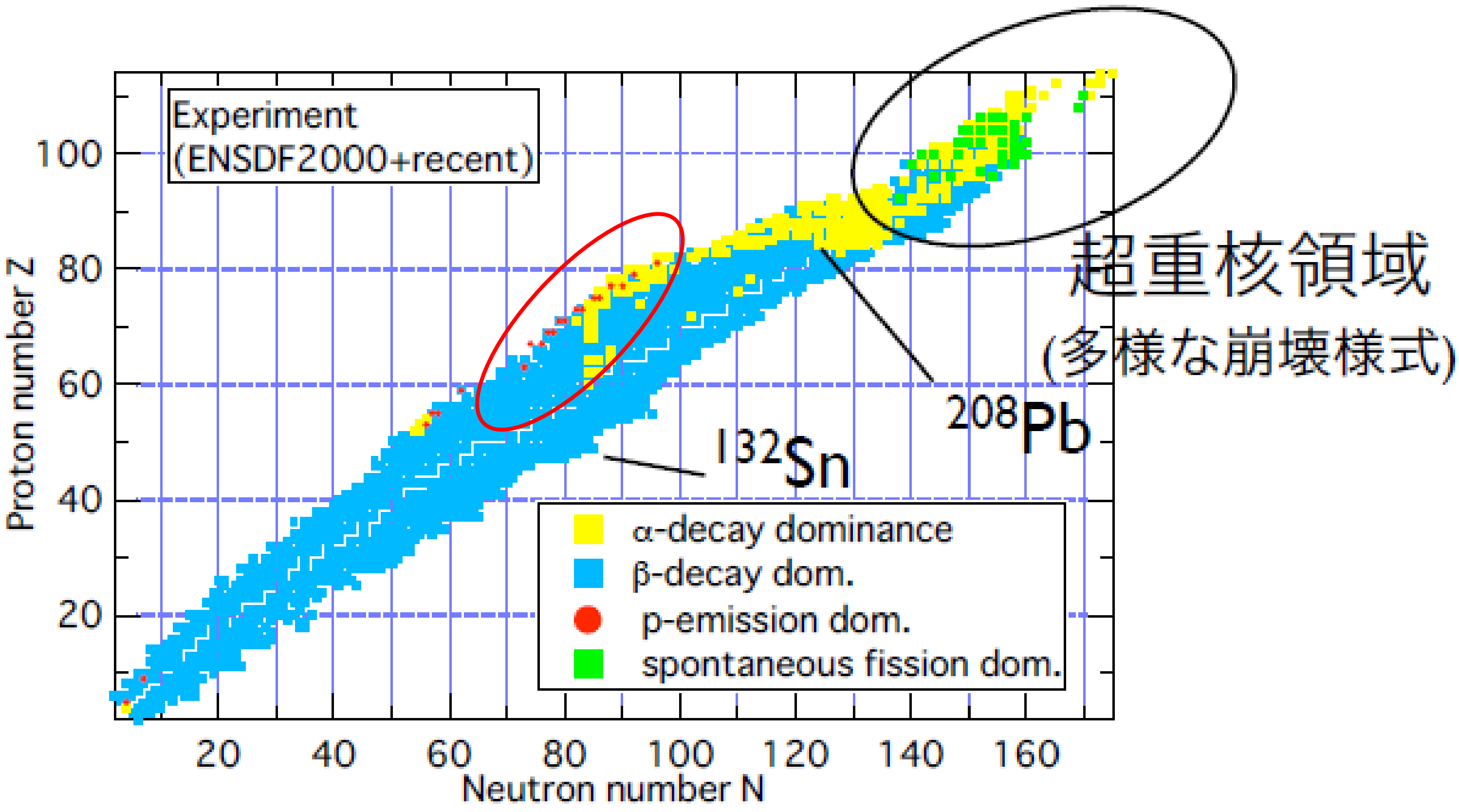


→ 非常に幅の狭い（長寿命な）共鳴状態

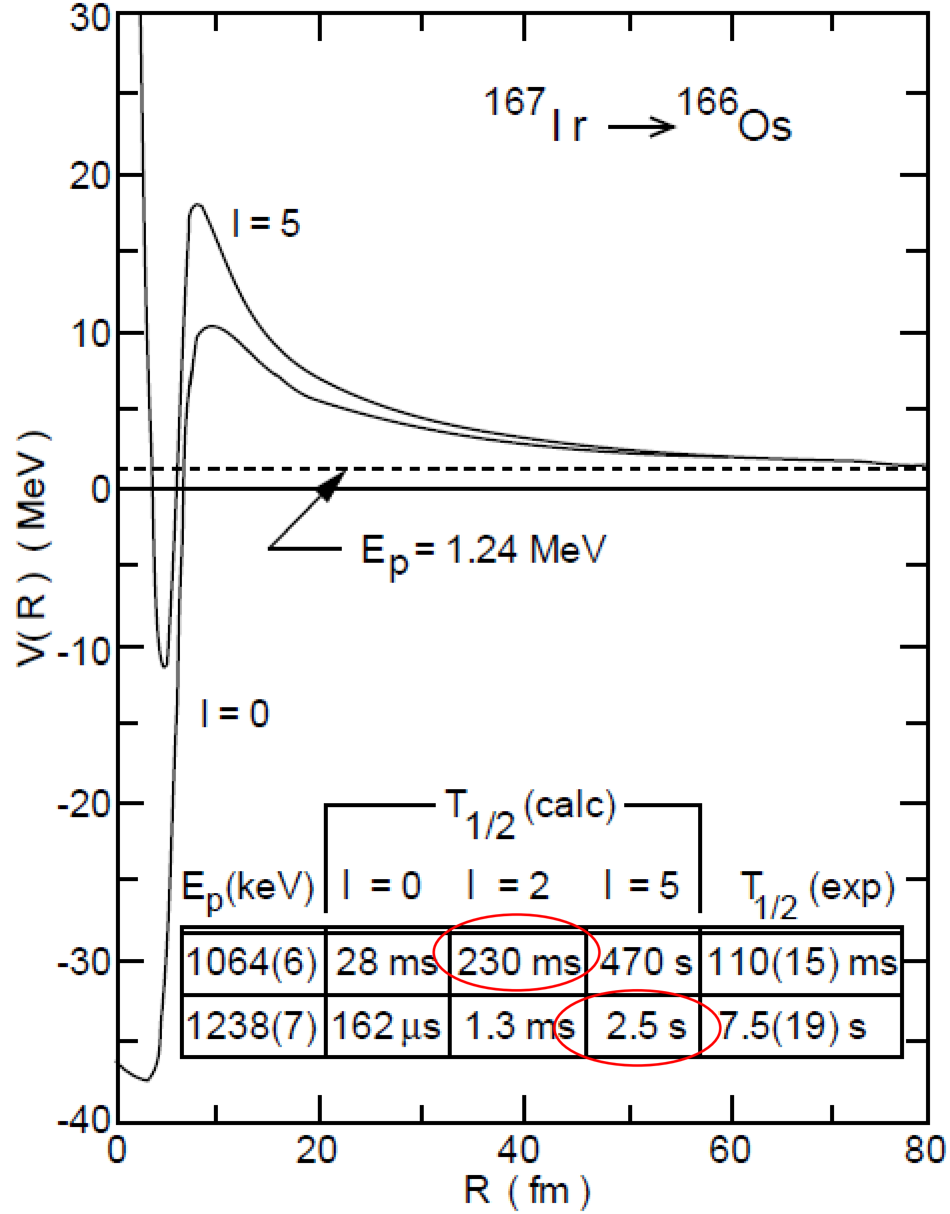


多くの（基底状態）陽子放出核がオークリッジやアルゴンヌ研究所で発見

実験の観測量: 陽子の放出エネルギーE_p と崩壊半減期 $T_{1/2}$



小浦寛之氏(JAEA)
のスライドより



E_p(keV)	$T_{1/2}$(calc) l = 0	l = 2	l = 5	$T_{1/2}$ (exp)
1064(6)	28 ms	230 ms	470 s	110(15) ms
1238(7)	162 μs	1.3 ms	2.5 s	7.5(19) s

Figure 3 Proton-nucleus potential calculated for the proton emitter ^{167}Ir. The *inset* shows the proton-decay half-lives calculated using the WKB approximation for three values of the angular momentum ℓ, compared to the experimental values for the ground and isomeric transitions.

A ~ 150-160 領域における典型的な値

V_b ~ 10 MeV (l=0)
E_p ~ 1 MeV
R_{turn}: 80~100 fm
Γ : 10^{-18}~10^{-22} MeV
$T_{1/2}$: 100 μs~1 sec

陽子放出崩壊の一つの特徴:
半減期が l に敏感

↓

陽子崩壊を通じて陽子過剰核の陽子一粒子状態の l を決定できる

P.J. Woods and C.N. Davids,
Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 47 ('97)541

α崩壊との相違点

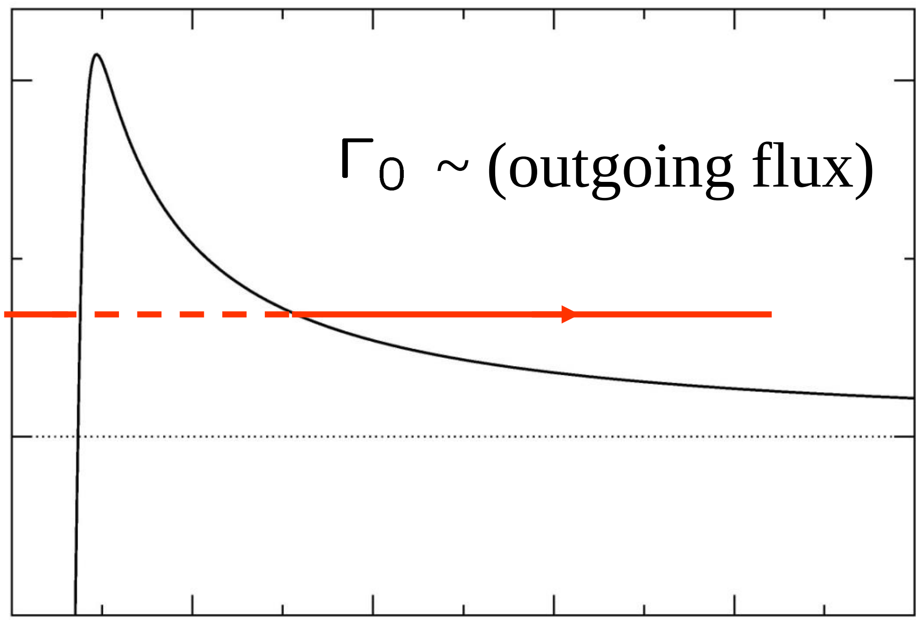
1. 換算質量 μ が小さい

➡ *l* の依存性が強い(遠心力ポテンシャル)

➡ 陽子の一粒子状態の情報を得ることができる
（偶々核のα崩壊では *l* = 0 がメイン）

2. 分光学的因子 (spectroscopic factor) がずっと単純

$$^{A+1}_{Z+1}X \rightarrow ^{A}_{Z}X + p$$



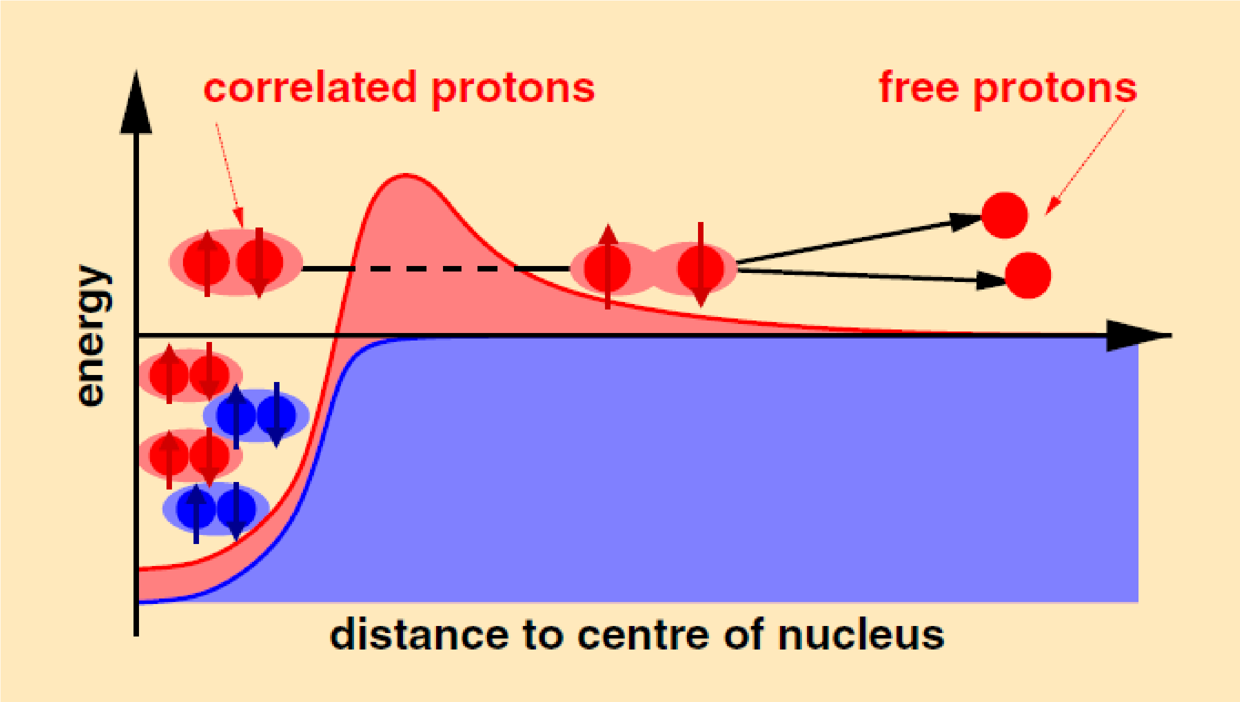
$$\Gamma = \Gamma_0 \cdot S$$
$$S = |\langle (A+1) | (A) + 1 \rangle|^2$$

S: 特定の状態が（多体の）波動関数の中に存在する確率

- 陽子崩壊：軌道の占有確率
- α崩壊：α粒子が析出する確率
（とても複雑）

2陽子放出崩壊

最近では陽子が2つ出てくる崩壊も観測されている



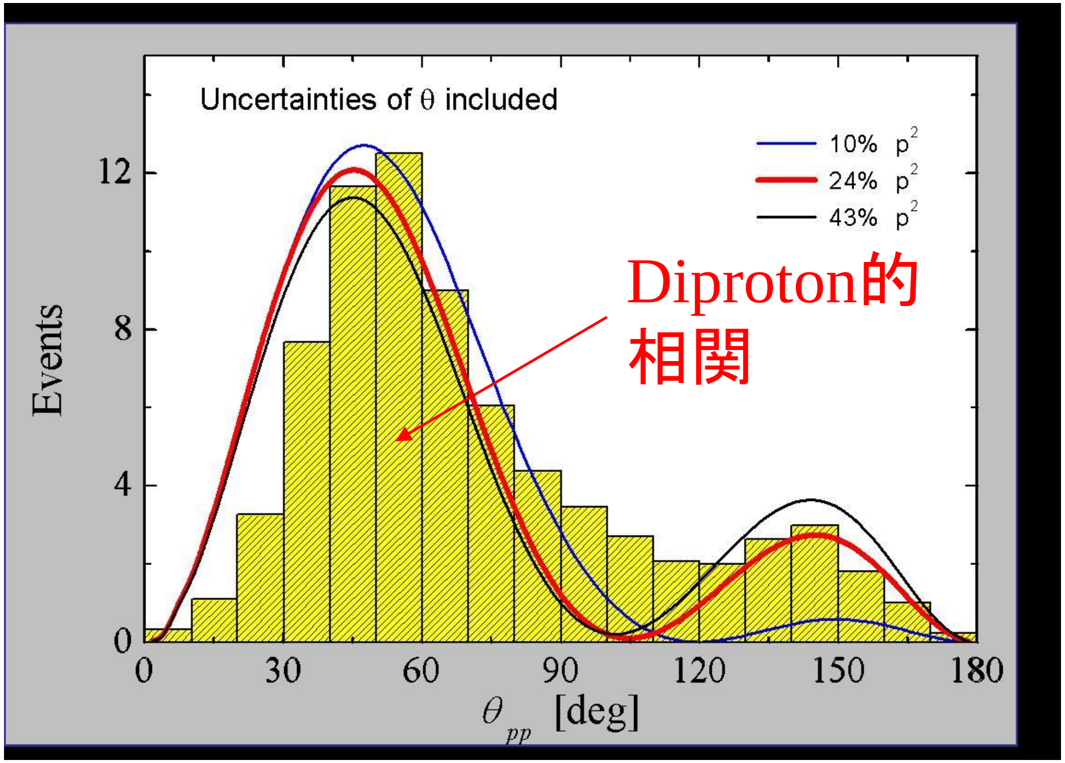
B. Blank and M. Ploszajczak, Rep. Prog. Phys. 71('08)046301

✓ 放出2陽子のエネルギー分布や角度分布から相関が見えるか?

✓ クーロン3体系（終状態相互作用）

- 理論的取扱いが難しい
- 基底状態の相関をどのくらい乱すか

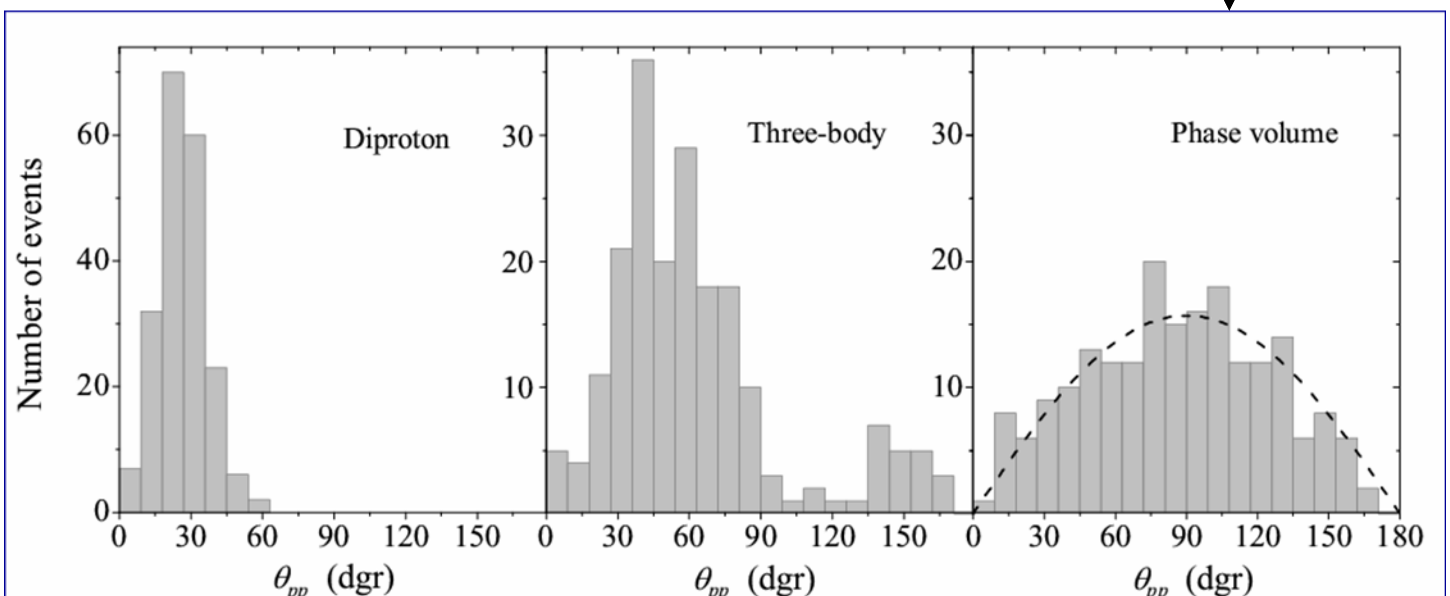
^{45}Fe 核の場合



K. Miernik et al.,
PRL99 (‘07) 192501

実験データ

理論計算 (Grigorenko)

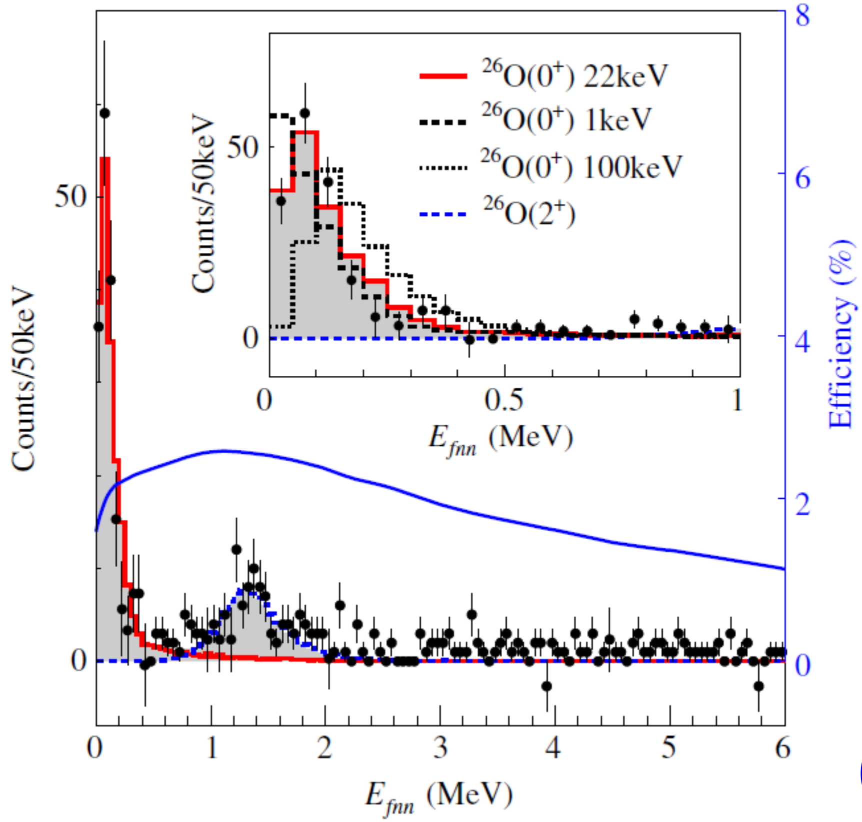


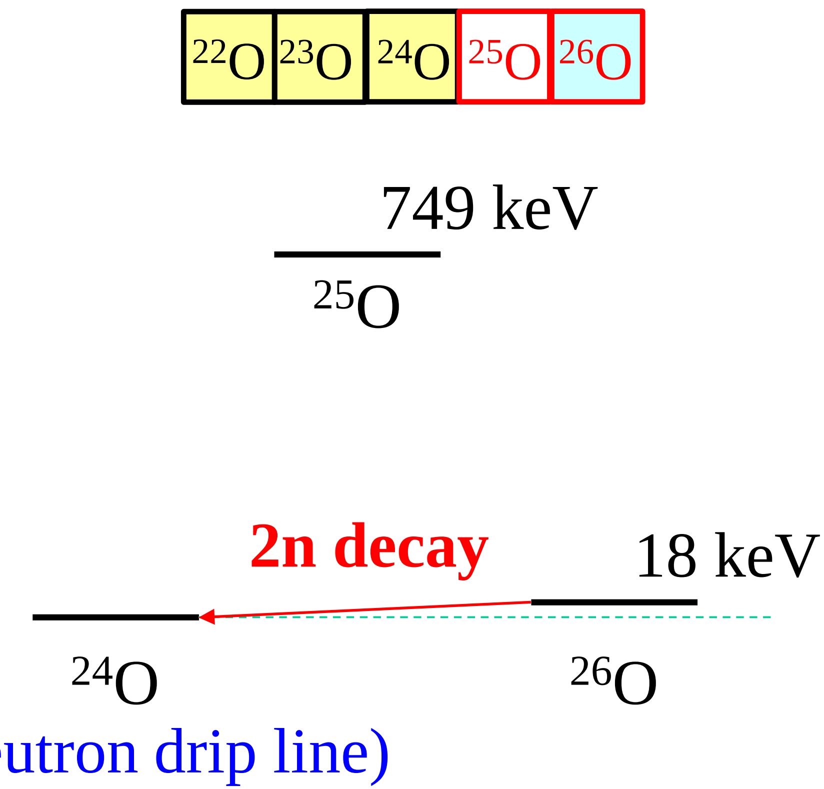
もっと最近では、中性子ドリップ線の向こう側の原子核の 2n 崩壊も。

PRL **116,** 102503 (2016) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 11 MARCH 2016

Nucleus ^{26}O: A Barely Unbound System beyond the Drip Line

Y. Kondo,[1] T. Nakamura,[1] R. Tanaka,[1] R. Minakata,[1] S. Ogoshi,[1] N. A. Orr,[2] N. L. Achouri,[2] T. Aumann,[3,4] H. Baba,[5] F. Delaunay,[2] P. Doornenbal,[5] N. Fukuda,[5] J. Gibelin,[2] J. W. Hwang,[6] N. Inabe,[5] T. Isobe,[5] D. Kameda,[5] D. Kanno,[1] S. Kim,[6] N. Kobayashi,[1] T. Kobayashi,[7] T. Kubo,[5] S. Leblond,[2] J. Lee,[5] F. M. Marqués,[2] T. Motobayashi,[5] D. Murai,[8] T. Murakami,[9] K. Muto,[7] T. Nakashima,[1] N. Nakatsuka,[9] A. Navin,[10] S. Nishi,[1] H. Otsu,[5] H. Sato,[5] Y. Satou,[6] Y. Shimizu,[5] H. Suzuki,[5] K. Takahashi,[7] H. Takeda,[5] S. Takeuchi,[5] Y. Togano,[4,1] A. G. Tuff,[11] M. Vandebrouck,[12] and K. Yoneda[5]





3体模型 ($^{26}O = {}^{24}O + n + n$) による理論解析

K.H. and H. Sagawa,
- PRC89 (‘14) 014331
- PRC93(‘16)034330