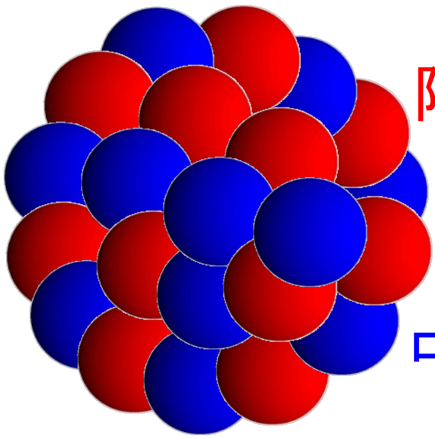
原子核反応について

原子核 ＝ 強い相互作用をする粒子（ハドロン）
の集合体



Z個の陽子と
N個の中性子

フェルミオン多体系

- 有限量子多体系
- 自己束縛系

粒子が多体系をつくることによって初めて現われる豊富で多様な物理現象の解明

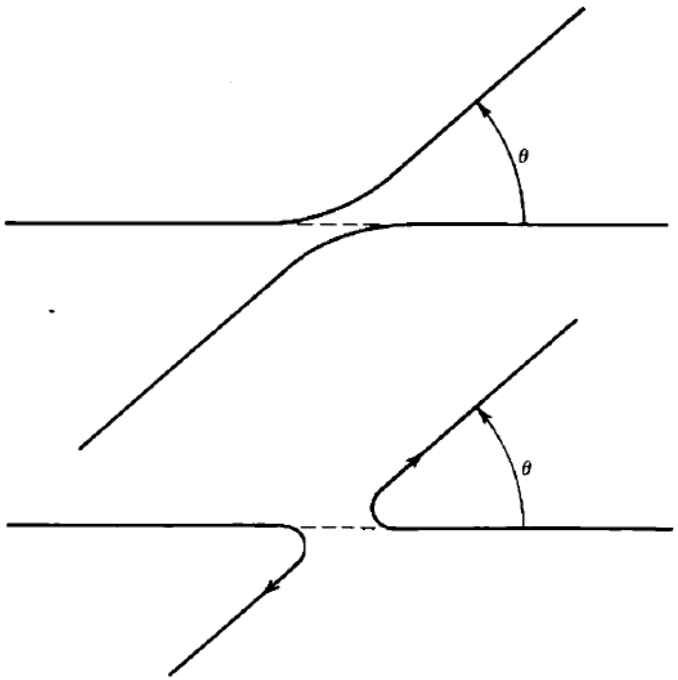
「量子多体論」

- ●そのような原子核2つが衝突するとどのようなことが起こるのか？
- ●量子力学の具体的な応用

原子核反応にみる量子力学:Mott 散乱

同種粒子の散乱

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= |f(\theta) \pm f(\pi-\theta)|^2 \\ &= |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 \pm f^*(\theta)f(\pi-\theta) \pm f(\theta)f^*(\pi-\theta) \end{aligned}}$$



“Quantum Physics”, S. Gasiorowicz

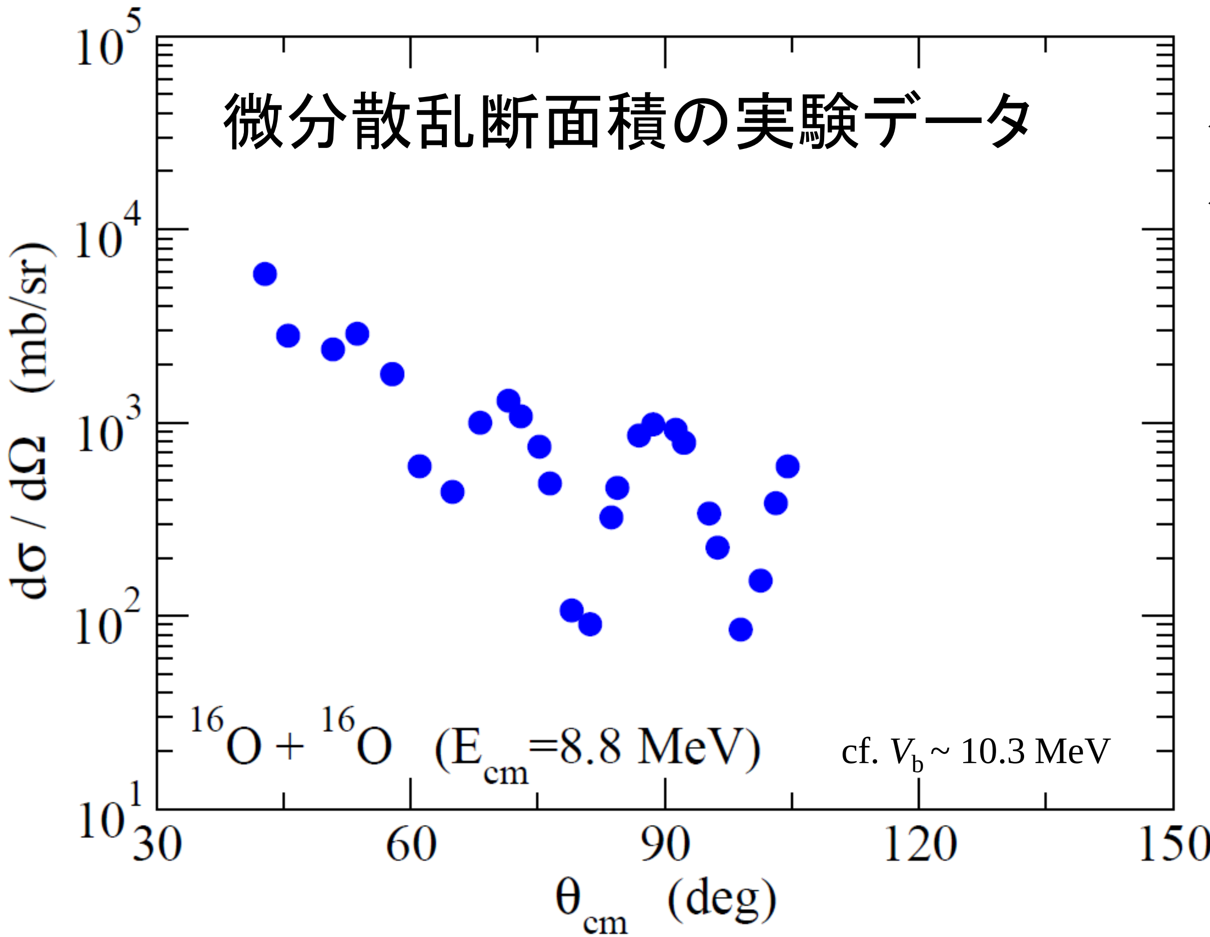
2つのプロセスは区別できない

↓

量子力学では、
確率振幅を足してから2乗

⟶ 干渉

^{16}O 原子核による^{16}O原子核の弾性散乱

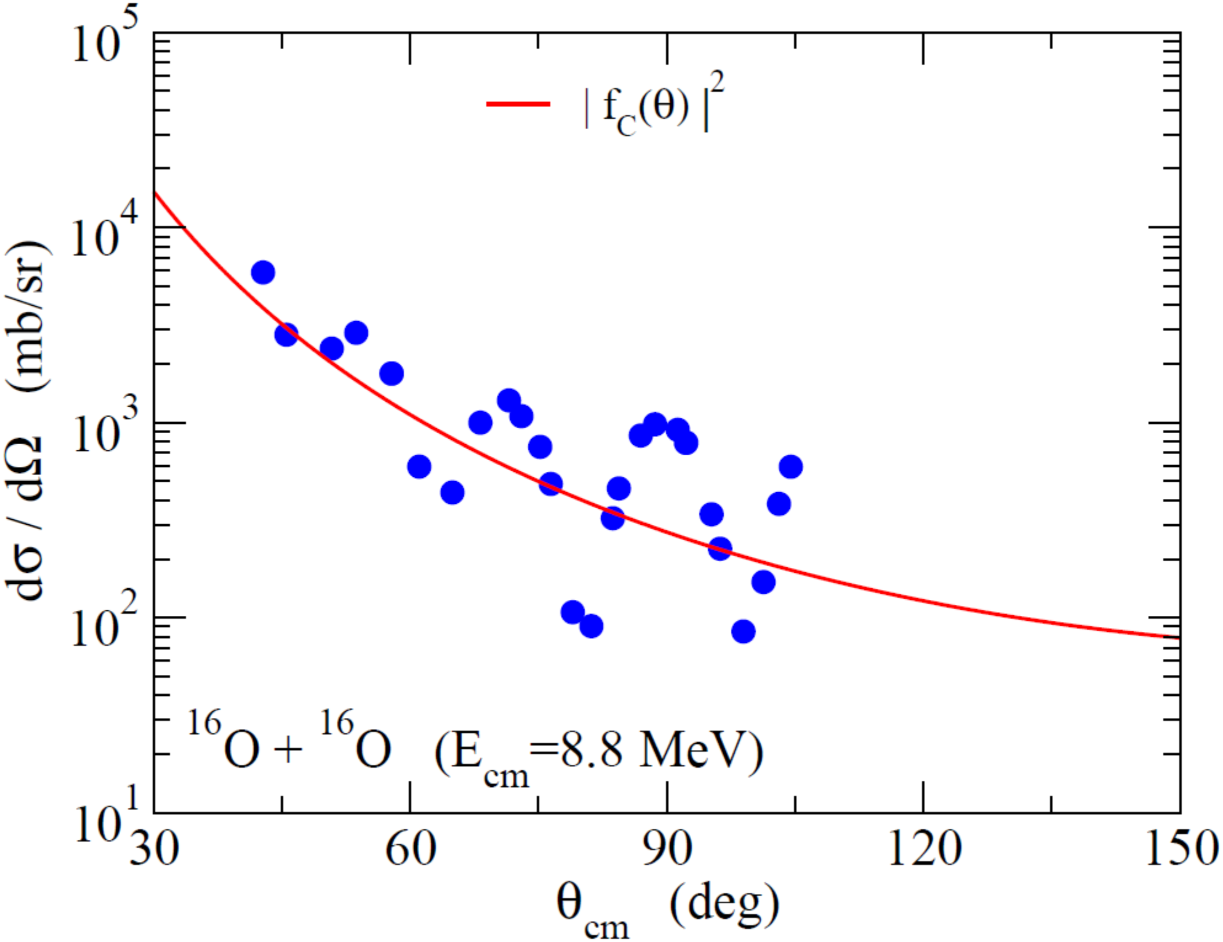


✓（重心系で）90度対称
✓振動パターン

D.A. Bromley et al.,
Phys. Rev. 123(‘61)878

^{16}O 原子核による^{16}O原子核の弾性散乱

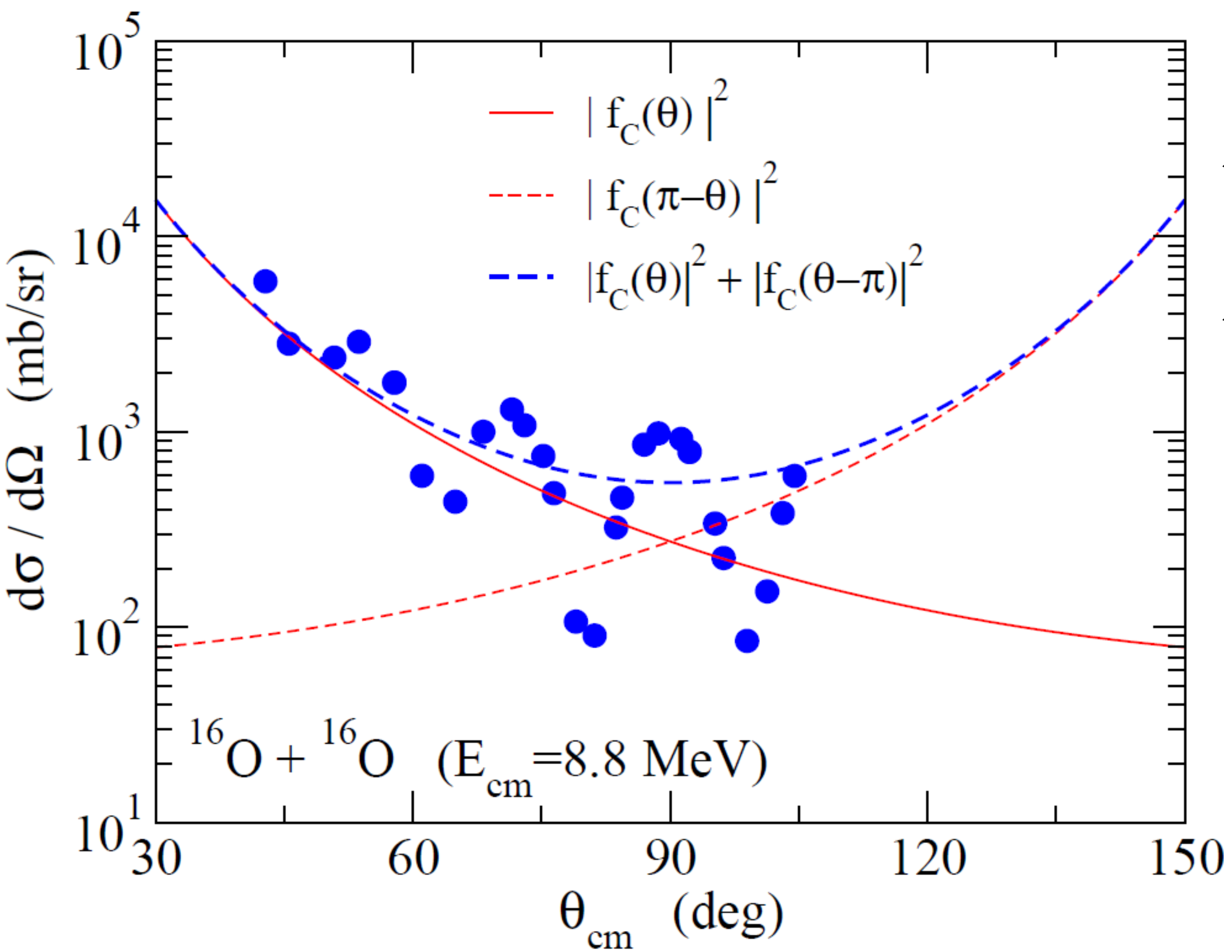
仮に2つの原子核が同種粒子でないとした場合



✓（重心系で）90度対称
✓振動パターン
ともに説明不可

^{16}O 原子核による^{16}O原子核の弾性散乱

同種粒子であることは考慮するが「**古典力学的に**」足した場合
（2乗してから足す）

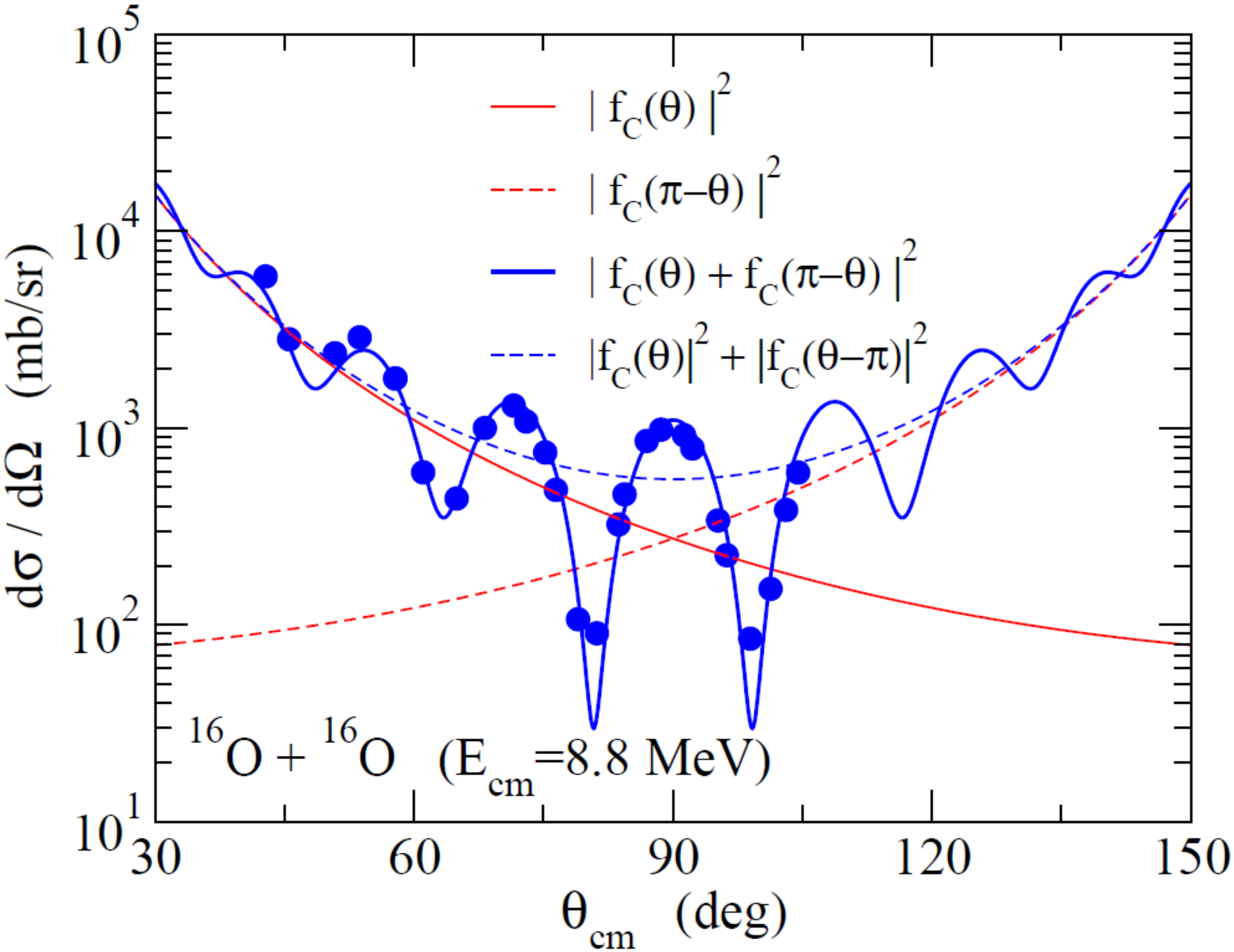


✓（重心系で）90度対称はOKだが

✓振動パターンはダメ

^{16}O 原子核による^{16}O原子核の弾性散乱

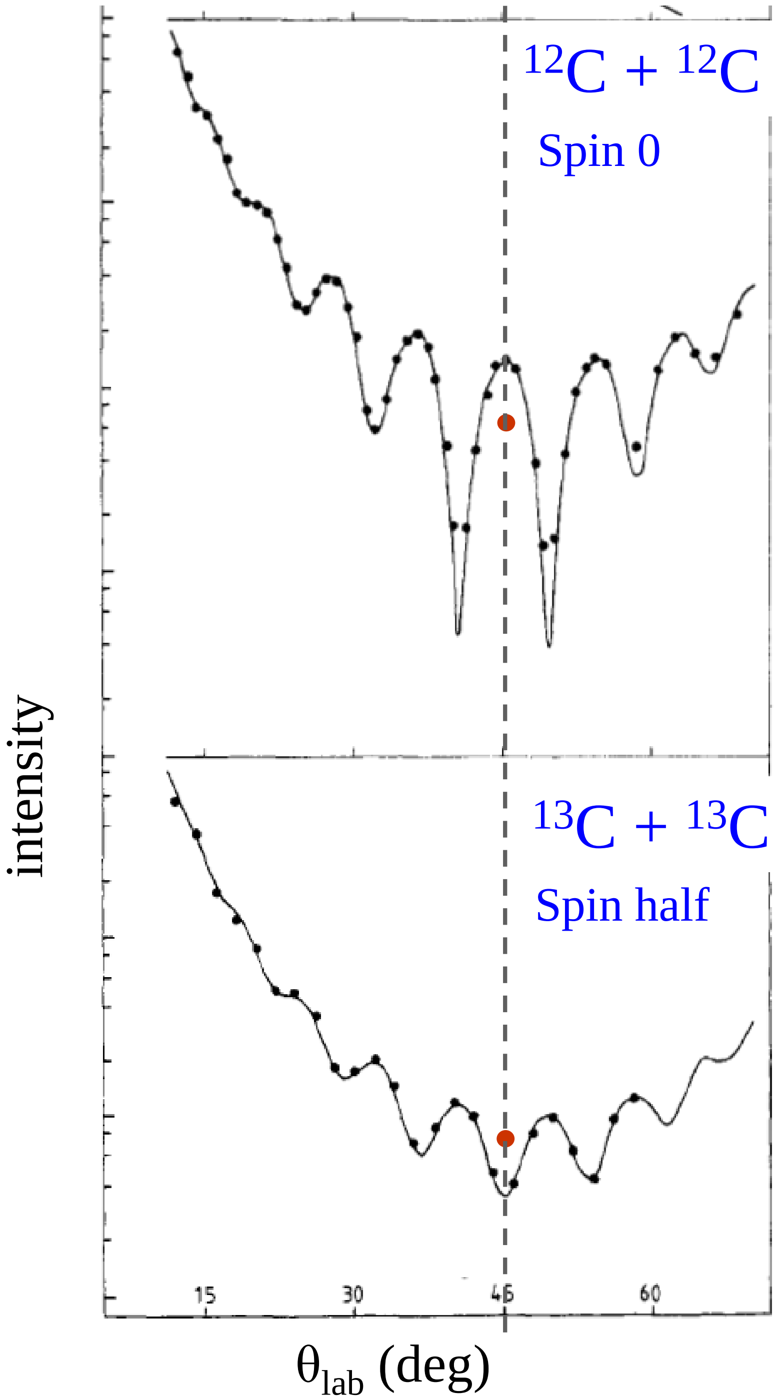
量子力学的に振幅を足してから2乗する場合



✓(重心系で)90度対称
✓振動パターン(干渉)

の両方ともOK

原子核が量子力学的な振る舞いをする恰好の例の一つ



同種ボゾン系
constructive interference

同種フェルミオン系
destructive interference

核反応論基礎：基本的概念と量子力学の復習

原子核の形や相互作用、励起状態の性質：衝突実験
cf. ラザフォードの実験（α 散乱）

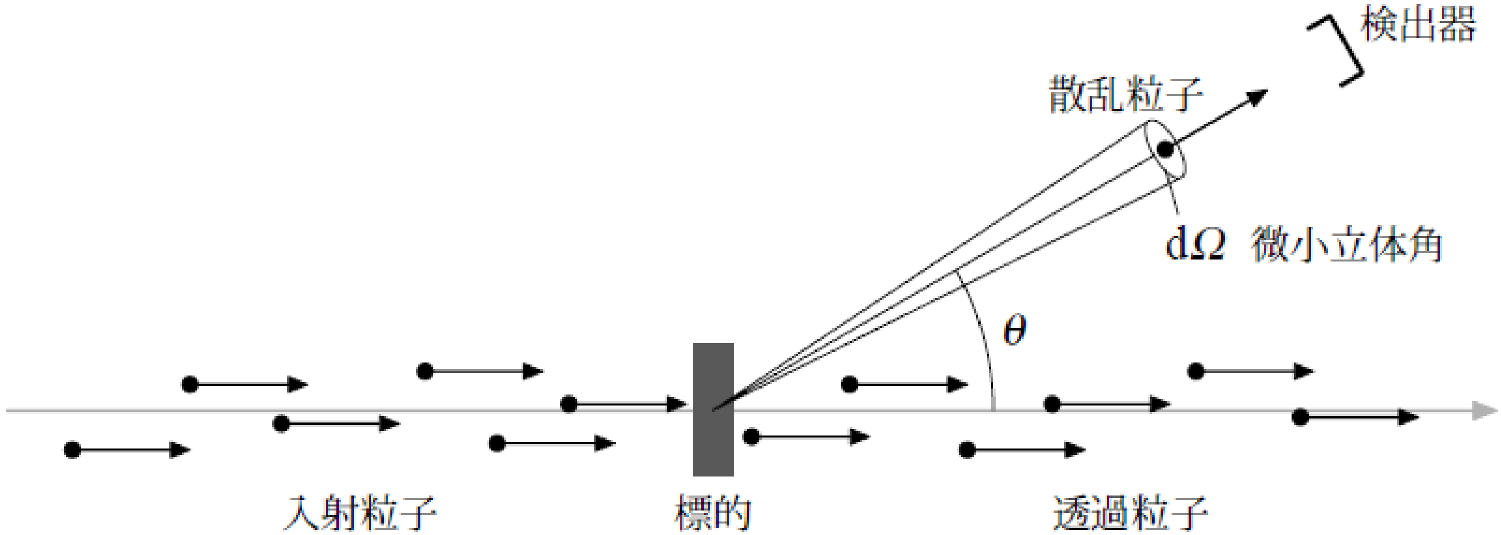
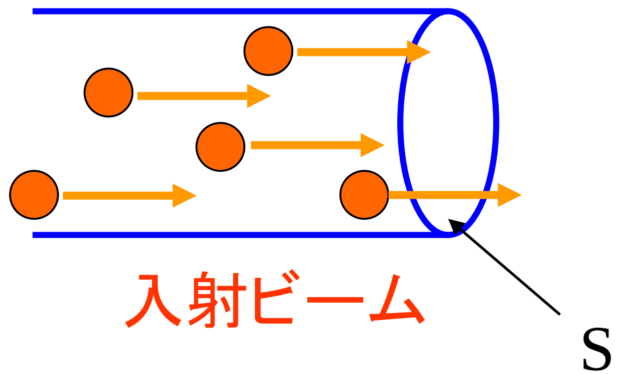


図 21.1: 散乱実験

http://www.th.phys.titech.ac.jp/~muto/lectures/QMII11/QMII11_chap21.pdf

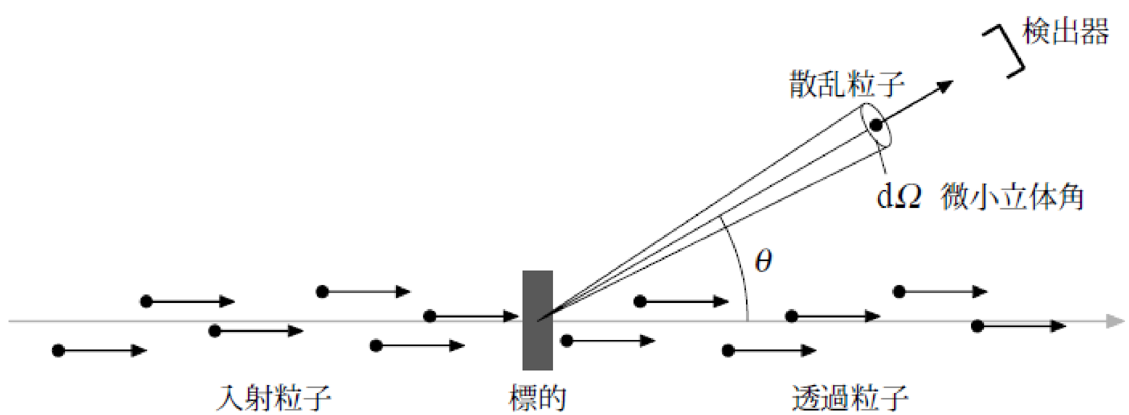
武藤一雄氏（東工大）

散乱断面積



フラックス（流束）
＝単位時間に単位面積を通過する
粒子の数

$$j = \rho_{\mathrm{P}} \cdot v$$

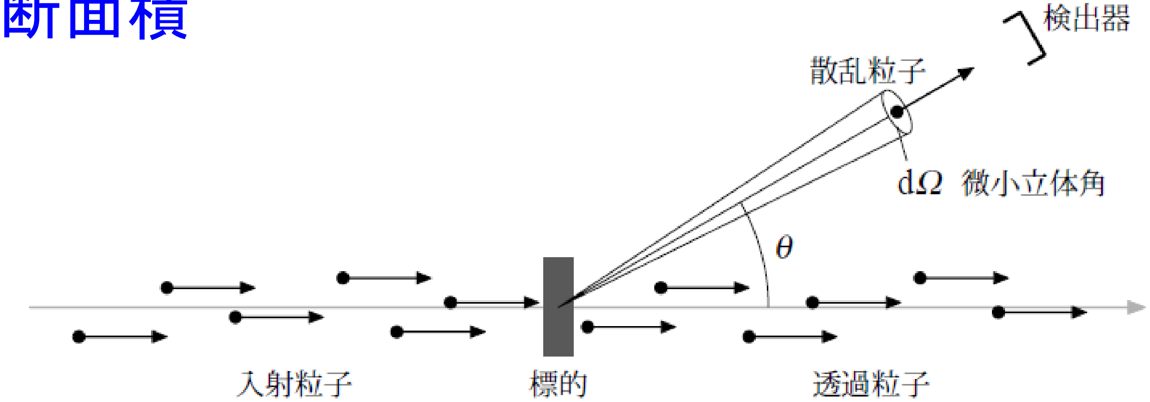


イベント・レート（時間あたりイベントの起こる数）
：入射フラックスと標的核の数に比例

断面積

$$\longrightarrow \quad R = N_{\mathrm{T}} \cdot \sigma \cdot j$$

微分散乱断面積



イベント・レート（時間あたりイベントの起こる数）

：入射フラックスと標的核の数に比例

断面積

$$R = N_{\mathrm{T}} \cdot \sigma \cdot j$$

微分散乱断面積（角度分布）

$$dR(\theta, \phi) = N_{\mathrm{T}} \cdot \boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega}} \cdot j \cdot d\Omega, \qquad \sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

単位: 1 barn = 10^{-24} cm^2 = 100 fm^2 (1 mb = 10^{-3} b = 0.1 fm^2)

微分断面積を量子力学で計算する

自由粒子の運動: $$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = E\psi = \frac{\boldsymbol{k}^2\hbar^2}{2m}\psi$$

$$\begin{aligned}\psi(\boldsymbol{r}) &= e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} = \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\,i^l j_l(kr)P_l(\cos\theta) \\ &\to \frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)i^l\left[e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{i(kr-l\pi/2)}\right]P_l(\cos\theta)\end{aligned}$$

ポテンシャルがある場合: $$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\boldsymbol{r}) - E\right]\psi = 0$$

波動関数の漸近形

$$\begin{aligned}\psi(\boldsymbol{r}) &\to \frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)i^l\left[e^{-i(kr-l\pi/2)} - \underline{\underline{S_l}}\,e^{i(kr-l\pi/2)}\right]P_l(\cos\theta) \\ &= e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \underbrace{\left[\sum_l(2l+1)\frac{S_l-1}{2ik}P_l(\cos\theta)\right]}_{f(\theta)}\frac{e^{ikr}}{r}\end{aligned}$$

（散乱振幅）

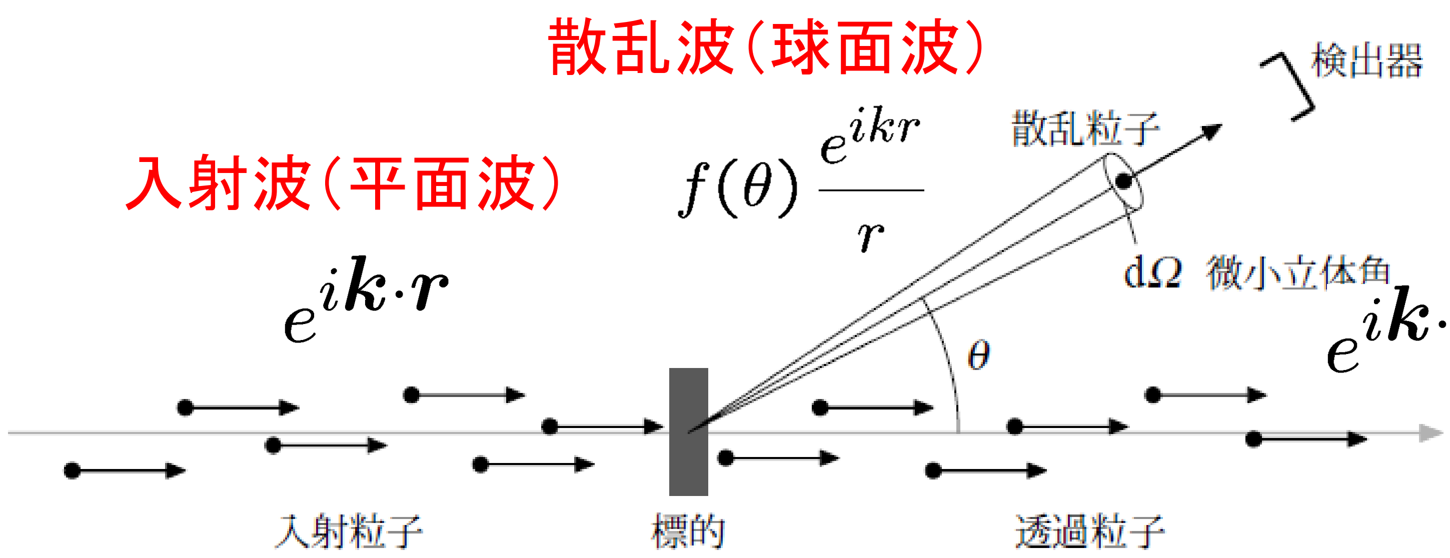
微分断面積を量子力学で計算する

波動関数の漸近形

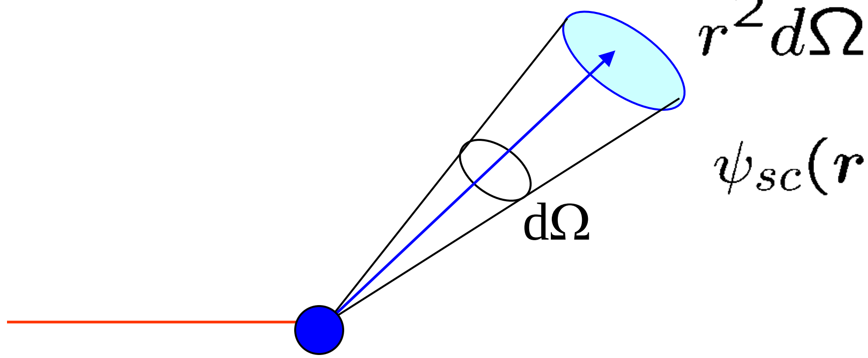
$$\psi(\boldsymbol{r}) \ \to \ \frac{i}{2kr}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)i^l\left[e^{-i(kr-l\pi/2)} - S_l e^{i(kr-l\pi/2)}\right]P_l(\cos\theta)$$

$$= \ e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} + \underbrace{\left[\sum_l (2l+1)\frac{S_l-1}{2ik}P_l(\cos\theta)\right]}_{f(\theta)}\frac{e^{ikr}}{r}$$

$f(\theta)$ （散乱振幅）



微分散乱断面積



$$\psi_{sc}(\boldsymbol{r}) \sim f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$$

単位時間に立体角 dΩ に散乱される粒子の数:

$$N_{\mathsf{scatt}} = \boldsymbol{j}_{sc} \cdot \boldsymbol{e}_r \, r^2 d\Omega$$

$$\boldsymbol{j}_{sc} = \frac{\hbar}{2im}\left[\psi_{sc}^* \boldsymbol{\nabla} \psi_{sc} - c.c.\right] \sim \frac{k\hbar}{m}\frac{|f(\theta)|^2}{r^2}\boldsymbol{e}_r$$

（散乱波に対するフラックス）

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2}$$

$$f(\theta) = \sum_l (2l+1)\frac{S_l - 1}{2ik} P_l(\cos\theta)$$