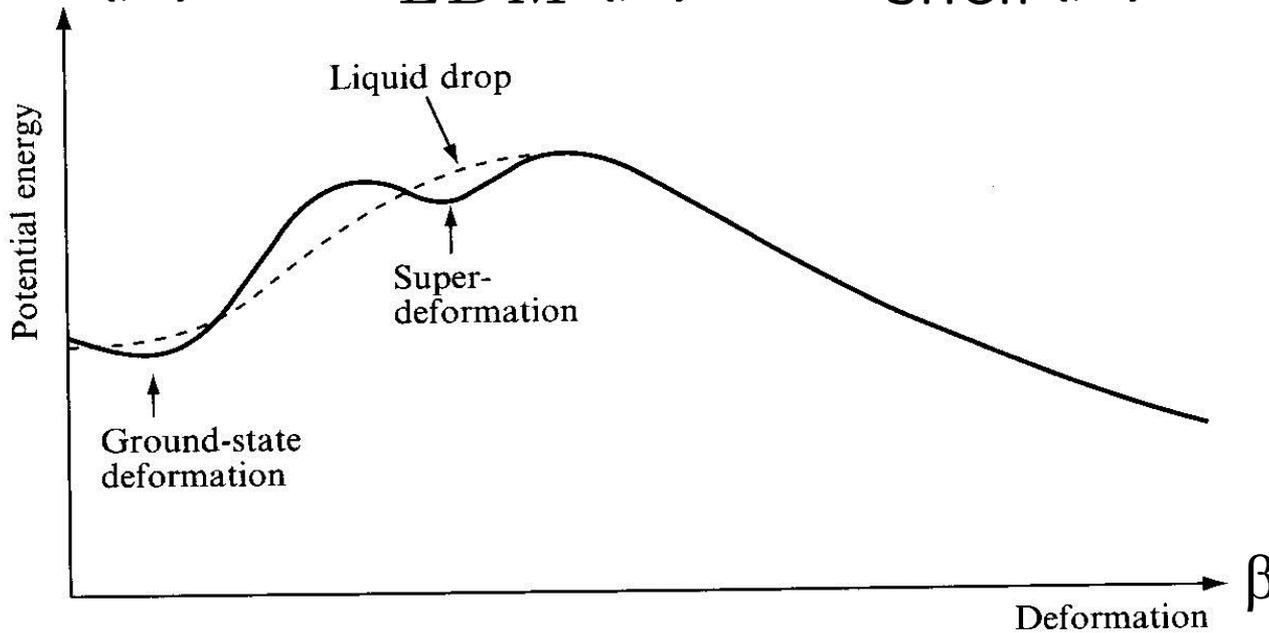


原子核の変形

原子核の変形に伴うエネルギーの変化

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{shell}(\beta)$$



液滴模型
殻補正



必ず球形

変形状態が基底状態になる場合あり

* 対称性の自発的破れ

原子核の変形

^{154}Sm の励起スペクトル

0.903 ————— 8^+
(MeV)

0.544 ————— 6^+

0.267 ————— 4^+

0.082 ————— 2^+

0 ————— 0^+

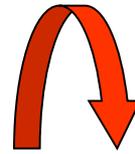
^{154}Sm

$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

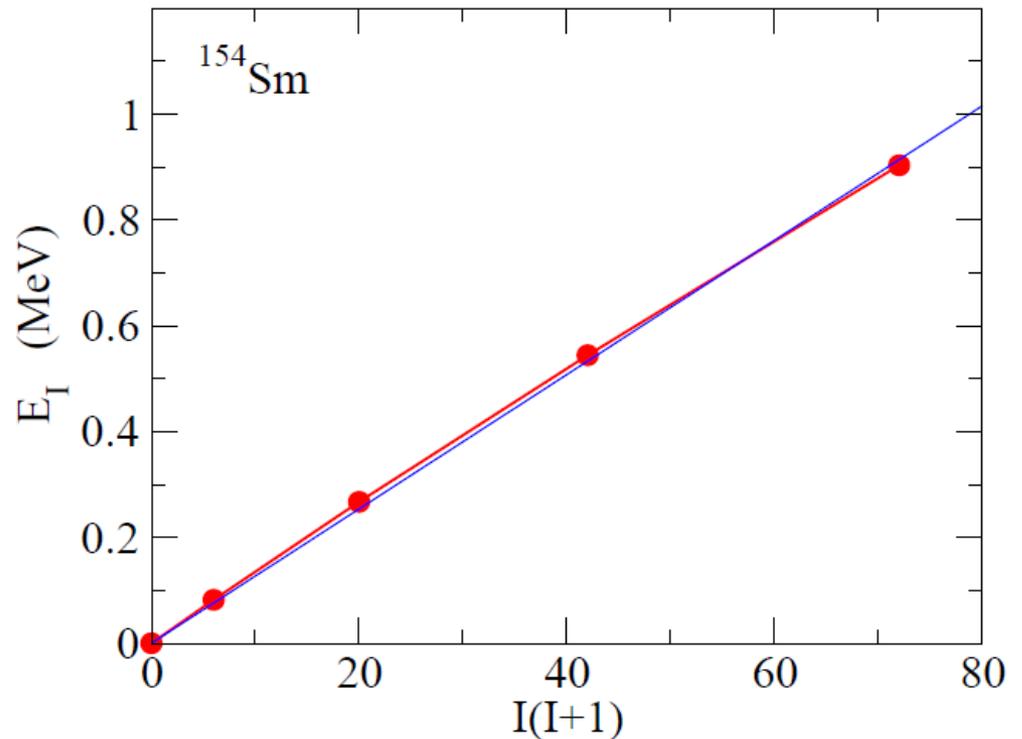
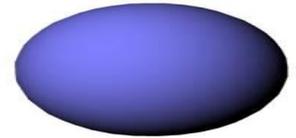
Cf. 剛体の回転エネルギー(古典力学)

$$E = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 = \frac{I^2}{2\mathcal{J}}$$

$$(I = \mathcal{J}\omega, \omega = \dot{\theta})$$

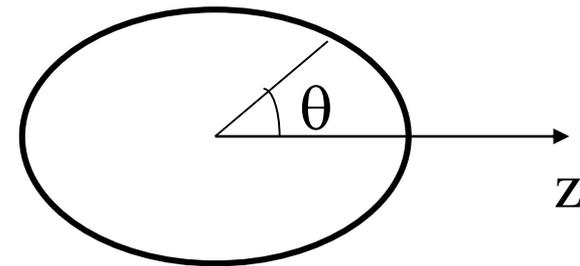


^{154}Sm は変形している

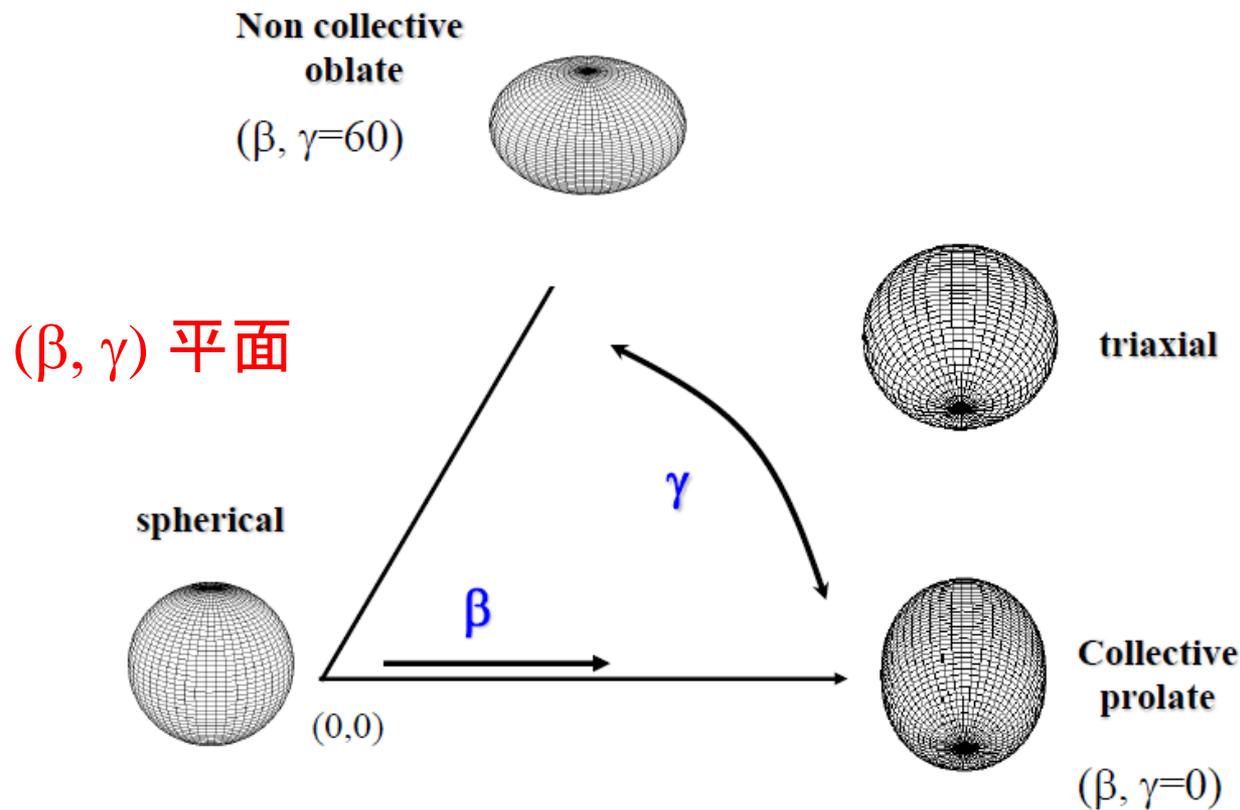


$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + a_{20}Y_{20}(\theta) + a_{22}(Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi))]$$

$$a_{20} \equiv \beta \cos \gamma, \quad a_{22} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\beta \sin \gamma$$



$\beta \geq 0, \quad 0 \leq \gamma \leq \pi/3$ で全ての四重極変形を表現できる



変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$V(r) \sim \int v(r, r') \rho(r') dr' \sim -g\rho(r) \quad \text{if } v(r, r') = -g\delta(r - r')$$

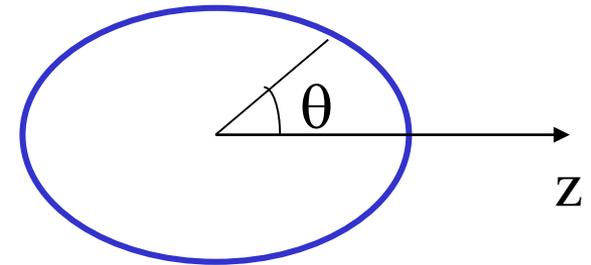
密度分布が変形すると、平均場ポテンシャルも同じように変形

(note) 軸対称な回転楕円体の半径: $R(\theta) = R_0(1 + \beta_2 Y_{20}(\theta))$

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$

の半径 R_0 を $R(\theta)$ に変えると



変形 Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r, \theta) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0 - R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a)] \\ \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

三次元調和振動子だと:

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2)$$

$\omega_z \omega_{\perp}^2 \sim \omega_0^3 = \text{const.}$ となるように

$$\omega_z \sim \omega_0(1 - 2\epsilon/3), \quad \omega_{\perp} \sim \omega_0(1 + \epsilon/3)$$

ととると、 ϵ の1次の範囲で、

$$\begin{aligned} V(x, y, z) &\sim \frac{1}{2}m\omega_0^2 \left(1 - \frac{4}{3}\epsilon\right) z^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 \left(1 + \frac{2}{3}\epsilon\right) (x^2 + y^2) \\ &= \frac{1}{2}m\omega_0^2(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2}m\omega_0^2 \cdot \frac{2}{3}\epsilon(2z^2 - x^2 - y^2) \\ &\qquad\qquad\qquad \propto r^2 Y_{20}(\theta) \end{aligned}$$

変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r, \theta) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0 - R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a)]$$
$$\sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

ポテンシャルが回転対称性を持たない

—————→ 角運動量がいい量子数にならない
(保存しない)

■ Y_{20} の項の効果を用いて1次の摂動論を用いて考察してみよう

(復習) 1次の摂動論

$$H = H_0 + H_1$$

H_0 の固有値、固有状態がわかっているとすると:

$$H_0 |\phi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} |\phi_n^{(0)}\rangle$$

H_1 があることによって、固有値、固有関数は次のように変化する:

$$E_n = E_n^{(0)} + \langle \phi_n^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle + \dots$$

$$|\phi_n\rangle = |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m \neq n} \frac{\langle \phi_m^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\phi_m^{(0)}\rangle + \dots$$

変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

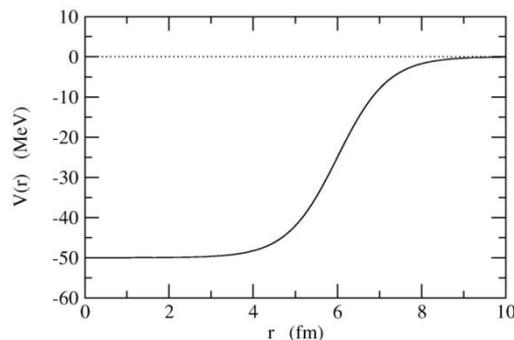
$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■ Y_{20} の項の効果をも1次の摂動論を用いて考察してみよう

$\beta=0$ (球形ポテンシャル) の時の固有関数: $\psi_{nlK}(r) = R_{nl}(r) Y_{lK}(\hat{r})$
固有値: E_{nl} (K には依存しない)

エネルギーの変化分:

$$\begin{aligned} E_{nl} &\rightarrow E_{nl} + \langle \psi_{nlK} | \Delta V | \psi_{nlK} \rangle \\ &= E_{nl} - \beta_2 R_0 \underbrace{\left[\int_0^\infty r^2 dr \frac{dV_0}{dr} (R_{nl}(r))^2 \right]}_{\text{正の量}} \cdot \underbrace{\langle Y_{lK} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle}_{\text{負の量}} \\ &= E_{nl} - \beta_2 R_0 \left[\int_0^\infty r^2 dr \frac{dV_0}{dr} (R_{nl}(r))^2 \right] \cdot \underbrace{\langle Y_{lK} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle}_{-(3K^2 - l(l+1))} \end{aligned}$$



変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

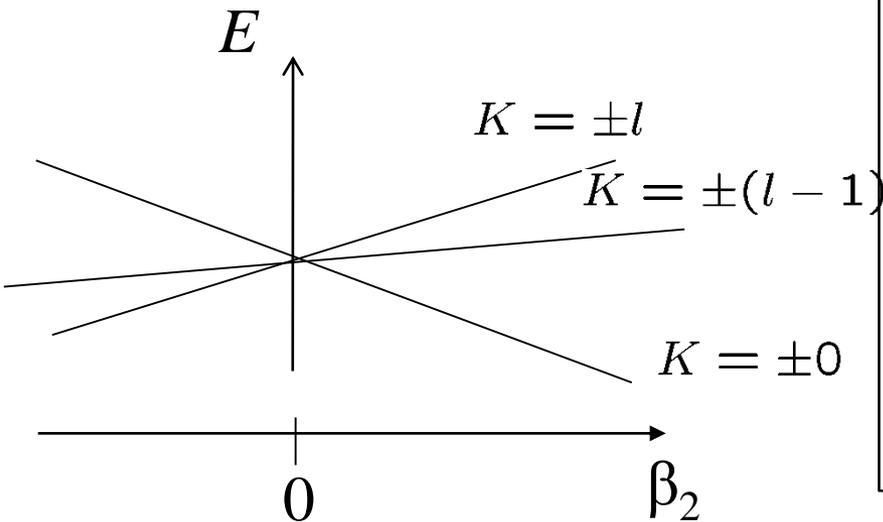
$$\psi_{nlK}(r) = R_{nl}(r)Y_{lK}(\hat{r})$$

$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■ Y_{20} の項の効果をもつて1次の摂動論を用いて考察してみよう

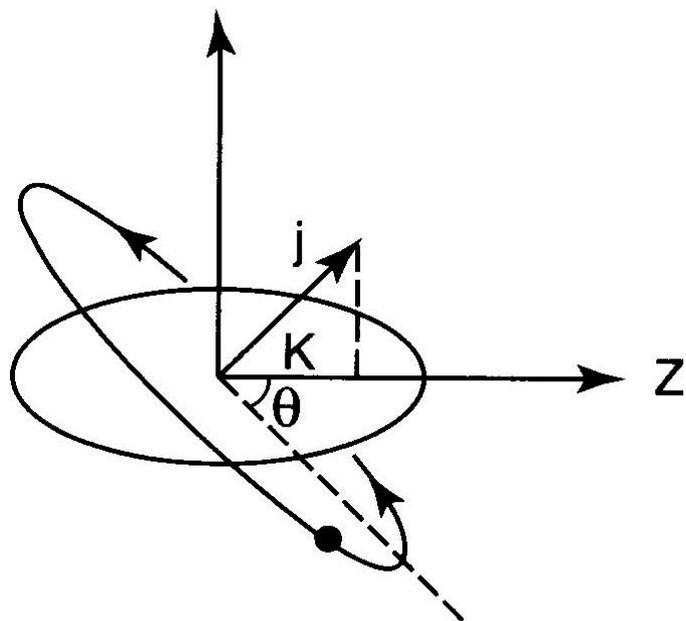
エネルギーの変化分:

$$E_{nl} \rightarrow E_{nl} + \alpha_{nl} \beta_2 (3K^2 - l(l+1)) \quad (\alpha_{nl} > 0)$$

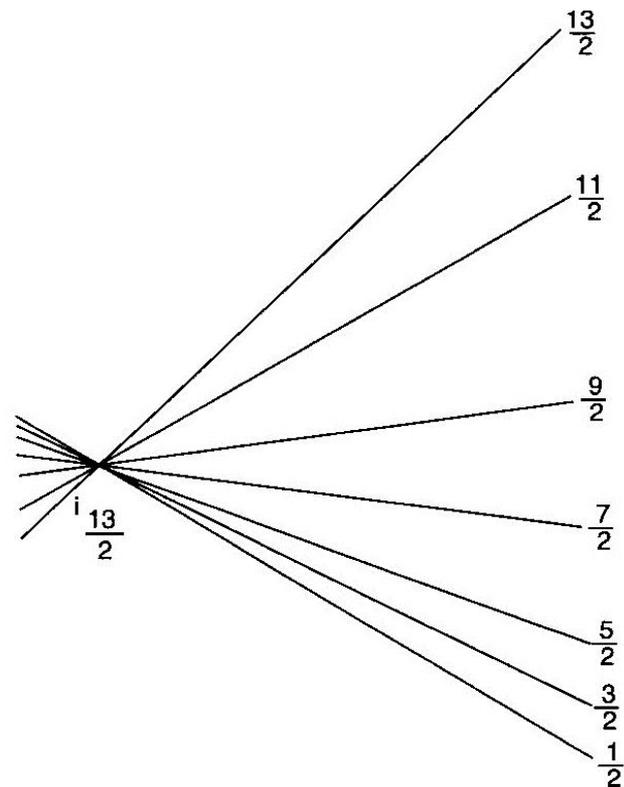


- ✓ K ごとにエネルギー変化が異なる (縮退が解ける)
- ✓ $\beta_2 > 0$ では K が小さいほどエネルギーが低くなる。
- ✓ $\beta_2 < 0$ ではその逆
- ✓ K と $-K$ は縮退する

幾何学的解釈



$$\sin \theta \sim K / j$$



- K は角運動量ベクトルの z 軸への射影
- 核子の軌道は角運動量ベクトルに垂直な平面内
- プロレート変形の場合、小さな K ほど長軸に沿って運動。
- 従ってより引力を感じてエネルギーが下がる。
- 大きな K は短軸に沿って運動し、エネルギーを損する。

変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■ Y_{20} の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

次に波動関数の変化分: $|\phi_n\rangle = |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m \neq n} \frac{\langle \phi_m^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\phi_m^{(0)}\rangle + \dots$

$\beta=0$ (球形ポテンシャル) の時の固有関数: $\psi_{nlK}(\mathbf{r}) = R_{nl}(r) Y_{lK}(\hat{\mathbf{r}})$

$$\psi_{nlK} \rightarrow \psi_{nlK} + \sum_{n'l'K'} \frac{\langle \psi_{n'l'K'} | \Delta V | \psi_{nlK} \rangle}{E_{nl} - E_{n'l'}} \psi_{n'l'K'}$$



$\langle Y_{l'K'} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle$ でつながる状態が波動関数に混ざる

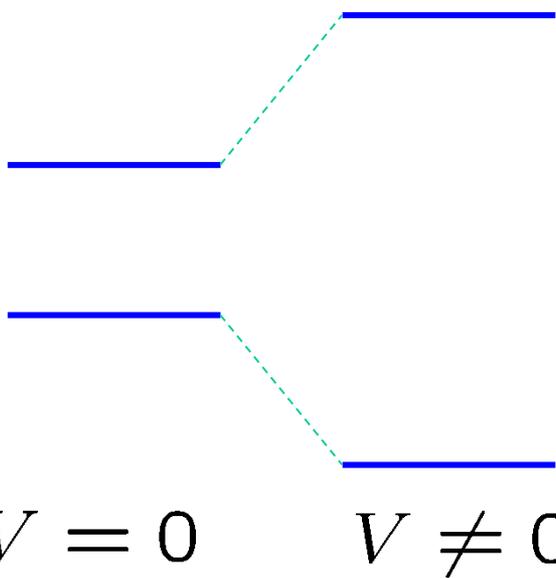
- l は保存せず、様々な l が波動関数に混ざる
- 軸対称変形 (Y_{20}) の場合、 K は変化しない ($K' = K$)
すなわち保存量
- Y_{20} はパリティを変えない。従って、パリティも保存量。

準位交差の問題：同じ量子数を持つ2つの状態は交差しない

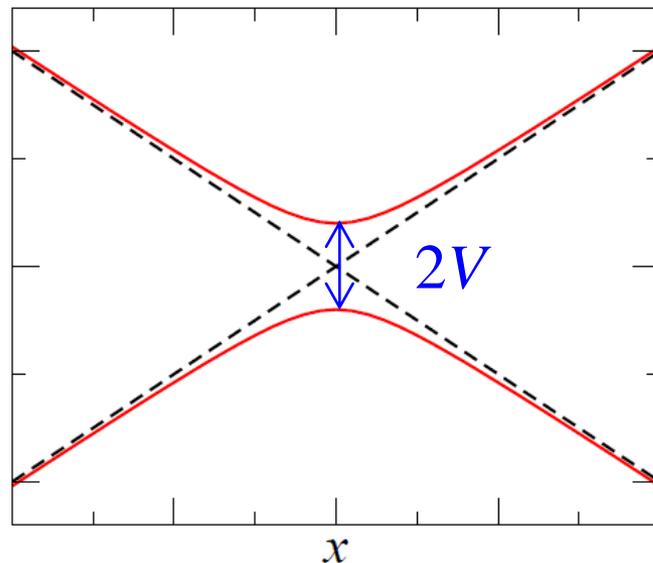
「ノイマン - ウィグナーの定理」

$$\begin{pmatrix} -\epsilon x & V \\ V & \epsilon x \end{pmatrix}$$

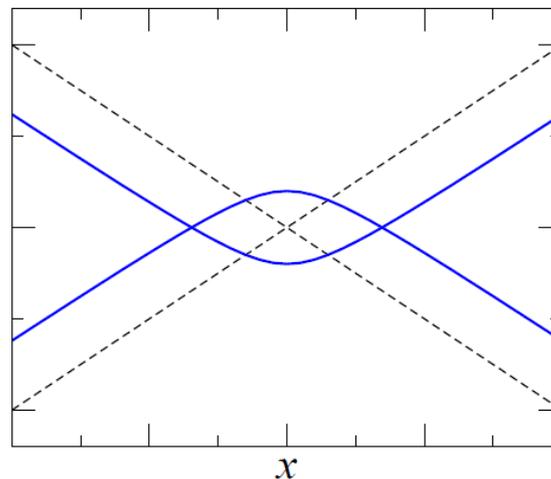
対角化 $\rightarrow \lambda_{\pm}(x) = \pm \sqrt{\epsilon^2 x^2 + V^2}$



V の符号によらず必ず反発

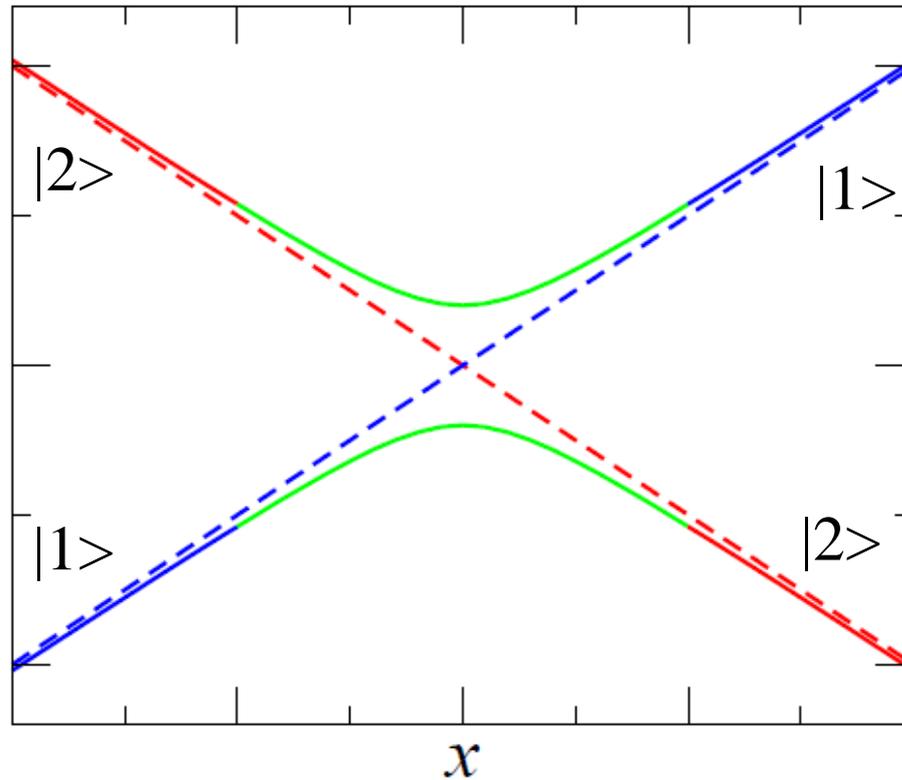


「疑似交差」、「準位反発」



このようになることはない

x がゆっくりと変化すると断熱的に状態が $|1\rangle$ から $|2\rangle$ へ変化
(断熱遷移)



Landau-Zener の式:

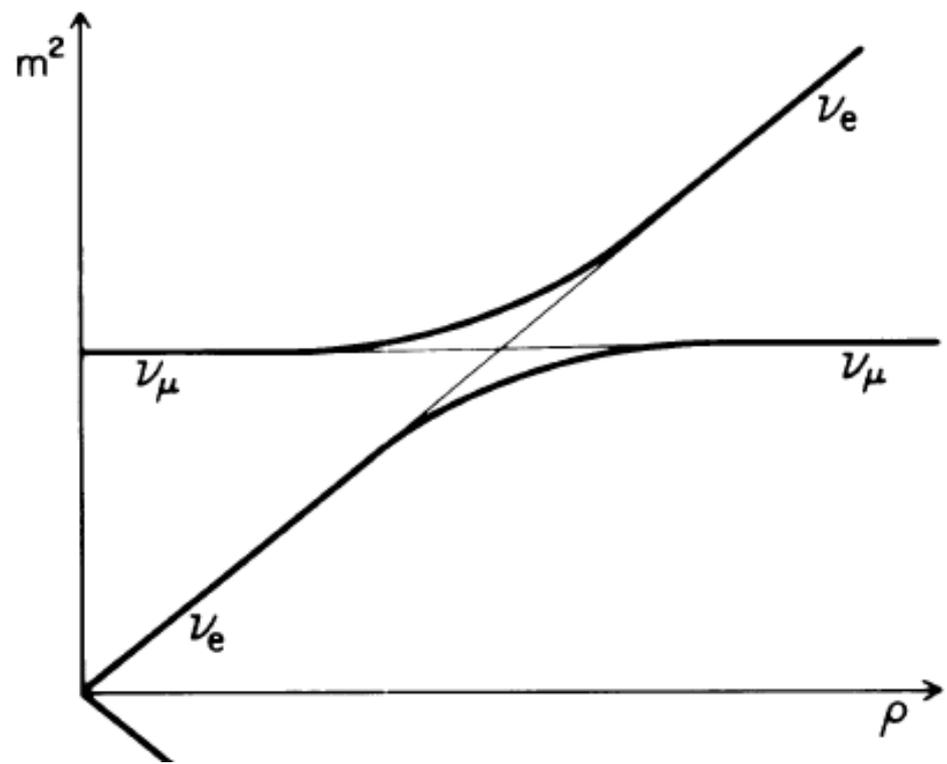
$$P(|1\rangle \rightarrow |1\rangle) = \exp\left(-\frac{2\pi V^2}{\hbar|\dot{x}| \cdot 2\epsilon}\right)$$

cf. ニュートリノ振動と準位交差問題

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \Psi_e \\ \Psi_\mu \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} E + A(r) & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \Psi_e \\ \Psi_\mu \end{pmatrix}$$

$$E = \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2), \quad a = \frac{1}{2}(m_2^2 - m_1^2)$$

電子ニュートリノと物質中の電子との相互作用



物質中で共鳴的にニュートリノ振動が起こる = MSW 効果

Ref.
 H.A. Bethe, PRL56('86)1305,
 W.C. Haxton, PRL57('86)1271

2008年のノーベル物理学賞

“for the discovery of the mechanism of spontaneous broken symmetry in subatomic physics”



南部陽一郎

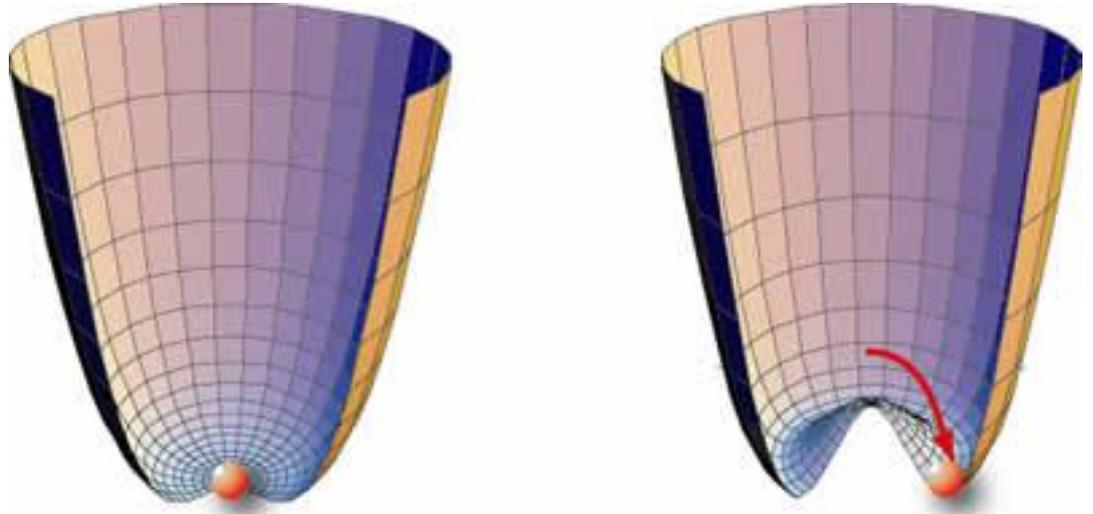


“for the discovery of the origin of the broken symmetry which predicts the existence of at least three families of quarks in nature”

小林誠、益川敏英

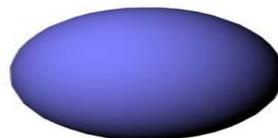
対称性の自発的破れ

ハミルトニアンが持つ対称性を、真空が持たない(破る)。



(対称性を回復するように
南部・ゴールドストーン・モード(ゼロ・モード)
が発生)

原子核の変形



(note) 0^+ 状態とは(量子力学)?

0^+ : 空間の異方性がない

→ 色々な向きが等確率で混ざっている

^{154}Sm の励起スペクトル

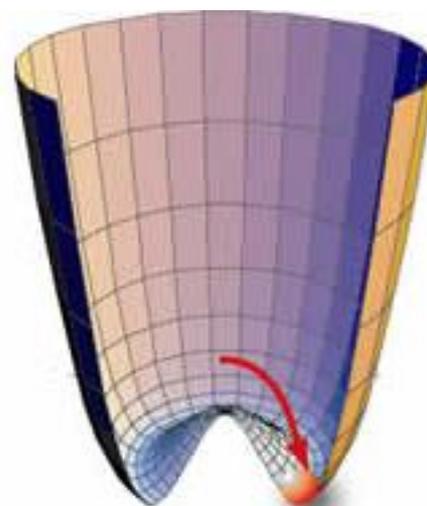
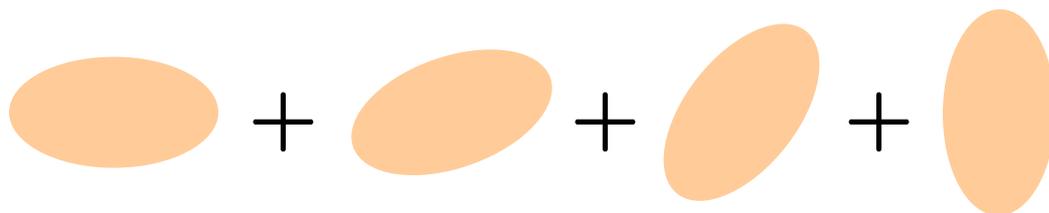
0.903 ————— 8^+
(MeV)

0.544 ————— 6^+

0.267 ————— 4^+

0.082 ————— 2^+
0 ————— 0^+

^{154}Sm



$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

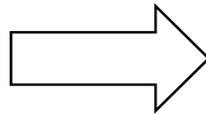
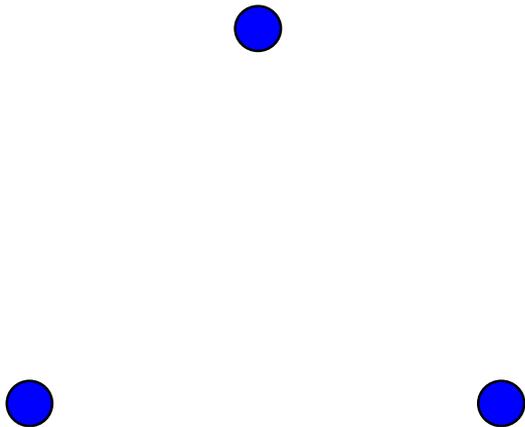
休憩(頭の体操)

頂点が何個かある

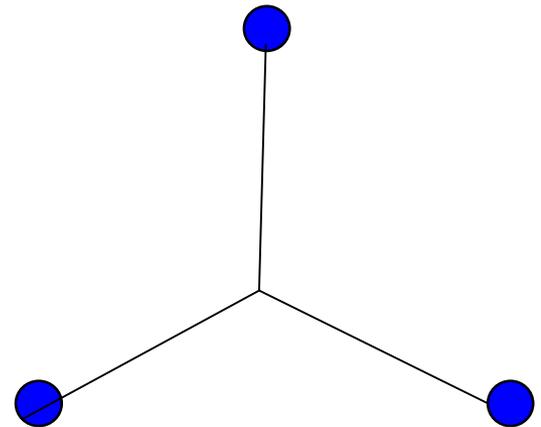
- 頂点を適当な線でつなぐ
- 何本引いてもよい
- 線は交わってもよい
- 一つの点から線を通して全ての点にいけるようにする

線の長さの合計が最短になる線のひき方は?

例) 正三角形の場合



対称となるように引く



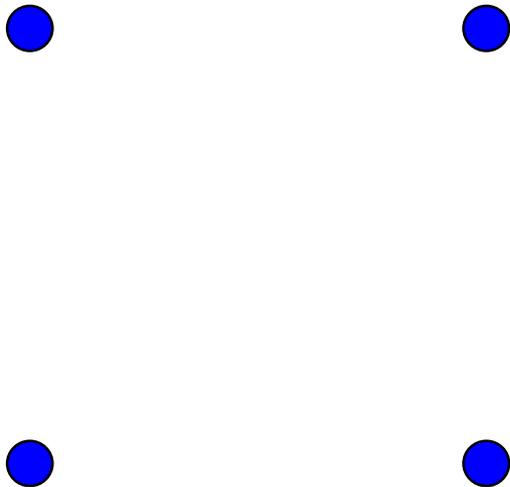
休憩(頭の体操)

頂点は何個かある

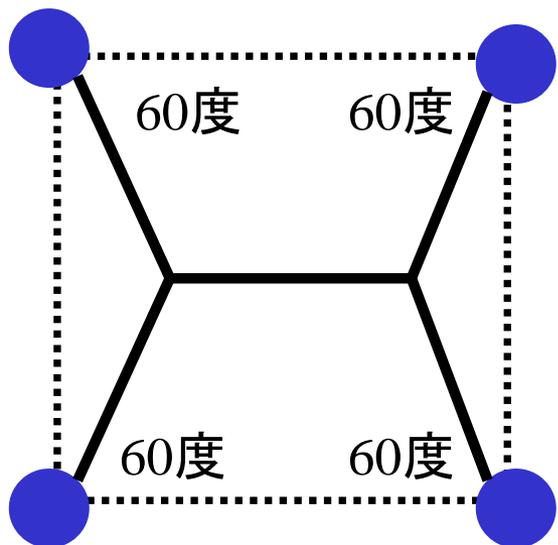
- 頂点を適当な線でつなぐ
- 何本引いてもよい
- 線は交わってもよい
- 一つの点から線を通して全ての点にいけるようにする

線の長さの合計が最短になるひき方は?

(問題) 正方形の場合は?



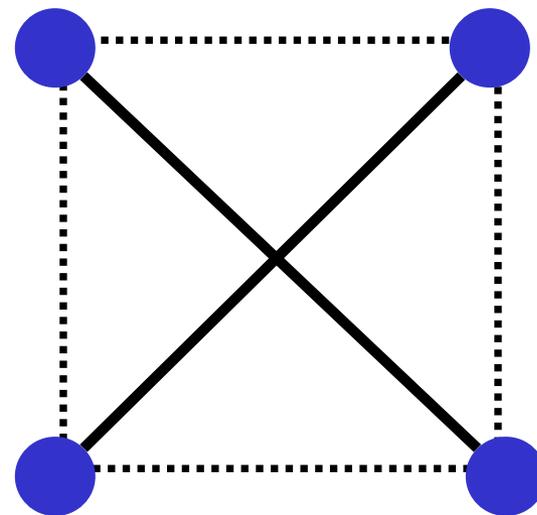
(答え)



長さ

$$\begin{aligned} & 4 \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \left(1 - 2 \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) \\ & = 1 + \sqrt{3} \\ & = 2.732 \dots \end{aligned}$$

cf.

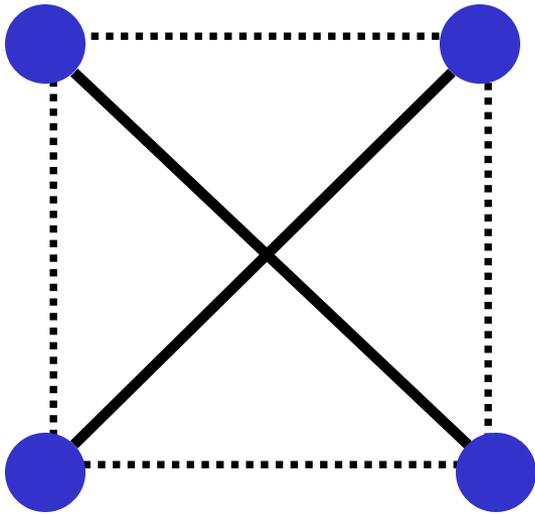


長さ

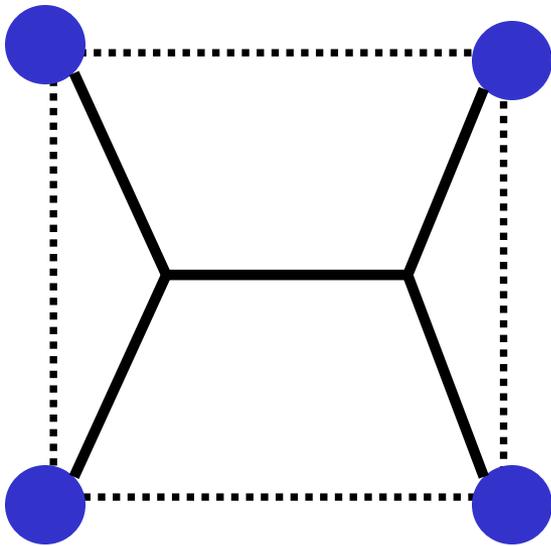
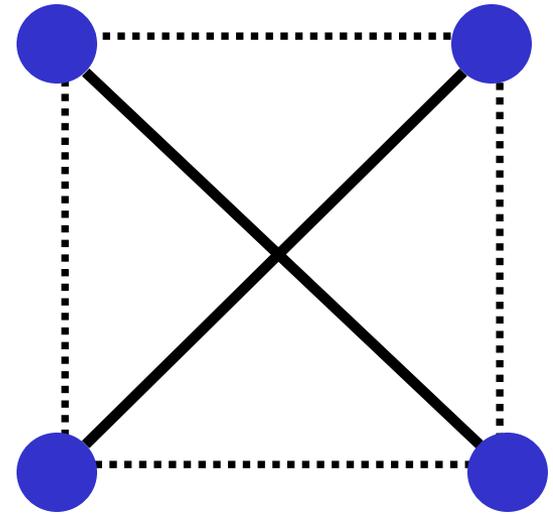
$$2 \times \sqrt{2} = 2.828 \dots$$

参考:

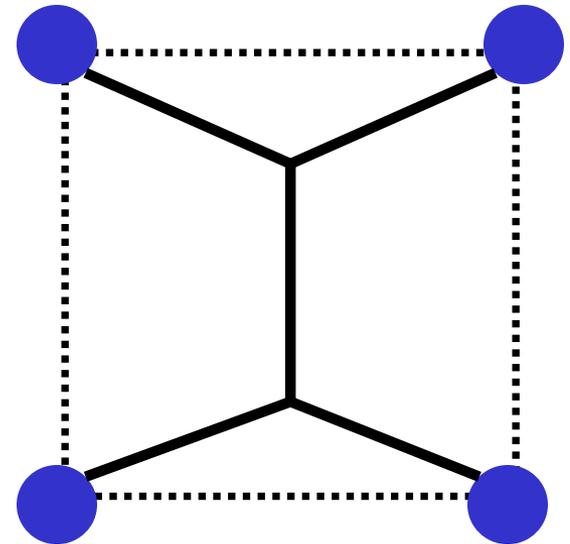
小池武志「原子核研究」Vol. 52 No. 2, p. 14



90度回転で不変



90度回転



対称性の自発的破れの好例

スライド: 小池武志氏 (東北大学)