

原子核の変形

^{154}Sm の励起スペクトル

0.903 ————— 8^+
(MeV)

0.544 ————— 6^+

0.267 ————— 4^+

0.082 ————— 2^+

0 ————— 0^+

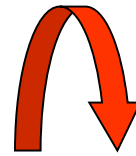
^{154}Sm

$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

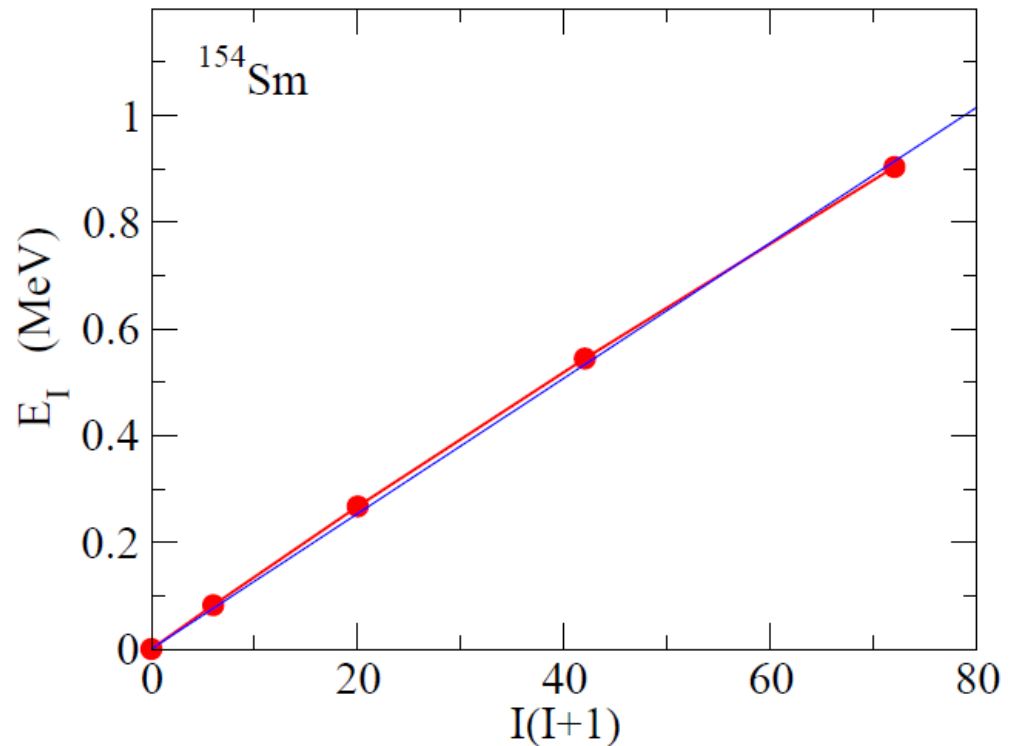
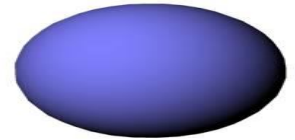
Cf. 剛体の回転エネルギー(古典力学)

$$E = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 = \frac{I^2}{2\mathcal{J}}$$

$$(I = \mathcal{J}\omega, \omega = \dot{\theta})$$

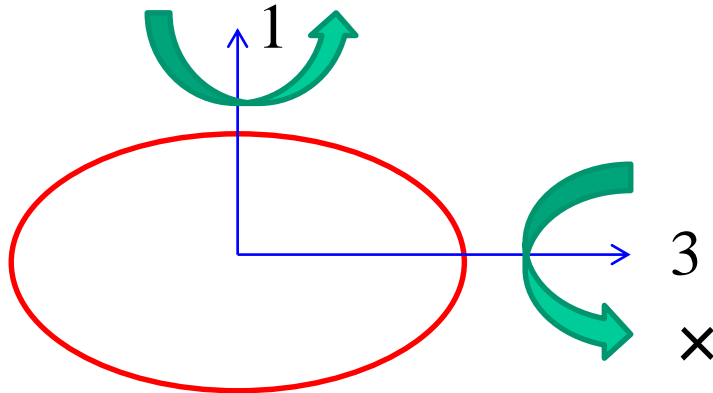


^{154}Sm は変形している



軸対称変形核の回転運動

軸対称変形核を考える



量子力学的には対称
軸周りの回転は存在
しない

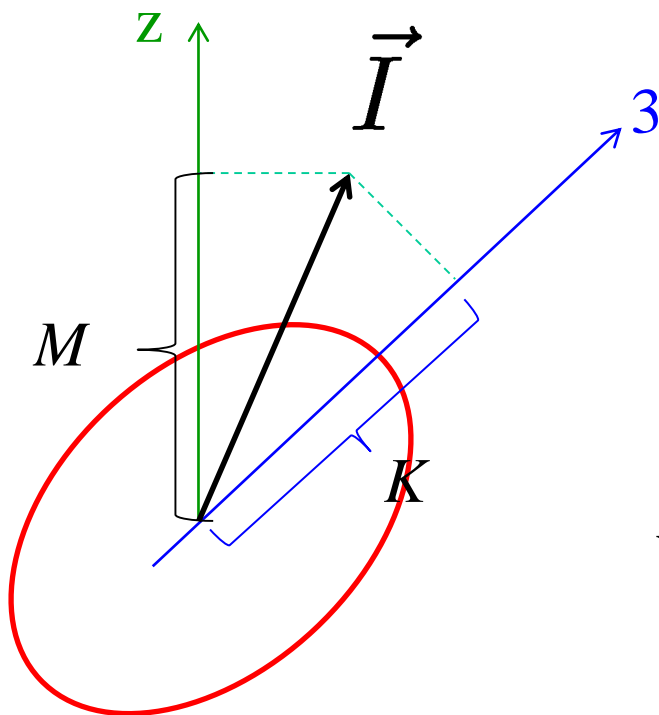
$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \mathcal{J} (\omega_1^2 + \omega_2^2) \rightarrow \frac{I_1^2 + I_2^2}{2\mathcal{J}}$$

(軸対称なので
 $J_1 = J_2$)

量子化

$$T_{\text{rot}} = \frac{I_1^2 + I_2^2}{2\mathcal{J}} = \frac{I^2 - I_3^2}{2\mathcal{J}}$$

固有状態は I , $I_z (=M)$, $I_3 (=K)$ の同時固有状態



$$|IMK\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{MK}^I(\Omega)$$

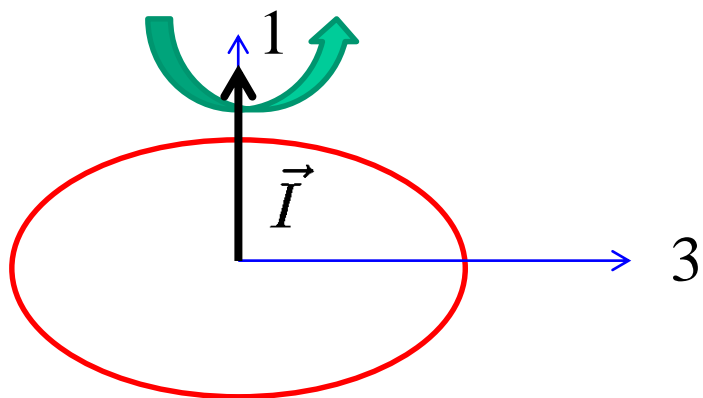
Wigner の D 関数

$$D_{MK}^I(\Omega) \equiv \langle IM | \hat{\mathcal{R}}(\Omega) | IK \rangle$$

↑
回転の演算子

$K=0$ のとき $D_{MK=0}^I(\Omega) = \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} Y_{IM}^*$

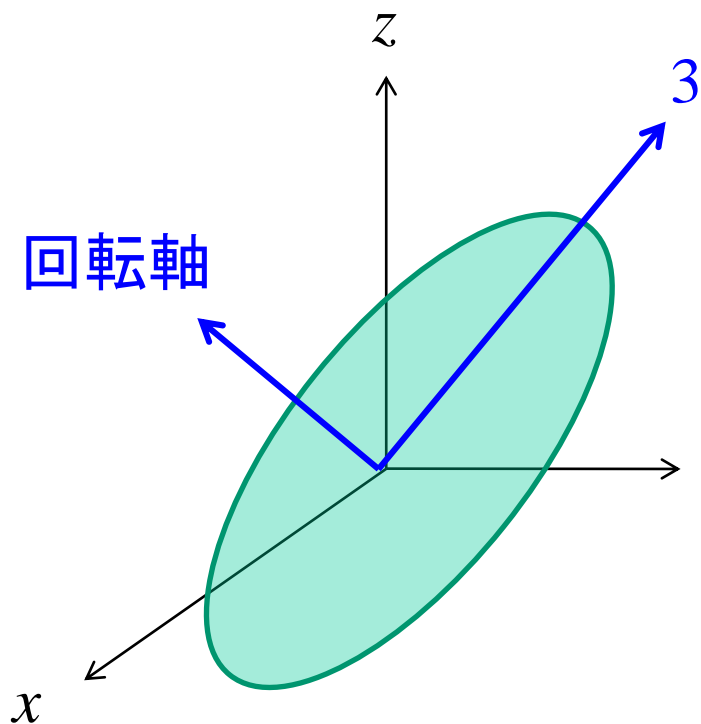
$K = 0$ のとき



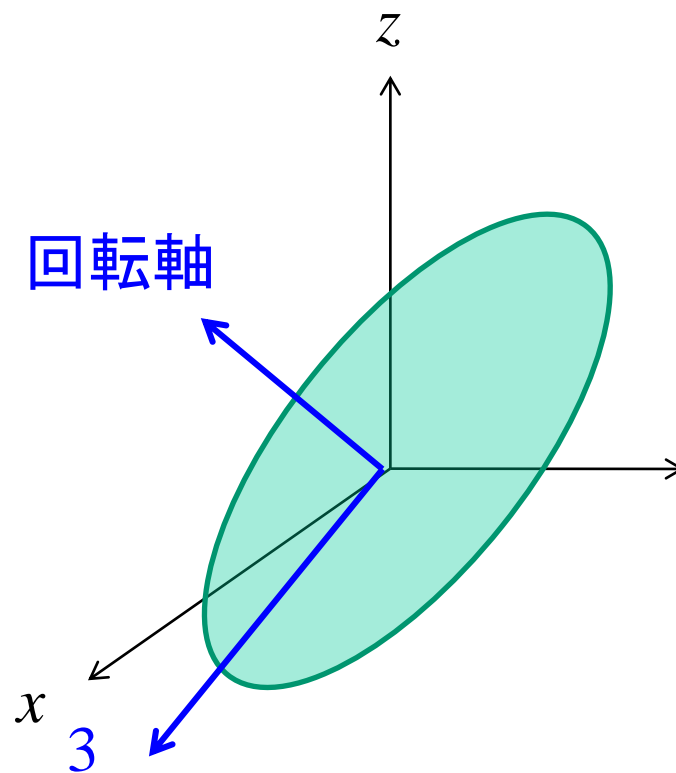
対称軸に垂直な軸のまわりの回転

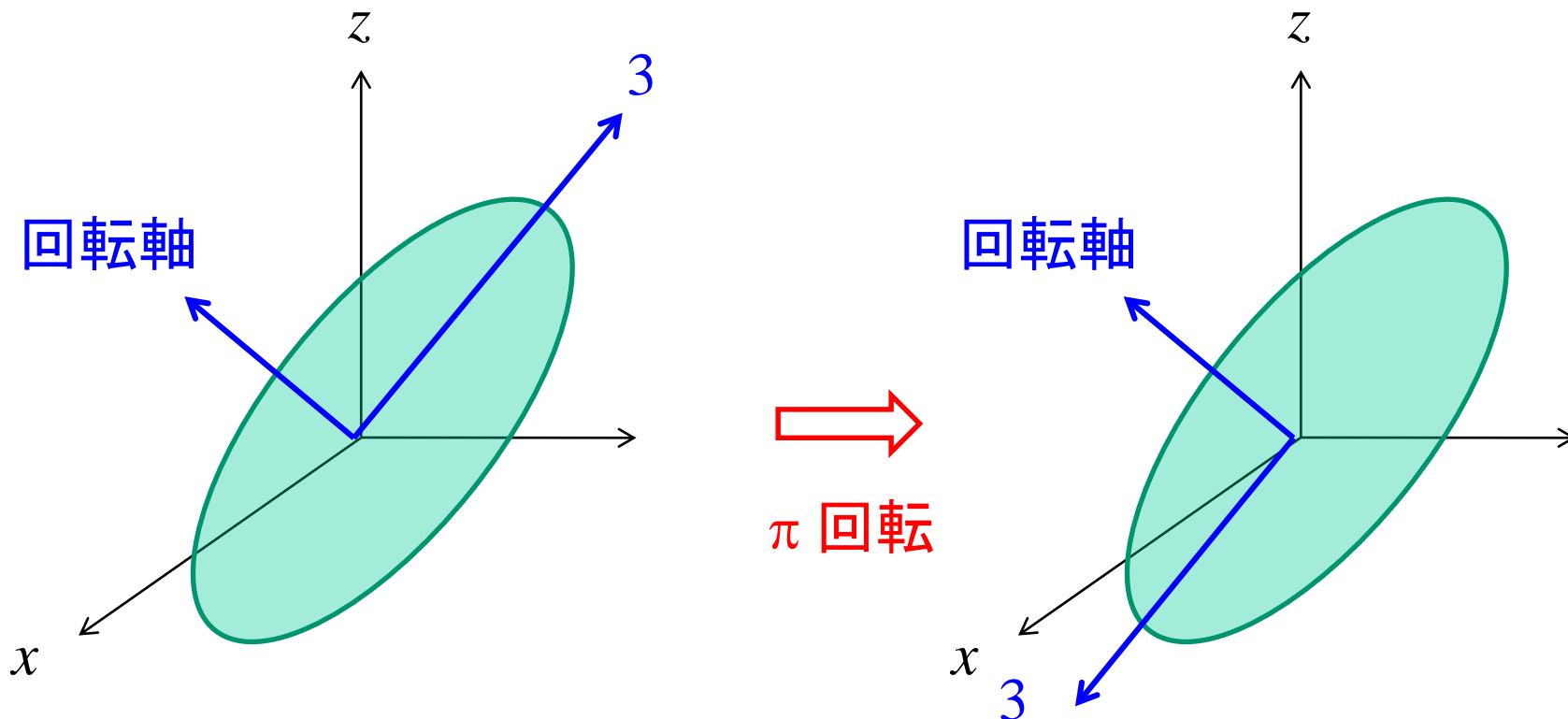
π 回転に対して対称

→ 偶数角運動量のみが現れる



→
 π 回転



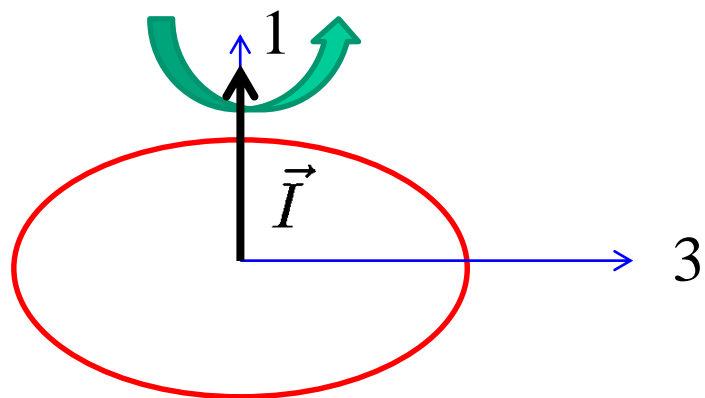


これは空間反転(パリティ変換)と同じ

$$Y_{IM}(\hat{r}) \rightarrow Y_{IM}(-\hat{r}) = (-)^I Y_{IM}(\hat{r})$$

波動関数が変わらないためには I は偶数(偶パリティ状態の場合)

K = 0 のとき



対称軸に垂直な軸のまわりの回転

π 回転に対して対称

→ 偶数角運動量のみが現れる

0.903 ————— 8⁺
(MeV)

0.544 ————— 6⁺

0.267 ————— 4⁺

0.082 ————— 2⁺

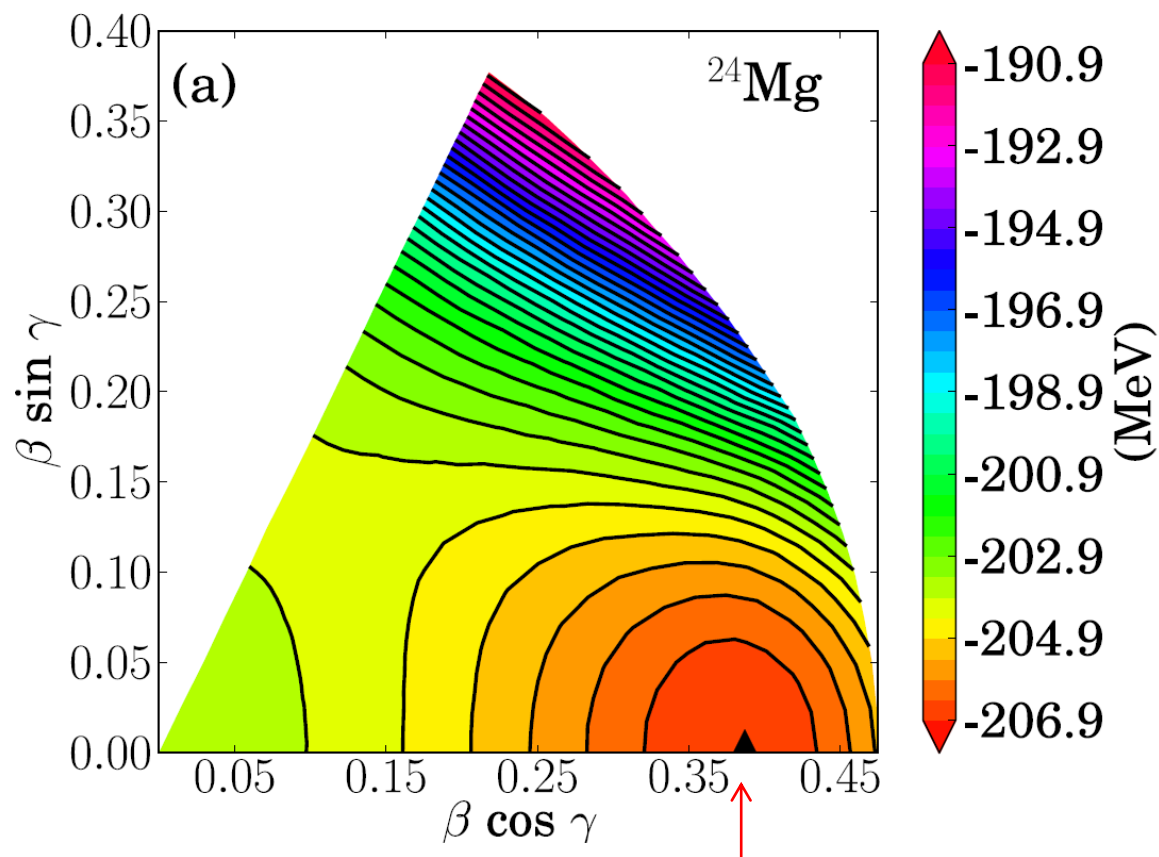
0 ————— 0⁺

¹⁵⁴Sm

¹⁵⁴Sm の励起スペクトル

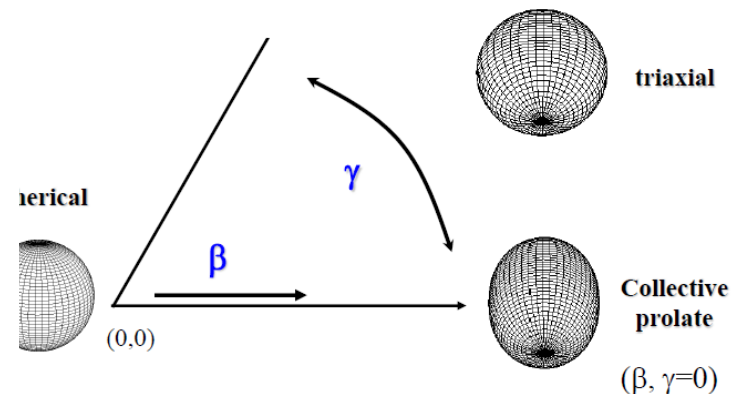
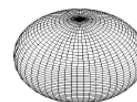
軸対称変形核の振動運動

(β, γ) 平面におけるエネルギー一面の例



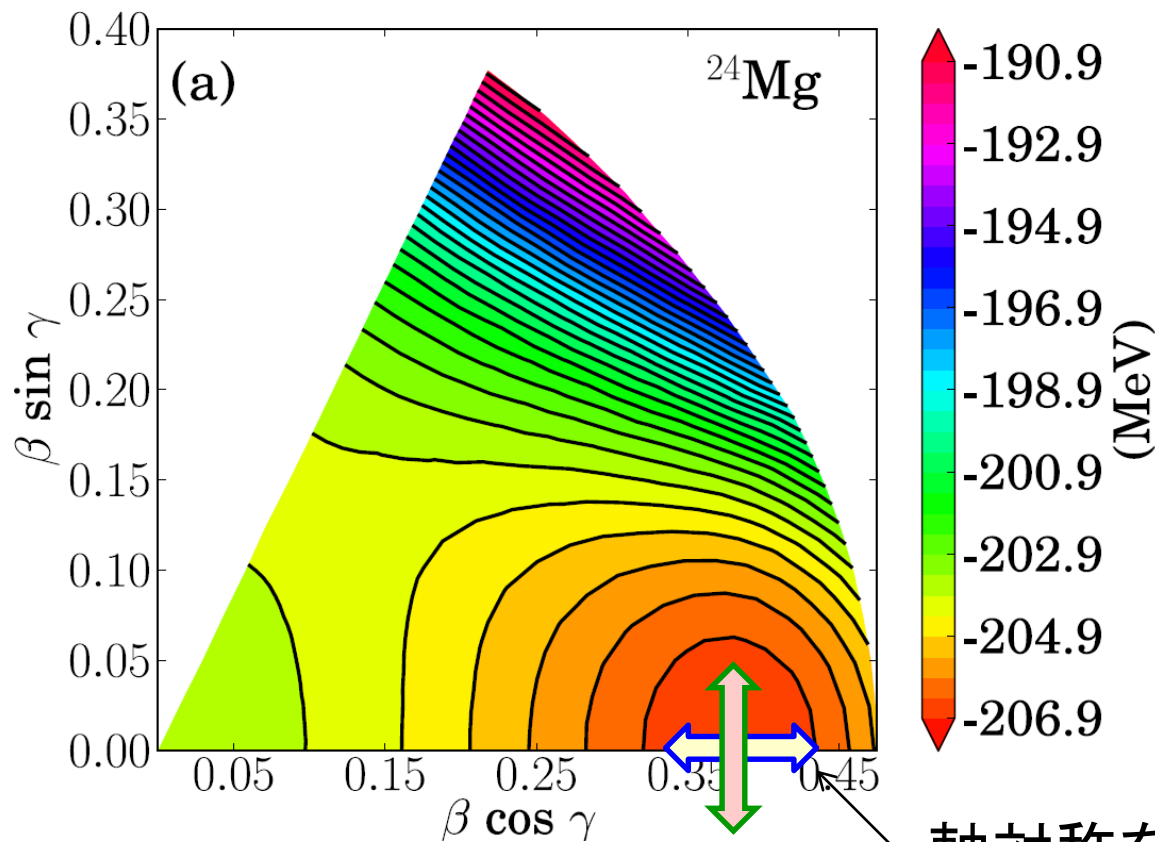
極小点(軸対称変形)

Non collective
oblate
($\beta, \gamma=60$)



軸対称変形核の振動運動

(β, γ) 平面におけるエネルギー一面の例



極小点のまわりの
微小振動
(2通り)

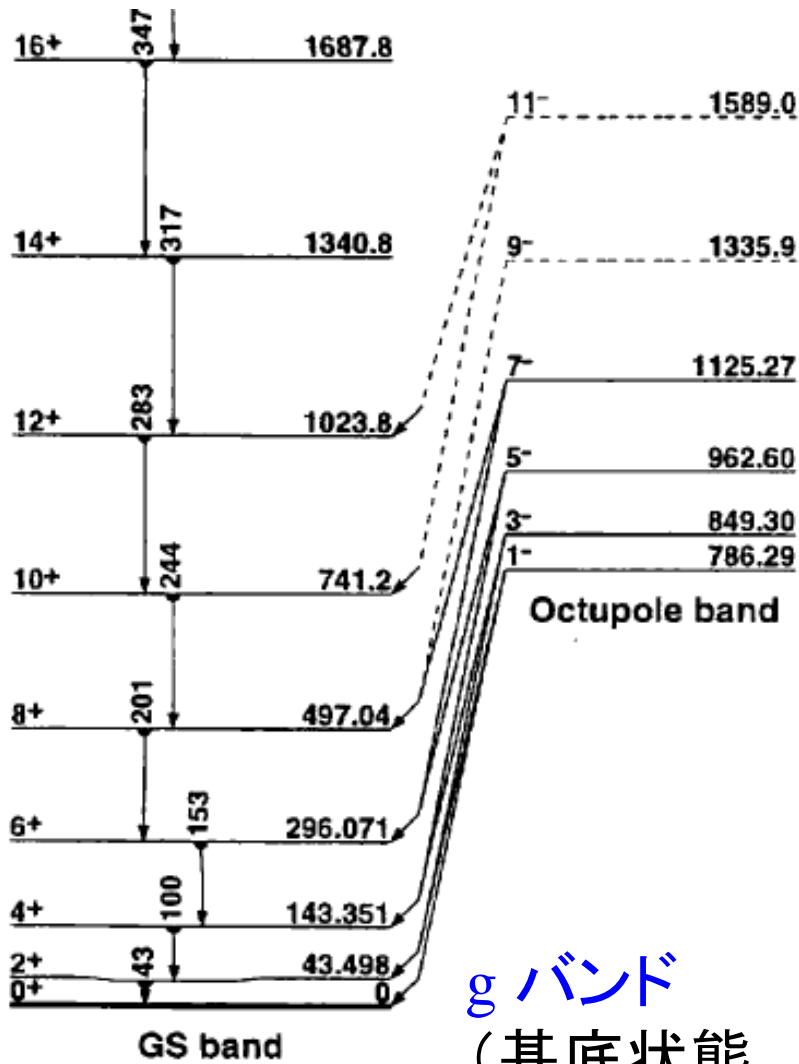
軸対称を保つ振動 (β 振動)

軸対称を破る振動 (γ 振動)

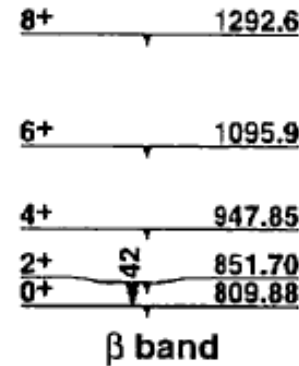
^{234}U のスペクトル

$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + a_{20}Y_{20}(\theta) + a_{22}(Y_{22}(\theta, \phi) + Y_{2-2}(\theta, \phi))]$$

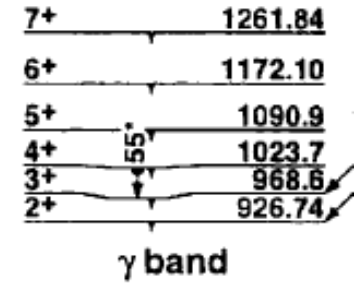
$$a_{20} \equiv \beta \cos \gamma, \quad a_{22} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$$



g バンド
(基底状態
の回転)
K = 0

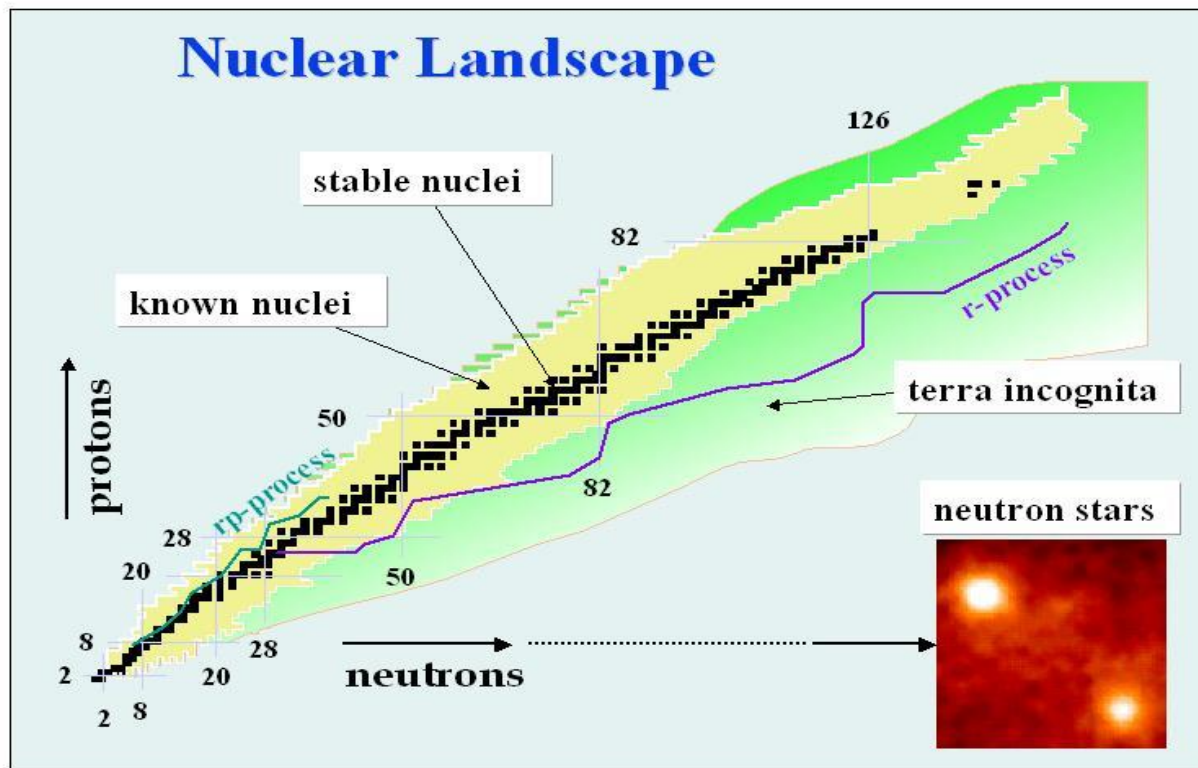


β バンド
(β振動
+ 回転)
K = 0



γ バンド
(γ振動
+ 回転)
K = 2

原子核の安定性



自然界に存在する(ほぼ)安定な原子核:287種類

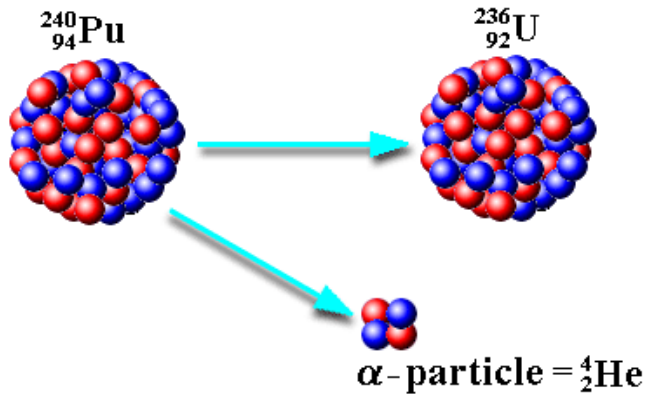
存在が予想されている原子核:約7,000 ~ 10,000種類

→ ほとんどの原子核が不安定

どのように壊れるか、どのくらいの時間で壊れるか

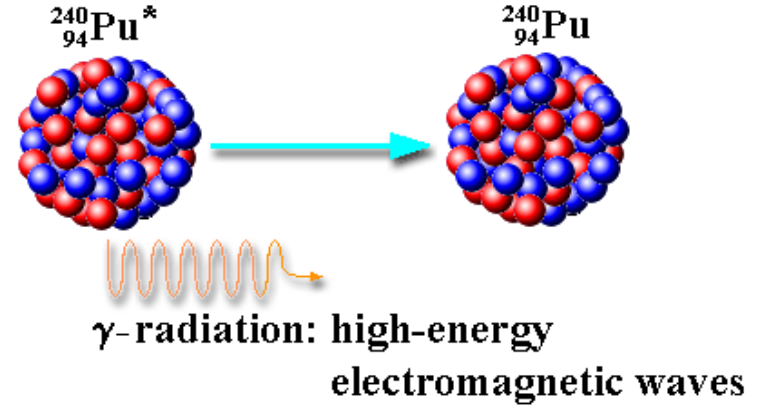
原子核の主な崩壊様式

α崩壊 (陽子が多い原子核)



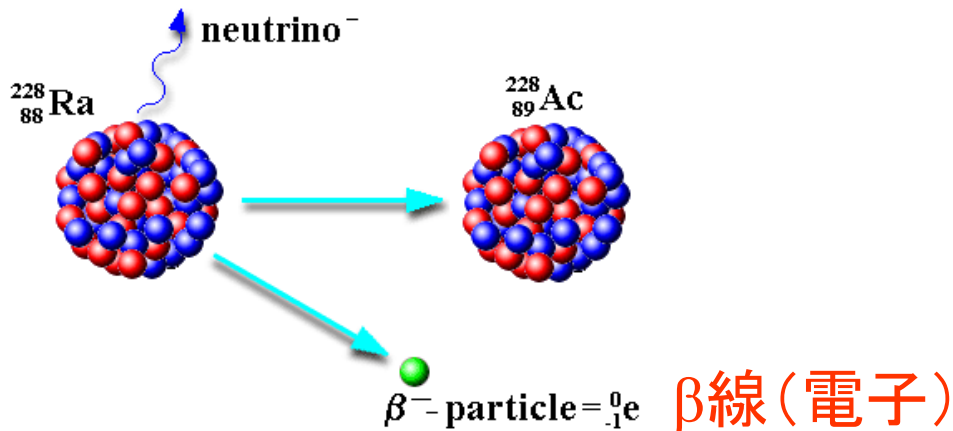
α線 (^4He 原子核)

γ崩壊 (原子核の励起状態)

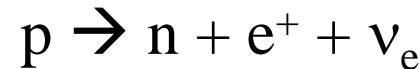
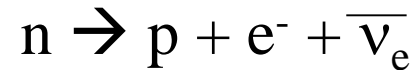


γ線 (高エネルギー電磁波)

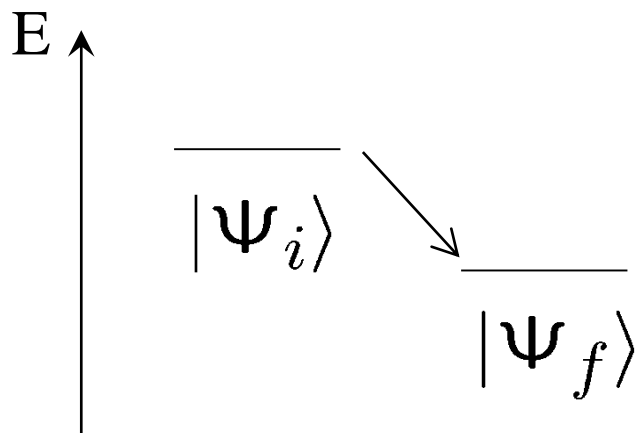
β崩壊 (中性子が多い原子核)



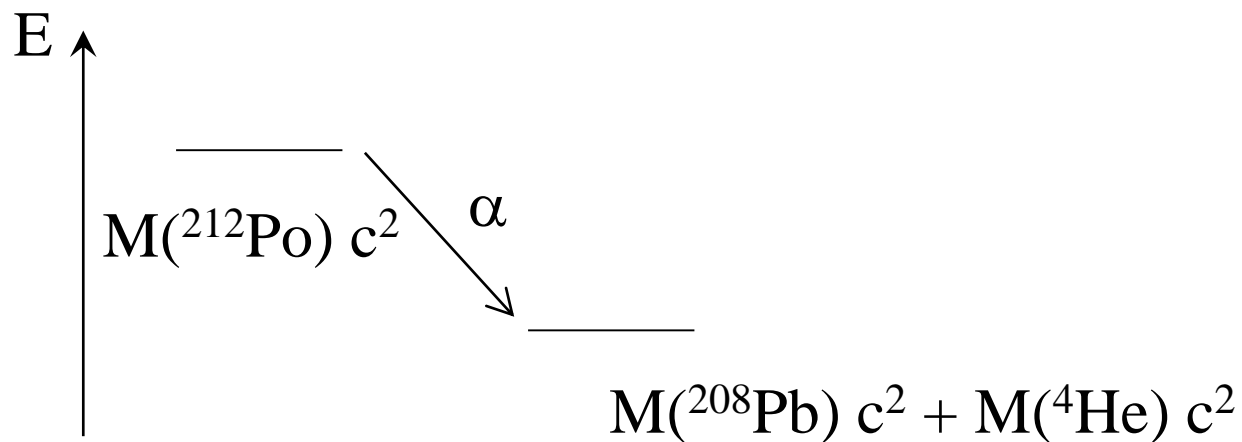
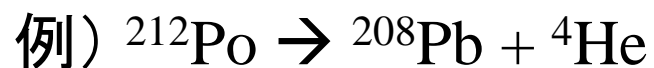
β線 (電子)



自発的な崩壊



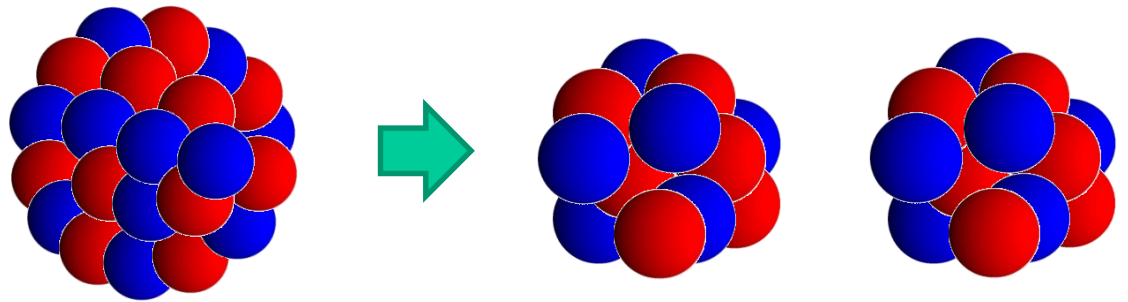
$E_i > E_f$ であれば崩壊は自発的に起こる



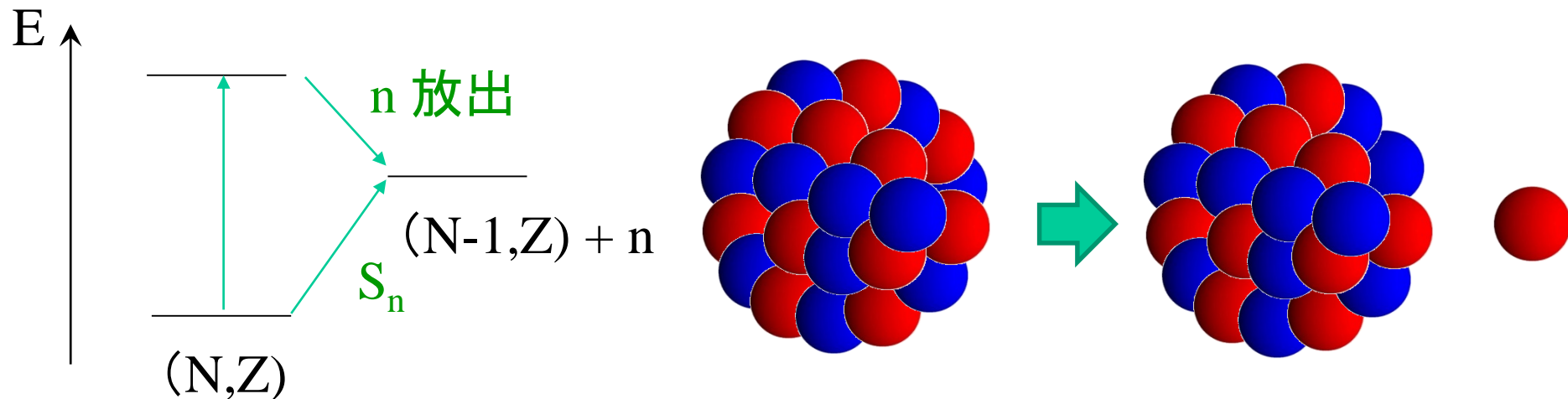
原子核の主な崩壊様式

- ✓ α 崩壊 (陽子が多い原子核)
- ✓ β 崩壊 (中性子が多い原子核)
- ✓ γ 崩壊 (原子核の励起状態)

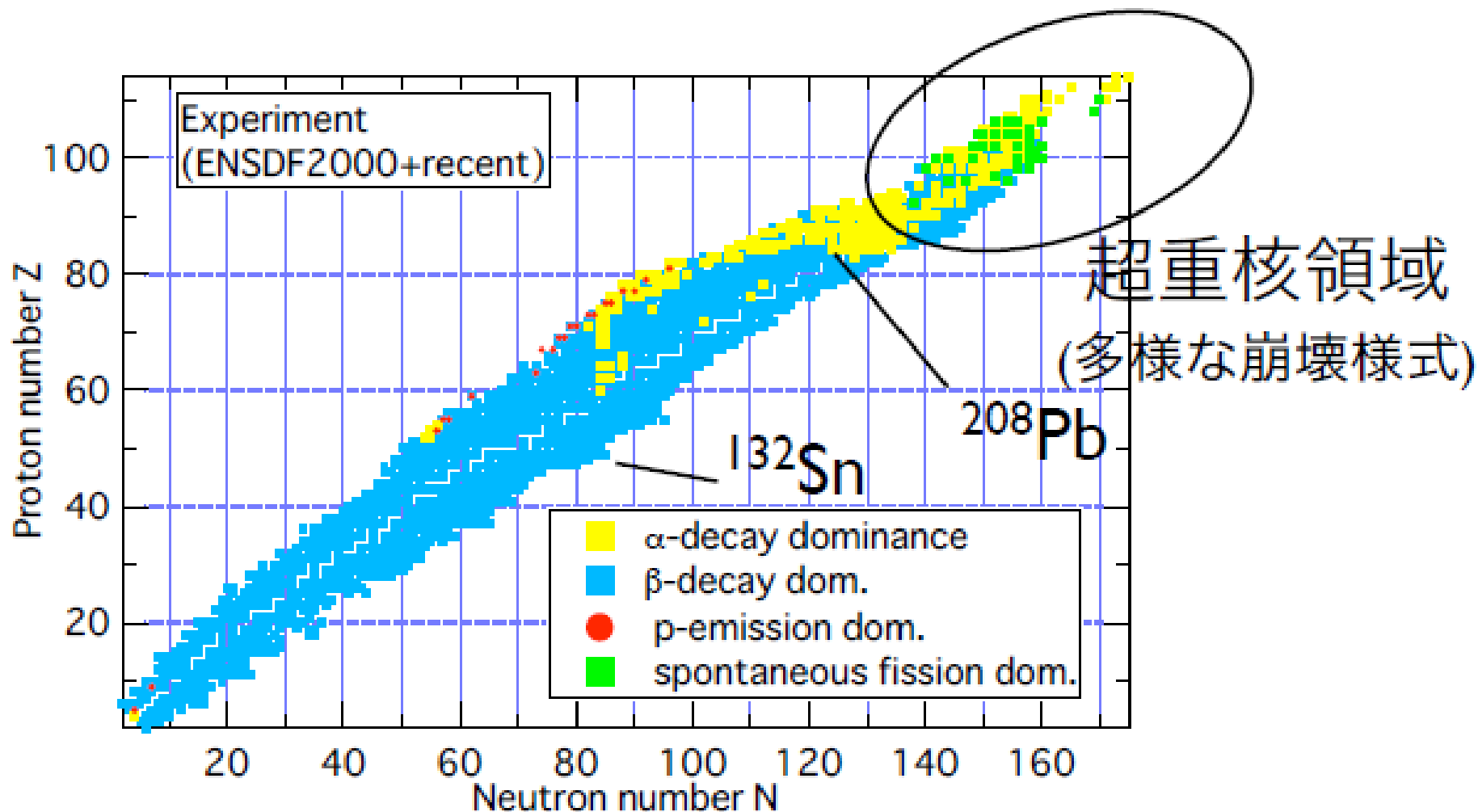
- ✓ 核分裂 (重い原子核)



- ✓ 中性子放出 (高い励起状態、中性子ドリップ線の外の原子核)

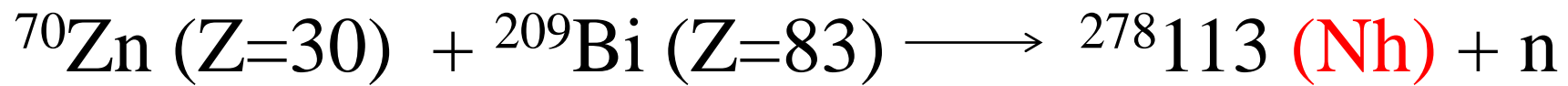


基底状態からの崩壊様式(実験データ)

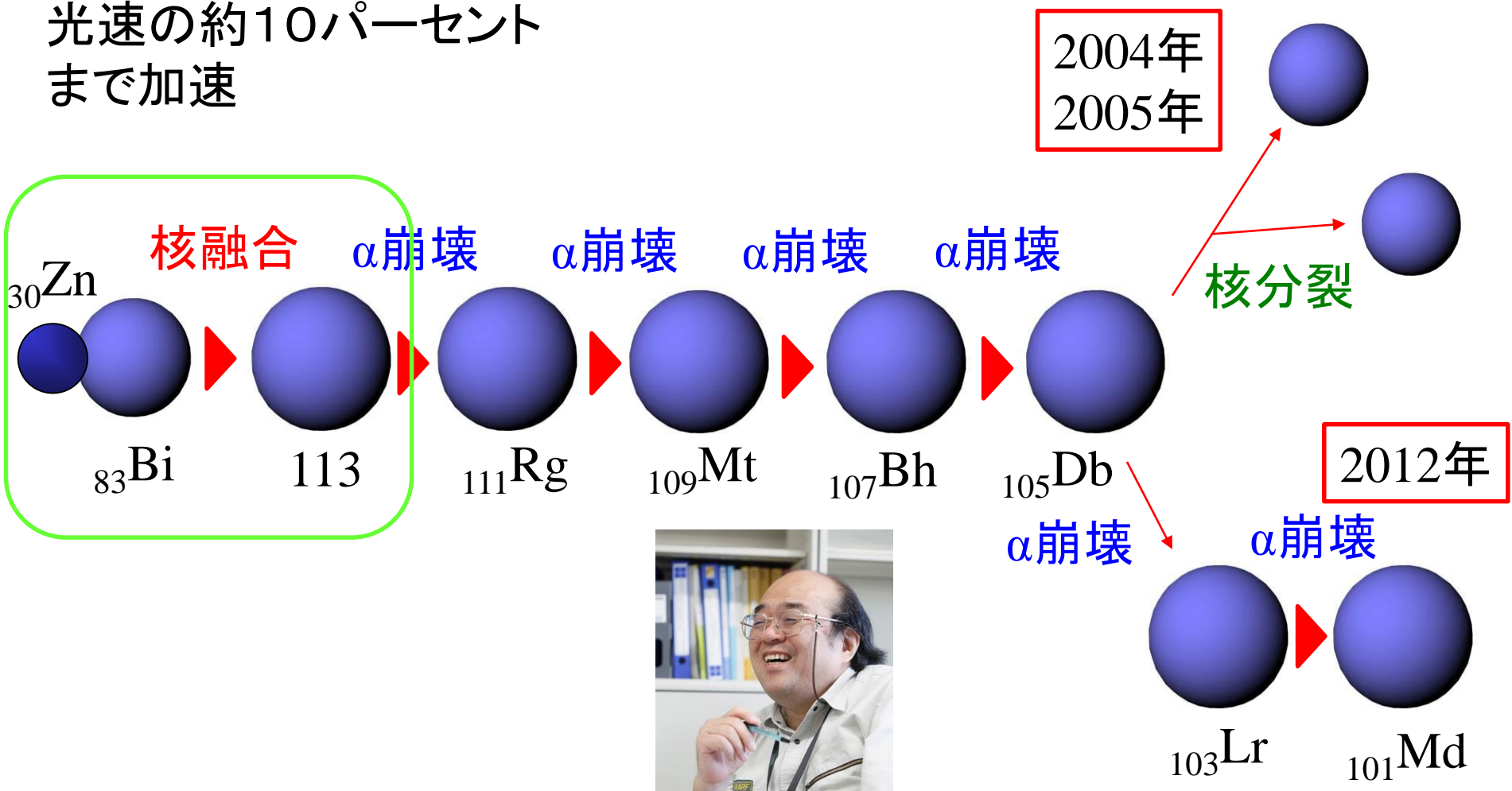


小浦寛之氏(JAEA)
のスライドより

新元素113番ニホニウム



光速の約10パーセント
まで加速



幻の元素、ニッポニウム (Np)

1908年:「43番目の元素」として新元素を発見し
ニッポニウム (Np) と命名したと発表。

→ その後疑問視され、周期表からは落とされる
(実は75番元素レニウム(当時未発見)だった)



小川正孝
(1865－1930)



東北大学第4代総長
(1919－1928)

ニホニウム Nh は
この時以来の悲願
達成！

崩壊に関する相互作用

α 崩壊(陽子が多い原子核)	\longleftrightarrow	強い相互作用
β 崩壊(中性子が多い原子核)	\longleftrightarrow	弱い相互作用
γ 崩壊(原子核の励起状態)	\longleftrightarrow	電磁相互作用
核分裂(重い原子核)	\longleftrightarrow	強い相互作用
中性子放出	\longleftrightarrow	強い相互作用

原子核は自然界の相互作用を知るためのよい実験場になっている

崩壊に関する相互作用

α 崩壊(陽子が多い原子核)	\longleftrightarrow	強い相互作用
β 崩壊(中性子が多い原子核)	\longleftrightarrow	弱い相互作用
γ 崩壊(原子核の励起状態)	\longleftrightarrow	電磁相互作用
核分裂(重い原子核)	\longleftrightarrow	強い相互作用
中性子放出	\longleftrightarrow	強い相互作用

一般に、 $\tau_W \gg \tau_\gamma \gg \tau_S$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_W : \text{弱い相互作用による崩壊の寿命} \\ \tau_\gamma : \text{電磁相互作用による崩壊の寿命} \\ \tau_S : \text{強い相互作用による崩壊の寿命} \end{array} \right.$$

結合定数の違い(状態間の結合の強さ)による

→ ただし、 α 崩壊は例外(量子トンネル現象が関係)

崩壊に関する相互作用

一般に、 $\tau_W \gg \tau_\gamma \gg \tau_S$

$\left\{ \begin{array}{l} \tau_W : \text{弱い相互作用による崩壊の寿命} \\ \tau_\gamma : \text{電磁相互作用による崩壊の寿命} \\ \tau_S : \text{強い相互作用による崩壊の寿命} \end{array} \right.$

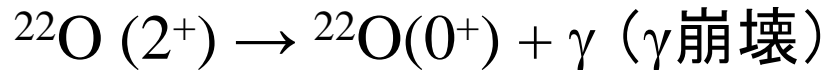
結合定数の違い(状態間の結合の強さ)による

→ ただし、 α 崩壊は例外(量子トンネル現象が関係)

具体的な例:



$$T_{1/2} = 0.065 \text{ 秒}$$



$$T_{1/2} = 1.94 \times 10^{-12} \text{ 秒}$$



$$T_{1/2} = 2.8 \times 10^{-21} \text{ 秒}$$

cf. ${}^{232}\text{Th}$ の α 崩壊の半減期: $T_{1/2} = 1.4 \times 10^{10} \text{ 年} = 4.4 \times 10^{17} \text{ 秒}$

崩壊の半減期

時間に依存する摂動論

$$H = H_0 + \underbrace{V(t)}_{\text{外場}}$$

$$V(t) = \hat{F} e^{\mp i\omega t} \quad \text{のとき、}$$

外場 $V(t)$ による状態 $n \rightarrow k$ への遷移確率:

$$P_{n \rightarrow k} \sim \frac{2\pi}{\hbar} t |\langle \phi_k | \hat{F} | \phi_n \rangle|^2 \delta(\epsilon_k - \epsilon_n \mp \hbar\omega)$$

(フェルミの黄金則)

いくつかの状態が終状態のエネルギーに縮退しているとき

$$P_{n \rightarrow k} \sim \frac{2\pi}{\hbar} t |\langle \phi_k | \hat{F} | \phi_n \rangle|^2 \underbrace{\rho(\epsilon_k)}$$

終状態の状態密度

崩壊の半減期

時間に依存する摂動論

$$P_{n \rightarrow k} \sim \frac{2\pi}{\hbar} t |\langle \phi_k | \hat{F} | \phi_n \rangle|^2 \rho(\epsilon_k) \equiv \lambda_k t$$



時間 t たったとき遷移(崩壊)が起きていない確率:

$$P_{\text{sur}}(t) \sim 1 - \sum_{k \neq n} \lambda_k t \sim e^{-\lambda t} \quad (\lambda \equiv \sum_{k \neq n} \lambda_k)$$

(note)

$$\lambda \propto |F|^2$$

$$\longrightarrow \lambda_S \gg \lambda_\gamma \gg \lambda_W$$

$$\longrightarrow \tau_S \ll \tau_\gamma \ll \tau_W \quad (\tau \equiv 1/\lambda)$$

崩壊の半減期

時間 t たったとき遷移(崩壊)が起きていない確率:

$$P_{\text{sur}}(t) \sim 1 - \sum_{k \neq n} \lambda_k t \sim e^{-\lambda t} \quad (\lambda \equiv \sum_{k \neq n} \lambda_k)$$

(半減期) $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \longrightarrow \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

崩壊の分岐比

$$P_{\text{sur}}(t) \sim 1 - \sum_{k \neq n} \lambda_k t \sim e^{-\lambda t}$$

時間 t たったとき状態 k になる確率: $\lambda_k t \equiv \Gamma_k t / \hbar$

時間 t たったとき崩壊が起こる全確率: $\sum_k \Gamma_k t / \hbar$

(ただし、 $\Gamma_n = 0$)

このうち

$$\frac{\Gamma_k t / \hbar}{\sum_{k'} \Gamma_{k'} t / \hbar} = \frac{\Gamma_k}{\sum_{k'} \Gamma_{k'}}$$

の割合で $n \rightarrow k$ の遷移が起きる (= 分岐比)

$$Br = \frac{\Gamma_k}{\sum_{k'} \Gamma_{k'}}$$

崩壊の分岐比

時間 t たったとき崩壊が起こる全確率: $\sum_k \Gamma_k t / \hbar$

このうち
$$\frac{\Gamma_k t / \hbar}{\sum_{k'} \Gamma_{k'} t / \hbar} = \frac{\Gamma_k}{\sum_{k'} \Gamma_{k'}}$$

$$Br = \frac{\Gamma_k}{\sum_{k'} \Gamma_{k'}}$$

の割合で $n \rightarrow k$ の遷移が起きる (= 分岐比)

例) K^+ の崩壊

$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$	63.55%
$\pi^+ \pi^0$	20.66%
$\pi^+ \pi^+ \pi^-$	5.59%
$\pi^0 e^+ \nu_e$	5.07%
$\pi^+ \pi^0 \pi^0$	1.76%
$\pi^0 \mu^+ \nu_\mu$	3.35% など

超重元素を作ることの難しさ

1000億回くらいしか核融合しない！
(Ni+Pb 反応の場合)

