電磁遷移

1. 遷移確率

$$\Gamma_{fi}(\lambda\mu) \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1}|\langle\Psi_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|\Psi_i\rangle|^2 \tag{1}$$

- Eλ 遷移

$$\mathcal{M}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^{Z} e r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \equiv \hat{Q}_{\lambda\mu} \tag{2}$$

- Mλ 遷移

$$\mathcal{M}_{\lambda\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A}\left\{g_s^{(i)}\boldsymbol{s}_i + \frac{2}{\lambda+1}g_l^{(i)}\boldsymbol{l}_i\right\}\cdot\left(\boldsymbol{\nabla} r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i)\right) \equiv \hat{M}_{\lambda\mu} \tag{3}$$

$\mu_N = e\hbar/2mc$, $g_l = 1$ (陽子）or 0 （中性子）, $g_s = 5.586$ (陽子）or -3.826 （中性子）.

2. 換算遷移確率

角運動量の z 成分を区別しないとき、

$$\Gamma_{fi} = \frac{1}{2I_i+1}\sum_{M_f,M_i,\mu}\Gamma_{fi}(\lambda\mu) \tag{4}$$

$$= \frac{1}{2I_i+1}\sum_{M_f,M_i,\mu}\frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1}|\langle I_f M_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|I_i M_i\rangle|^2 \tag{5}$$

Wigner-Eckart の定理：

$$\langle I_f M_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|I_i M_i\rangle = (-1)^{I_i-M_i}\frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}}\langle I_f M_f I_i - M_i|\lambda\mu\rangle\langle I_f||\mathcal{M}_\lambda||I_i\rangle \tag{6}$$

C.G. 係数の性質：

$$\sum_{M_i M_f}\langle I_f M_f I_i - M_i|\lambda\mu\rangle^2 = 1 \tag{7}$$

を用いると

$$\Gamma_{fi} = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1}\frac{1}{2I_i+1}|\langle I_f||\mathcal{M}_\lambda||I_i\rangle|^2 \tag{8}$$

ここで

$$B(E\lambda; I_i \to I_f) = \frac{1}{2I_i+1}|\langle I_f||Q_\lambda||I_i\rangle|^2 \tag{9}$$

$$B(M\lambda; I_i \to I_f) = \frac{1}{2I_i+1}|\langle I_f||M_\lambda||I_i\rangle|^2 \tag{10}$$

を換算遷移確率という。

電磁遷移について

遷移確率

$$\Gamma_{fi}(\lambda\mu) \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} |\langle\Psi_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|\Psi_i\rangle|^2$$

Eλ 遷移

$$\mathcal{M}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^{Z} e r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \equiv \hat{Q}_{\lambda\mu}$$

Mλ 遷移

$$\mathcal{M}_{\lambda\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} \left\{ g_s^{(i)} \boldsymbol{s}_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} \boldsymbol{l}_i \right\} \cdot \left(\boldsymbol{\nabla} r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \right) \equiv \hat{M}_{\lambda\mu}$$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2mc}, \qquad g_l = \begin{cases} 1\ (\text{陽子}) \\ 0\ (\text{中性子}) \end{cases} \qquad g_s = \begin{cases} 5.586\ (\text{陽子}) \\ -3.826\ (\text{中性子}) \end{cases}$$

異常磁気モーメント

＊点粒子であれば、g_s = 2 (陽子)、=0 (中性子)

換算遷移確率

$$|\langle\Psi_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|\Psi_i\rangle|^2 \rightarrow \frac{1}{2I_i+1}\sum_{M_i,M_f,\mu}|\langle I_f M_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|I_i M_i\rangle|^2$$

ウィグナー・エッカルトの定理

$$\langle I_f M_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|I_i M_i\rangle = (-1)^{I_i-M_i}\frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}}\underbrace{\langle I_f M_f I_i - M_i|\lambda\mu\rangle}_{\text{$M_\mathrm{i}, M_\mathrm{f}$ の依存性は単純な Clebsch}}\underbrace{\langle I_f||\mathcal{M}_\lambda||I_i\rangle}_{\text{$M_\mathrm{i}, M_\mathrm{f}$ に依存しない}}$$

$$\sum_{M_i M_f}\langle I_f M_f I_i - M_i|\lambda\mu\rangle^2 = 1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2I_i+1}\sum_{M_i,M_f,\mu}|\langle I_f M_f|\mathcal{M}_{\lambda\mu}|I_i M_i\rangle|^2 = \frac{1}{2I_i+1}|\langle I_f||\mathcal{M}_\lambda||I_i\rangle|^2$$

（換算遷移確率）

$$\Gamma_{fi} \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} \frac{1}{2I_i+1}|\langle I_f||\mathcal{M}_\lambda||I_i\rangle|^2$$

一般に

$$\begin{aligned} \Gamma(E\lambda) &\gg \Gamma(M\lambda) \\ \Gamma(E\lambda) &\gg \Gamma(E\lambda+1) \gg \cdots \end{aligned}$$

E2とM1の競合が起こることもある。

選択則

$$\langle I_f M_f | \underline{\mathcal{M}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle}$$

初期状態＋１フォトン状態

$|\Psi_i'\rangle = \mathcal{M}_{\lambda\mu}|I_i M_i\rangle$ として、

$\langle I_f M_f | \Psi_i' \rangle \neq 0$ であるためには

$|\Psi_i'\rangle$ と $|I_f M_f\rangle$ が同じ量子数を持たなければならない

$\longrightarrow$ 選択則

I_i と λ を合成して I_f にならなければならない

$$|I_i - \lambda| \leq I_f \leq I_i + \lambda$$

（z 成分に関しては：$M_f = M_i + \mu$）

選択則

$$\langle I_f M_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle$$

I_i と λ を合成して I_f にならなければならない

$$|I_i - \lambda| \leq I_f \leq I_i + \lambda$$

$$\mathcal{M}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^{Z} e r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \equiv \hat{Q}_{\lambda\mu}$$

パリティ $(-1)^\lambda$

$$\mathcal{M}_{\lambda\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} \left\{ g_s^{(i)} \boldsymbol{s}_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} \boldsymbol{l}_i \right\} \cdot \left(\boldsymbol{\nabla} r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \right) \equiv \hat{M}_{\lambda\mu}$$

パリティ $(-1)^{\lambda+1}$

例） $2^+ \to 0^+$ E2

$3^- \to 0^+$ E3

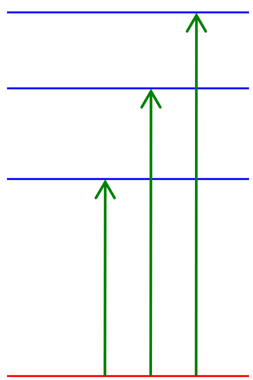
$4^+ \to 2^+$ E2, E4, M3, E6, M5

$2^+ \to 3^-$ E1, E3, E5, M2, M4

和則（わそく）: Sum Rule

$$\Gamma_{i\to f} \sim |\langle\Psi_f|\sum_i z_i|\Psi_i\rangle|^2$$

（E1の場合）



$$\boxed{\Gamma_{\rm tot} = \sum_f \Gamma_{i\to f} \sim \langle\Psi_i|\left(\sum_i z_i\right)^2|\Psi_i\rangle}$$

基本的な考え方:

$$\begin{aligned}\sum_f |\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle|^2 &= \sum_f \langle\psi_i|F|f\rangle\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle \\ &= \langle\psi_i|\hat{F}^2|\psi_i\rangle\end{aligned}$$

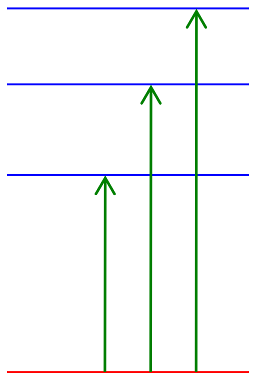
$\uparrow$

（完全系） $\sum_f |f\rangle\langle f| = 1$

和則（わそく）: Sum Rule

$$\Gamma_{i\to f} \sim |\langle \Psi_f | \sum_i z_i | \Psi_f \rangle|^2$$

（E1の場合）



$$\boxed{\Gamma_{\mathrm{tot}} = \sum_f \Gamma_{i\to f} \sim \langle \Psi_i | \left(\sum_i z_i \right)^2 | \Psi_i \rangle}$$

エネルギー重み付き和則

$$\boxed{S_1 \equiv \sum_f (E_f - E_i)\,\Gamma_{i\to f} = \frac{\hbar^2}{2m} Z}$$

（TRK和則）

和則（わそく）: Sum Rule

$$S_1 \equiv \sum_f (E_f - E_i)\,\Gamma_{i\to f} \sim \sum_f (E_f - E_i)\,|\langle \Psi_f | \sum z_i | \Psi_i\rangle|^2 = \frac{\hbar^2}{2m} Z$$

$$\boxed{\begin{aligned}
\frac{1}{2}\langle\psi_i|[\hat{F},[H,\hat{F}]]|\psi_i\rangle &= \frac{1}{2}\langle\psi_i|\hat{F}(H\hat{F}-\hat{F}H)-(H\hat{F}-\hat{F}H)\hat{F}|\psi_i\rangle \\
&= \langle\psi_i|\hat{F}H\hat{F}-E_i\hat{F}^2|\psi_i\rangle \\
&= \sum_f E_f\,|\langle\psi_i|\hat{F}|f\rangle|^2 - E_i\langle\psi_i|\hat{F}^2|\psi_i\rangle \\
&= \sum_f (E_f - E_i)|\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle|^2
\end{aligned}}$$

$$\uparrow$$

$$\begin{aligned}
\langle\psi_i|\hat{F}H\hat{F}|\psi_i\rangle &= \sum_f \langle\psi_i|\hat{F}H|f\rangle\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle \\
&= \sum_f E_f\langle\psi_i|\hat{F}|f\rangle\langle f|\hat{F}|\psi_i\rangle
\end{aligned}$$

（完全系） $\sum_f |f\rangle\langle f| = 1$

和則（わそく）: Sum Rule

$$\boxed{\sum_f (E_f - E_i)|\langle\psi_f|\hat{F}|\psi_i\rangle|^2 = \frac{1}{2}\langle\psi_i|[\hat{F},[H,\hat{F}]]|\psi_i\rangle}$$

$$[H,\hat{F}] = \left[\sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i,j} v_{ij},\ \ \sum_j z_j\right] = \left[\sum_i \frac{p_i^2}{2m},\ \ \sum_j z_j\right] = \sum_i \frac{-i\hbar p_{zi}}{m}$$

$$\left[\hat{F},[H,\hat{F}]\right] = \frac{-i\hbar}{m}\cdot\left[\sum_j z_j,\ \ \sum_i p_{zi}\right] = \frac{\hbar^2}{m}\sum_i = \frac{\hbar^2}{m}Z$$

$$\boxed{S_1 = \frac{\hbar^2 Z}{2m}}$$

モデルに依らない定数

[TRK (Thomas-Reiche-Kuhn) Sum Rule]

和則（わそく）: Sum Rule

$$\Gamma_{\mathrm{tot}} = \sum_f \Gamma_{i\to f} \sim \langle \Psi_i | \left(\sum_i z_i \right)^2 | \Psi_i \rangle$$

$$S_1 \equiv \sum_f (E_f - E_i)\,\Gamma_{i\to f} = \frac{\hbar^2}{2m} Z$$

和則：

- 励起状態の（ある種の）情報が基底状態の性質のみによって表わされる（励起状態の情報を知っている必要がない）。
- 遷移確率を測ることによって原子核の半径などの情報を得られる。

Department of Physics
Tohoku University
Sendai, Japan.

Ⅷ γ崩壊

多体のハミルトニアン

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{i<j} v_{ij}$$

$$\longrightarrow\ H = \sum_i \left[\frac{1}{2m} \left(\mathbf{p}_i - \frac{e_i}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_i, t) \right)^2 + e_i \phi_i \right] + \sum_{i<j} v_{ij} + H_{em}$$

$$H_{em} = \frac{1}{8\pi} \int d\mathbf{r} \left[\mathbf{E}^2 + \mathbf{B}^2 \right]$$

$$e_i = \begin{cases} +e & \text{陽子} \\ 0 & \text{中性子} \end{cases}$$

* このようにすると古典的なローレンツ力がでてくる。
* $\mathbf{A}$: ベクターポテンシャル
  ϕ : スカラーポテンシャル

クーロン・ゲージ

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \\ \phi = 0 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{A}} \\ \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \end{cases}$$

Department of Physics
Tohoku University
Sendai Japan

$$(\mathbb{P} - \tfrac{e}{c} A)^2 = \mathbb{P}^2 - \tfrac{e}{c}(\mathbb{P}\cdot A + A\cdot \mathbb{P}) + \underbrace{\tfrac{e^2}{c^2} A^2}_{\simeq\, 0}$$

(高次)

$$= \mathbb{P}^2 - \tfrac{e}{c}\big((\underbrace{\mathbb{P}\cdot A}_{=\,\frac{\hbar}{i}\nabla\cdot A \,=\, 0}) + 2A\cdot\mathbb{P}\big)$$

(クーロンゲージ)

$$= \mathbb{P}^2 - \tfrac{2e}{c} A\cdot\mathbb{P}$$

$$\boxed{H_{int} = -\sum_i \frac{e_i}{mc} A(r_i, t)\cdot p_i}$$

$|\Psi_{IM}\rangle|0\rangle$

$\downarrow \rightsquigarrow \gamma$

$|\Psi_{I'M'}\rangle|1\rangle$

原子核　フォトン

フェルミの黄金律

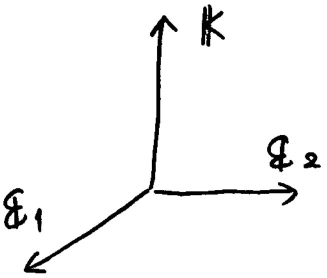
$$P = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_f |\langle f | H_{int} | i\rangle|^2$$

Department of Physics
Tohoku University
Sendai Japan

$$H_{int} = -\sum_i \frac{e_i}{mc} \underbrace{A(\mathbb{r}_i, t)}_{} \cdot \mathbb{P}_i$$

$$\underbrace{\boldsymbol{\varepsilon}_\alpha}_{\text{偏極ベクトル}} \cdot a^\dagger_{k\alpha}\, e^{-i(\mathbb{k}\cdot\mathbb{r}_i - \omega t)} + h.c. \qquad (\omega = ck)$$

クーロン・ゲージ $\nabla \cdot A = 0$
$\rightarrow \mathbb{k} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = 0$ （横波条件）



2つの独立解
$\boldsymbol{\varepsilon}_\alpha \quad (\alpha = 1, 2)$

電磁遷移確率

$|\Psi_i\rangle|0\rangle \rightarrow |\Psi_f\rangle|1\rangle$

$|\Psi_i\rangle \xrightarrow{\gamma} |\Psi_f\rangle$

$$\langle f | H_{int} | i \rangle = -\sum_i \frac{e_i}{mc} \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha e^{+i\omega t} \langle \Psi_f | e^{-i\mathbb{k}\cdot\mathbb{r}_i} \mathbb{P}_i | \Psi_i \rangle$$

$$\times \underbrace{\langle 1 | a^\dagger_{k\alpha} | 0 \rangle}_{= 1}$$

Ⅲ E1遷移

$$e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sim 1$$

$$\leftarrow E_\gamma \ll \frac{\hbar c}{R}$$

例えば $E_\gamma = 1$ MeV だと

$$k = \frac{E_\gamma}{\hbar c} \sim \frac{1}{200}\ \mathrm{fm}^{-1}$$

このとき, $\langle \Psi_f | \sum_i e_i e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha \cdot \mathbf{p}_i | \Psi_i \rangle$

$$\sim \sum_i e_i \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha \cdot \langle \Psi_f | \mathbf{p}_i | \Psi_i \rangle$$

(note)

$$[\mathbf{p}^2, \mathbf{r}] = -2i\hbar\mathbf{p}$$

$$\Rightarrow \Big[\underbrace{\frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r})}_{= H_0}, \mathbf{r}\Big] = -\frac{i\hbar}{m}\mathbf{p}$$

$$\Rightarrow \langle \Psi_f | \sum_i \mathbf{p}_i | \Psi_i \rangle = \langle \Psi_f | \frac{im}{\hbar}[H_0, \sum_i \mathbf{r}_i] | \Psi_i \rangle$$

$$= \frac{im}{\hbar}(E_f - E_i)\langle \Psi_f | \sum_i \mathbf{r}_i | \Psi_i \rangle$$

これは, $H_{int} = \mathbf{E}\cdot\mathbf{d}$ ($\mathbf{E}$: 電場, $\mathbf{d} = \sum_i e_i \mathbf{r}_i$ 双極子オペレーター)

に対する摂動と同じ形

$\longrightarrow$ 電気双極子(E1)遷移

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{k}\times\boldsymbol{\varepsilon})\cdot(\mathbf{r}\times\mathbf{p}) &= \underline{\varepsilon_{ijk}}\, k_i \varepsilon_j \cdot \underline{\varepsilon_{i'j'k}}\, r_{i'} p_{j'} \\
&= (\delta_{ii'}\delta_{jj'} - \delta_{ij'}\delta_{ji'})\, k_i \varepsilon_j\, r_{i'} p_{j'} \\
&= (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{p}) - (\mathbf{k}\cdot\mathbf{p})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{r})
\end{aligned}
$$

▨ E2 + M1 遷移

$$e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sim 1 - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \cdots$$ の 2 項目の寄与

(higher order)

(note)

$$\langle \Psi_f | (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{p}) | \Psi_i \rangle$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \langle \Psi_f | (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{p}) + (\mathbf{k}\cdot\mathbf{p})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{r}) | \Psi_i \rangle \\
&+ \frac{1}{2} \langle \Psi_f | (\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{p}) - (\mathbf{k}\cdot\mathbf{p})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{r}) | \Psi_i \rangle .
\end{aligned}
$$

first term: $(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{p}) + (\mathbf{k}\cdot\mathbf{p})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{r}) = k_i(r_i p_j + p_i r_j)\varepsilon_j$

$$= \mathbf{k}\cdot(\underbrace{\mathbf{r}\mathbf{p} + \mathbf{p}\mathbf{r}}_{= \frac{mi}{\hbar}[H_0,\, \mathbf{r}\mathbf{r}]})\cdot\boldsymbol{\varepsilon}$$

$\mathbf{r}\mathbf{r} \updownarrow$ E2 遷移

second term: $(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{p}) - (\mathbf{k}\cdot\mathbf{p})(\boldsymbol{\varepsilon}\cdot\mathbf{r})$

$$= \underbrace{(\mathbf{k}\times\boldsymbol{\varepsilon})}_{\sim\ \mathbf{B}}\cdot\underbrace{(\mathbf{r}\times\mathbf{p})}_{= \vec{l}}$$

$\vec{l} \longrightarrow$ スピン $\vec{S}$ の寄与も手で足す

$\updownarrow$

M1 遷移

■ 高次の項まで含めて一般的に

$$T_{fi}(\lambda\mu) \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1}$$

$$\times \left|\langle \Psi_f | \hat{m}_{\lambda\mu} | \Psi_i \rangle\right|^2$$

・Eλ 遷移

$$\hat{m}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^{Z} e r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i) \equiv \hat{Q}_{\lambda\mu}$$

・Mλ 遷移

$$\hat{m}_{\lambda\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} \left\{ g_s^{(i)} s_i + \frac{2}{\lambda+1} g_\ell^{(i)} \ell_i \right\}$$

$$\cdot \left(\nabla r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i)\right) \equiv \hat{M}_{\lambda\mu}$$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2mc}$$

$$g_\ell = \begin{cases} 1 & \text{for } p \\ 0 & \text{for } n \end{cases}$$

$$g_s = \begin{cases} 5.586 & \text{for } p \\ -3.826 & \text{for } n \end{cases}$$

○ 角運動量のz成分を区別しない時

$$T_{fi} = \frac{1}{2I_i+1} \sum_{M_i, M_f, \mu} T_{fi}(\lambda\mu)$$

$$\sim \frac{1}{2I_i+1} \sum_{M_i M_f \mu} |\langle I_f M_f | \hat{m}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle|^2 \times \cdots$$

(note) Wigner - Eckart の定理

$$\langle I_f M_f | \hat{m}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle$$

$$= (-)^{I_i - M_i} \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \langle I_f M_f I_i - M_i | \lambda\mu \rangle$$

$$\times \langle I_f \| \hat{m}_\lambda \| I_i \rangle$$

(note) $\sum_{M_i M_f} \langle I_f M_f I_i - M_i | \lambda\mu \rangle^2 = 1$

$$T_{fi} = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} \cdot \underbrace{\frac{1}{2I_i+1} |\langle I_f \| \hat{m}_\lambda \| I_i \rangle|^2}_{\shortparallel}$$

$B(E\lambda : I_i \to I_f)$

又は $B(M\lambda ; I_i \to I_f)$

一般に $T(E\lambda) \gg T(M\lambda)$

$T(E\lambda) \gg T(E, \lambda+1) \gg \cdots$

E2とM1の競合が起こることも。

Department of Physics
Tohoku University
Sendai Japan

選択則

$$\underbrace{\langle I_f m_f \mid \hat{Q}_{\lambda\mu}}_{\text{終状態}} \underbrace{\mid I_i m_i \rangle}_{\text{初期状態}}$$

$\hat{Q}_{\lambda\mu} \mid I_i m_i \rangle$：初期状態＋1フォトン状態

→ 合成角運動量

$|\lambda - I_i|, \cdots, \lambda + I_i$

z-成分：$\mu + m_i$

$|\Psi_i'\rangle \equiv \hat{Q}_{\lambda\mu} |\Psi_i\rangle$ として、$|\Psi_i'\rangle$ と $|\Psi_f\rangle$ が同じ量子数を持たなければならない

$$|\lambda - I_i| \le I_f \le \lambda + I_i$$
$$m_f = \mu + m_i$$

パリティ：$(-)^I$ (E)，$(-)^{I+1}$ (M)

例）

$2^+ \to 0^+$; E2

$3^- \to 0^+$: E3

$4^+ \to 2^+$: E2, E4, M3, E6, M5

$3^+ \to 2^+$: E2, M1, E4, M3, M5

unnatural parity

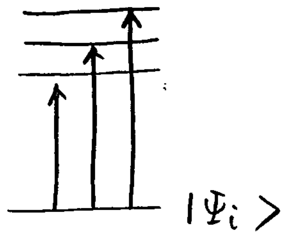
$2^+ \to 3^-$: E1, E3, E5, M2, M4

Department of Physics
Tohoku University
Sendai Japan

Ⅷ 和則

$$T_{i\to f} \sim \left| \langle \Psi_f | \sum_i z_i | \Psi_i \rangle \right|^2 \qquad (\text{E1の場合})$$

$$T_{tot} = \sum_f T_{i\to f} \sim \sum_f \langle \Psi_i | \sum_i z_i | \Psi_f \rangle \times \langle \Psi_f | \sum_i z_i | \Psi_i \rangle$$



$$\sim \langle \Psi_i | \left(\sum_i z_i\right)^2 | \Psi_i \rangle$$

$$S_1 \equiv \sum_f (E_f - E_i)\, T_{i\to f} \qquad (\text{Energy Weighted Sum Rule})$$

(note)

$$\frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle$$

$$= \frac{1}{2} \langle 0 | F(HF - FH) - (HF - FH)F | 0 \rangle$$

$$= \langle 0 | FHF | 0 \rangle - \frac{1}{2} \langle 0 | F^2 H + H F^2 | 0 \rangle$$

$$= \langle 0 | FHF | 0 \rangle - E_0 \langle 0 | F^2 | 0 \rangle$$

$$= \sum_k (E_k - E_0) \left| \langle k | F | 0 \rangle \right|^2$$

Department of Physics
Tohoku University
Sendai, Japan

$$\curvearrowright \quad S_1 = \frac{1}{2}\langle \Psi_i | [F, [H, F]] | \Psi_i \rangle$$

$$F = \sum_i z_i$$

(note) $[H, F] = \left[\sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \sum_{i<j} v_{ij} \,,\, \sum_i z_i\right]$

$$= -\sum_i i\hbar \cdot \frac{p_{zi}}{m}$$

$$[F, [H, F]] = \left[\sum_i z_i \,,\, -\frac{i\hbar}{m}\sum_i p_{zi}\right]$$

$$= -\sum_i \frac{(i\hbar)^2}{m} = -\frac{(i\hbar)^2}{m}\cdot Z$$

$$\curvearrowright \quad S_1 = \frac{\hbar^2}{2m}\cdot Z$$ (Thomas-Reiche-Kuhn 和則)

- 和則
  - 励起状態への遷移確率から基底状態の情報が得られる
  - 計算や実験データのチェックに使える