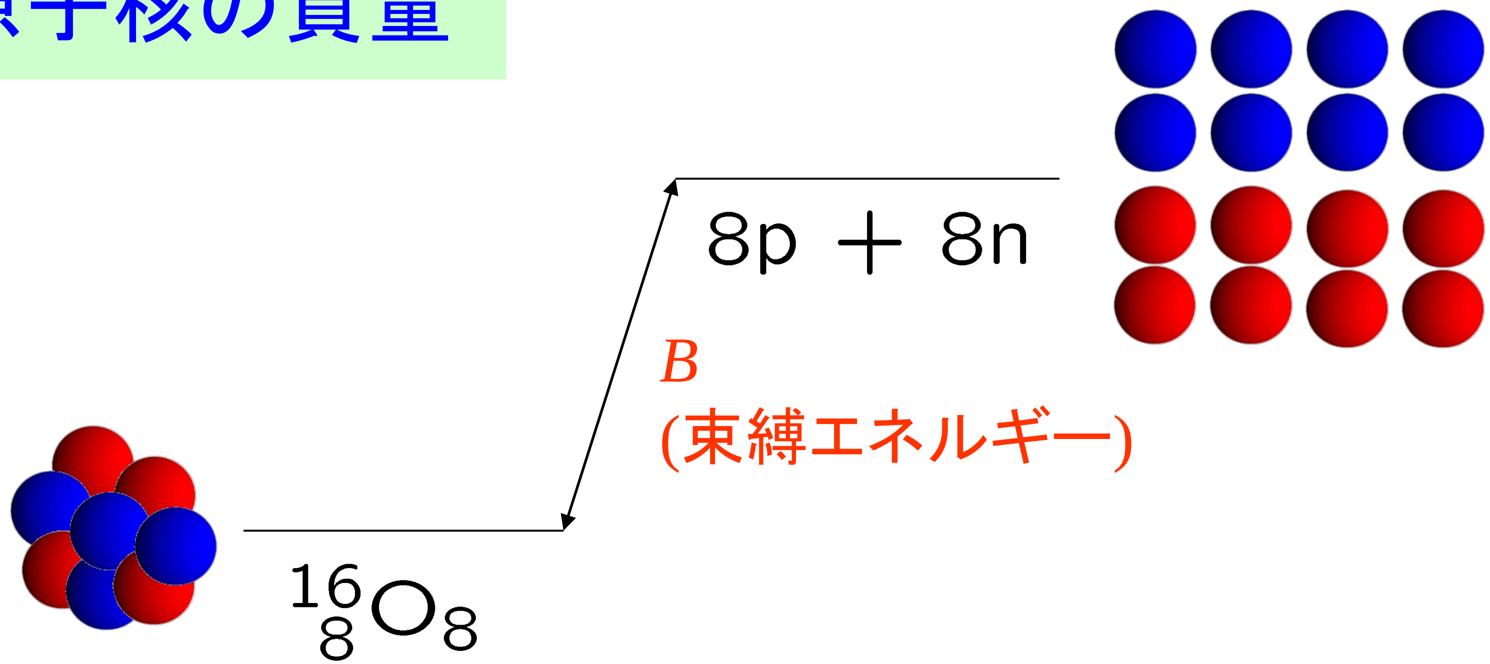
原子核の質量

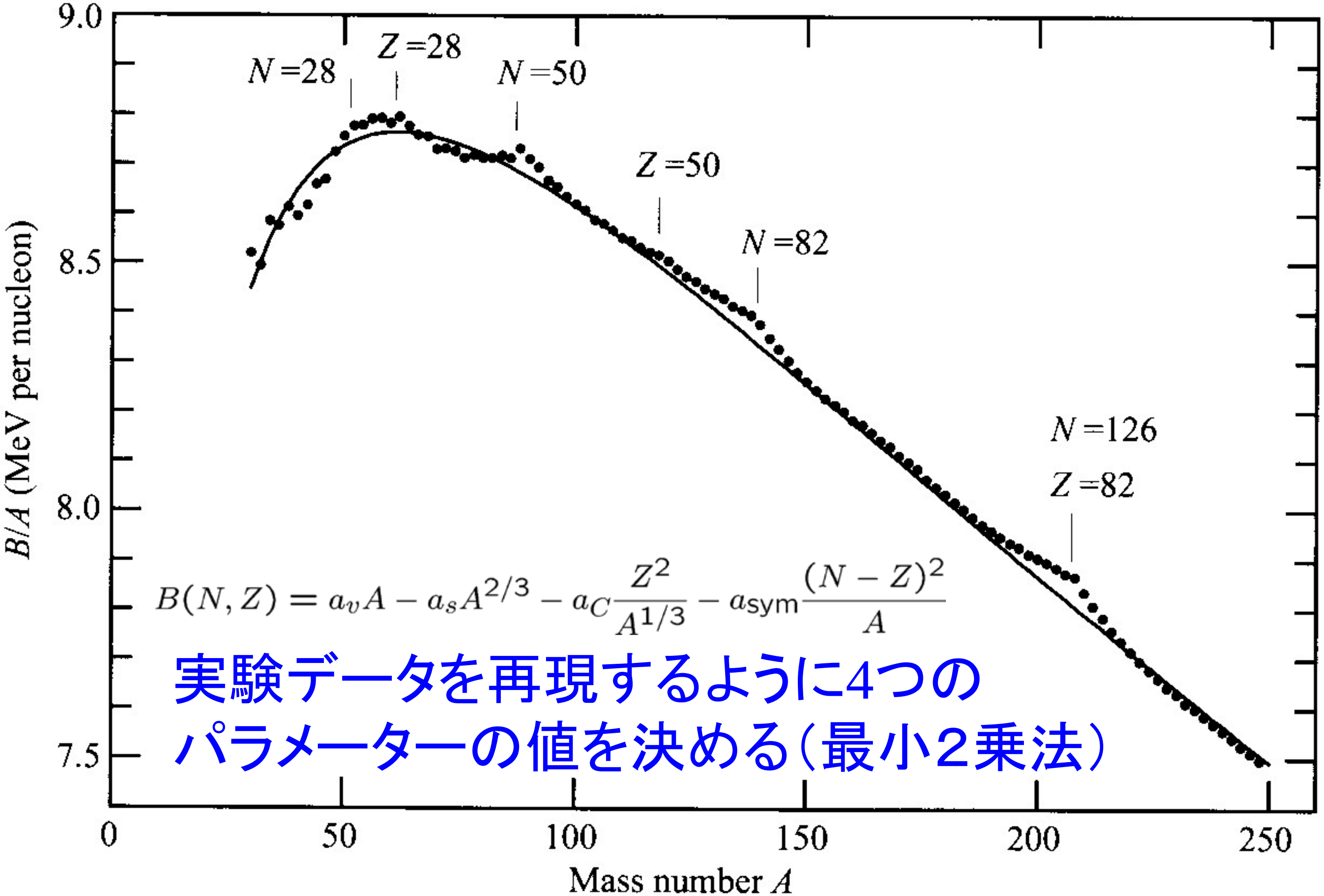


$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

(Bethe-Weizacker 質量公式: 液滴模型)

$$\boxed{B(N,Z) = a_vA - a_sA^{2/3} - a_C\frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\mathrm{sym}}\frac{(N-Z)^2}{A}}$$

(おさらい) 液滴模型はどのくらい実験を再現するか？

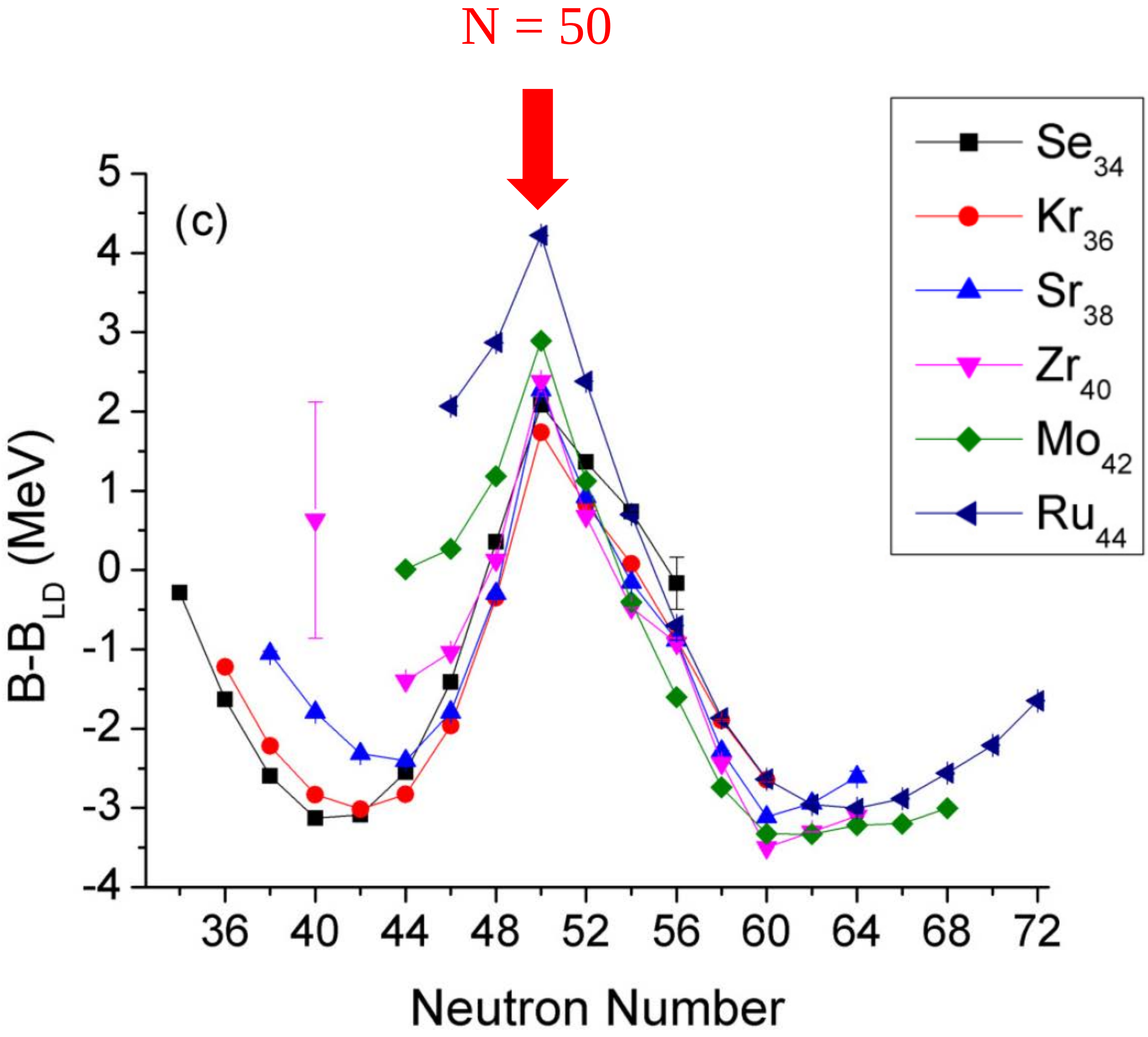


$$B(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\mathrm{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

実験データを再現するように4つのパラメーターの値を決める（最小2乗法）

- ✓ 大体OK、だけど所々にずれ
- ✓ N,Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (魔法数)に対して束縛エネルギー大

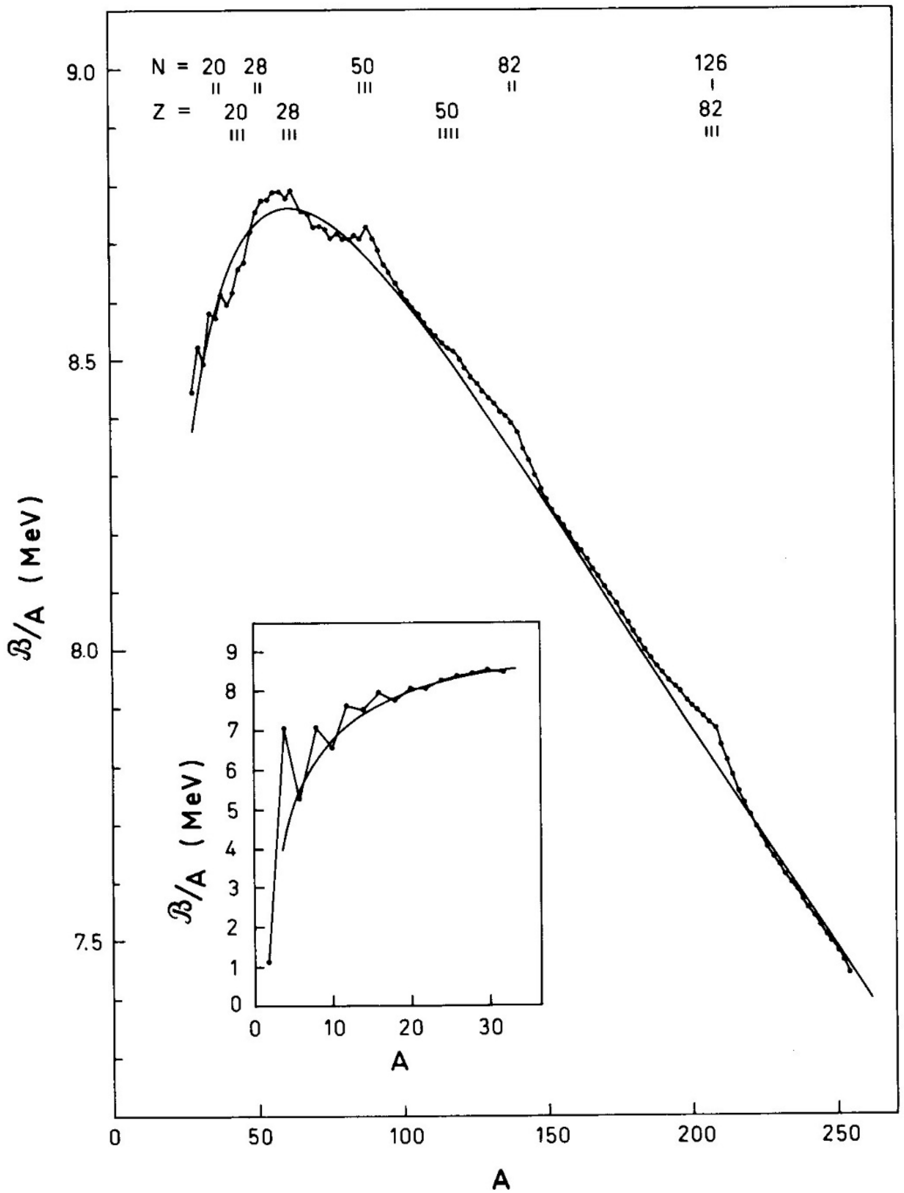
⟶ **「殻構造」**



I. Bentley et al., PRC93 (‘16) 044337

殻構造

$$B(N,Z) = B_{\text{macro}}(N,Z) + B_{\text{micro}}(N,Z)$$



- スムーズな関数

$$B_{\text{macro}}(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

- ゆらぎ（2つの起源）

$$B_{\text{micro}} = B_{\text{pair}} + B_{\text{shell}}$$

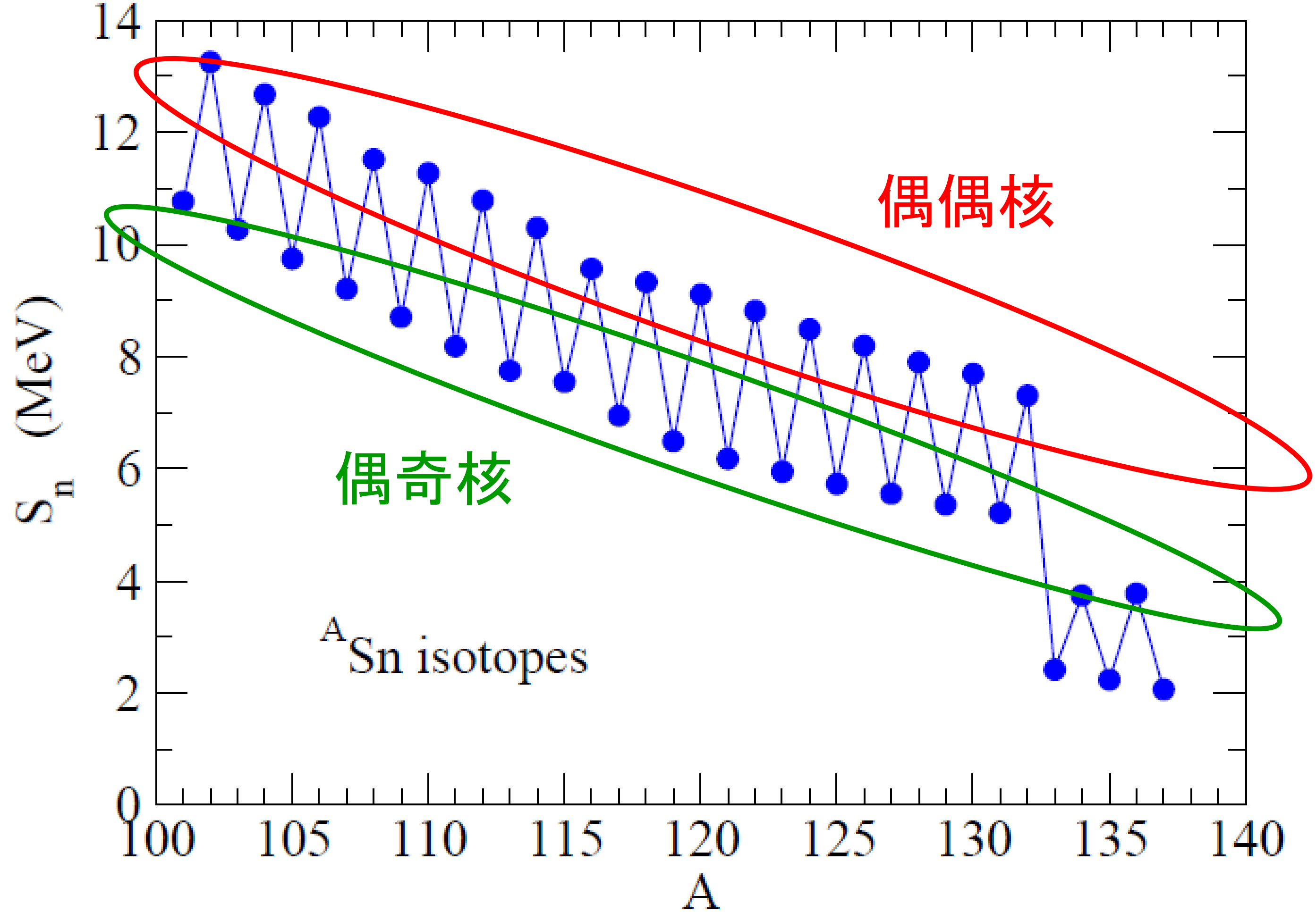
液滴模型:

$$B_{\text{LDM}} = B_{\text{macro}} + B_{\text{pair}}$$

対相関エネルギー

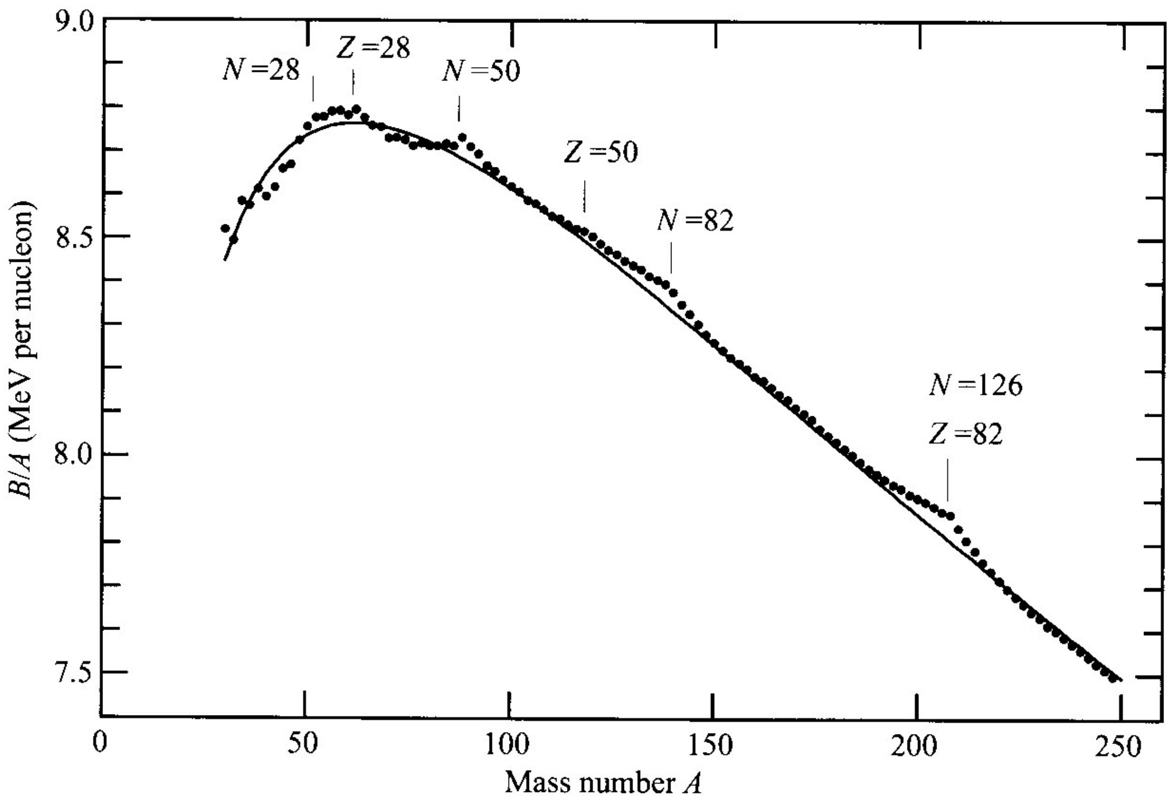
偶数個の中性子から1つ中性子
を取る方が奇数個から取るより
大きなエネルギーが必要:対相関

偶奇効果



1n separation energy: S_n (A,Z) = B(A,Z) – B(A-1,Z)

殻エネルギー



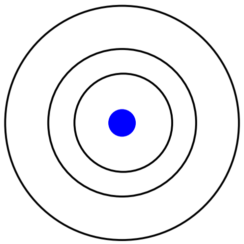
N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126（魔法数）に対して束縛エネルギー大

⇨ 陽子、中性子ともに魔法数だと、とても安定:

$^{4}_{2}He_{2}, ^{16}_{8}O_{8}, ^{40}_{20}Ca_{20}, ^{48}_{20}Ca_{28}, ^{208}_{82}Pb_{126}$

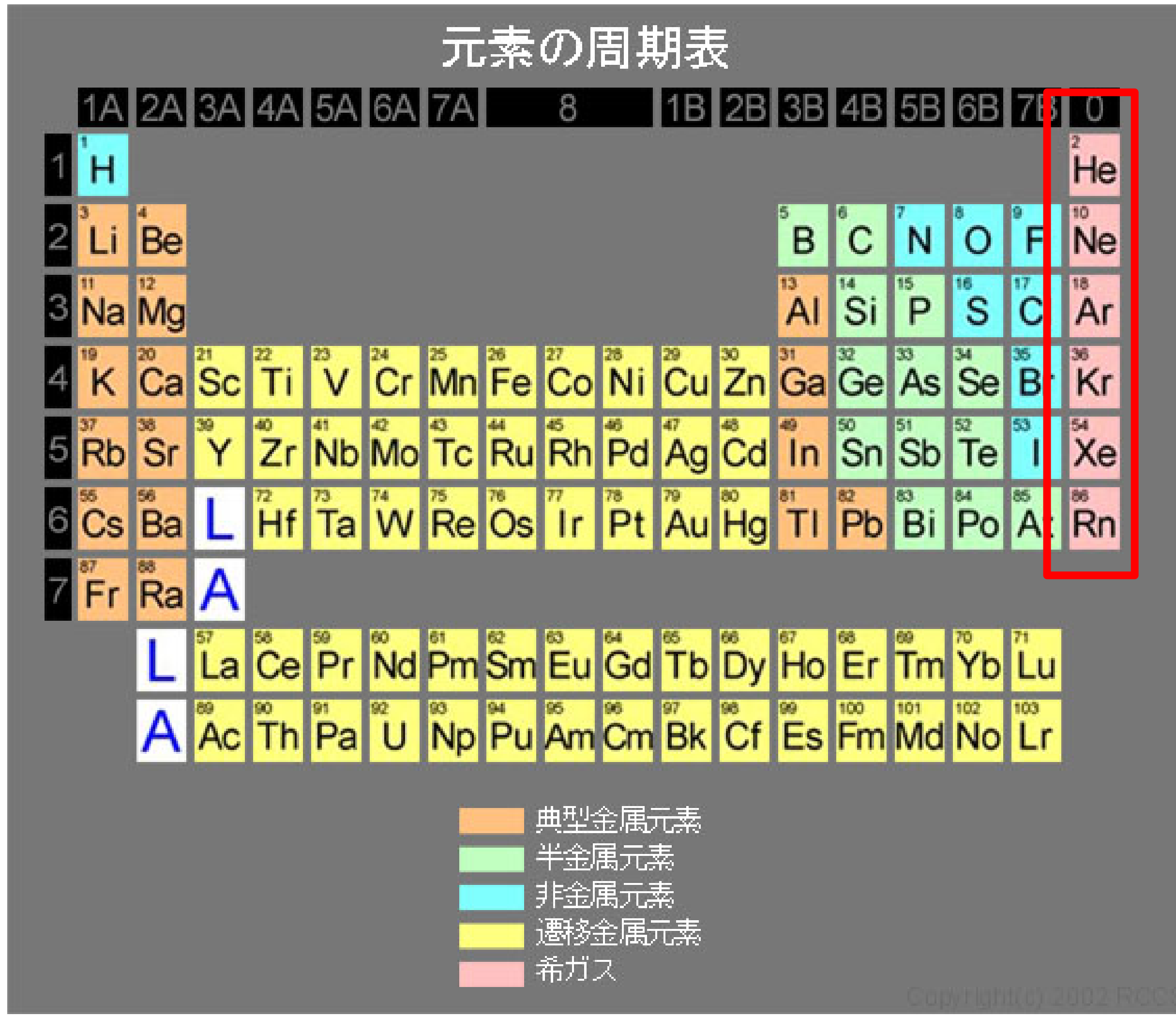
(note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



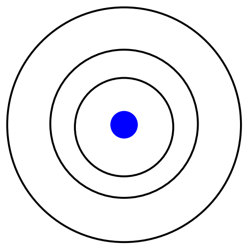
殻構造

原子核の周りを
回る電子の軌道が
埋まると安定に
なる



(note) 原子の魔法数 (貴ガス)

He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



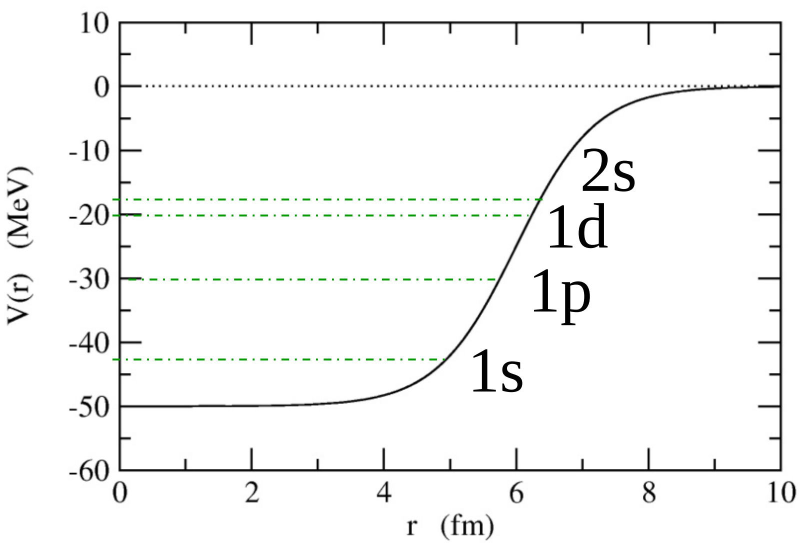
殻構造

原子核の周りを回る電子の軌道が埋まると安定になる

原子核物理における似た試み: ポテンシャル中の独立粒子運動

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \frac{u_l(r)}{r}Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

縮退度に応じて下のレベルから核子を順々につめていく

彦坂忠義(1902 – 1989)

1934 年
殻模型の考えに基づき
計算を行う

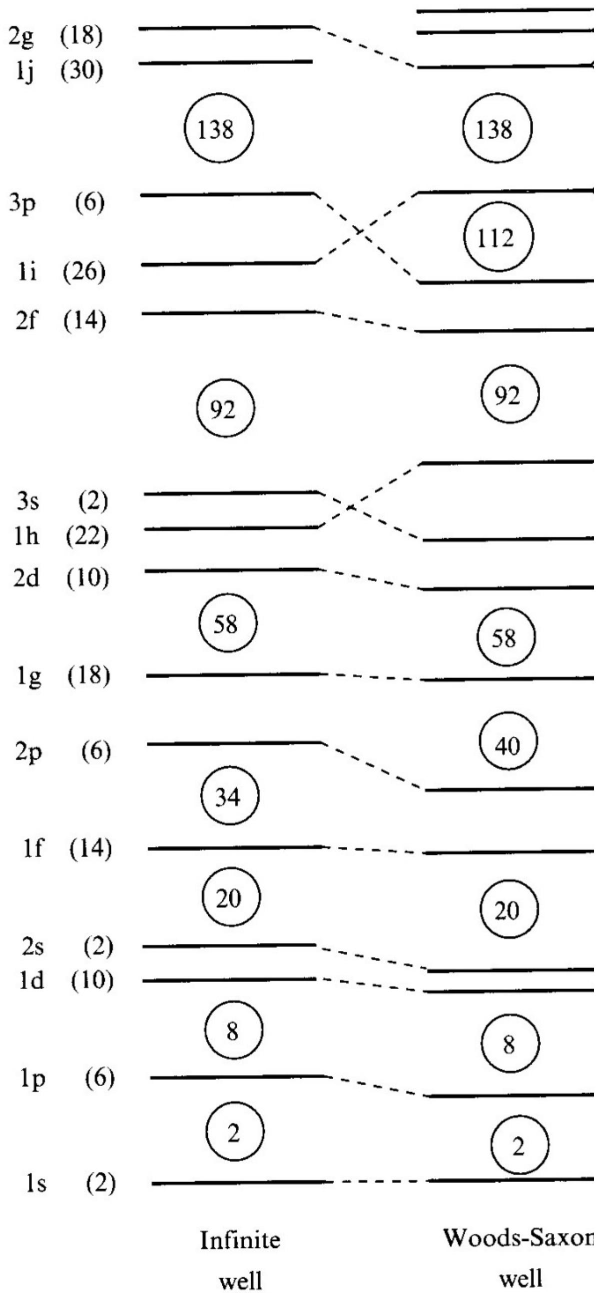
⇩

中性子の分離エネルギー、
原子核の安定領域、
磁気モーメント

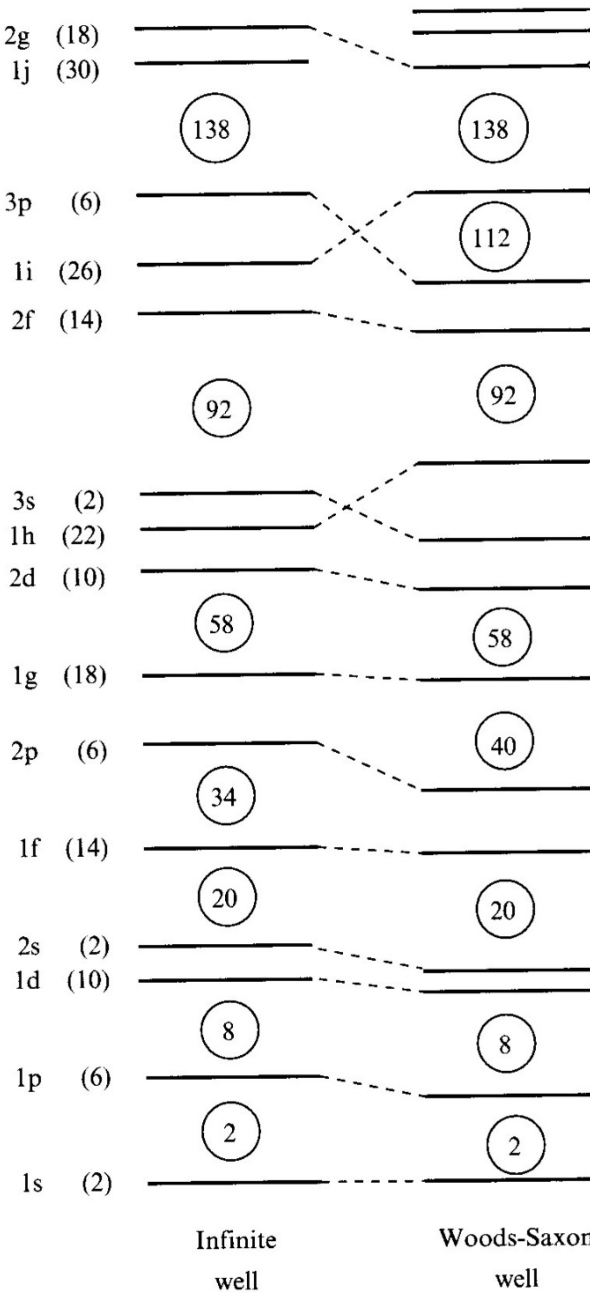
など当時測定されていた
実験データをきれいに説明

（ただし、当時、殻模型の
考えは受け入れられなかった。）

Phys. Rev. に論文を reject をされる。
独語に書き直し、東北大紀要に発表。



Woods-Saxon ポテンシャルのみでは魔法数（2,8,20,28,50,82,126）が正しく出ない.（2,8,20 のみ正しく出る）



Woods-Saxon ポテンシャルのみでは魔法数（2,8,20,28,50,82,126）が正しく出ない.（2,8,20 のみ正しく出る）

メイヤーとイェンセン (1949):
強いスピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda\frac{1}{r}\frac{dV}{dr} \qquad (\lambda > 0)$$

jj 結合殻模型

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0 \Longrightarrow \psi_{lmm_s}(\boldsymbol{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

(note) $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{s} \Longrightarrow \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} = (\boldsymbol{j}^2 - \boldsymbol{l}^2 - \boldsymbol{s}^2)/2$

l と ***s*** を結合して ***j*** を組む。

$$\boxed{\begin{aligned} \psi_{jlm}(\boldsymbol{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r}\mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\ \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) &= \sum_{m_l,m_s} \langle l\ m_l\ 1/2\ m_s | j\ m\rangle Y_{lm_l}(\hat{\boldsymbol{r}})\chi_{m_s} \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{j}^2|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= j(j+1)\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\ j_z|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= m\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\ \boldsymbol{l}^2|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= l(l+1)\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\ \boldsymbol{s}^2|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= 3/4\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \end{aligned}$$

jj 結合殻模型

(note) $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{s} \Longrightarrow \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} = (\boldsymbol{j}^2 - \boldsymbol{l}^2 - \boldsymbol{s}^2)/2$

$\boldsymbol{l}$ と $\boldsymbol{s}$ を結合して $\boldsymbol{j}$ を組む。

$$\begin{aligned}
\psi_{jlm}(\boldsymbol{r}) &= \frac{u_{jl}(r)}{r}\mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) \\
\mathcal{Y}_{jlm}(\hat{\boldsymbol{r}}) &= \sum_{m_l,m_s} \langle l\ m_l\ 1/2\ m_s | j\ m\rangle Y_{lm_l}(\hat{\boldsymbol{r}})\chi_{m_s}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{j}^2|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= j(j+1)\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\
j_z|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= m\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\
\boldsymbol{l}^2|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= l(l+1)\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\
\boldsymbol{s}^2|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= 3/4\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{1}{2}\left(j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}\right)|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle$$

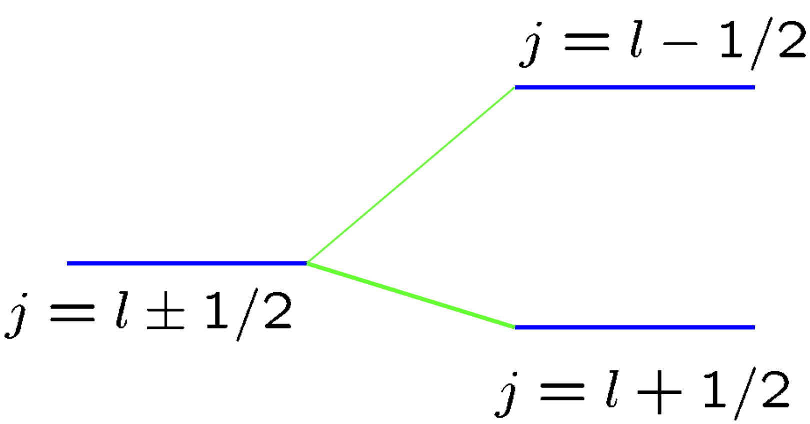
$$\begin{aligned}
\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= \frac{l}{2}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2) \\
\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= -\frac{l+1}{2}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)
\end{aligned}$$

jj 結合殻模型

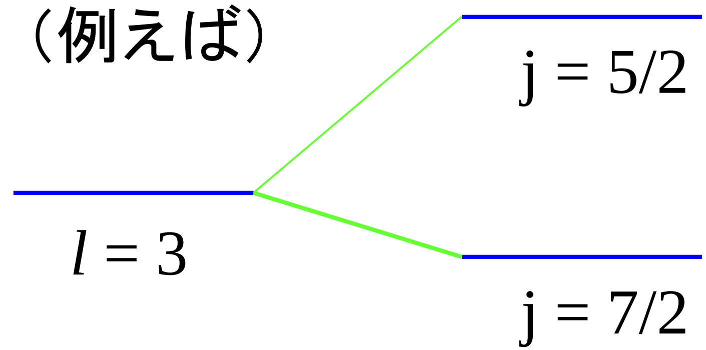
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} - \epsilon\right]\psi(\boldsymbol{r}) = 0$$

(note) $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{s} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} = (\boldsymbol{j}^2 - \boldsymbol{l}^2 - \boldsymbol{s}^2)/2$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= \frac{l}{2}|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2) \\ \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= -\frac{l+1}{2}|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2) \end{aligned}$$



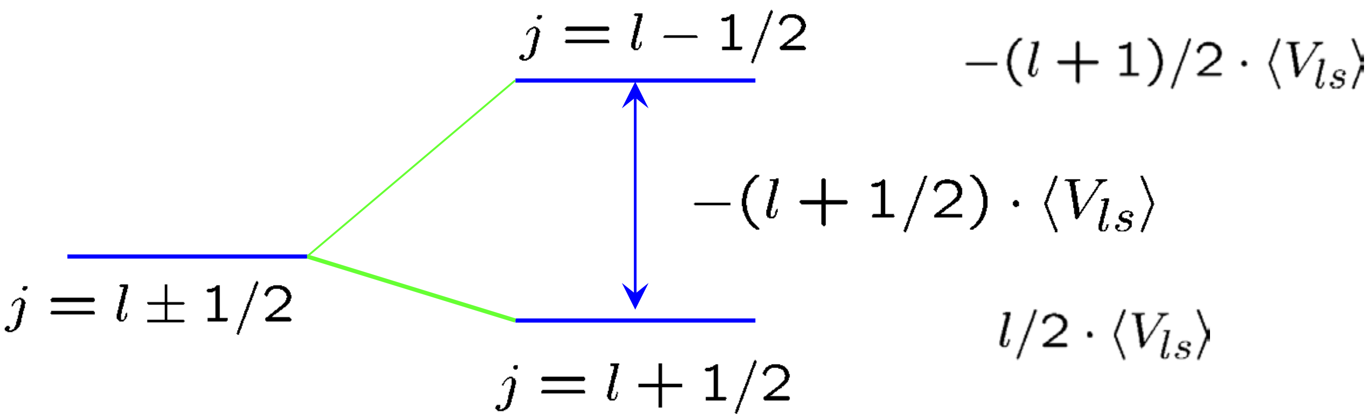
（例えば）



$j = l \pm 1/2$　で準位が分離

jj 結合殻模型

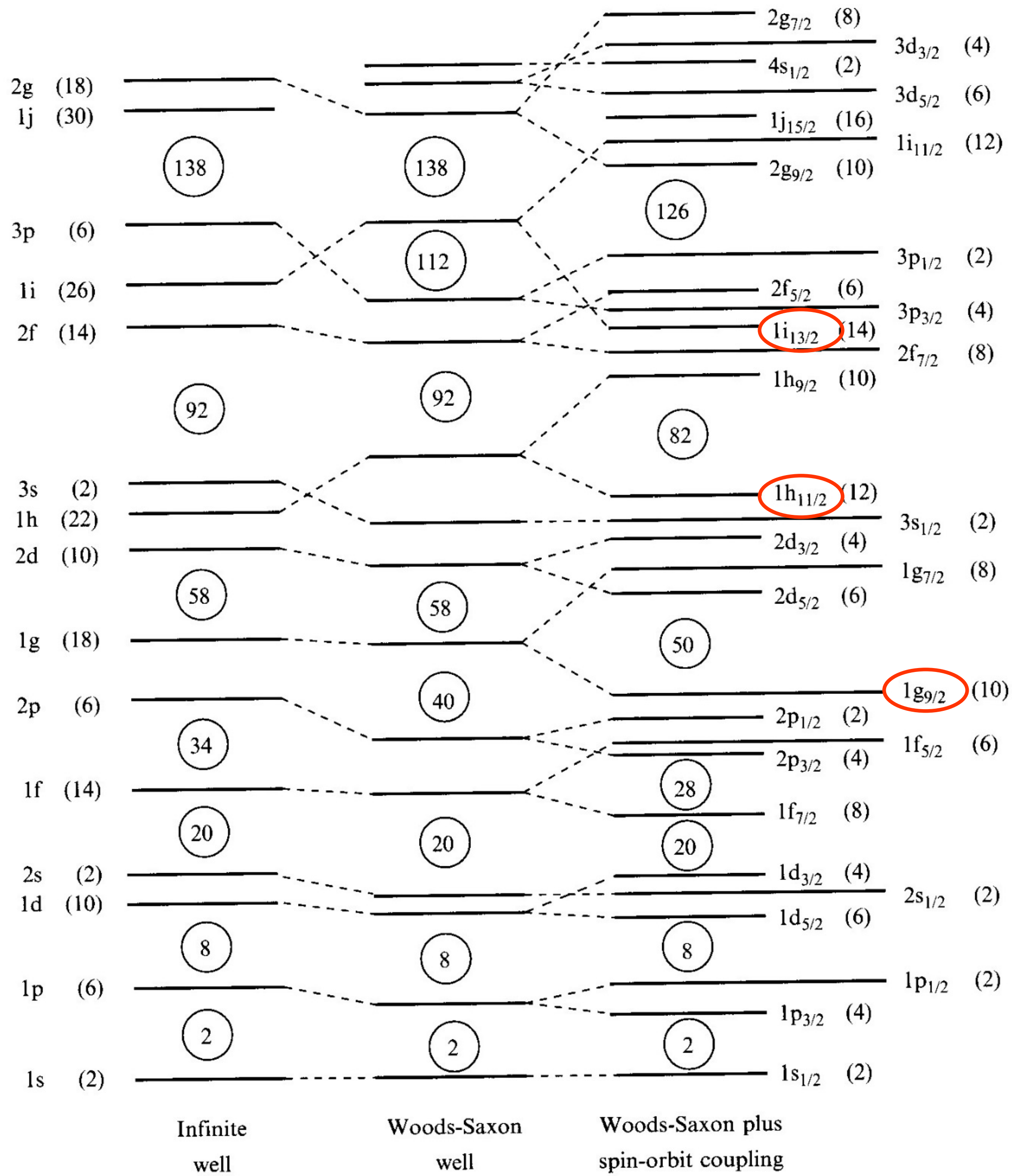
$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= \frac{l}{2}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2) \\
\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= -\frac{l+1}{2}\,|\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)
\end{aligned}
$$



$j = l \pm 1/2$ で準位が分離: l が大きくなればなるほど分離は大

* ただし、スピン平均はゼロ:

$$
+\frac{l}{2}(2(l+1/2)+1) - \frac{l+1}{2}(2(l-1/2)+1) = 0
$$



intruder 状態
unique parity 状態

ノーテーション：

例）$2p_{3/2}$

２番目の (j,l)=(3/2,1) 軌道

s,p,d,f,g,h,i,….

l=0,1,2,3,4,5,6….

一粒子準位

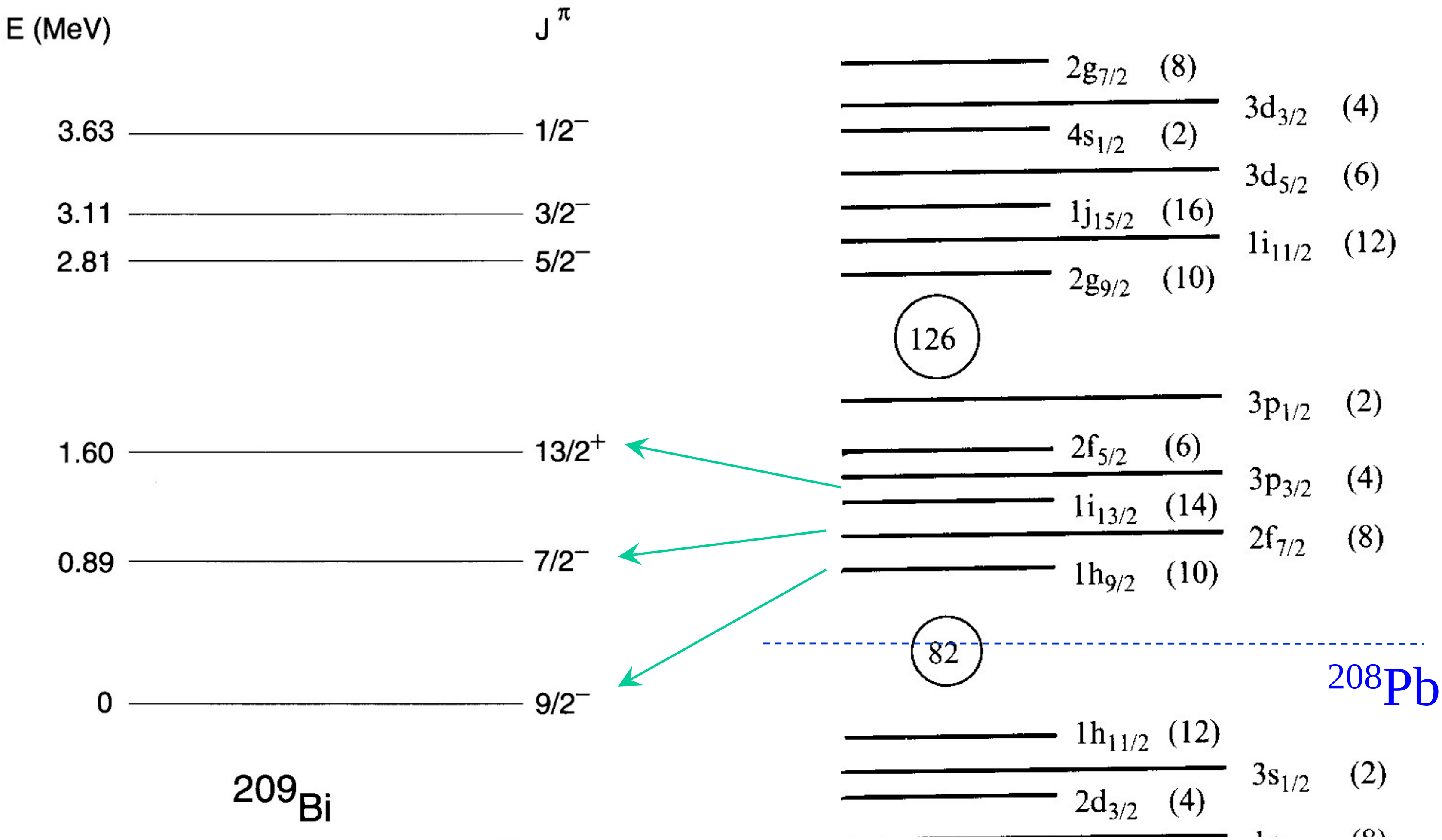
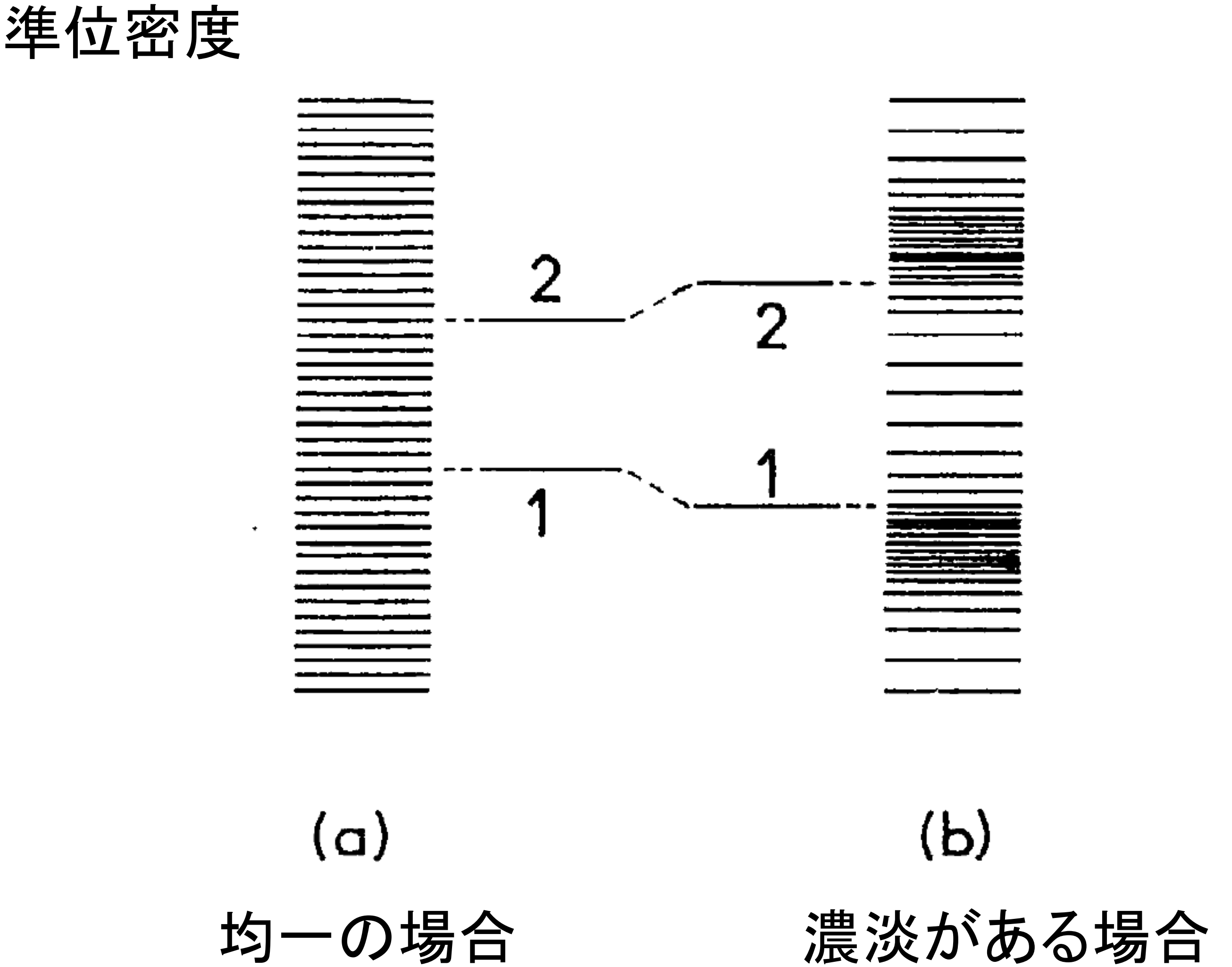


FIG. 3.6. Low-lying single-particle levels of ^{209}Bi.

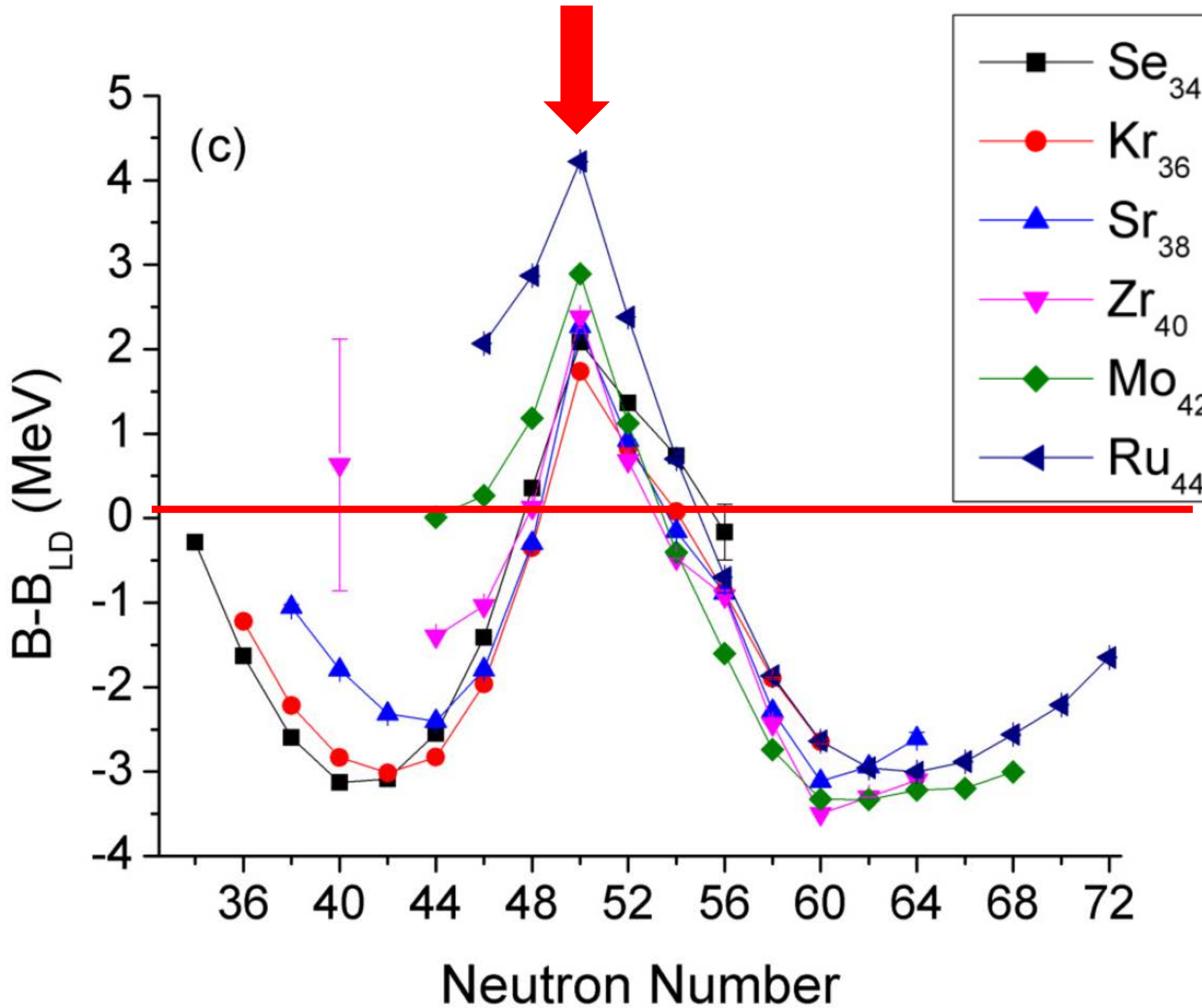
奇数の l は負パリティ、偶数の l は正パリティ

何故、閉殻の原子核は安定になるのか?

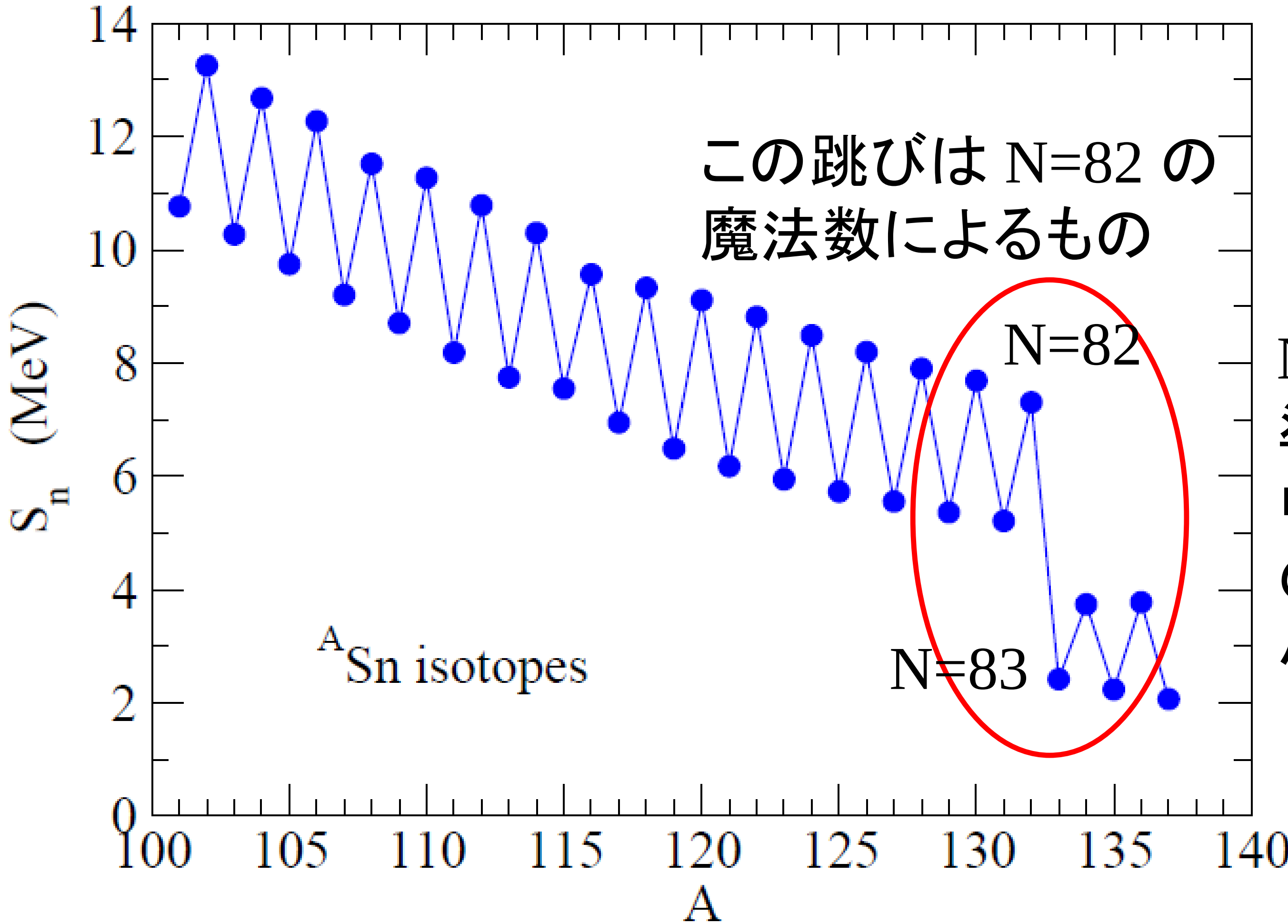


準位密度に濃淡があれば、下から数えて濃淡の終わりまで準位がつまると(図の1の場合)、均一の場合に比べてエネルギーが小さい

N = 50



I. Bentley et al., PRC93 (‘16) 044337

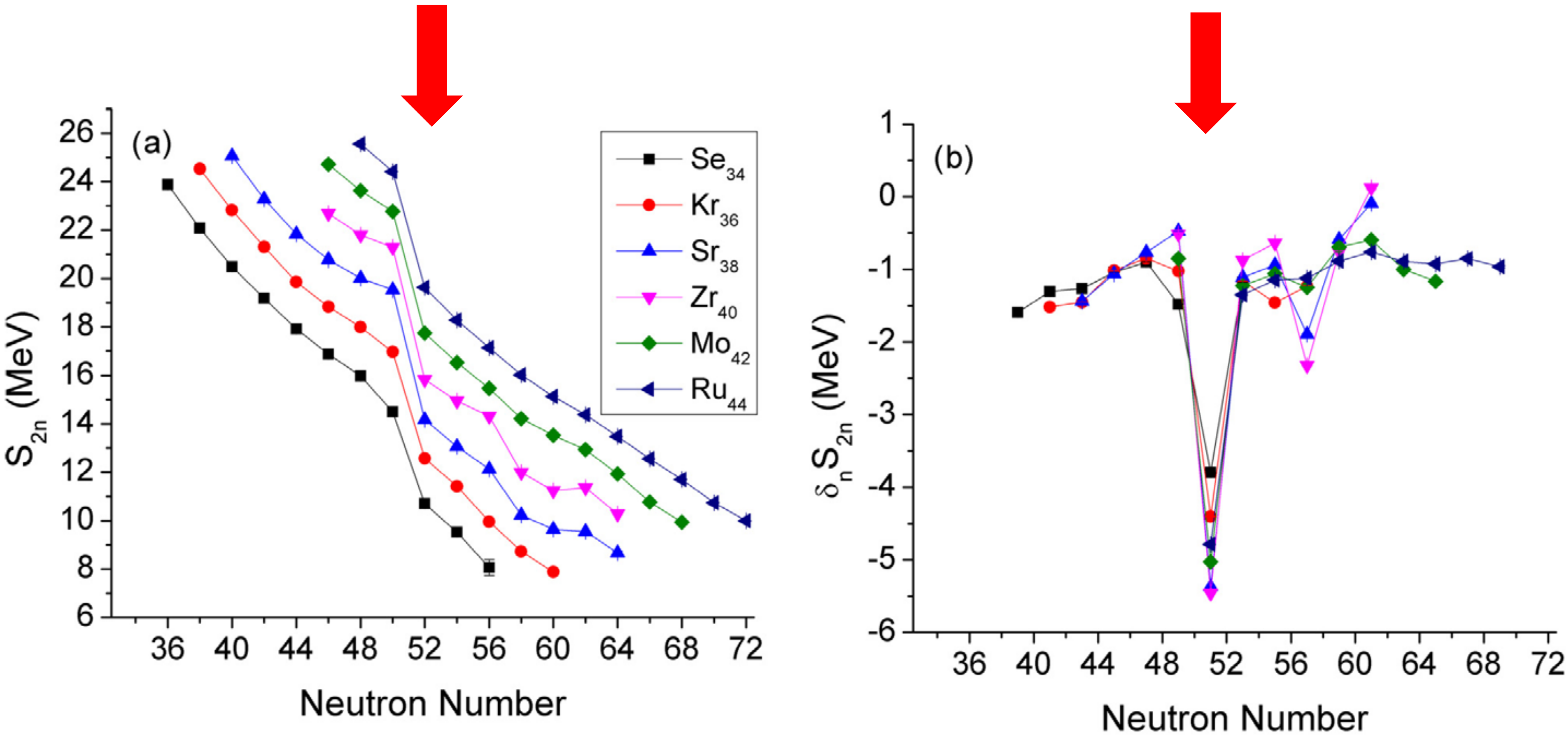


N=83から上の
準位がつまるため
中性子をとりのぞく
のにエネルギーが
小さくてすむ

1n separation energy: S_n (A,Z) = B(A,Z) – B(A-1,Z)

N = 50

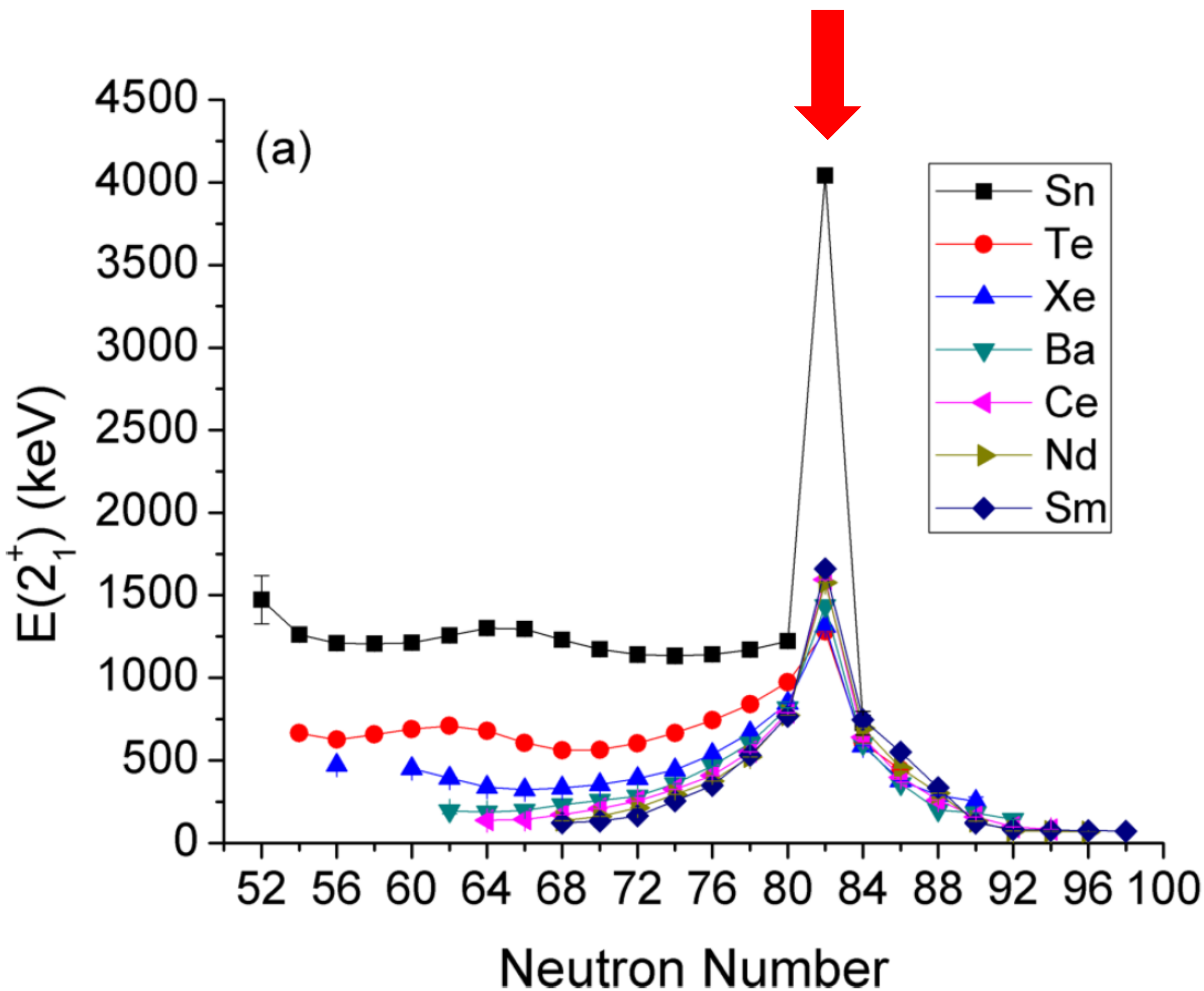
N = 50



I. Bentley et al., PRC93 ('16) 044337

他の証拠：第一励起状態の励起エネルギー

N = 82



I. Bentley et al., PRC93 ('16) 044337

生命誕生のための幸運な偶然

原子の魔法数

電子の数が 2, 10, 18, 36, 54, 86

不活性ガス：He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

原子核の魔法数

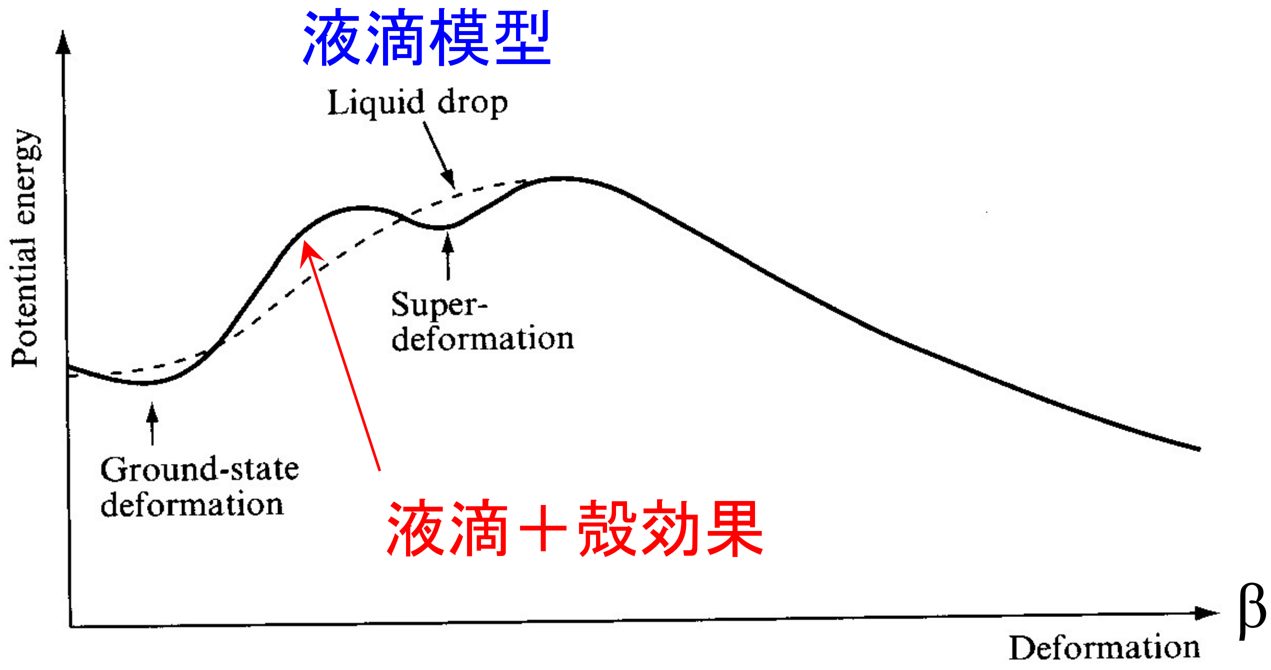
陽子または中性子の数が

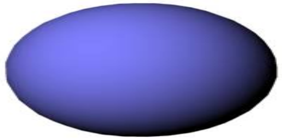
2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の時安定

- 例えば $^{16}_{8}O_{8}$（二重閉殻核）
- 酸素元素は元素合成の過程で数多く生成された
- しかし、酸素は化学的には「活性」
- 化学反応により様々な複雑な物質をつくり生命に至った

参考：望月優子　ビデオ「元素誕生の謎にせまる」　http://rarfaxp.riken.go.jp/~motizuki/contents/genso.html

殻構造の帰結：原子核の変形





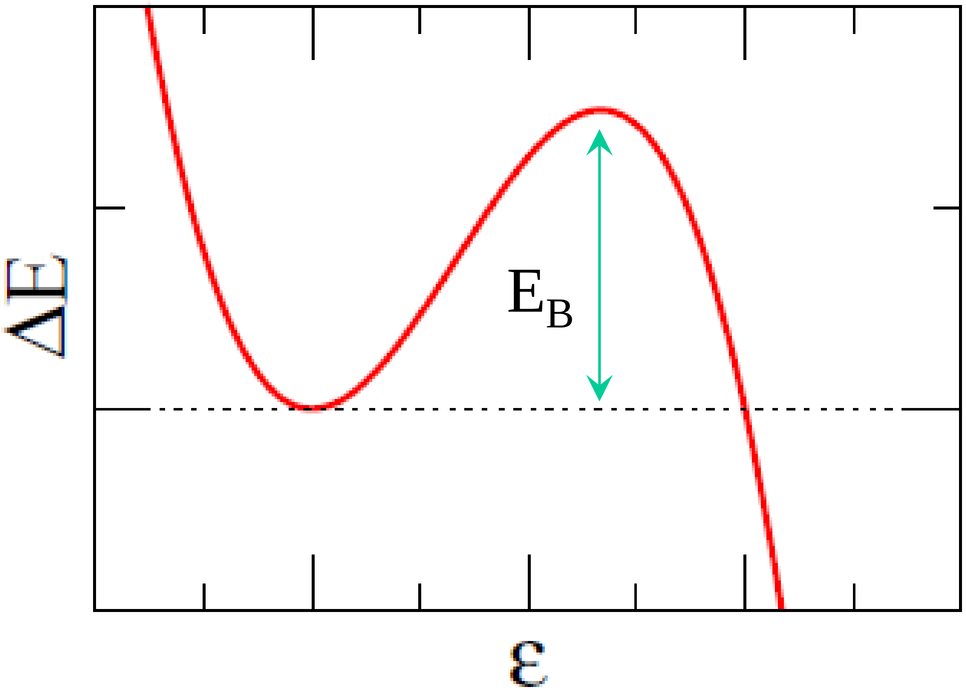
液滴模型 → 必ず球形

殻効果 → 変形状態が基底状態になる場合あり

＊後でもう少し詳しく解説します。

殻構造の帰結：超重核の安定化

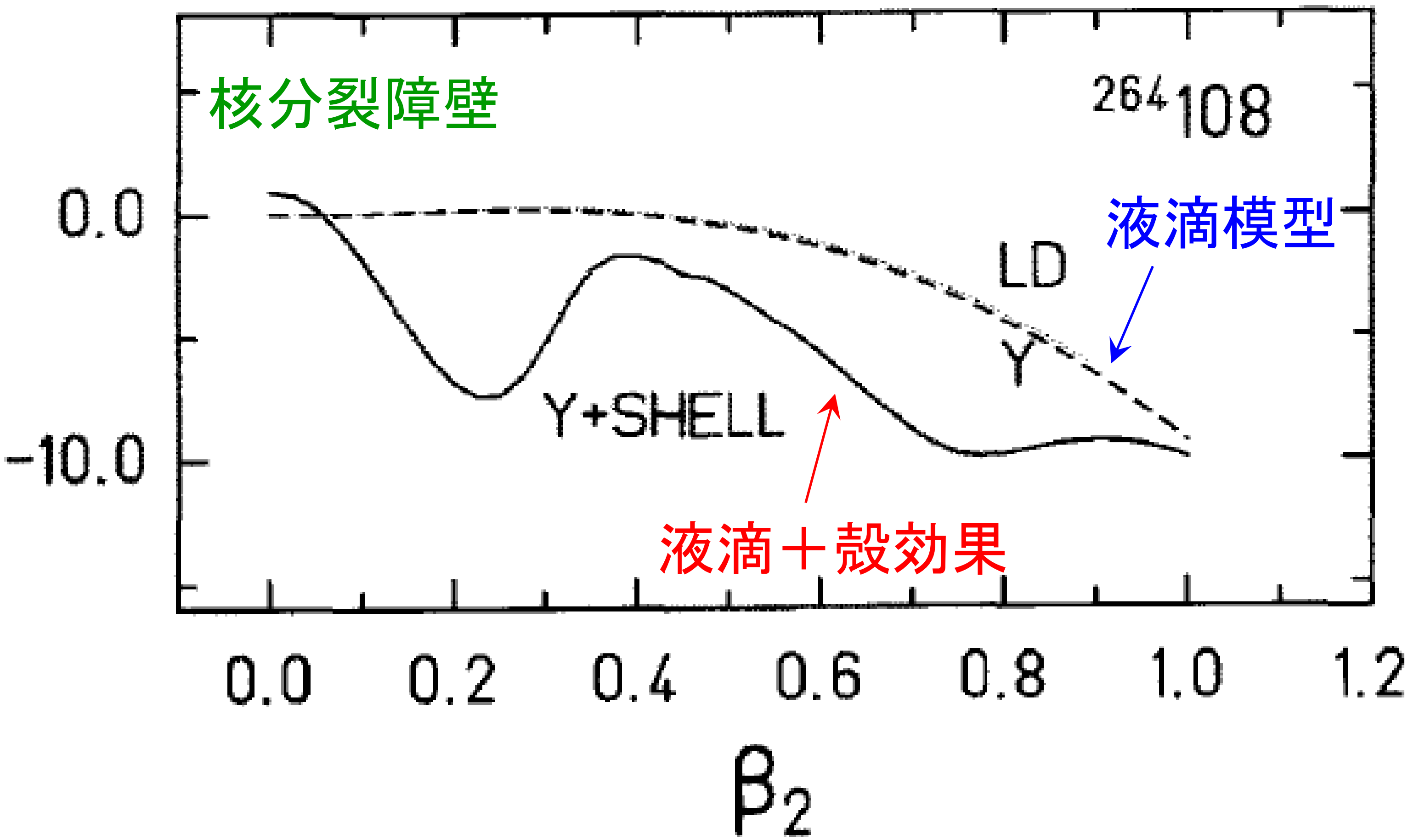
$$\Delta E = E_S^{(0)}\left\{\frac{2}{5}(1-x)\epsilon^2 - \frac{4}{105}(1+2x)\epsilon^3 + \cdots\right\}$$



重い核ほど障壁は低くなる

⟵ クーロンの効果が大きくなる

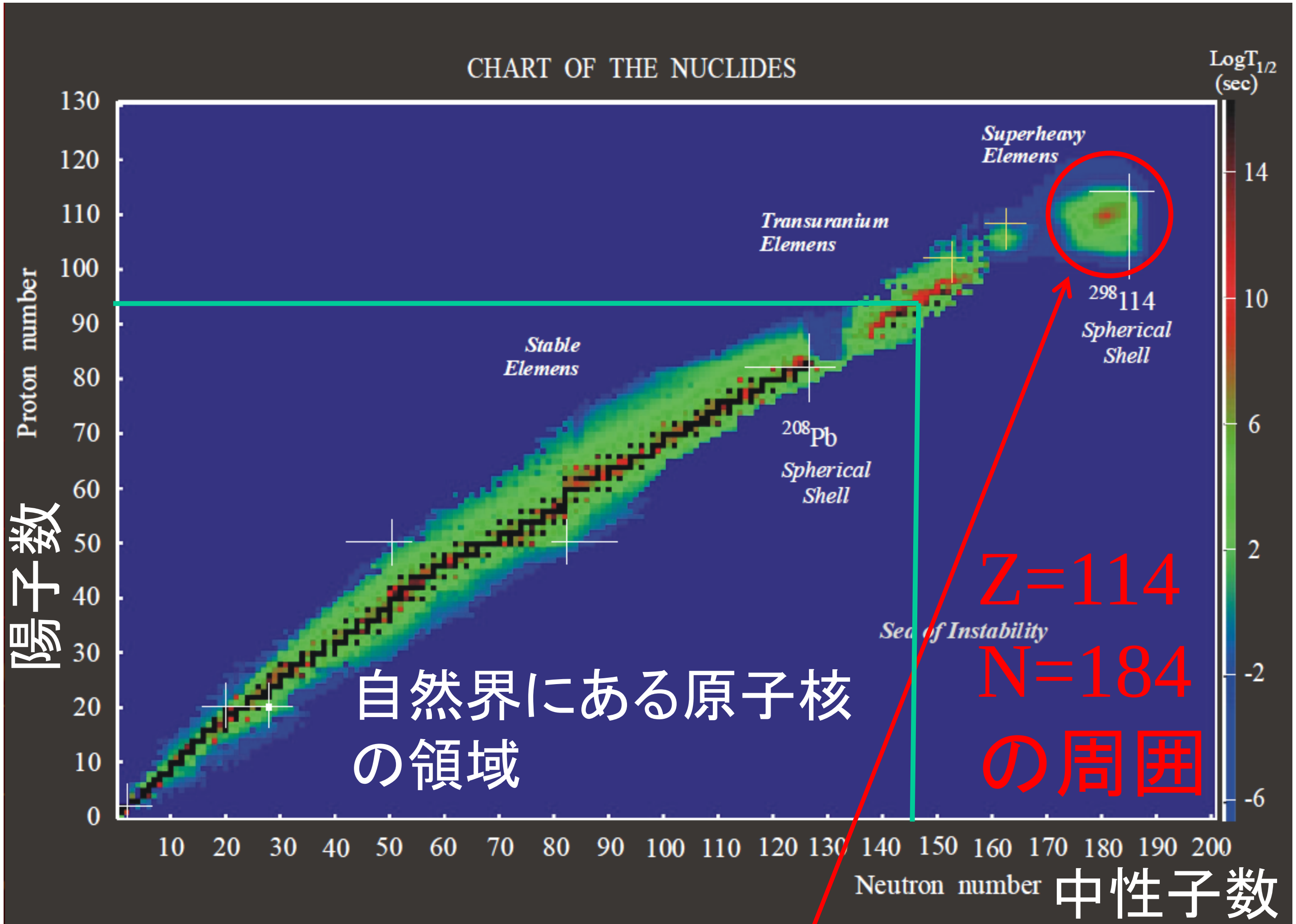
殻構造の帰結：超重核の安定化



殻効果により核分裂障壁が高くなり原子核が安定化する

Z. Patyk et al., NPA491(‘89) 267

超重元素(超重原子核)

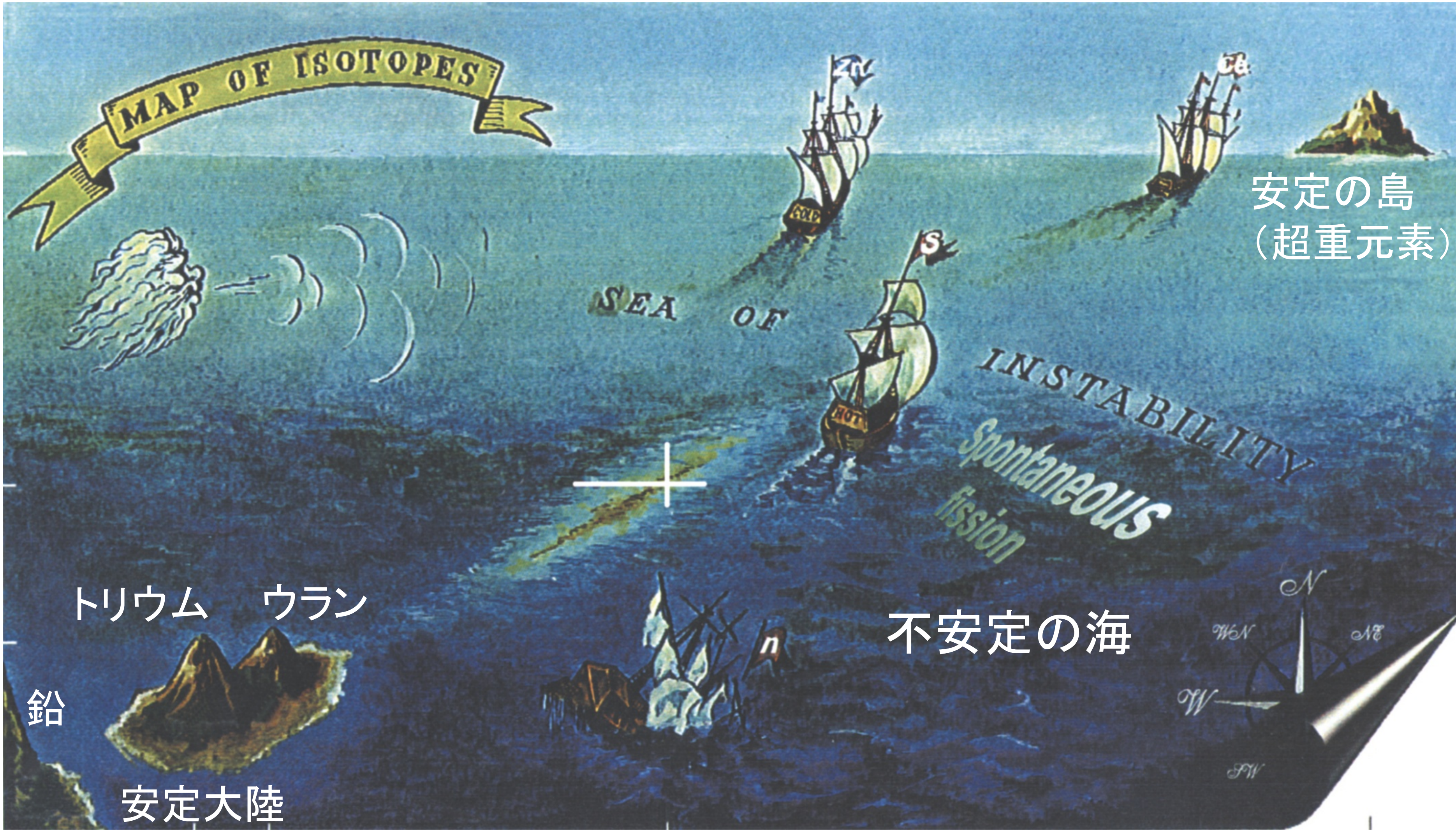


Yuri Oganessian

原子核の安定領域の理論的予言

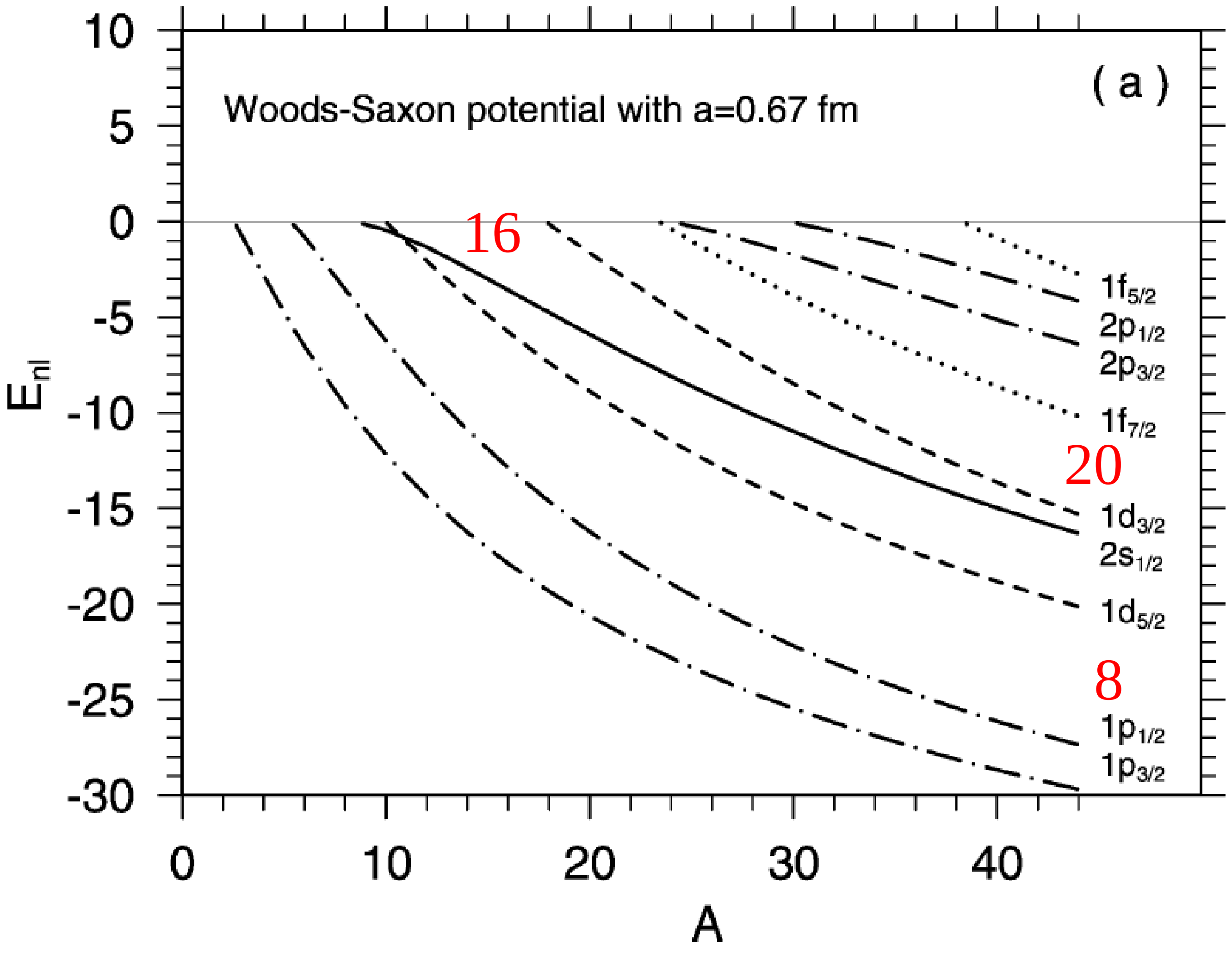
(1966年:スビアテッキら)

安定の島(超重元素)を目指して



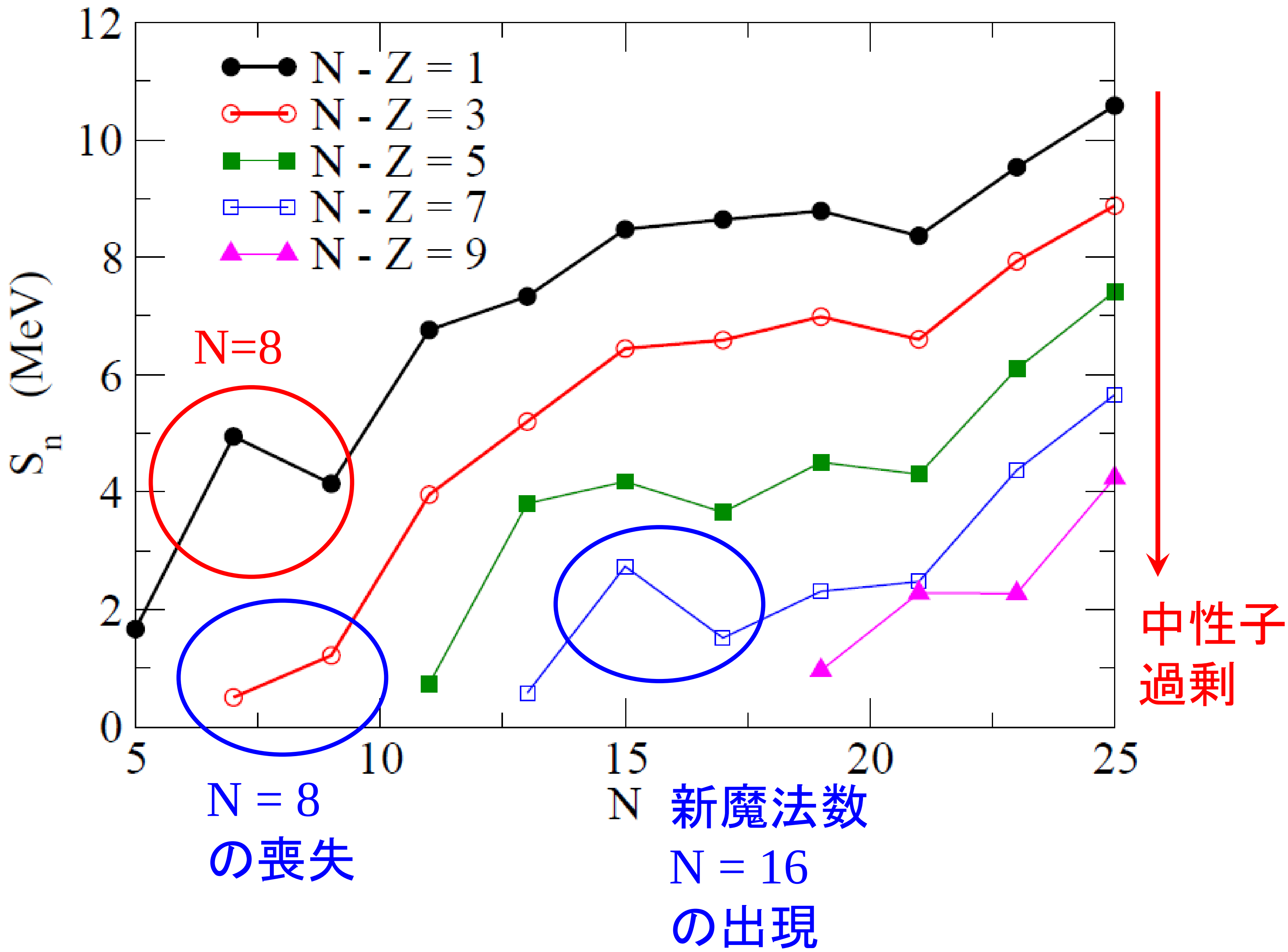
Yuri Oganessian

最近の話題:魔法数は変化する?

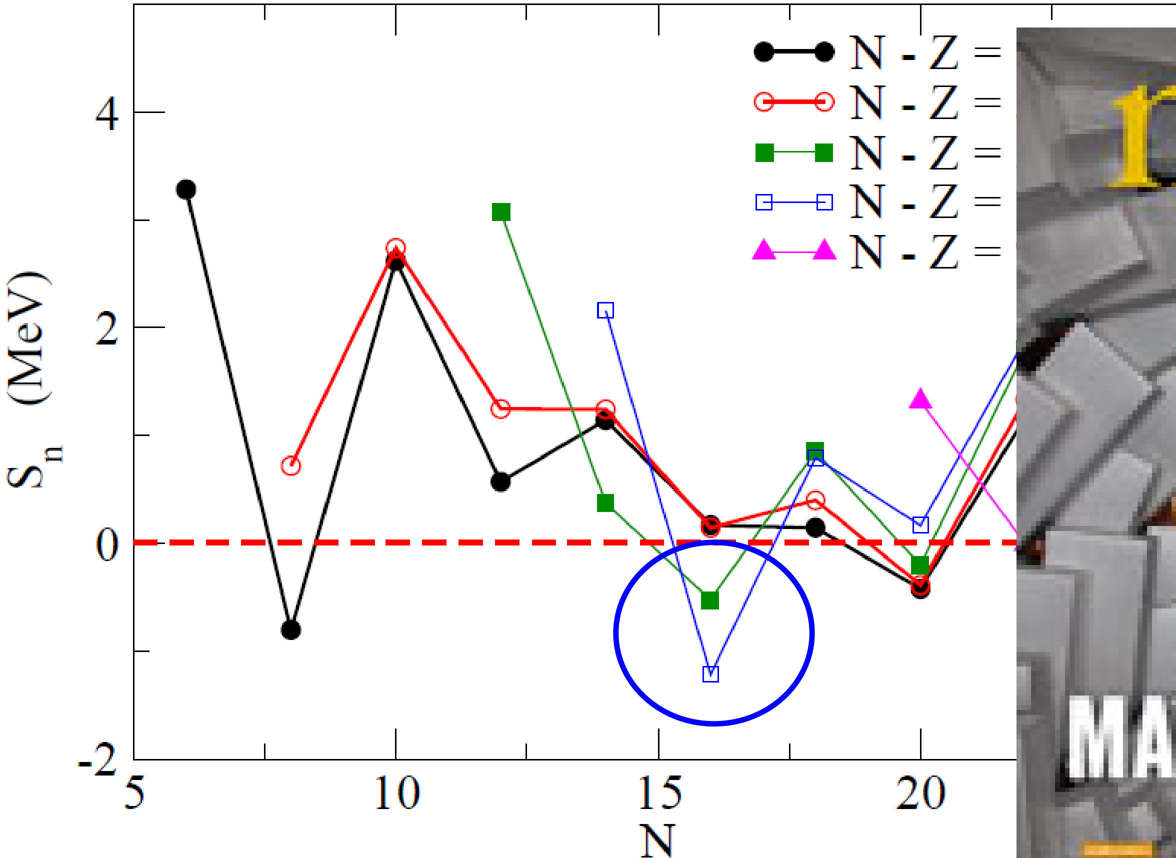


I. Hamamoto, S.V. Lukyanov, and X.Z. Zhang, NPA683 ('01) 255

実験的な証拠



A. Ozawa et al., PRL84 (‘00)5493



最近では、
魔法数 N=20, 28 の喪失
新魔法数 N=34 の出現
なども。

Nature, vol. 502 (2013)
新魔法数 N=34 の発見