

前回のアンケートより

- 原子核の束縛エネルギーがどのような要因によって決定され、Fe 付近がピークになるのか気になりました。
 - 今日の講義で説明します
- 2重 β 崩壊を取り上げて欲しい。
 - 取り上げる予定です
- 原子核の分裂や融合の仕組みを取り上げて欲しい。
 - 取り上げる予定です
- 中性子星合体による元素合成を取り上げて欲しい。
 - 取り上げる予定です

- スピンが整数か半整数かを調べるために磁場をかけた時に、奇数個か偶数個のレベルに分裂したか測定するというのがなぜそれでいいのかわからなかった。

~ 1929 ^{14}N のスピン(整数)、統計(ボソン)

➡ 陽子+電子からは説明できない
(14個の陽子+7個の電子)

量子3: 一様磁場中の荷電粒子の運動(の拡張)

$$\Delta H = \frac{e}{2mc} \mathbf{B} \cdot \mathbf{l} = \frac{e}{2mc} B_z l_z \rightarrow \frac{e}{2mc} g B_z I_z$$

$$I_z = -I, -I+1, \dots, I-1, I \quad (2I+1 \text{個})$$

I が整数なら、 $2I+1$ は奇数

I が半整数なら、 $2I+1$ は偶数

- 陽子の方が電荷があるので中性子より重くなるような気がするけど?

基本構成要素:	電荷	質量 (MeV)	スピン
陽子	+e	938.256	1/2 ⁺
中性子	0	939.550	1/2 ⁺

陽子: uud、中性子: udd

u: +2/3 e, d: -1/3 e

*クォークの質量は数 MeV 程度

核子の質量の約 98% は強い相互作用のダイナミックスでできている

➤ nn, pp より pn の方が引力が強い理由?

実験的な証拠:

nn, pp → 束縛しない

np → 束縛する(重陽子)

理論的な説明: 核力は中心力と非中心力の和

テンソル力(非中心力)

$$v_{\text{tensor}} = v_T(r)S_{12}, \quad S_{12} = 3\frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$$

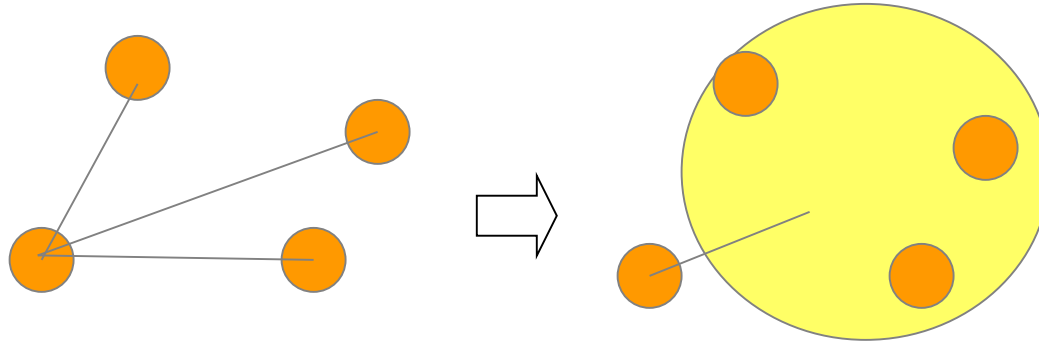
$$S_{12}|S = 0\rangle = 0, \quad S_{12}|S = 1\rangle \neq 0$$

nn, pp: フェルミオン同種粒子(反対称化) → $l=0$ なら $S=0$

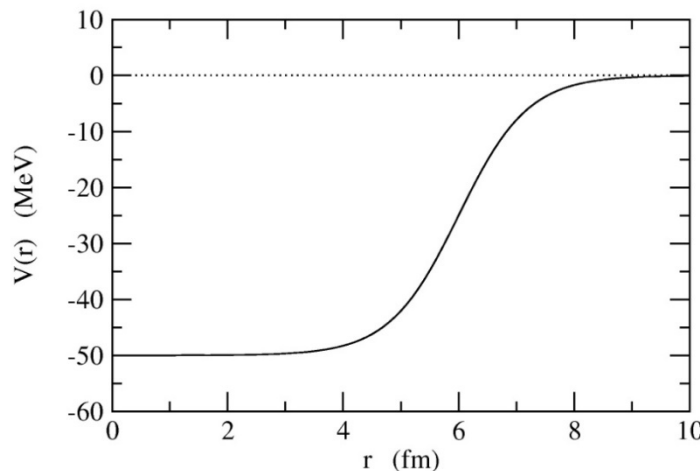
np: $S=0$ も $S=1$ も可能 → $S=1$ に組んでテンソル力がかせぐ

- 原子核の中で核子は相互作用しているはず。中性子と陽子が自由に動き回っているっていうのはどういう意味？

平均場理論



他の核子との相互作用を平均的に取り扱う



核子間の相互作用は核子の感じるポテンシャルとして取り込む

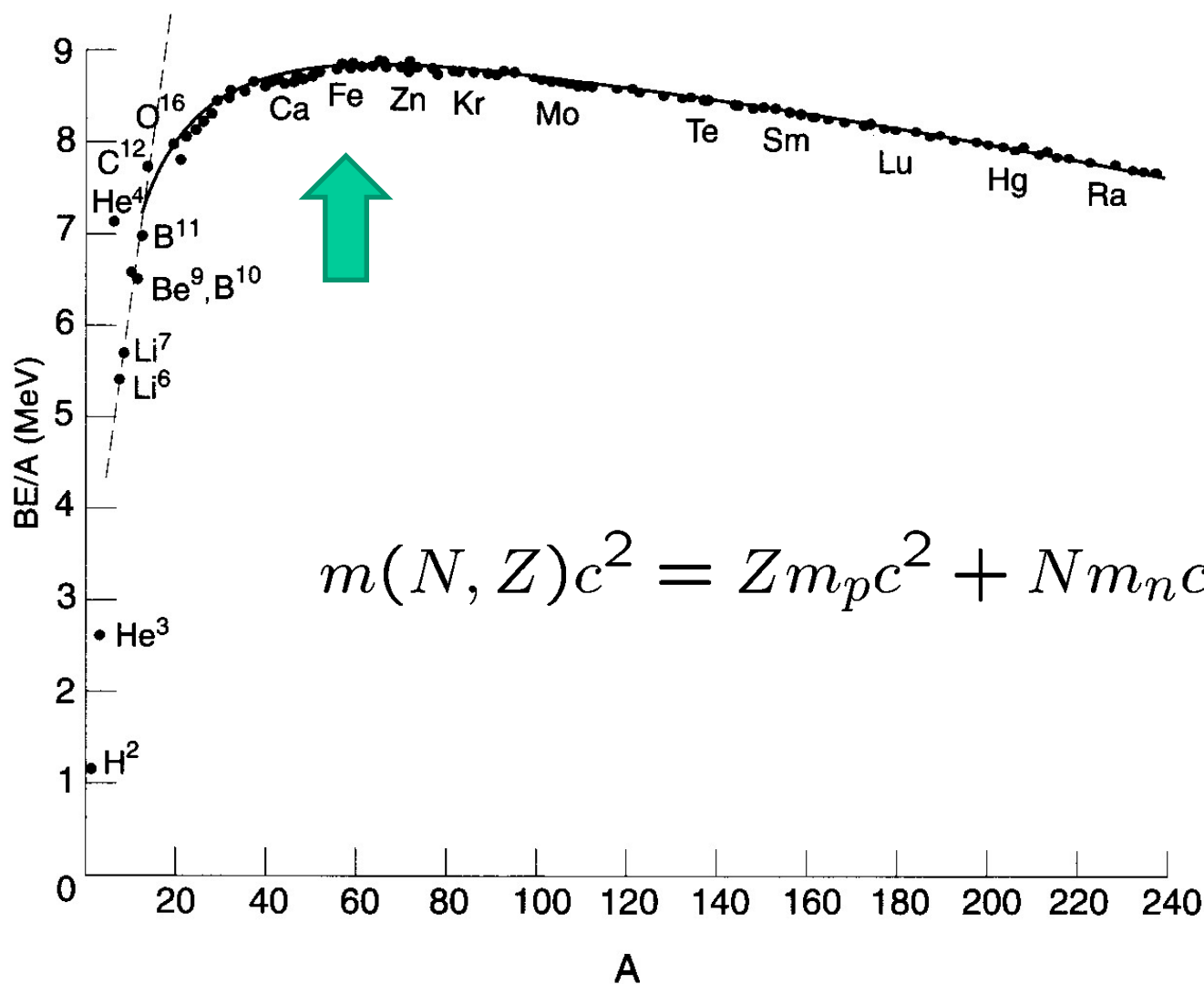
→ ポテンシャル中を自由に運動

cf. 原子核の魔法数

前回のアンケートより

- 東北大の研究内容・最新の研究内容を紹介して欲しい
- 素粒子との関連もあるとうれしい
- 実験的検証の方法とか理論的にどう予測されたのか知りたい
 - 関連の内容があったら適宜紹介していきます
- 事前にスライドのコピーが欲しい
 - 努力します

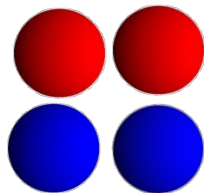
前回のおさらい: 束縛エネルギーの実験データ



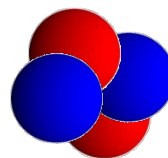
* 何故このような関数になるのか?

原子核の質量

どっちの方が重い？

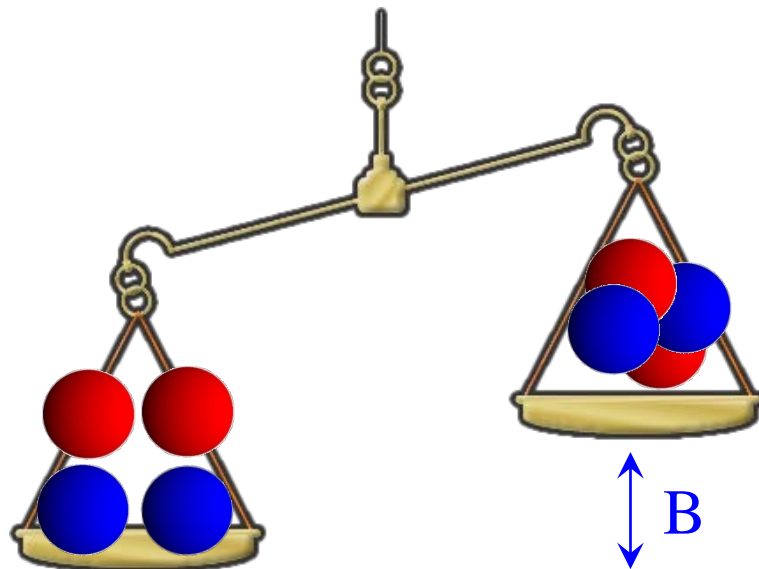


核子ばらばら



原子核

原子核の質量

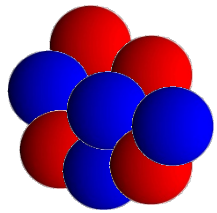


$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

束縛エネルギー

* 束縛エネルギーが大きいほど安定(質量が軽い)

原子核の質量

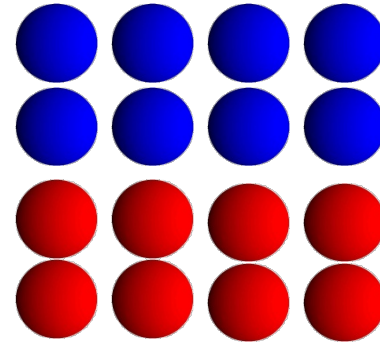


${}^{16}_8\text{O}_8$

$8p + 8n$

B
束縛エネルギー

核子をバラバラにするのに必要な
エネルギー



$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

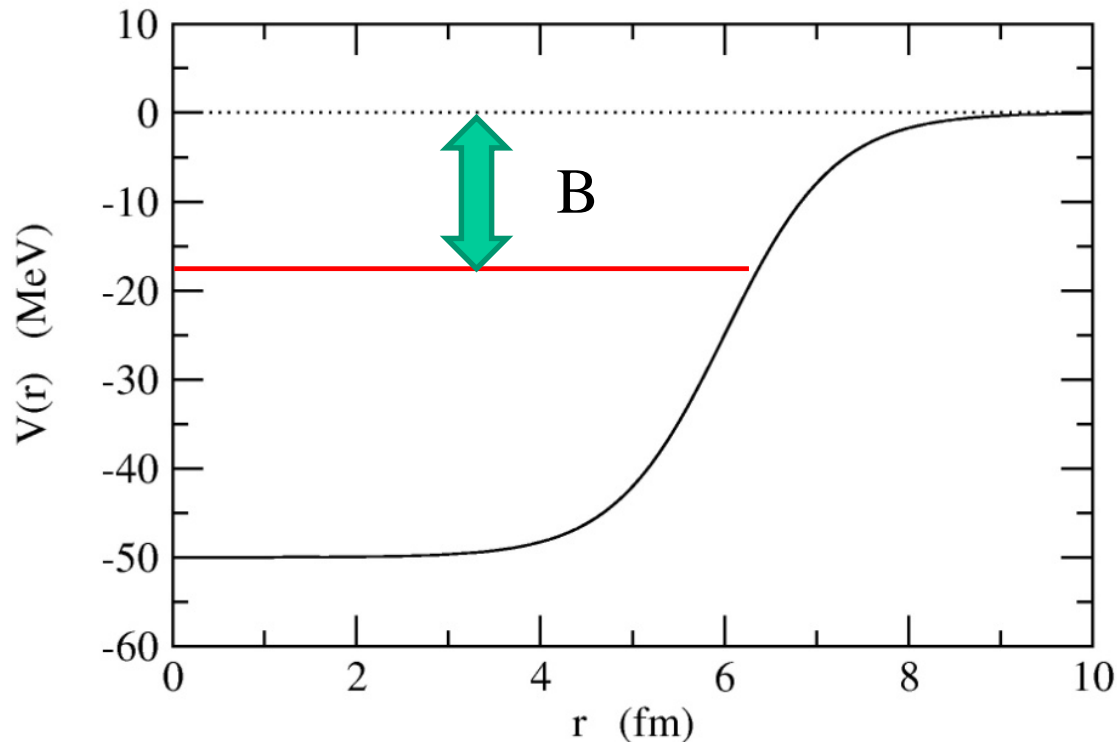
束縛エネルギー

* 束縛エネルギーが大きいほど安定(質量が軽い)

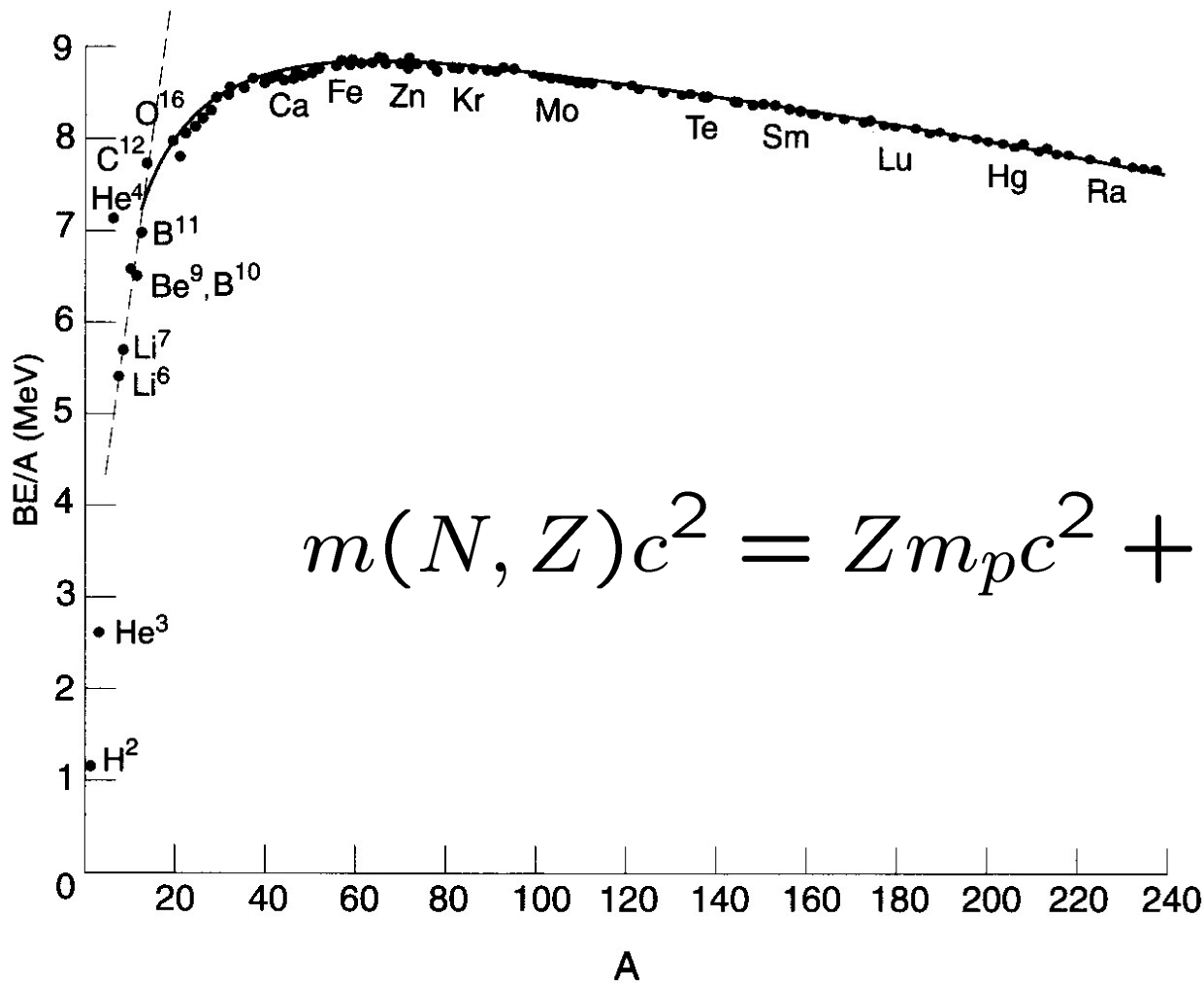
cf. 2粒子系の場合(例えば重陽子=陽子+中性子):



$$M c^2 = m_1 c^2 + m_2 c^2 - B$$



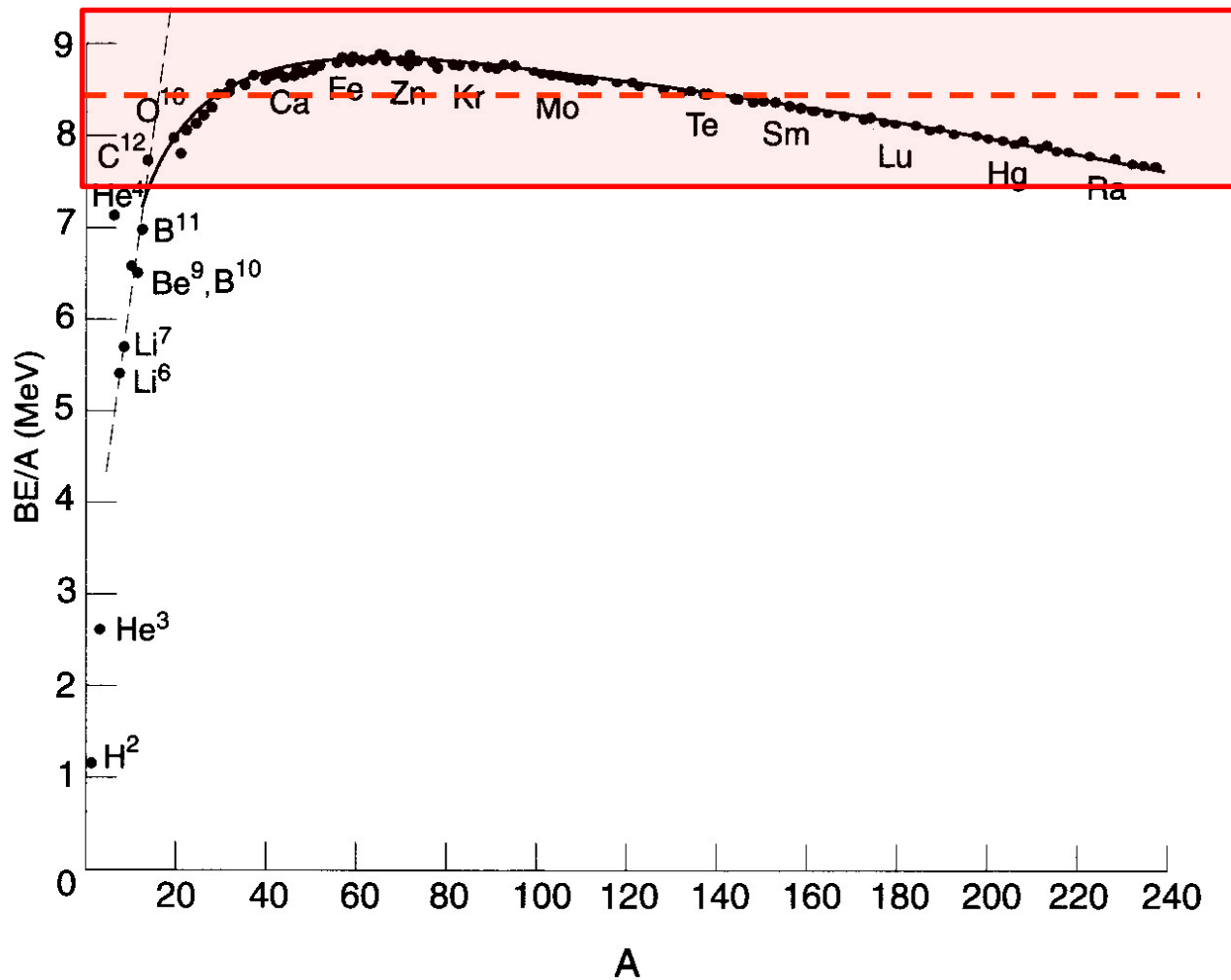
2粒子がバラバラの状態に比べて B だけエネルギーが下がる(束縛している)



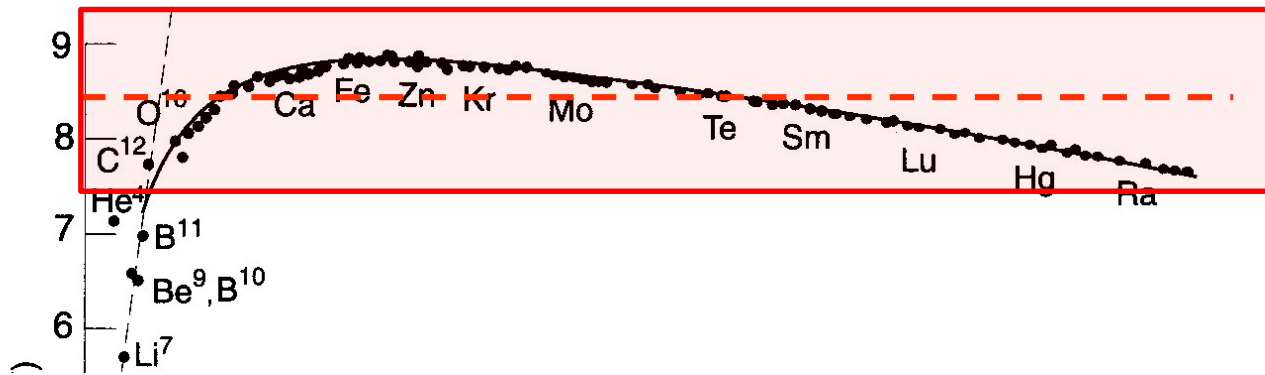
$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

束縛
エネルギー

B/A (核子1つあたりの平均的な束縛エネルギー)
の実験データ

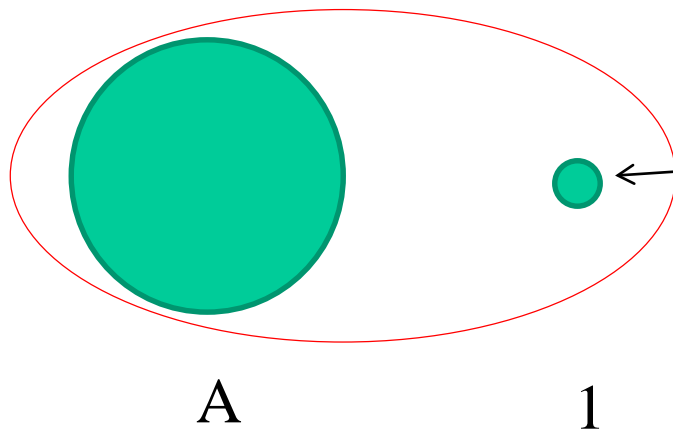


1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力 (核子間相互作用)
 (ほぼ一定)



1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12)$

これは、粒子を1つ増やすと、束縛エネルギーは一定の量 ($\sim 8.5 \text{ MeV}$)しか増えないことを意味している。



この核子は決まった個数の核子としか相互作用しない (短距離力)

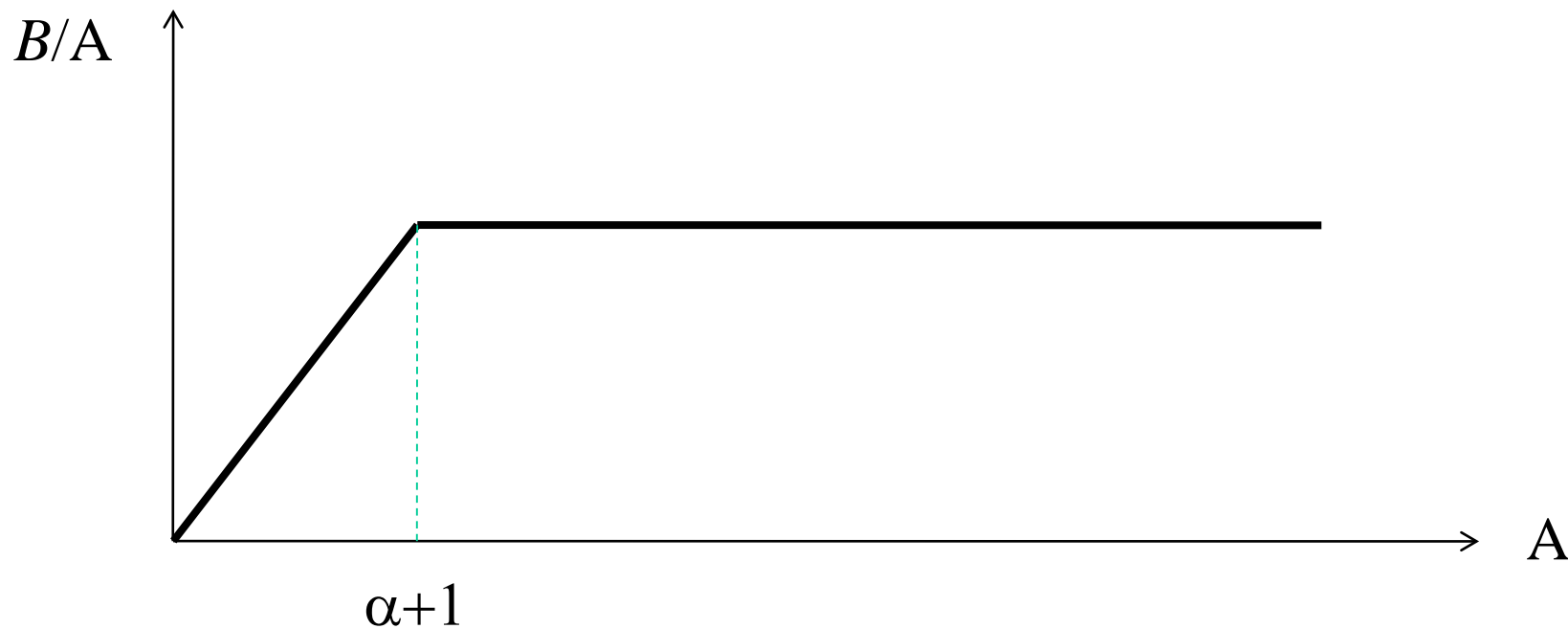
もし全ての核子と相互作用するとすると (長距離力)

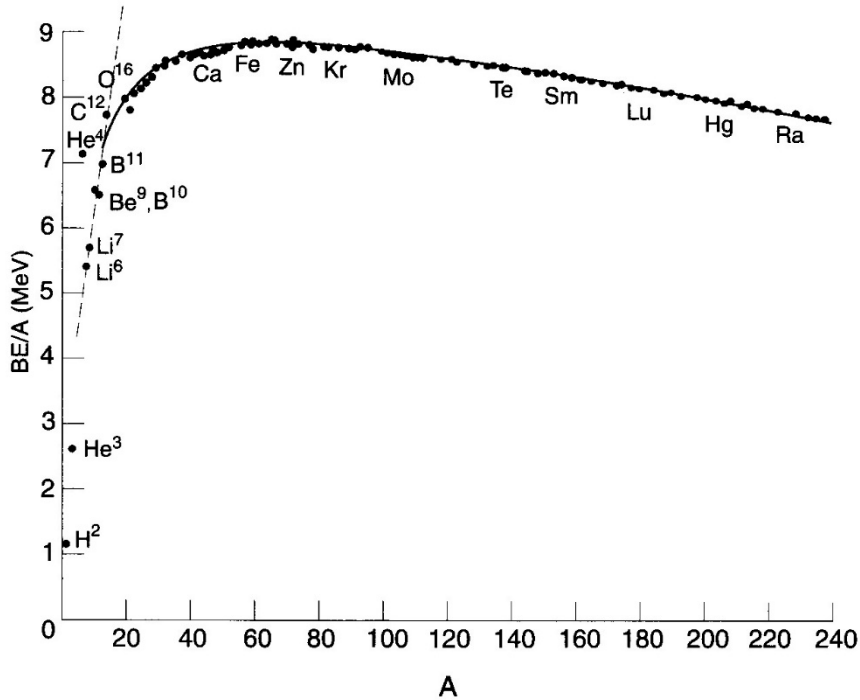
$$B/A \propto A \quad \text{となるはず。。。。}$$

1つの核子が α 個の核子とのみ相互作用するとすると、

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

ただし、 $A < \alpha + 1$ の時は、すべての核子対が相互作用するので、
 $B/A \propto A$





この図から α の値を読み取ると、
 $\alpha \sim 10$ くらい。

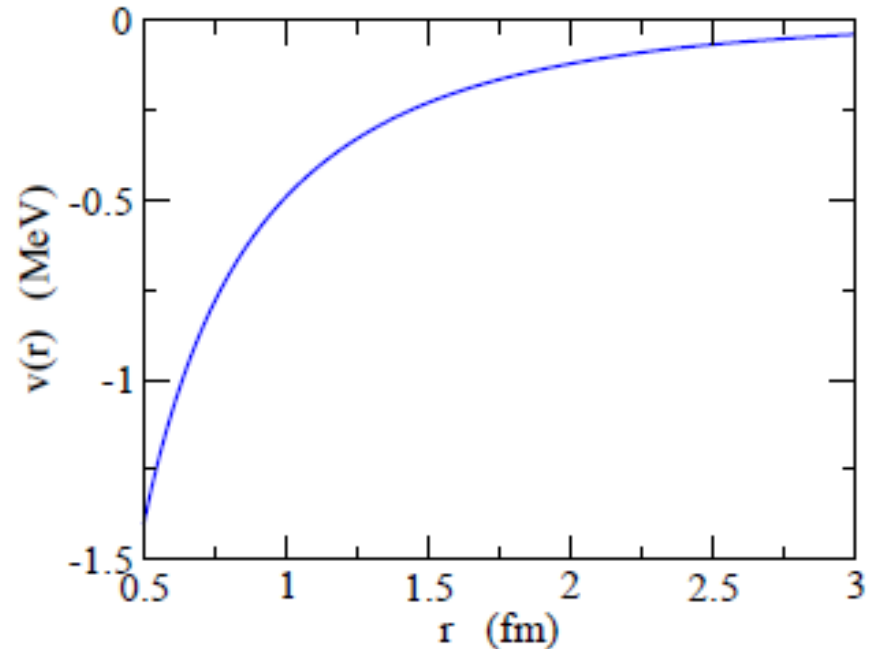


核力の到達距離は、
 $1.1 \times 10^{1/3} = 2.37 \text{ fm}$ 程度。

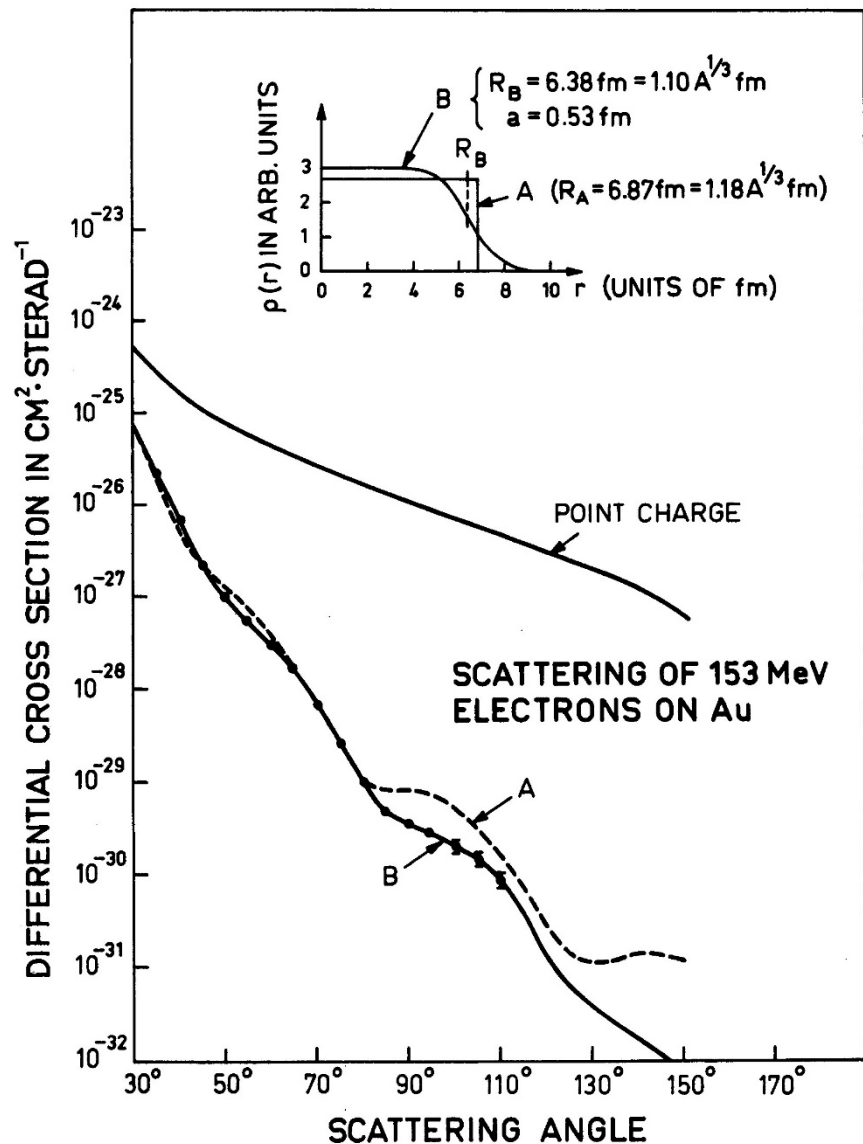
湯川相互作用:

$$v(r) = -g \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{m_{\pi} c} = 1.41 \text{ fm}$$

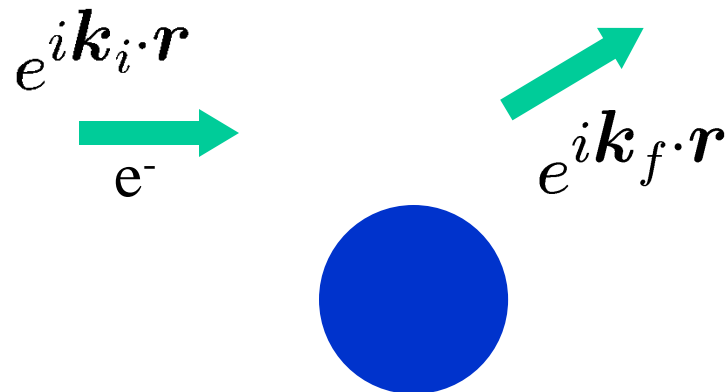


電荷分布： $R \sim 1.1A^{1/3}$ fm の根拠



高エネルギー
電子散乱

ボルン近似:



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_P^2 e^4}{(4E \sin^2 \theta/2)^2} |F(q)|^2$$

形状因子 (form factor)

$$F(q) = \int e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \rho(r) dr$$

(密度のフーリエ変換)

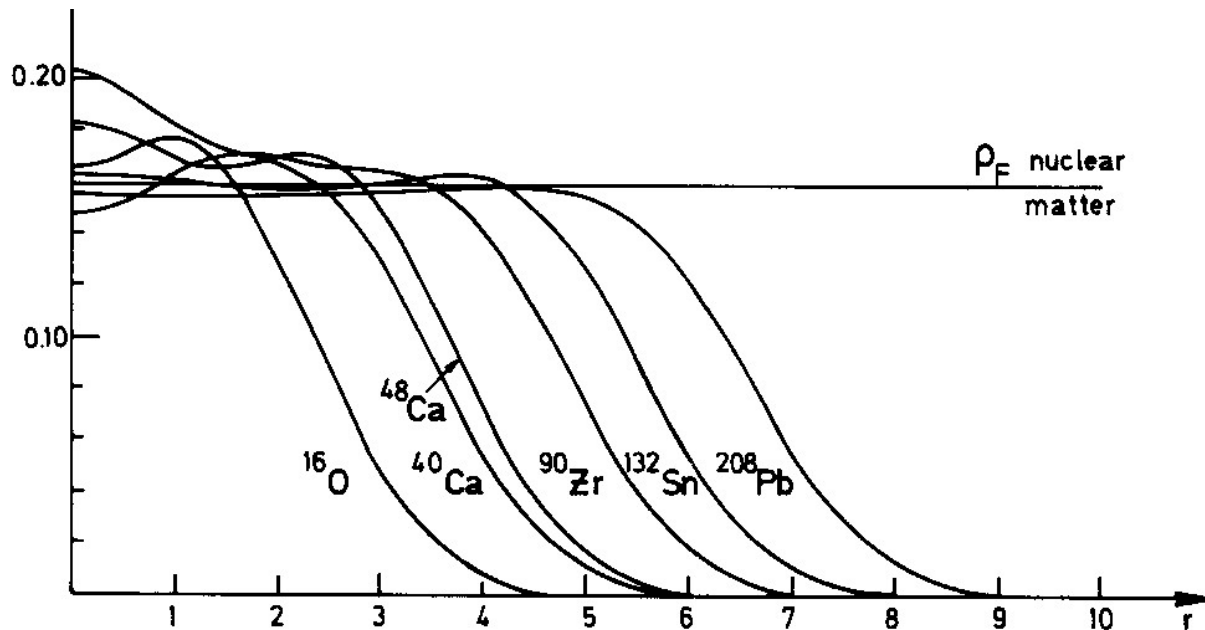
電子と原子核の相互作用:

$$V(\mathbf{r}) = - \int d\mathbf{r}' \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}') \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

(note) $\nabla^2 V(\mathbf{r}) = 4\pi e^2 \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r})$

$$\begin{aligned} M_{fi} &= \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle = \int d\mathbf{r} \psi_f^*(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r}) \\ &= \int d\mathbf{r} e^{i(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f) \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \equiv \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \\ &= \underbrace{-\frac{4\pi e^2}{q^2}}_{\uparrow} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

(部分積分2回)



フェルミ分布

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_0)/a]}$$

$$\rho_0 \sim 0.17 \text{ (fm}^{-3}\text{)} \quad \leftarrow$$

原子核の
飽和性

$$R_0 \sim 1.1 \times A^{1/3} \text{ (fm)}$$

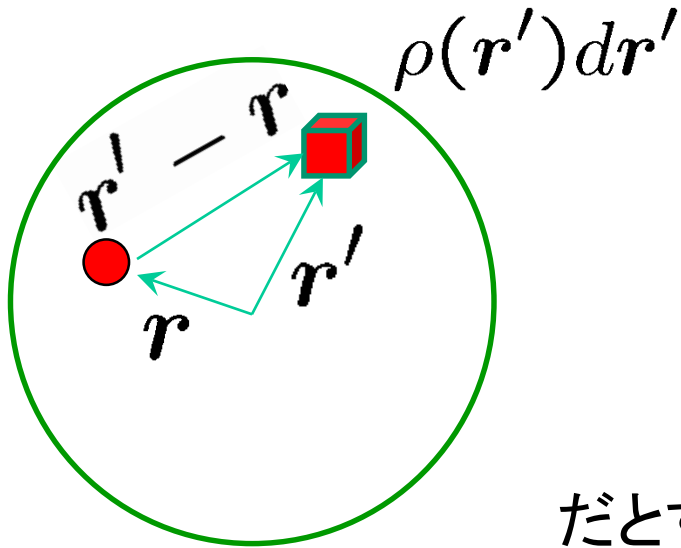
$$a \sim 0.57 \text{ (fm)}$$

cf. 核子の感じるポテンシャルも同じような形。

フェルミ分布

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_0)/a]}$$

cf. 核子の感じるポテンシャルも同じような形。

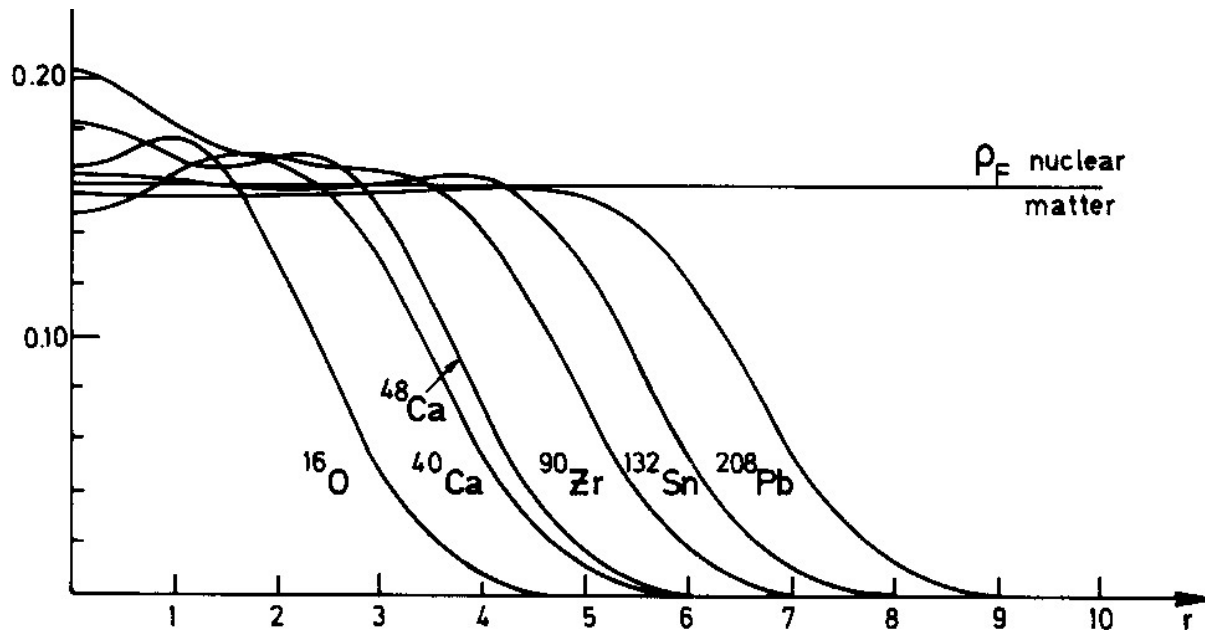


$$V(\mathbf{r}) \sim \int v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

$$v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

だとすると

$$V(\mathbf{r}) \sim -g\rho(\mathbf{r})$$



フェルミ分布

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_0)/a]}$$

$\rho_0 \sim 0.17 \text{ (fm}^{-3}\text{)}$ ← 原子核の飽和性

$R_0 \sim 1.1 \times A^{1/3} \text{ (fm)}$

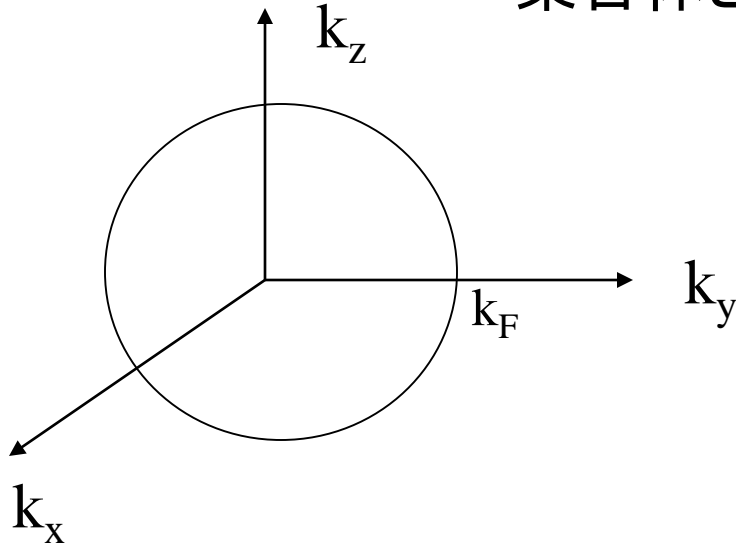
$a \sim 0.57 \text{ (fm)}$

cf. 核子の感じるポテンシャルも同じような形。下から軌道を詰めていくとフェルミ・エネルギーは約 -8.5 MeV

→ ポテンシャルの深さはフェルミガス近似で見積もれる

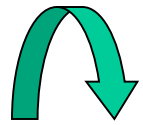
運動量分布

フェルミ・ガス近似: 原子核を相互作用していないフェルミオンの集合体とみなす



$$\begin{aligned}\rho &= 2 \times 2 \times 4\pi \int_0^{k_F} \frac{k^2 dk}{(2\pi)^3} \\ &= \frac{2}{3\pi^2} k_F^3\end{aligned}$$

(note: スピン・アイソスピンに関する縮退度)

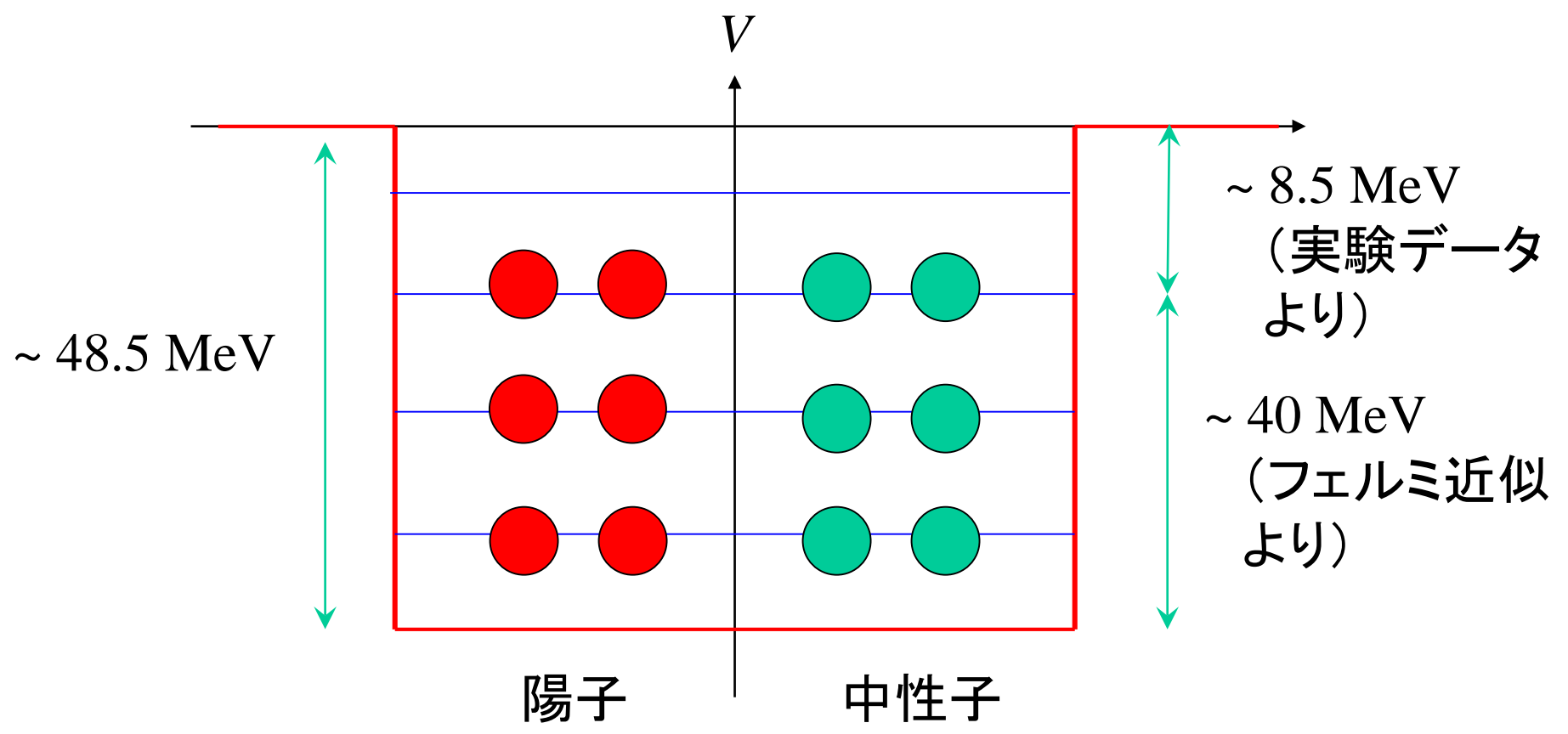


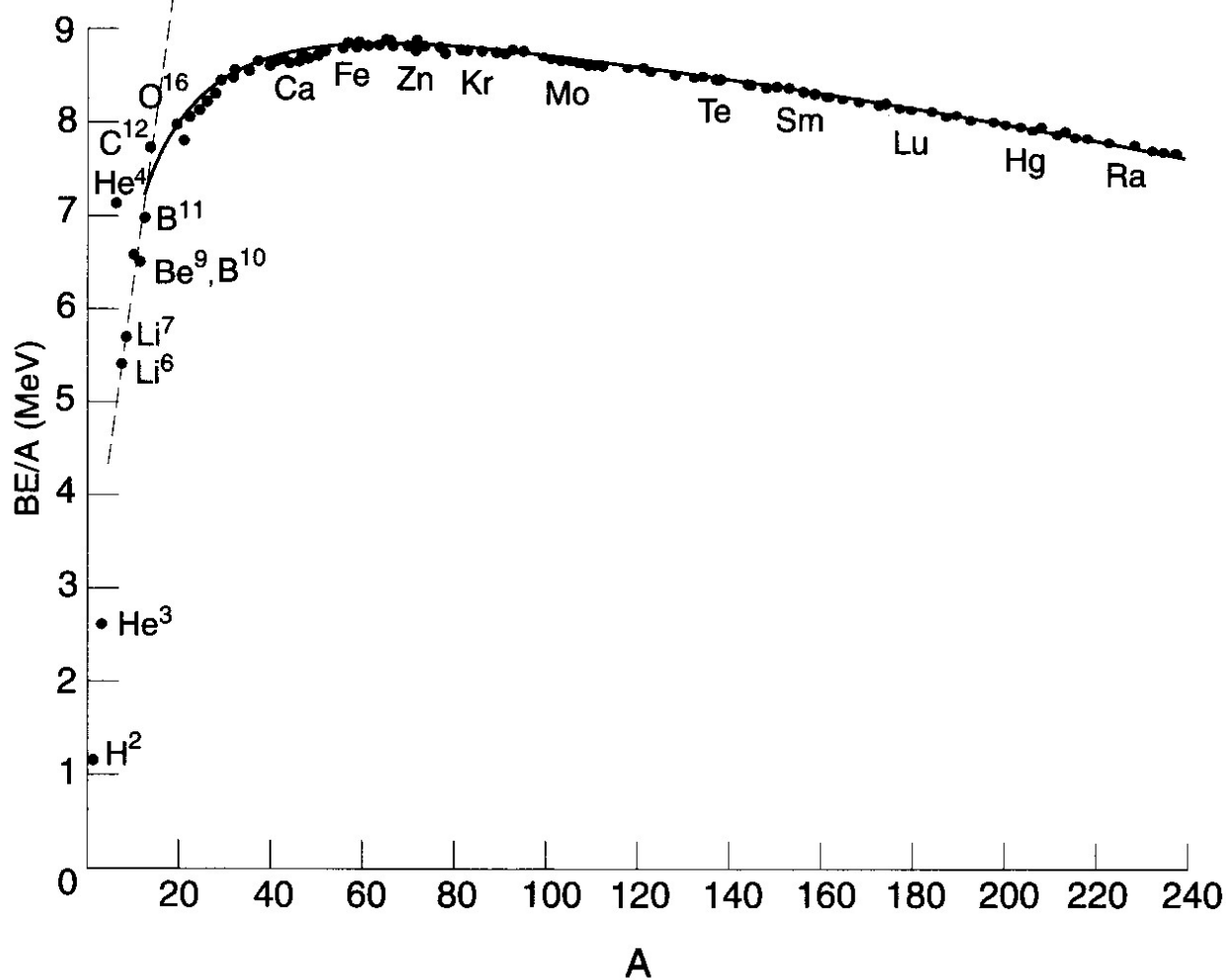
$$k_F \sim 1.36 \text{ (fm}^{-1}\text{)} \longleftarrow \rho = 0.17 \text{ fm}^{-3}$$

$$\longleftrightarrow \frac{v_F}{c} = \frac{k_F \cdot \hbar c}{mc^2} = 0.285$$

$$\text{フェルミ・エネルギー: } \epsilon_F = \frac{k_F^2 \hbar^2}{2m} \sim 37 \text{ (MeV)}$$

原子核の中で核子が感じるポテンシャル



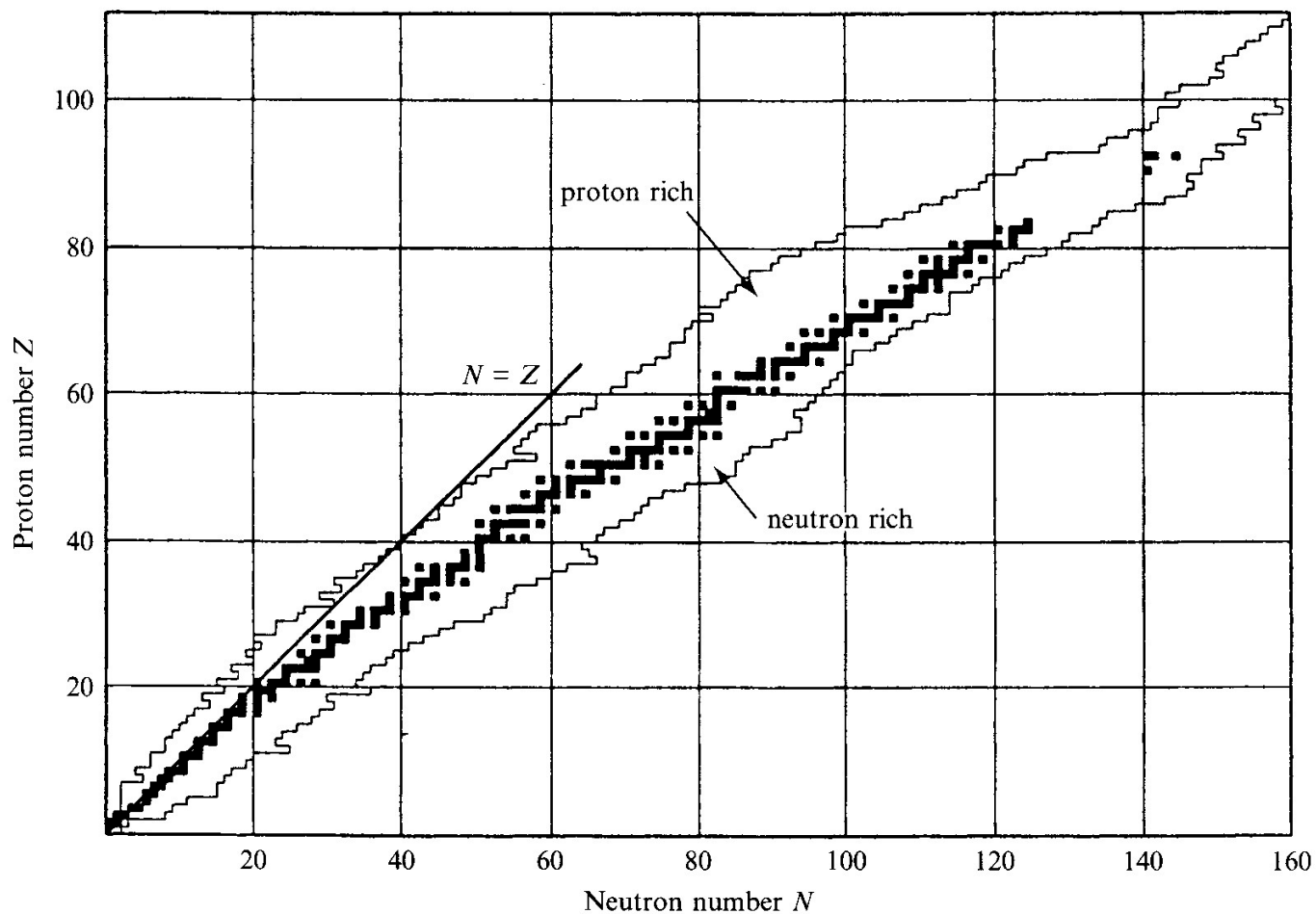


1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$ 短距離力(核子間相互作用)

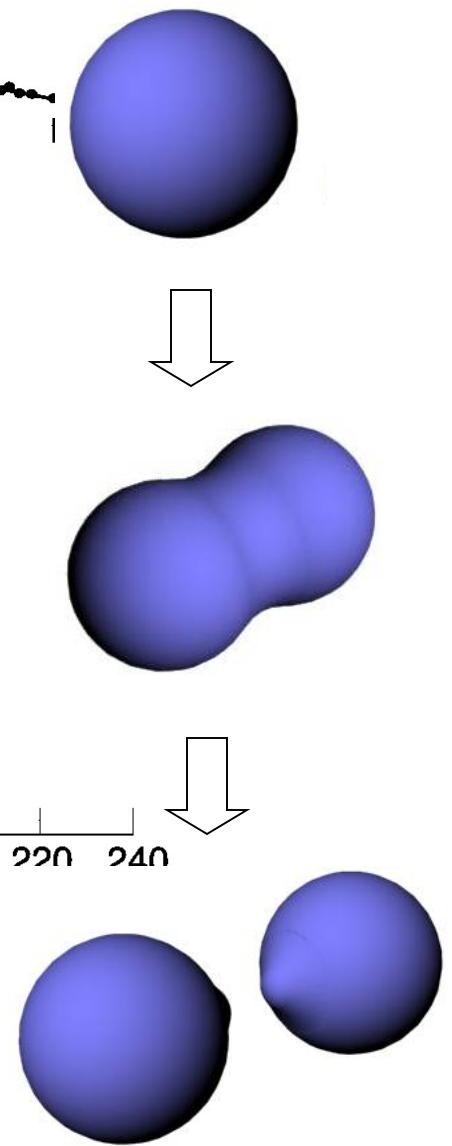
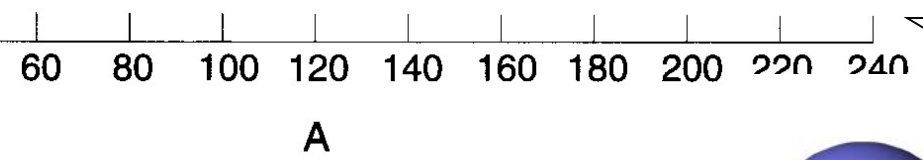
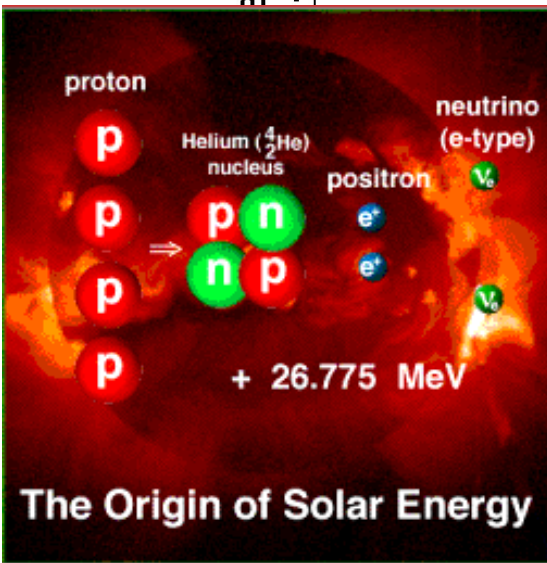
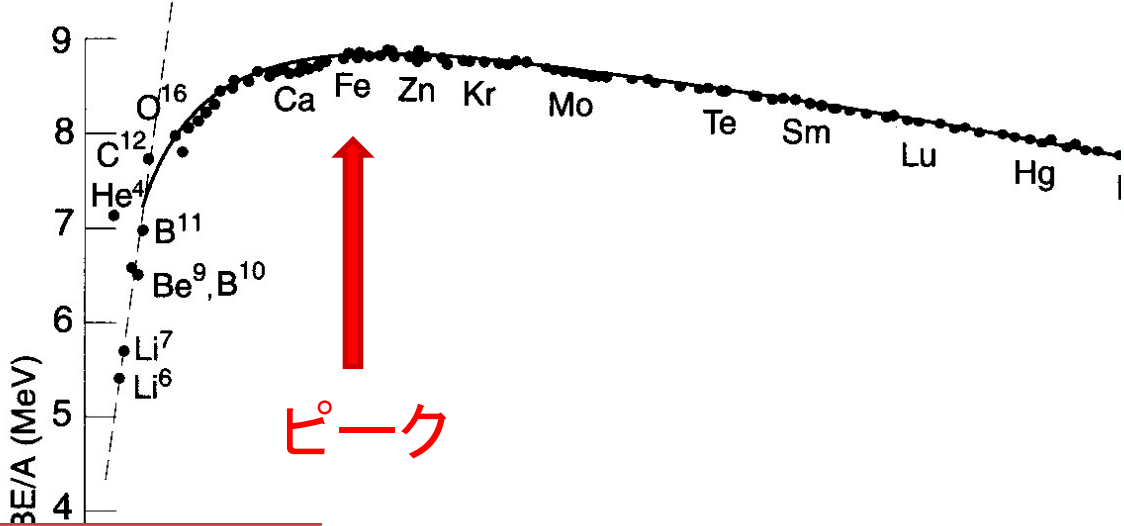
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

← B/A が A に比例して減少
(長距離力(クーロン力)がはたらいっている証拠)

核图表



安定核: $N \geq Z$



- 軽い核は核融合した方が安定
- 重い核は核分裂した方が安定

出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

- ・今日の授業でわかりずらかったこと
(もう一度説明して欲しいこと)
- ・今日の授業の内容で、もう少し掘り下げてほしいこと
- ・授業の感想

などを書いて下さい。

特にない人は学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)だけでも
OK