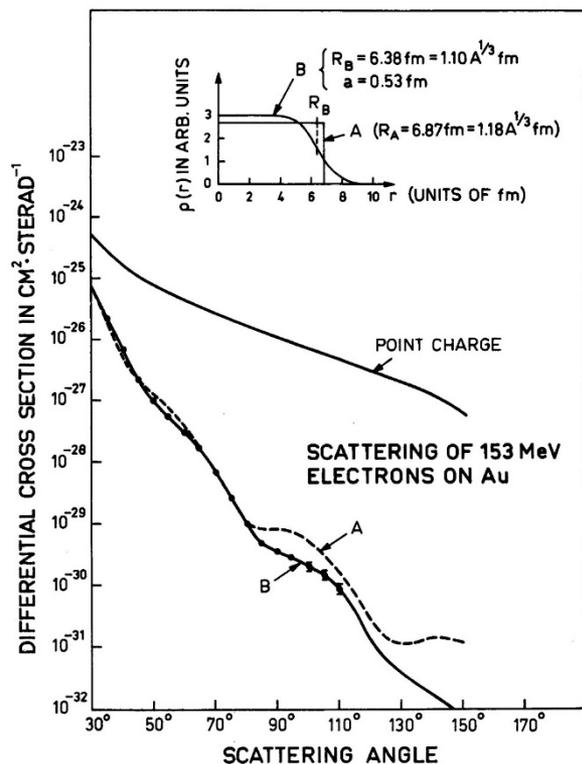


前回のアンケートより

➤ 断面積について説明して欲しいです。



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_P^2 e^4}{(4E \sin^2 \theta/2)^2} |F(\mathbf{q})|^2$$

→ (計測率) = (標的粒子の数) × (入射フラックス) × 断面積

反応が起こる確率みたいなもの(もう少しちゃんとした定義は核反応の講義のときに)

- 分光で原子核の大きさを測るときに、準位のエネルギーが同じように変われば遷移のエネルギーは変わらないのでは？

→ もっともな疑問です。

点電荷のクーロン・ポテンシャル:

$$V_C(r) = -\frac{Ze^2}{r}$$

一様帯電球(半径 R)のクーロン・ポテンシャル:

$$\begin{aligned} V_C(r) &= -\frac{Ze^2}{r} && (r \geq R) \\ &= \frac{Ze^2}{2R^3}(r^2 - 3R^2) && (r < R) \end{aligned}$$

- 分光で原子核の大きさを測るときに、準位のエネルギーが同じように変われば遷移のエネルギーは変わらないのでは？

→ もっともな疑問です。

$$\Delta E_{nl} = \langle \psi_{nlm} | \Delta V | \psi_{nlm} \rangle$$

→ エネルギーのずれは準位ごとに異なる

cf. 原点で波動関数が有限なのは $l=0$ のみ

cf. ボーア半径

$$a = \frac{\hbar^2}{m_e}$$

- m が大きいほどボーア半径が小さくなって波動関数が内側に入る
- ミュー粒子を使うと有利 ($m_\mu / m_e = 206.8$)

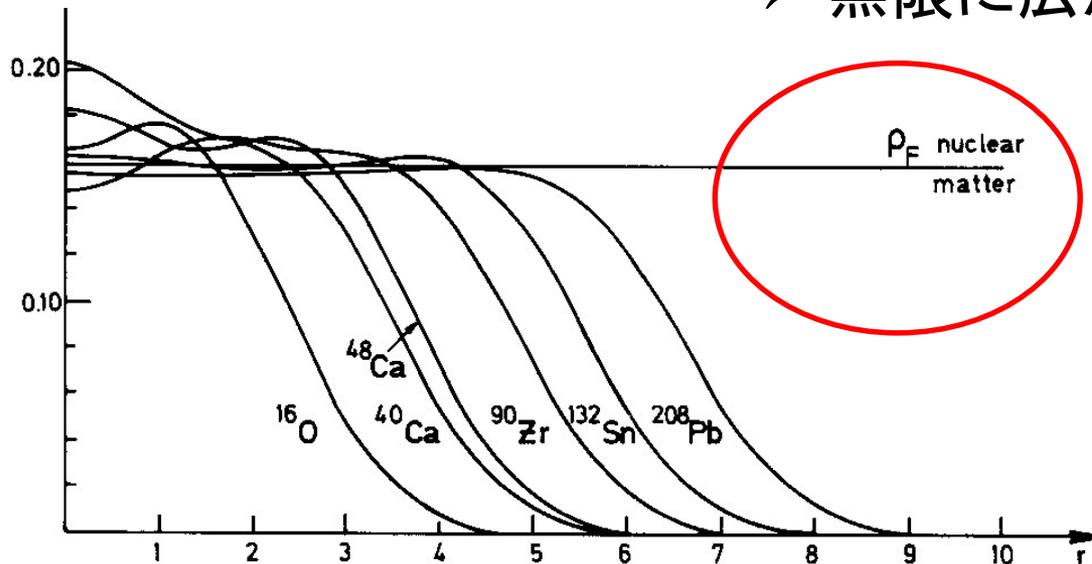
- フェルミガス近似のところで、 ρ と電荷分布の ρ を同じとみなす理由がよくわからなかった。

$$\rho = 2 \times 2 \times 4\pi \int_0^{k_F} \frac{k^2 dk}{(2\pi)^3} = \frac{2}{3\pi^2} k_F^3$$

$$\rho = 0.17 \text{ fm}^{-3} \rightarrow k_F = 1.36 \text{ fm}^{-1}$$

フェルミガス → 核子の波動関数を平面波で近似

→ 無限に広がった空間



仮に無限に空間が広がっているとすると、密度は 0.17 fm^{-3} になる (核物質)

- フェルミガス近似の妥当性は?
- フェルミガスで無視した相互作用の影響は?

→ 魔法数を説明する時にもう少し詳しく言います。

核子間相互作用は平均的に扱う(相互作用は核子が感じるポテンシャルとして取り込む)。

- ✓ 核力の斥力芯
- ✓ パウリ効果

————→ 独立粒子描像

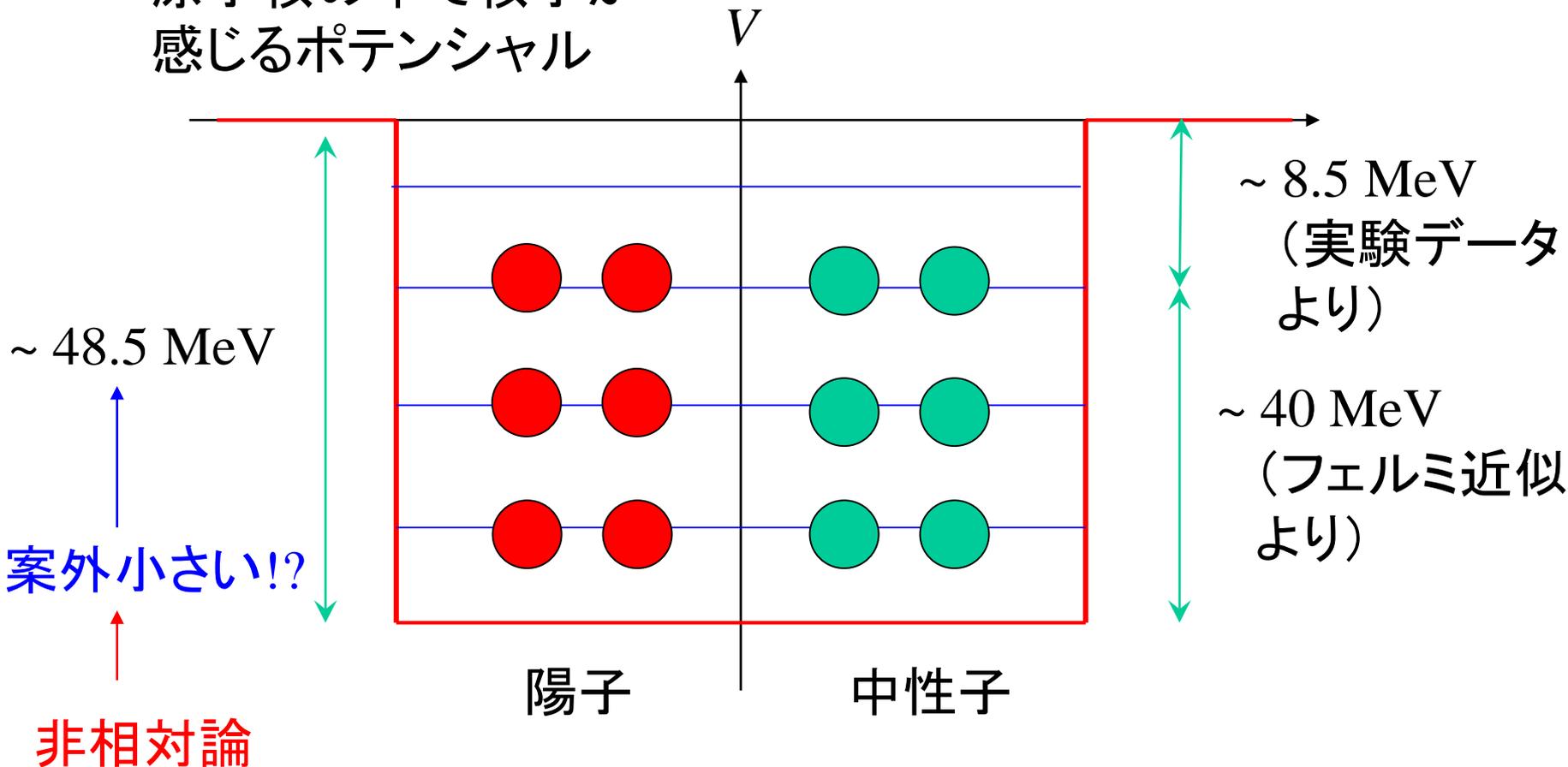
相互作用の平均で取り入れられない効果(相関)

→ これも取り入れる方法がある(密度汎関数法)

原子核でも、平均場近似を超える相関も重要
(ペアリング相関)

- フェルミガス近似で核子の感じるポテンシャルの概観がわかったが、それがどういうところに応用できるのか？

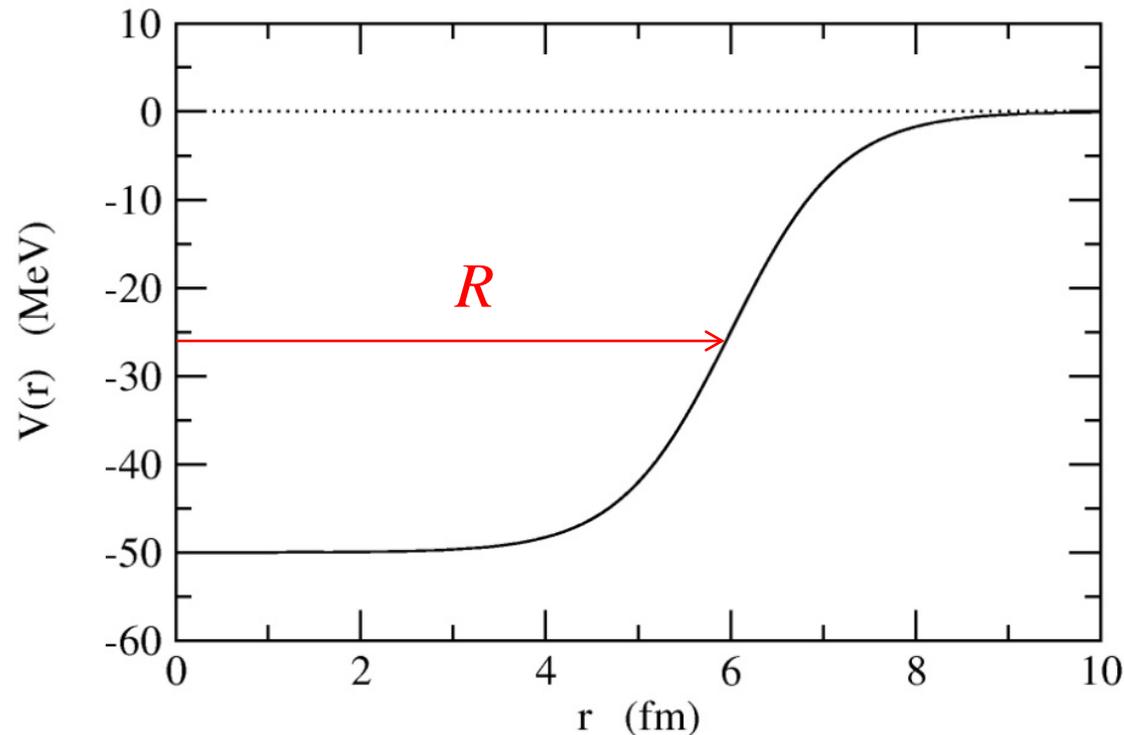
原子核の中で核子が
感じるポテンシャル



→ 例えば、これをつかって原子核同士のポテンシャルがわかり、それを原子核反応の計算に使える。

- 原子核に核子が加わると、新しく入った核子の束縛エネルギーが約 8.5 MeV になるように全体の準位が変化する?

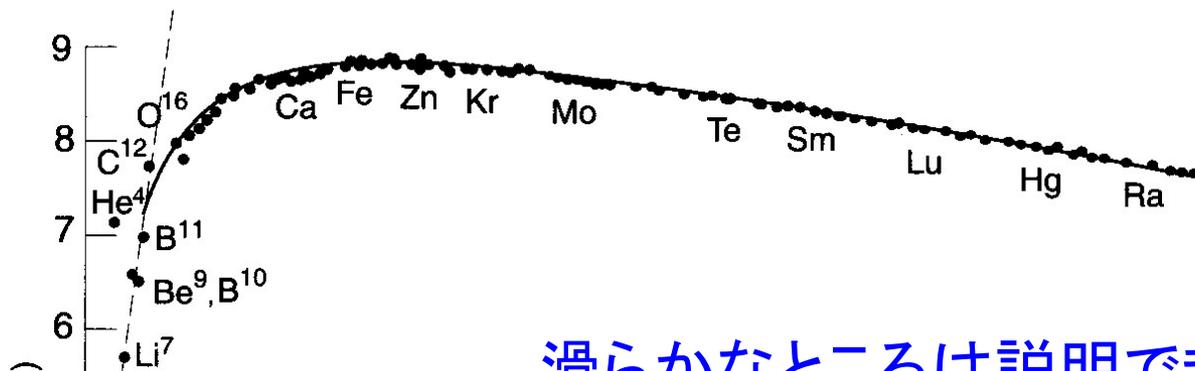
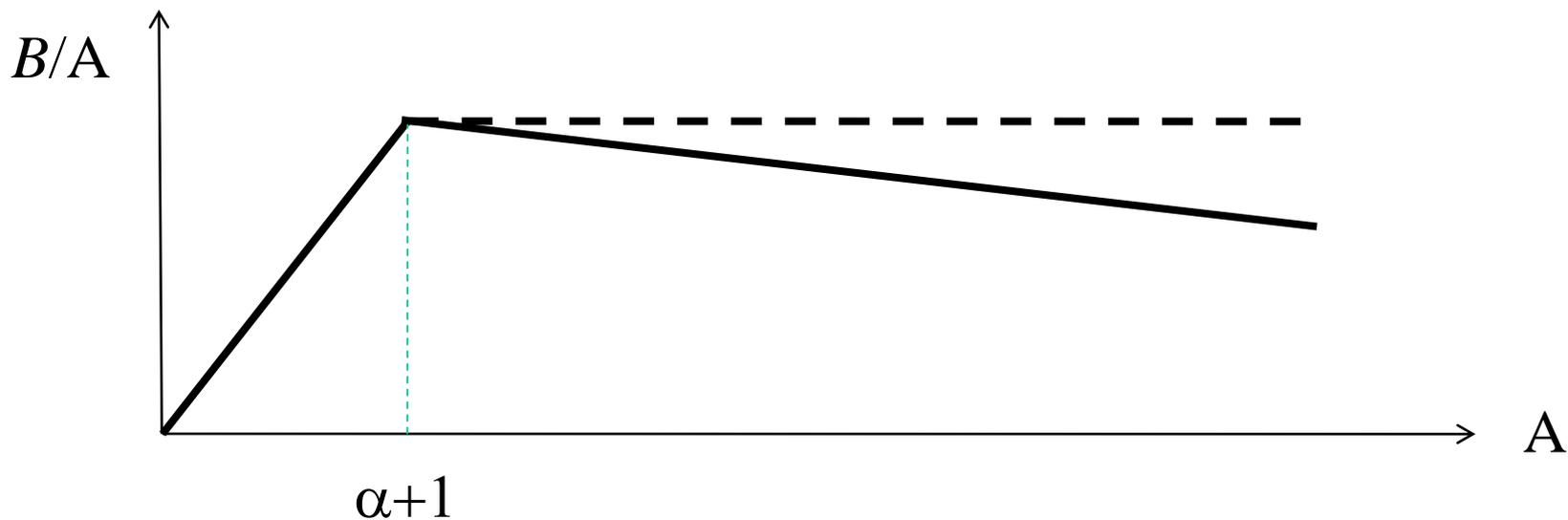
→ その通りです。



$$R \sim 1.1 \times A^{1/3} \quad (\text{fm})$$

粒子数が増えるとポテンシャルの幅が変わり、全体の準位が変化する。

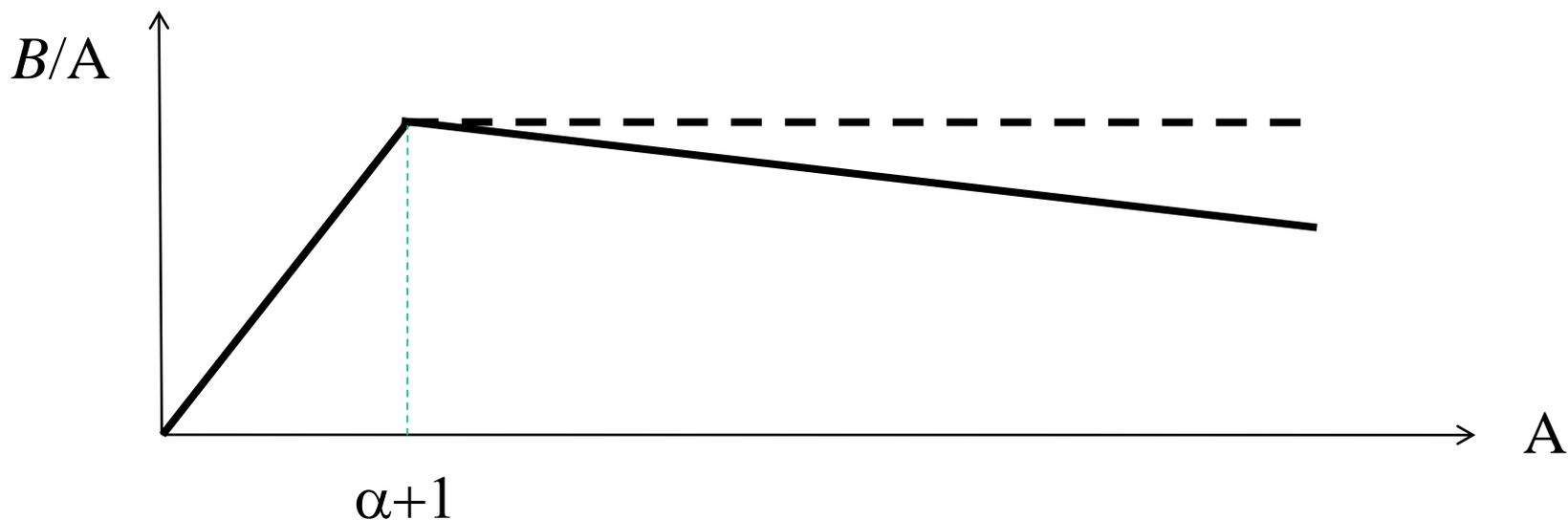
➤ 束縛エネルギーの系統性



滑らかなところは説明できるのか？

→ 今日の授業で。

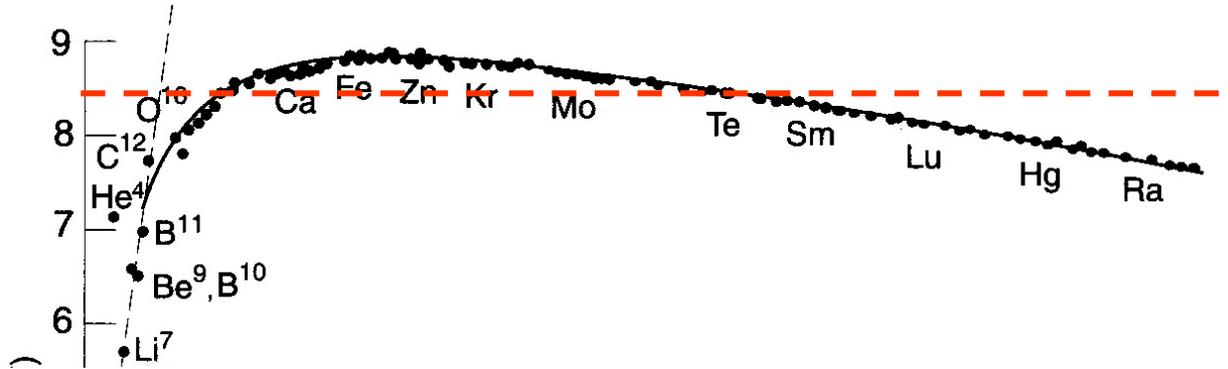
➤ 束縛エネルギーの系統性



ここから $\alpha \sim 10$ としたが、10個の核子がお互い接触しているようには思えない。

→ 実際には核力に有限のレンジがあるので、核子が多少離れていても力がはたらく
(接触力にしたのは話を簡単にするため)

- 実験データを元に核力の特徴を議論しているが、核力の理論が確立したのはもっと後なのでは？



→ 湯川の中間子論は 1935年。その頃までには核力が短距離力であることは知られていた。

- 核力が短距離力であることを数式で説明するとどうなる？

$$v_{\text{nucl}}(r) \propto \frac{e^{-\kappa r}}{r} \quad \leftarrow r \sim 1/\kappa \text{ 以上になると小さくなる}$$

$$v_C(r) \propto \frac{1}{r} \quad \leftarrow \kappa = 0 \text{ にしたものと同じ}$$

➤ $A > 60$ で B/A が下がるところで、表面の効果も効いていないのか?

→ 今日の授業で。

クーロンの方が強い効果:

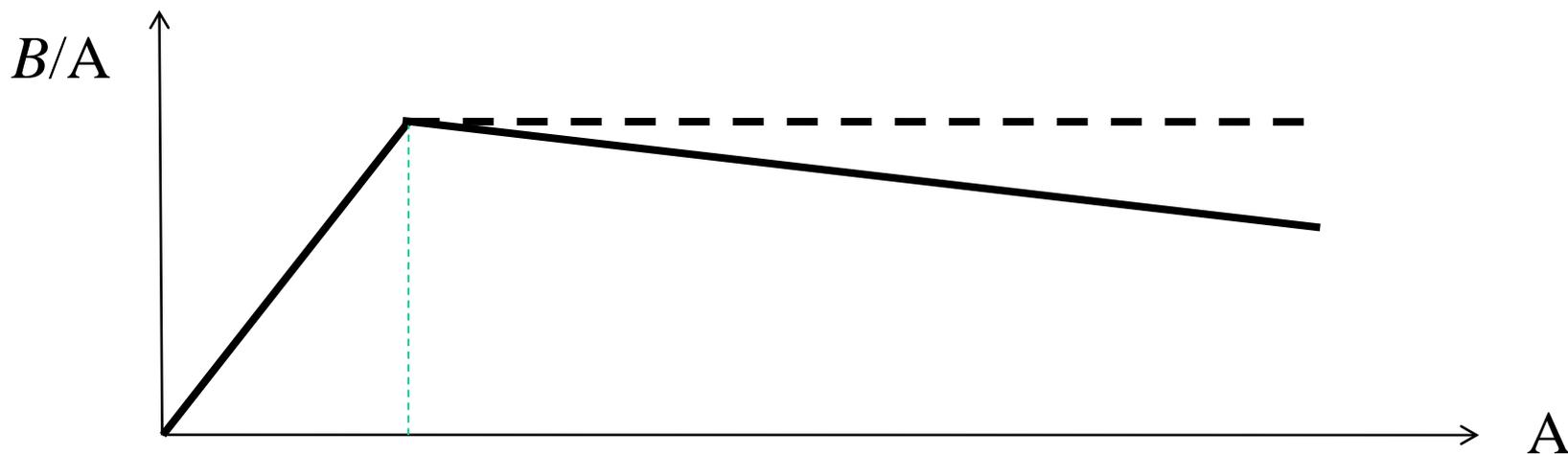
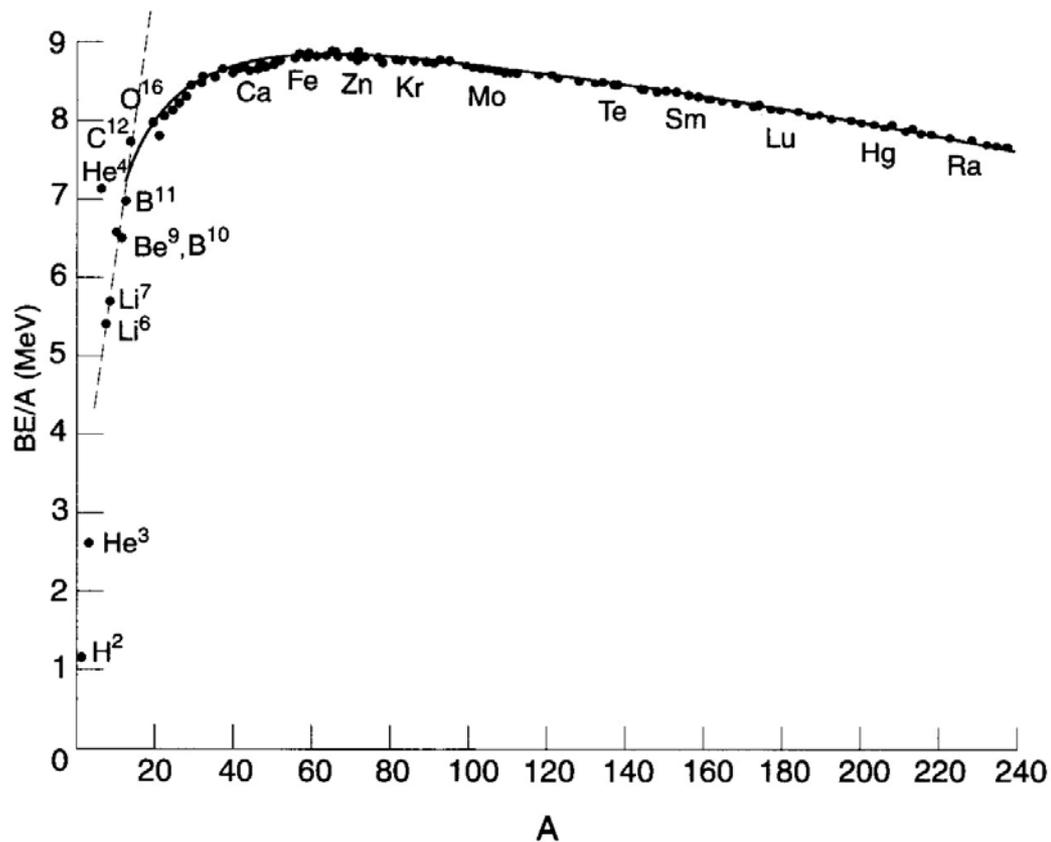
$$\text{クーロン} \sim A^{5/3}$$

$$\text{表面エネルギー} \sim A^{2/3}$$

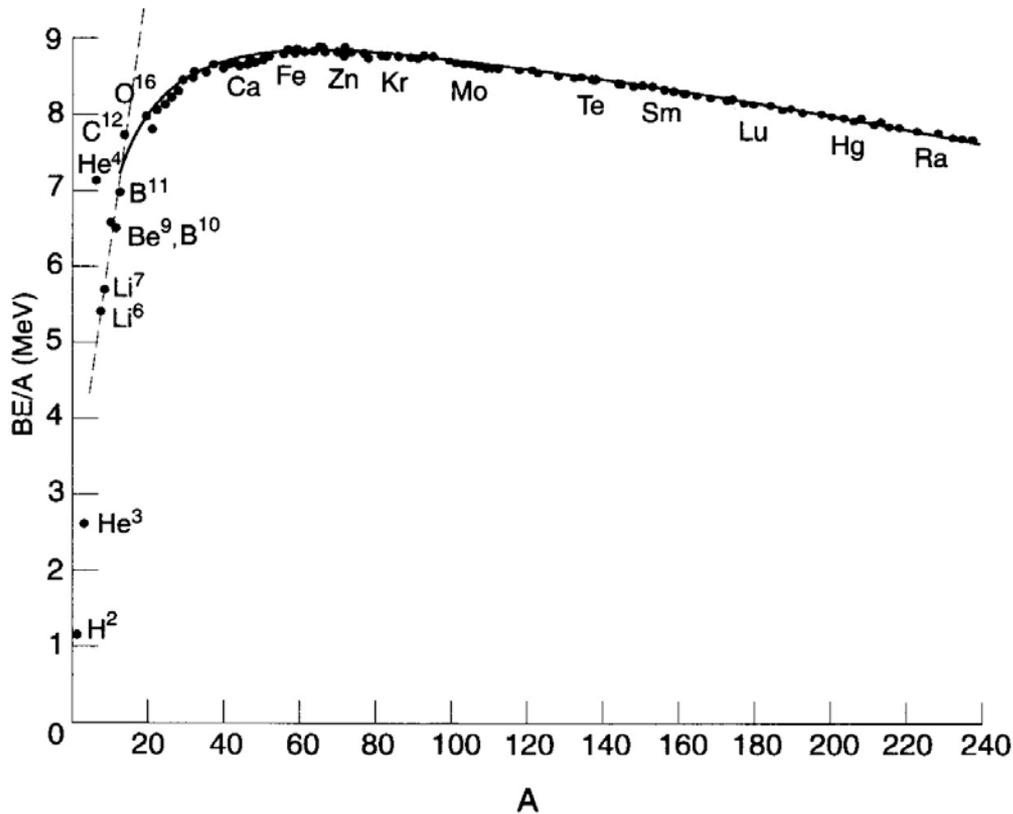
➤ 原子核の束縛エネルギーの理論値と実験データのずれはどれくらい?

→ 今日の授業で。

原子核の質量



半経験的質量公式



Aの関数としてどのように振る舞うか?

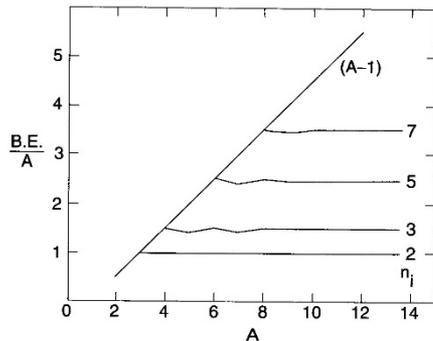
- ✓ 経験的
 - ✓ 半経験的
 - ✓ 非経験的
- } アプローチ

半経験的質量公式

(Bethe-Weizacker 質量公式: 液滴模型)

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

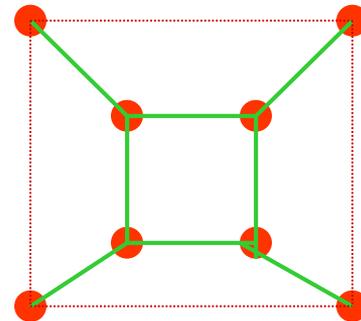
● 体積エネルギー: $a_v A$



$$R_0 \sim 1.1 \times A^{1/3} \rightarrow V \propto A$$
$$S \propto A^{2/3}$$

● 表面エネルギー: $-a_s A^{2/3}$

表面付近の核子は少ない数の核子と相互作用する。



$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

● クーロン・エネルギー: $-a_C Z^2 / A^{1/3}$

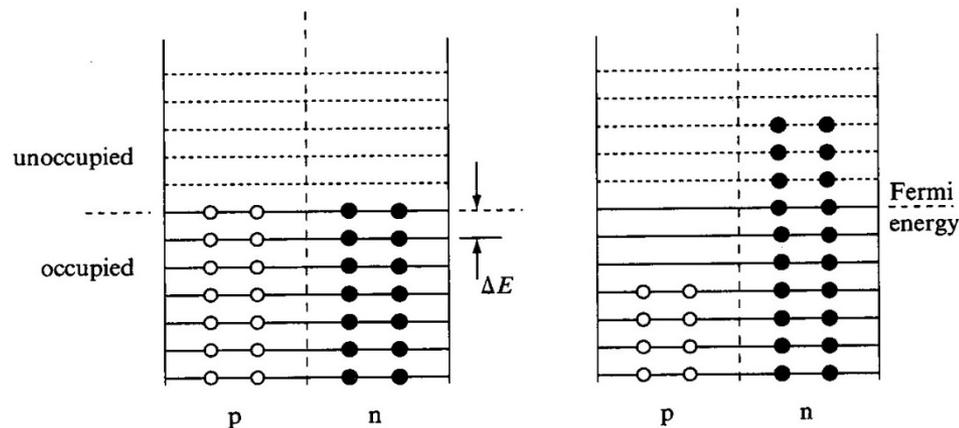
$$E_C = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_C} \quad (\text{一様帯電球のクーロン・エネルギー})$$

● 対称エネルギー: $-a_{\text{sym}} (N - Z)^2 / A$

ポテンシャル・エネルギー $v_{nn} = v_{pp} = v, \quad v_{np} \sim 2v$

運動エネルギー

パウリ原理



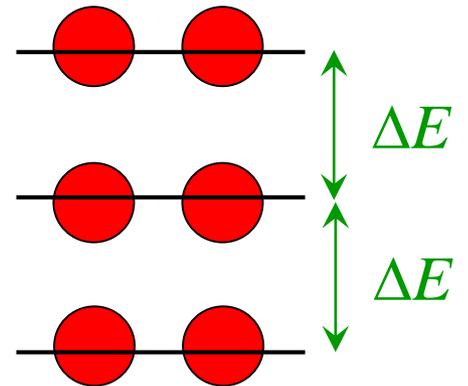
準位エネルギーが $E_k = k \Delta E$ で与えられ、各準位の縮退度が 2 だとすると、

$$E = \sum_{k=1}^{N/2} 2k\Delta E + \sum_{k=1}^{Z/2} 2k\Delta E$$

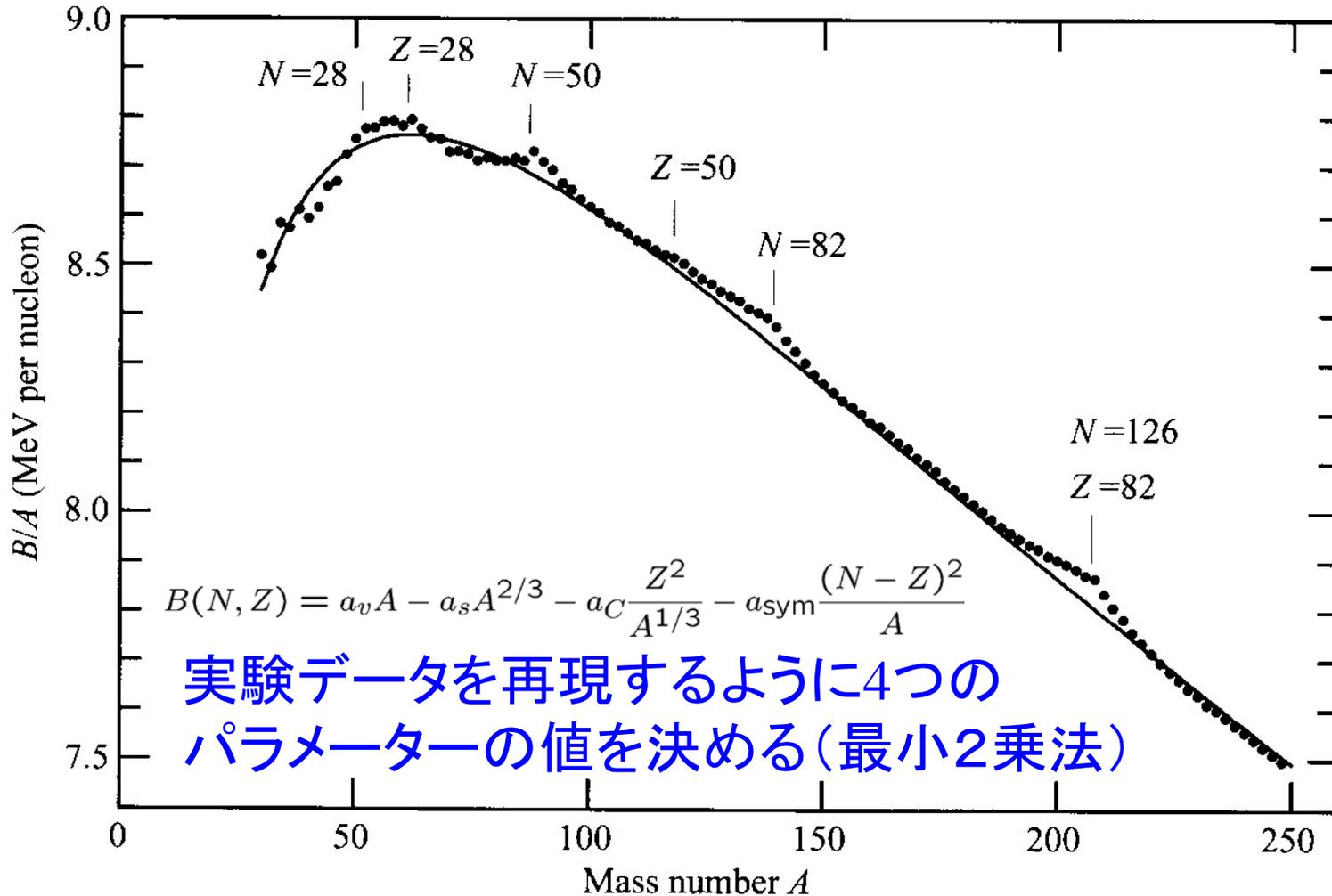
$$= 2\Delta E \left(\sum_{k=1}^{N/2} k + \sum_{k=1}^{Z/2} k \right)$$

$$= \frac{\Delta E}{2} \left(\frac{N^2 + Z^2}{2} + N + Z \right)$$

$$= \frac{\Delta E}{2} \left(\frac{A^2}{4} + A + \frac{1}{4} \cdot (N - Z)^2 \right)$$



どのくらい実験を再現するか？



✓ 大体OK、だけど所々にずれ

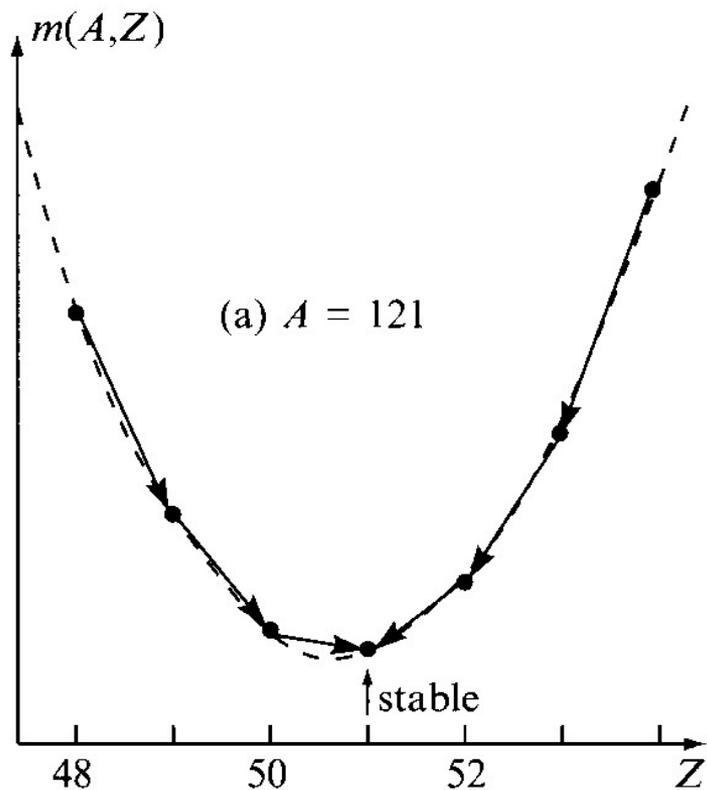
✓ $N, Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ (魔法数)に対して束縛エネルギー大

→ 「殻構造」 (あとで)

β -安定線

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

$$m(A, Z) = f(A) + a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_{\text{sym}} \frac{(A - 2Z)^2}{A}$$



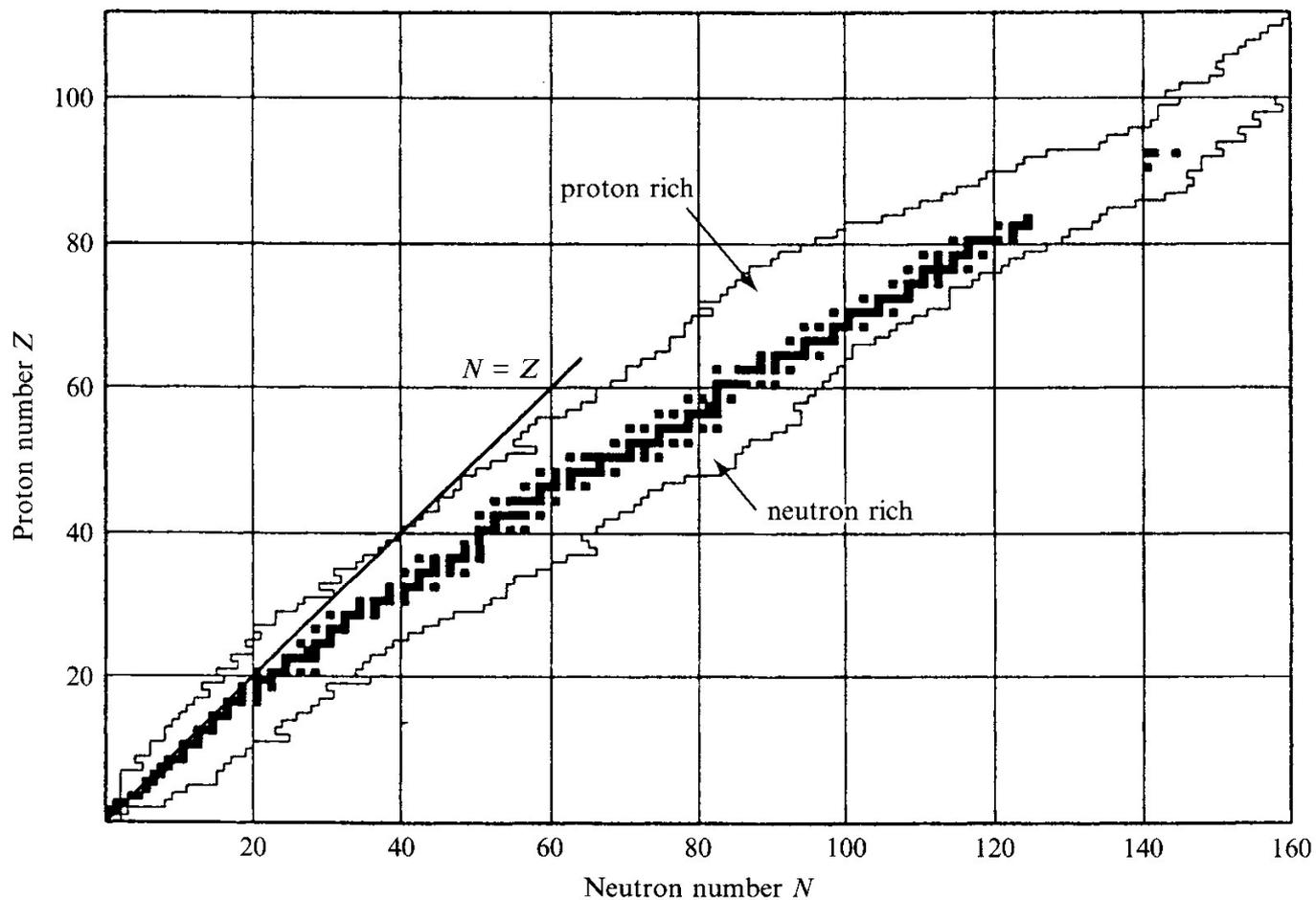
安定核 (beta-安定線)

$$\left. \frac{\partial m}{\partial Z} \right|_{A=\text{const.}} = 0$$

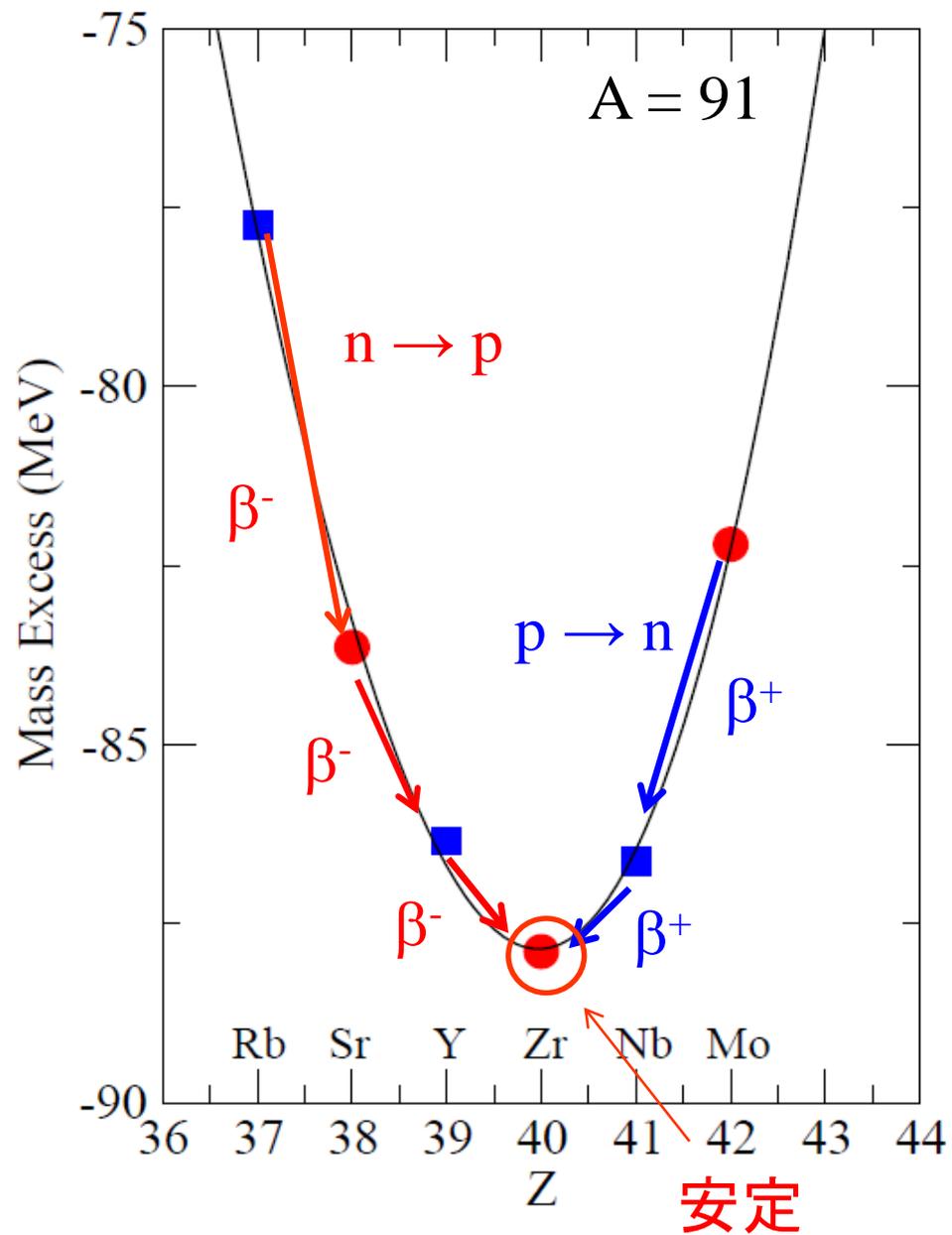
$$Z = \frac{4a_{\text{sym}}}{2a_C/A^{1/3} + 8a_{\text{sym}}/A}$$

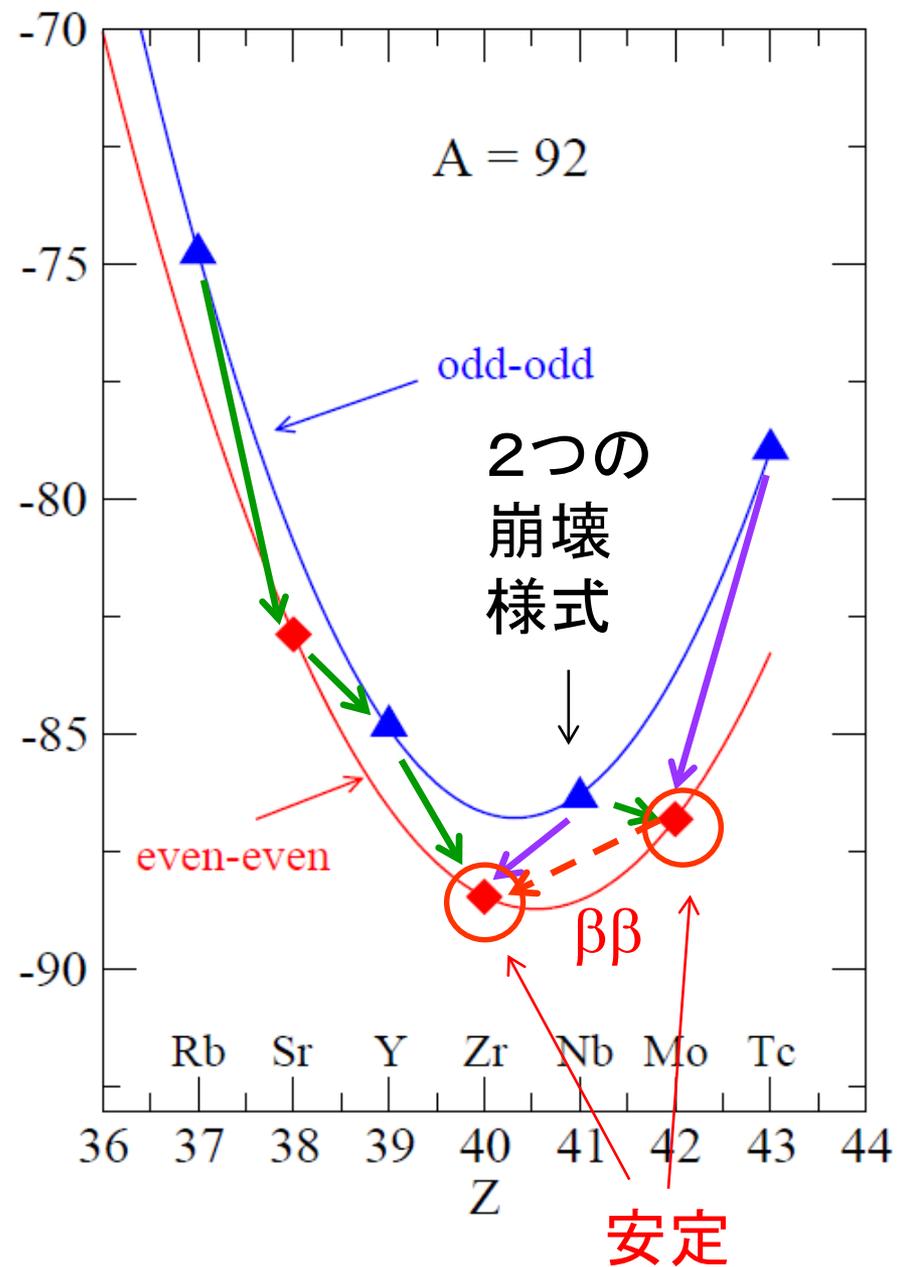
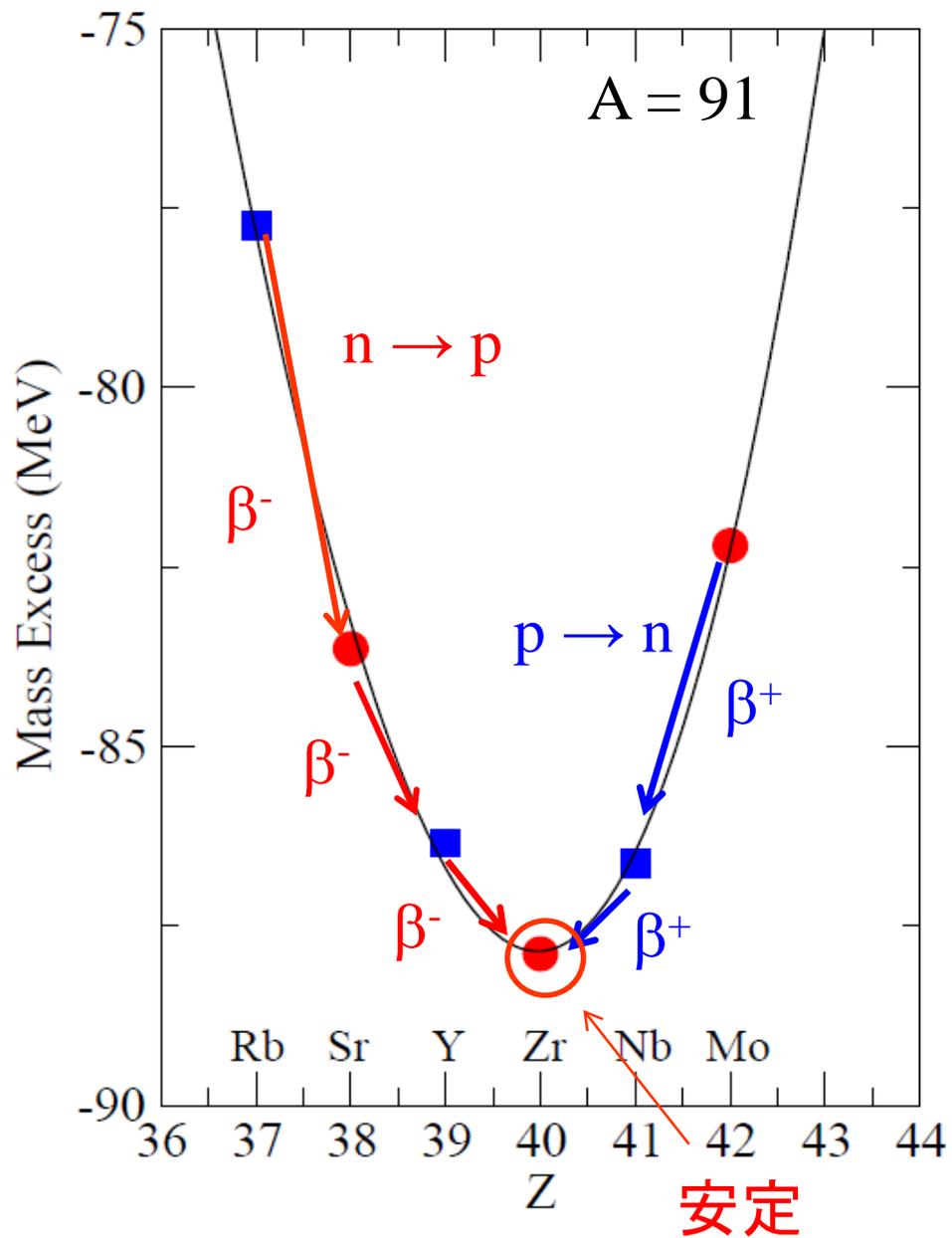
$$\Rightarrow Z < A/2$$

核图表



安定核: $N \geq Z$





出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

- ・今日の授業でわかりずらかったこと
(もう一度説明して欲しいこと)
- ・今日の授業の内容で、もう少し掘り下げてほしいこと
- ・授業の感想

などを書いて下さい。

特にない人は学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)だけでも
OK