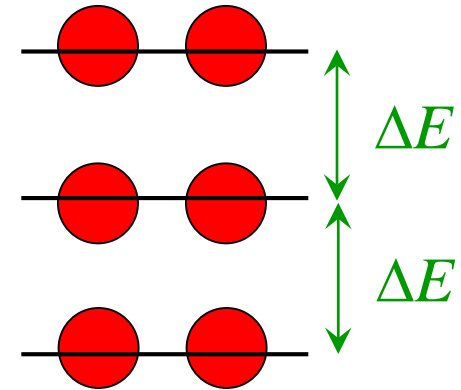


前回のアンケートより

- 質量公式の対称エネルギーで分母に A が現れる理由は何？

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A}$$

$$\begin{aligned} E &= \sum_{k=1}^{N/2} 2k\Delta E + \sum_{k=1}^{Z/2} 2k\Delta E \\ &= \frac{\Delta E}{2} \left(\frac{A^2}{4} + A + \frac{1}{4} \cdot (N - Z)^2 \right) \end{aligned}$$



- フェルミ・ガス近似では $\Delta E \propto 1/A$

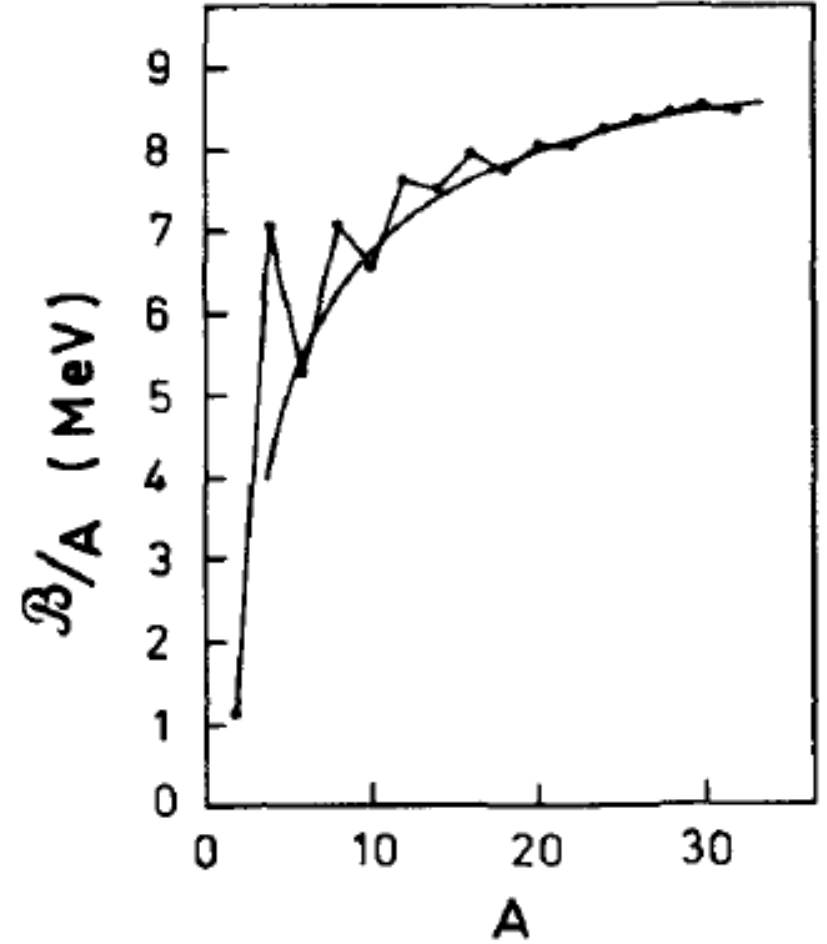
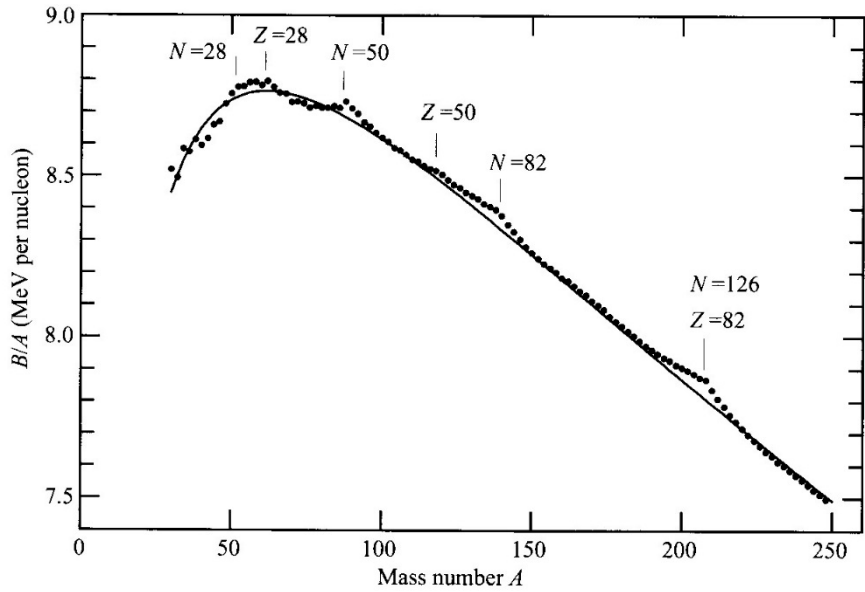
$n \sim n+dn$ の間にある状態の数: $4\pi n^2 dn/8$

$$k = \frac{2\pi n}{L} \rightarrow E = \frac{4\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2$$

$$\begin{aligned} \rho_{\text{state}}(E)dE \\ \propto L^3 \sqrt{E} dE \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta E &\sim 1/\rho_{\text{state}}(E_F) \\ &\propto 1/L^3 = 1/V \end{aligned}$$

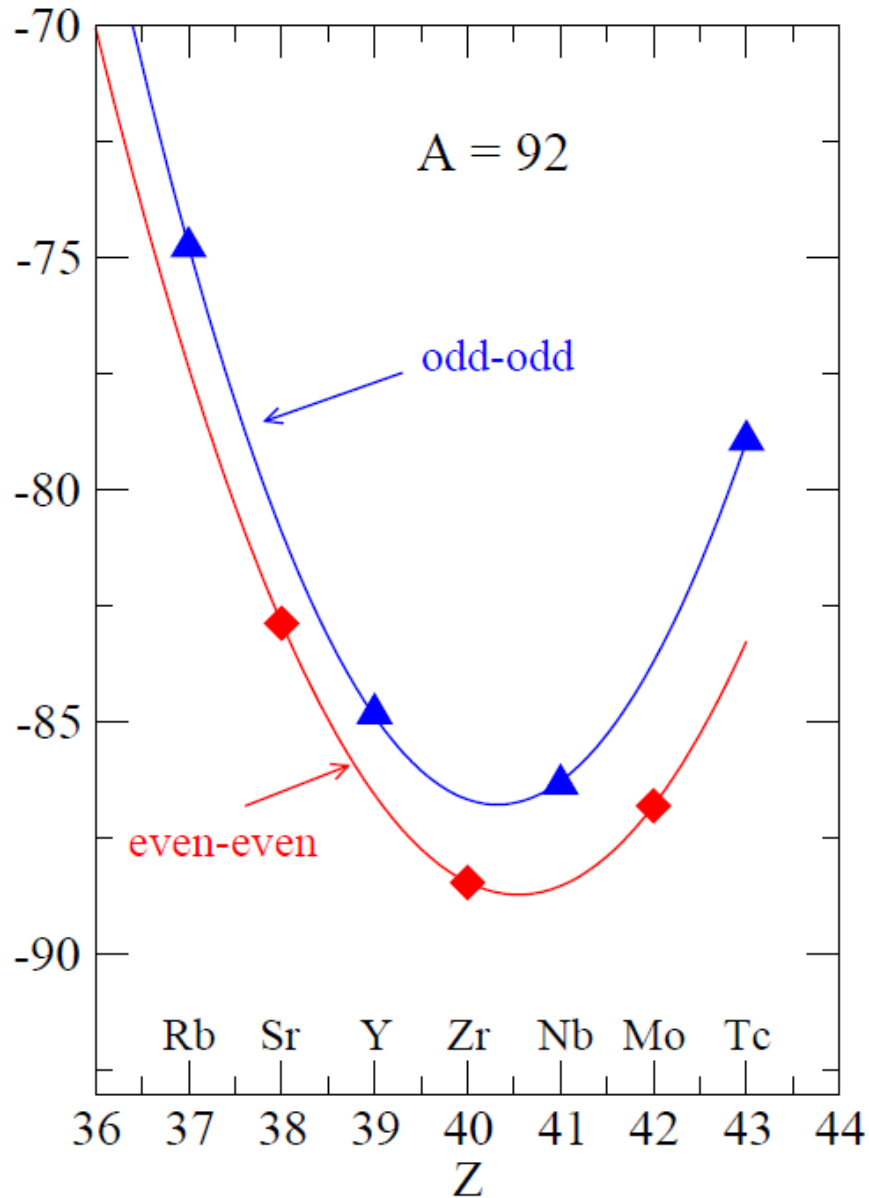
➤ 半経験的な質量公式は $A < 10$ だとどのくらい良いのか？



平均的にはそれほど悪くないが、大きなゆらぎ。

Bohr-Mottelson, Fig. 2-4

➤ odd-odd に比べて even-even の方がなぜ安定になるのか？

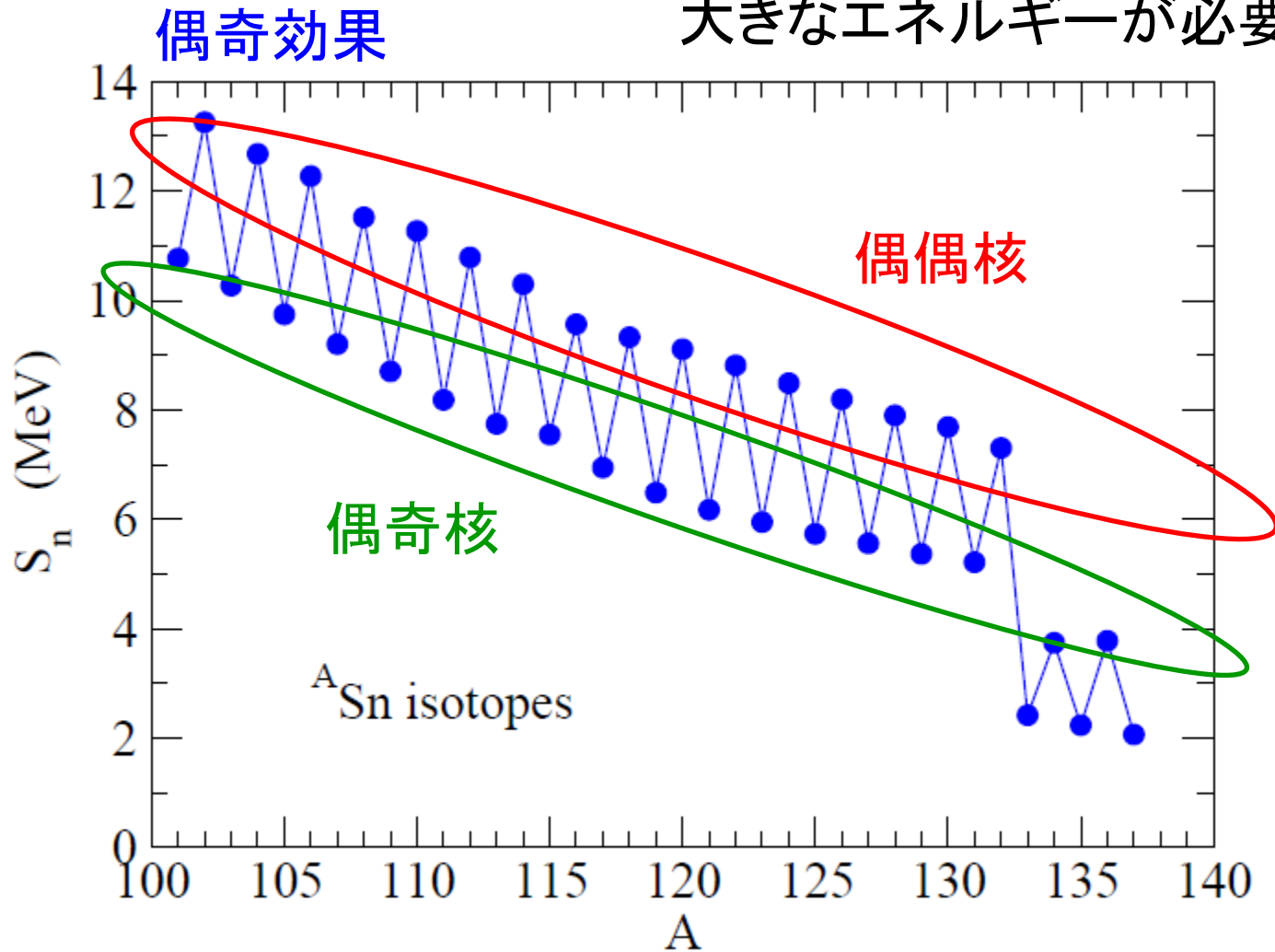


➤ 対相関(ペアリング)のため

同種粒子 (nn 又は pp) はペアを組んで安定化する。

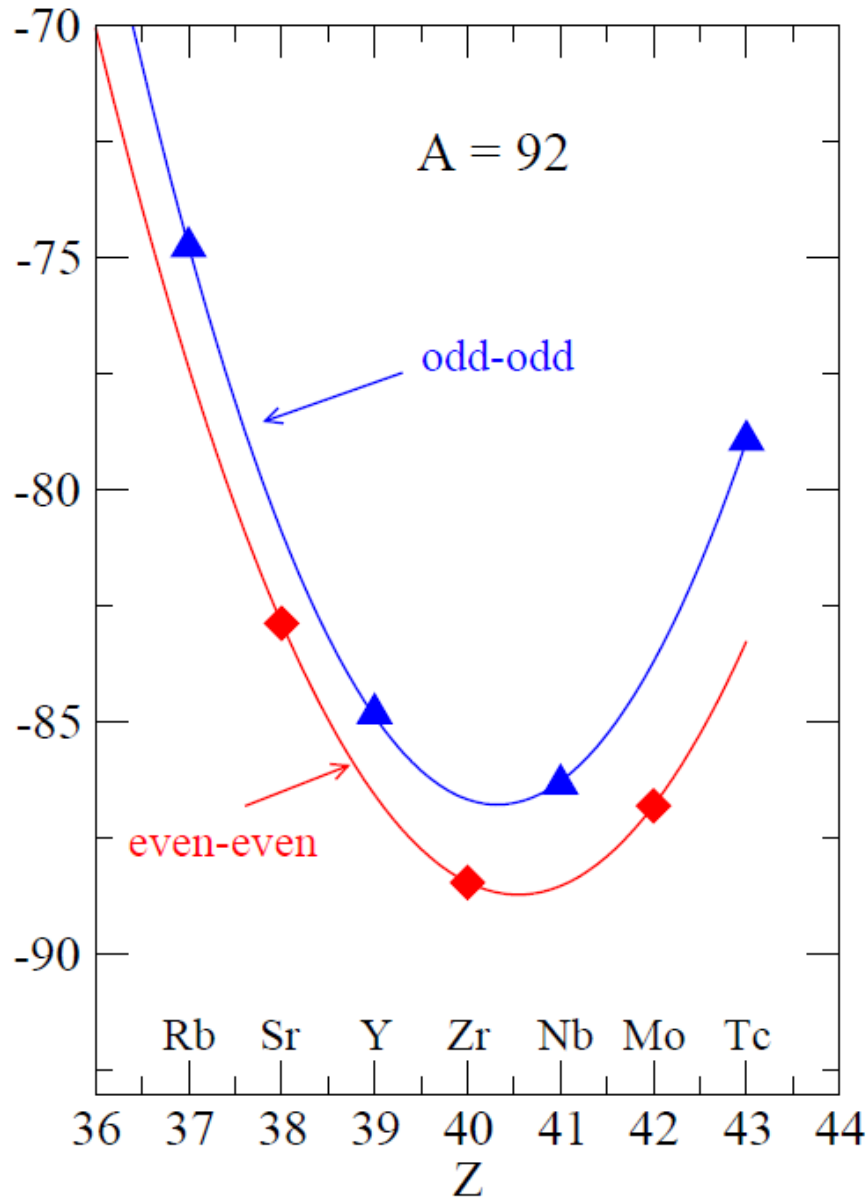
後ほど詳しく説明します。

偶数個の中性子から1つ中性子
 を取る方が奇数個から取るより
 大きなエネルギーが必要: 対相関



1n separation energy: $S_n (A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$

➤ odd-odd に比べて even-even の方がなぜ安定になるのか？



➤ 対相関(ペアリング)のため

後ほど詳しく説明します。

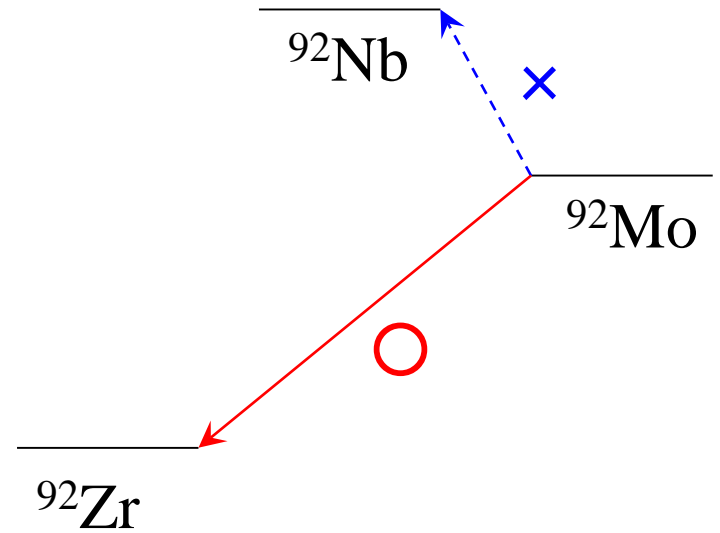
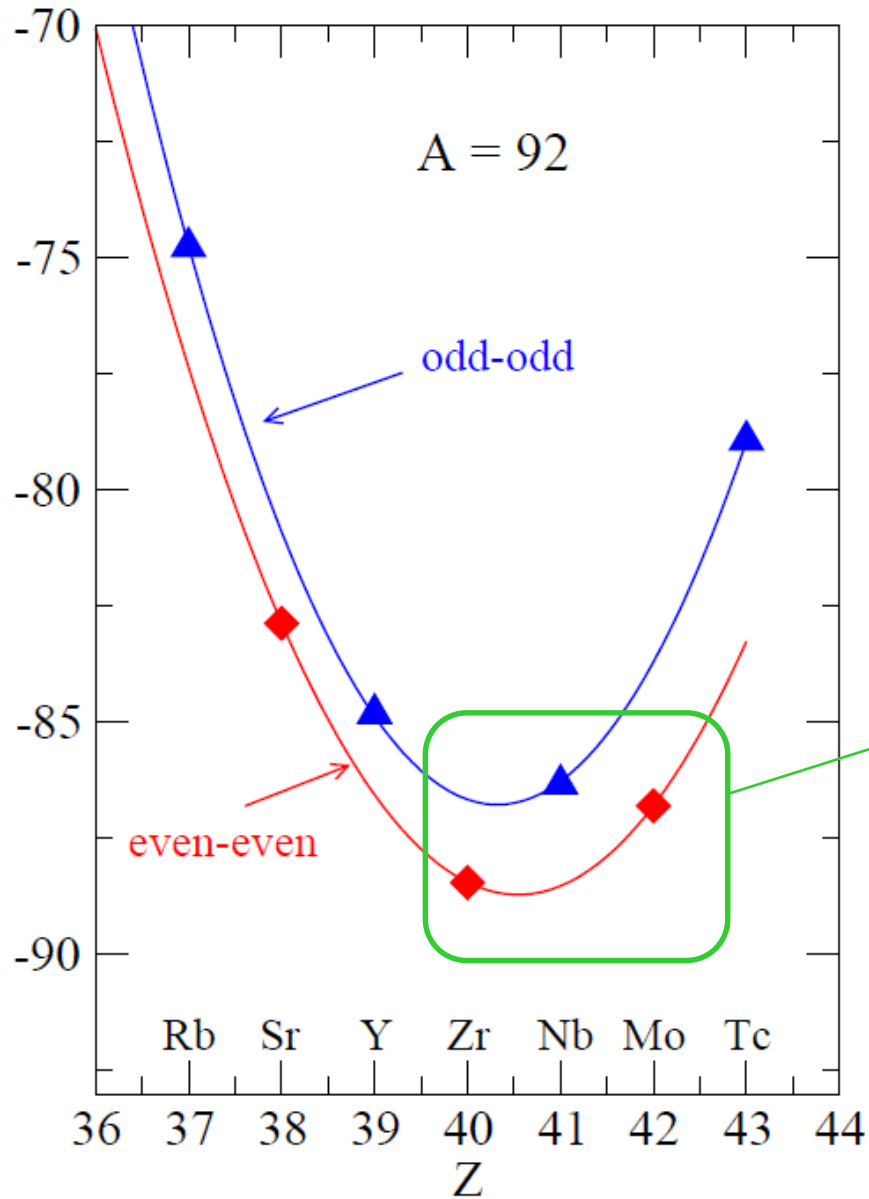
同種粒子 (nn 又は pp) はペアを組んで安定化する。

(pn) もペアを組めるが、軽くない安定核だと $N > Z$ なので p と n は同じ軌道に入らず、ペアを組まない。

* 実は原子力の問題でも重要

← ^{235}U は燃えて ^{238}U は燃えない
(来週の授業で)

➤ 1重β崩壊が起こらないのにナゼ2重β崩壊が起こるのか？

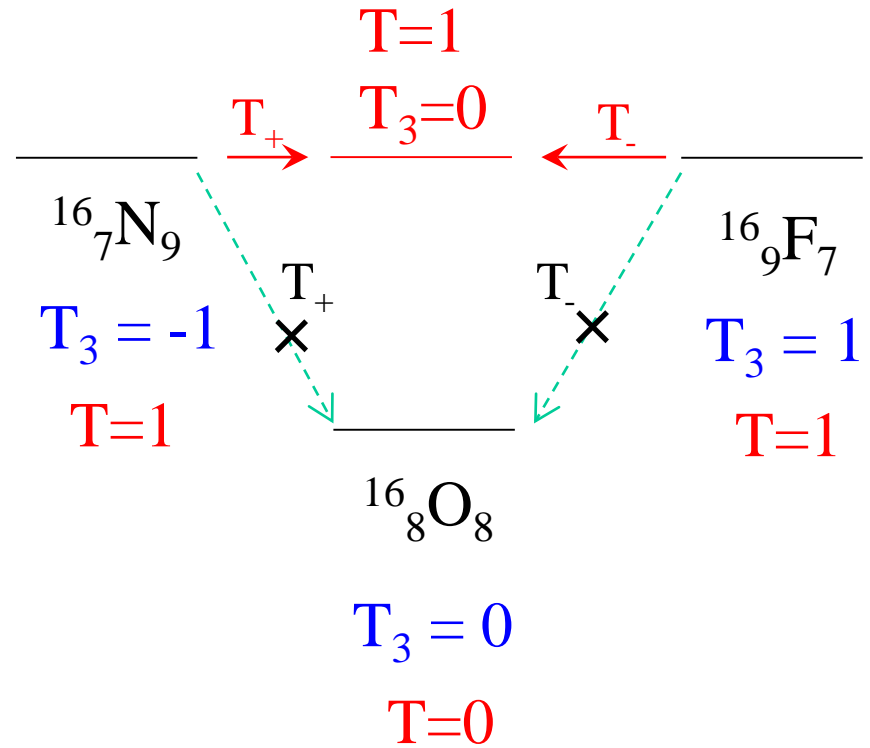
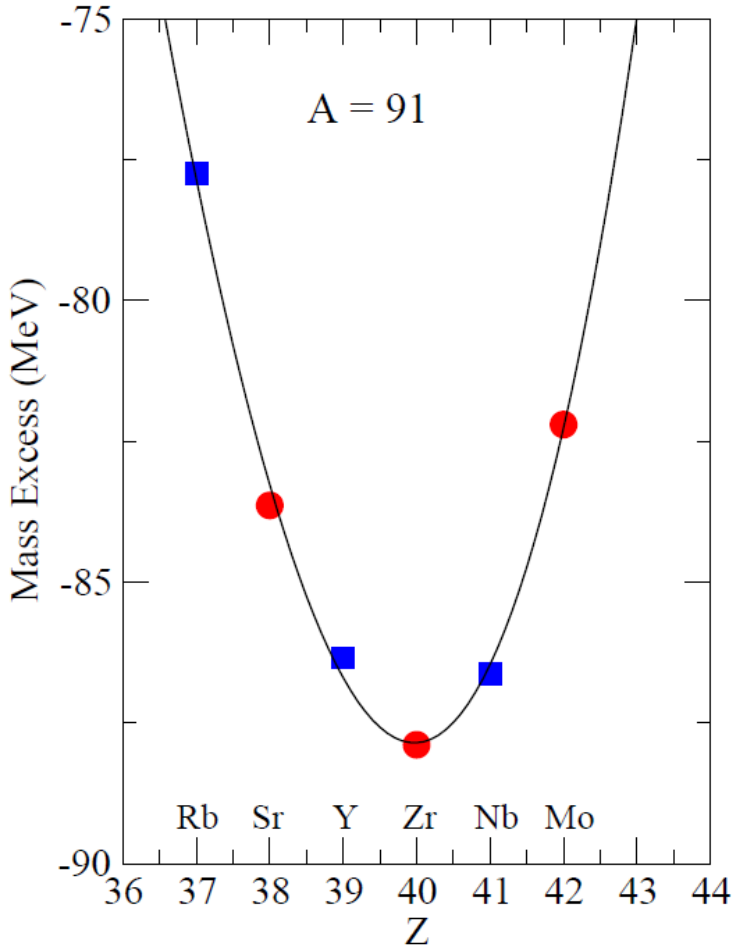


➤ β 崩壊とアイソスピンの昇降演算子の関係は?

アイソスピン:

$$|p\rangle = |\uparrow\rangle, |n\rangle = |\downarrow\rangle$$

$$t_-|p\rangle = |n\rangle, t_+|n\rangle = |p\rangle$$



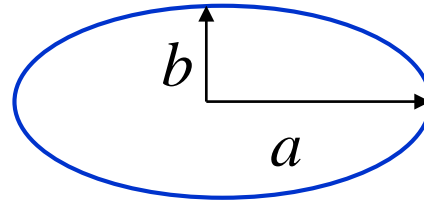
$$T_3 = (Z - N)/2$$

原子核の表面振動

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A} \quad (\text{球形の原子核})$$

原子核を**体積一定のまま**変形してみるとどうなるか(原子核は体積を変えるのが大変なので)?

例) 回転楕円体



$$\begin{aligned} a &= R \cdot (1 + \epsilon) \\ b &= R \cdot (1 + \epsilon)^{-1/2} \\ ab^2 &= R^3 = \text{一定} \end{aligned}$$

変形したときのエネルギー変化:

- 体積項、対称項: 変化せず
- 表面項: 損をする(表面積が大きくなるため)
- クーロン項: 得をする(平均的な陽子間距離が大きくなるため)

$\left\{ \begin{array}{l} \text{表面項} \quad \rightarrow \text{球形になる傾向} \\ \text{クーロン項} \quad \rightarrow \text{変形になる傾向} \end{array} \right\} \rightarrow \text{2つの力の競合}$

□ 表面項

$$E_S(\epsilon) = \underbrace{\sigma}_{\text{表面張力}} \underbrace{\int_S dS}_{\text{表面積分}} \sim E_S^{(0)} \left(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2 - \frac{4}{105}\epsilon^3 + \dots \right)$$

損

表面張力 表面積分

$$4\pi R^2 \sigma \propto A^{2/3}$$

$$E_S^{(0)} = +a_S A^{2/3}$$

□ クーロン項

$$E_C(\epsilon) = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}') \\ \sim E_C^{(0)} \left(1 - \frac{1}{5}\epsilon^2 - \frac{4}{105}\epsilon^3 + \dots \right)$$

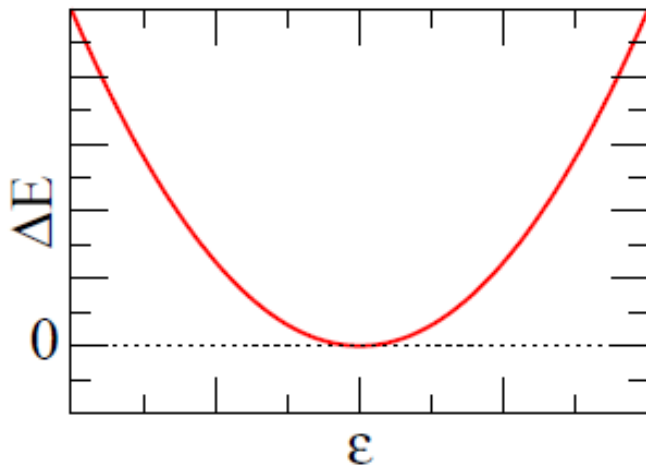
得

$$E_C^{(0)} = +a_C Z^2 / A^{1/3}$$

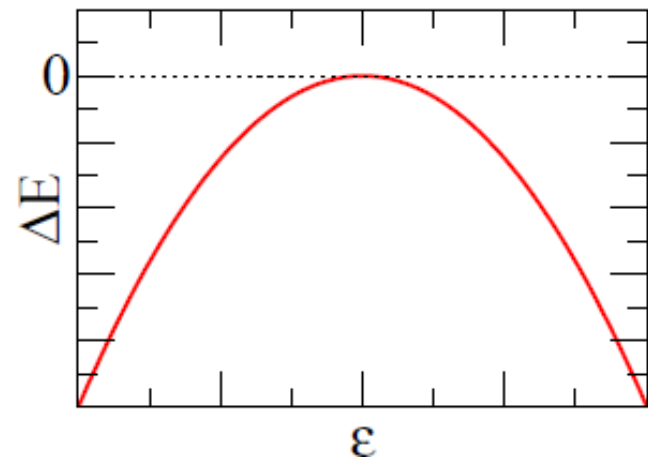
$$\begin{aligned}
 & \curvearrowright E_S + E_C - E_S^{(0)} - E_C^{(0)} \\
 & = \left(\frac{2}{5} E_S^{(0)} - \frac{1}{5} E_C^{(0)} \right) \epsilon^2 - \frac{4}{105} \left(E_S^{(0)} + E_C^{(0)} \right) \epsilon^3 + \dots
 \end{aligned}$$

■ まずは2次から

$$\frac{2}{5} E_S^{(0)} > \frac{1}{5} E_C^{(0)} \quad \text{だと}$$




$$\frac{2}{5} E_S^{(0)} < \frac{1}{5} E_C^{(0)} \quad \text{だと}$$



→ 核分裂に対して不安定

フィシリティ・パラメーター

$$\frac{2}{5} E_S^{(0)} - \frac{1}{5} E_C^{(0)} = \frac{2}{5} E_S^{(0)} \left(1 - \frac{E_C^{(0)}}{2E_S^{(0)}} \right) \equiv \frac{2}{5} E_S^{(0)} (1 - x)$$



$$E_S + E_C - E_S^{(0)} - E_C^{(0)}$$

$$= \left(\frac{2}{5} E_S^{(0)} - \frac{1}{5} E_C^{(0)} \right) \epsilon^2 - \frac{4}{105} \left(E_S^{(0)} + E_C^{(0)} \right) \epsilon^3 + \dots$$

■ まずは2次から

$$\frac{2}{5} E_S^{(0)} - \frac{1}{5} E_C^{(0)} = \frac{2}{5} E_S^{(0)} \left(1 - \frac{E_C^{(0)}}{2E_S^{(0)}} \right)$$

フィシリティ(fissility)パラメーター: x

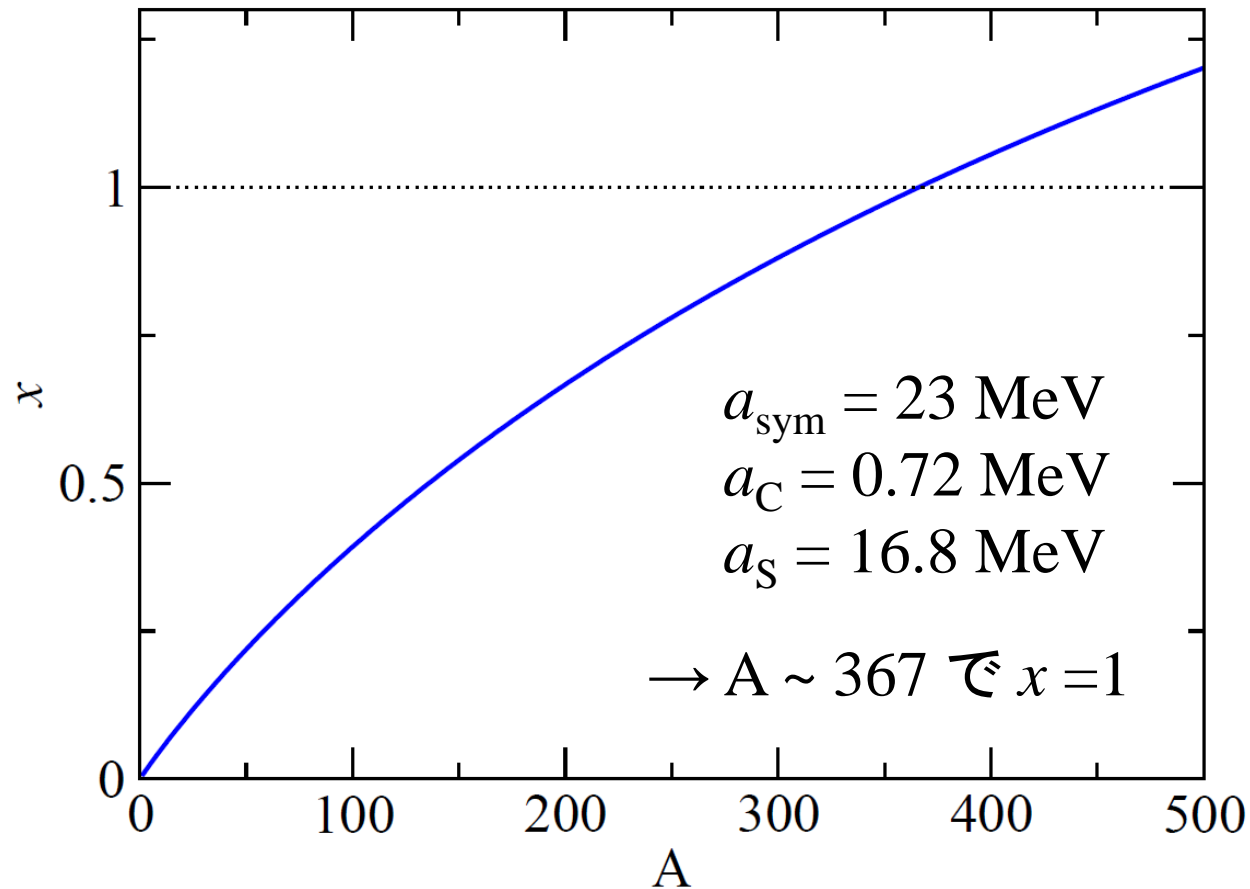
$$E_S^{(0)} = +a_S A^{2/3} \sim 20 A^{2/3} \quad (\text{MeV})$$

$$E_C^{(0)} = +a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \sim 0.751 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (\text{MeV})$$

$$\longrightarrow x \equiv \frac{E_C^{(0)}}{2E_S^{(0)}} = \frac{a_C}{2a_S} \cdot \frac{Z^2}{A} \sim \frac{1}{53.3} \cdot \frac{Z^2}{A}$$

$$Z = \frac{4a_{\text{sym}}}{2a_{\text{C}}/A^{1/3} + 8a_{\text{sym}}/A} \quad \leftarrow \quad \left. \frac{\partial m}{\partial Z} \right|_{A=\text{const.}} = 0$$

$$x \equiv \frac{E_{\text{C}}^{(0)}}{2E_{\text{S}}^{(0)}} = \frac{a_{\text{C}}}{2a_{\text{S}}} \cdot \frac{Z^2}{A}$$



原子核の表面振動

$$E_{\text{surf}} = E_{\text{surf}}^{(0)} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$

$$E_C = E_C^{(0)} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$



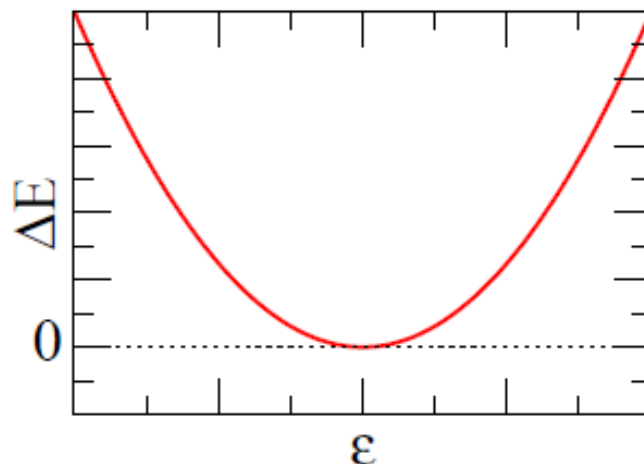
$$\Delta E = E_{\text{surf}}^{(0)} \cdot \frac{2}{5} (1 - x) \epsilon^2$$

* 原子核が安定に存在するためには
 $x < 1$ が必要

$$x \equiv \frac{E_C^{(0)}}{2E_{\text{surf}}^{(0)}}$$

(fissility パラメーター)

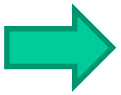
ϵ^2 に比例するようなポテンシャル



原子核の表面振動

$$E_{\text{surf}} = E_{\text{surf}}^{(0)} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$

$$E_C = E_C^{(0)} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$

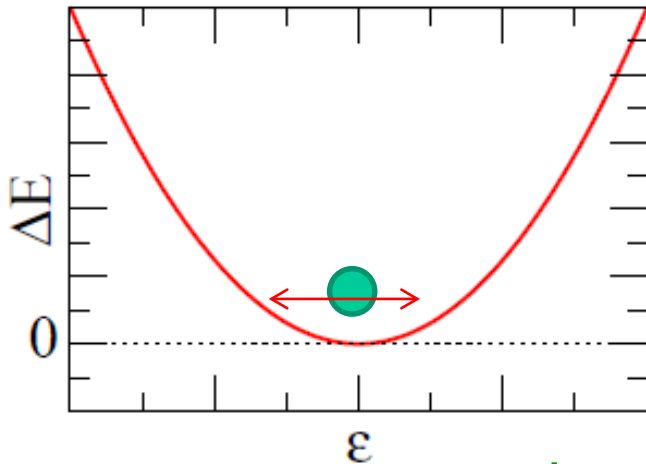


$$\Delta E = E_{\text{surf}}^{(0)} \cdot \frac{2}{5} (1 - x) \epsilon^2$$

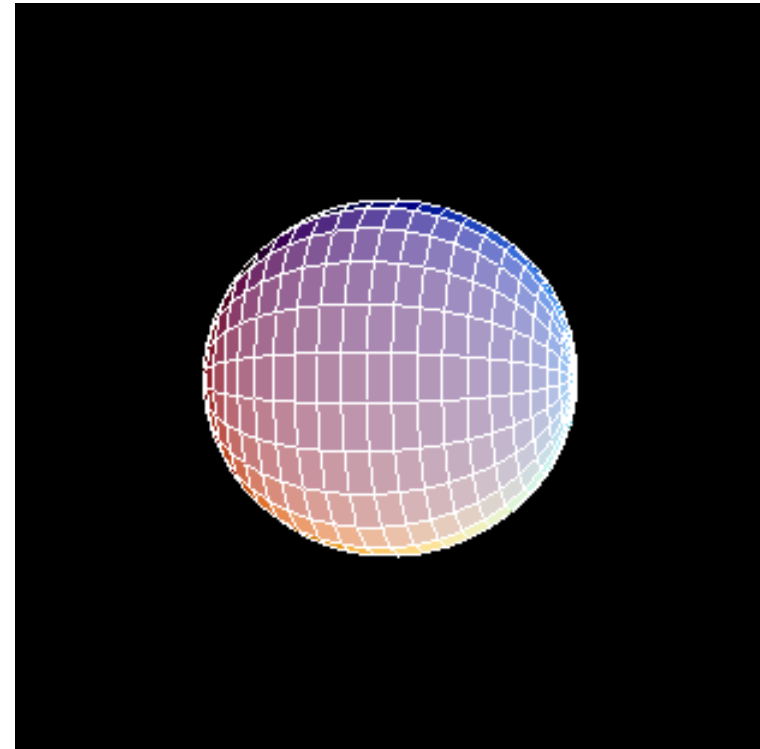
$$x \equiv \frac{E_C^{(0)}}{2E_{\text{surf}}^{(0)}}$$

(fissility パラメーター)

* 原子核が安定に存在するためには
 $x < 1$ が必要



極小点まわりの
ゆらぎ



様々な原子核で調和振動子に近いスペクトル → 振動運動

4^+ ————— 1.282 MeV
 2^+ ————— 1.208 MeV
 0^+ ————— 1.133 MeV

2^+ ————— 0.558 MeV

0^+ —————

^{114}Cd

(復習) 1次元調和振動子

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{ip}{m\omega} \right)$$
$$a^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x - \frac{ip}{m\omega} \right)$$

を用いてハミルトニアン
を書き直すと

$$H = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \quad [a, a^\dagger] = 1$$

基底状態: $|0\rangle \quad E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega \quad \text{cf. } a|0\rangle = 0$

励起状態: $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^\dagger)^n |0\rangle \quad E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega$

1次元調和振動子

$$H = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)$$

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^\dagger)^n |0\rangle \quad E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega$$

原子核の表面振動

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu} \left\{ B_\lambda |\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2 + C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right\}$$

$$= \sum_{\lambda, \mu} \hbar\omega_\lambda \left(b_{\lambda\mu}^\dagger b_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} \right)$$

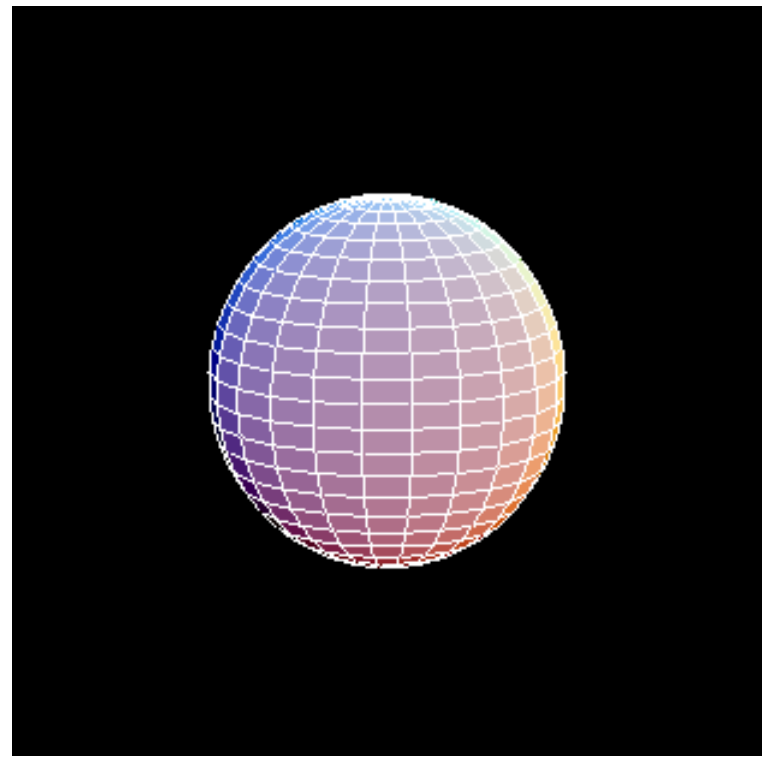
$$[b_{\lambda\mu}, b_{\lambda'\mu'}^\dagger] = \delta_{\lambda, \lambda'} \delta_{\mu, \mu'}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} [b_2^\dagger b_2^\dagger]^{(IM)} 0\rangle$	$\left\{ \begin{array}{l} 4^+ \text{-----} 1.282 \text{ MeV} \\ 2^+ \text{-----} 1.208 \text{ MeV} \\ 0^+ \text{-----} 1.133 \text{ MeV} \end{array} \right.$
$b_{2\mu}^\dagger 0\rangle$	$2^+ \text{-----} 0.558 \text{ MeV}$
$ 0\rangle$	0^+-----
	^{114}Cd

2重フォノン状態

4 ⁺	—————	1.282 MeV
2 ⁺	—————	1.208 MeV
0 ⁺	—————	1.133 MeV
2 ⁺	—————	0.558 MeV
0 ⁺	—————	

¹¹⁴Cd



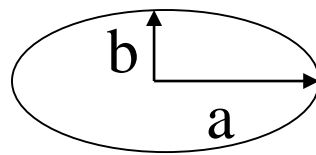
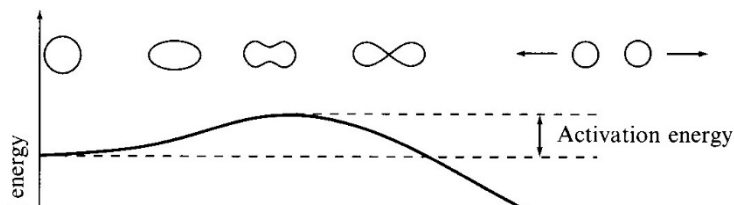
$$[b_2^\dagger b_2^\dagger](IM)$$

2つの角運動量 2 を**合成**して合成角運動量 I を組む。



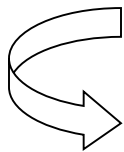
ボゾンの交換関係を課すと I は偶数のみ許される

もっと一般には:



$$a = R \cdot (1 + \epsilon)$$
$$b = R \cdot (1 + \epsilon)^{-1/2}$$

一般的に,
$$R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$



(回転楕円体は $\lambda = 2, \mu = 0$ に相当)

回転楕円体の時と同じように表面エネルギー、クーロンエネルギーを計算すると:

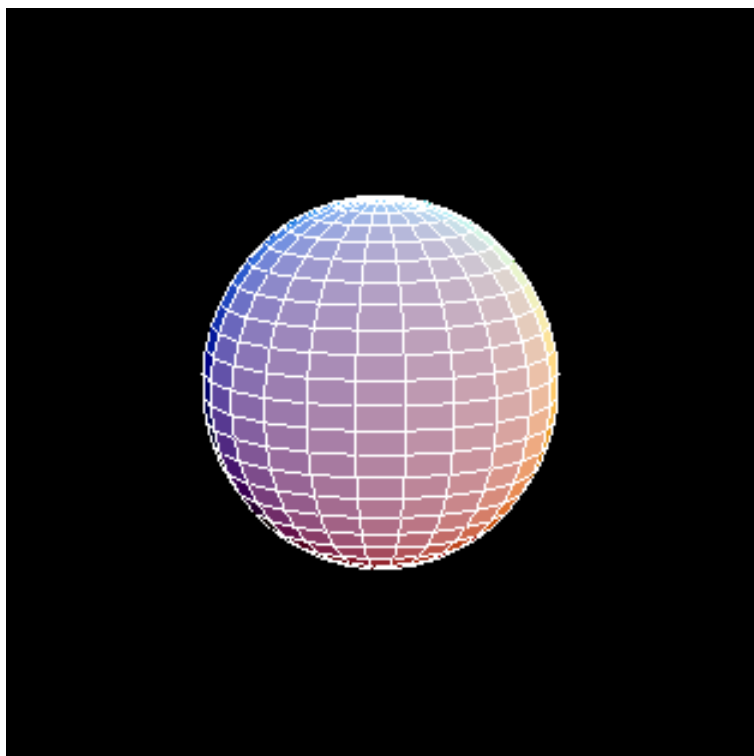
$$V \sim \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu} C_{\lambda} |\alpha_{\lambda\mu}|^2$$



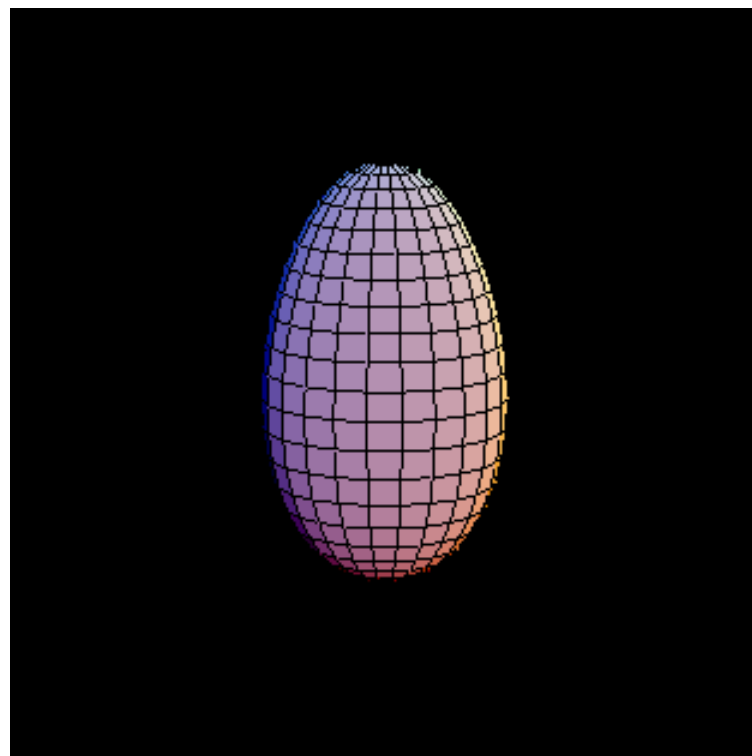
量子化: 調和振動子

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

$$V \sim \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu} C_{\lambda} |\alpha_{\lambda\mu}|^2$$



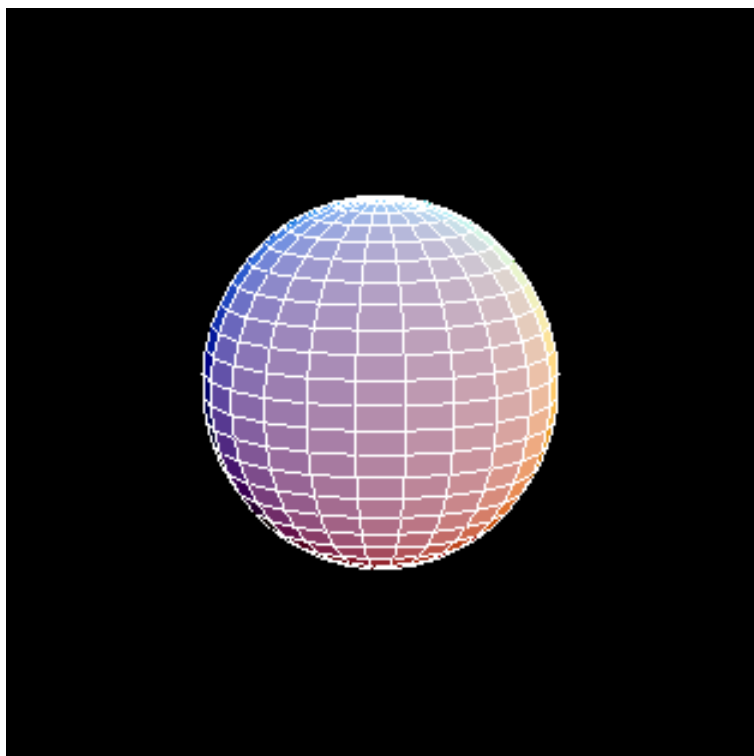
$\lambda=2$: 四重極型振動



$\lambda=3$: 八重極型振動

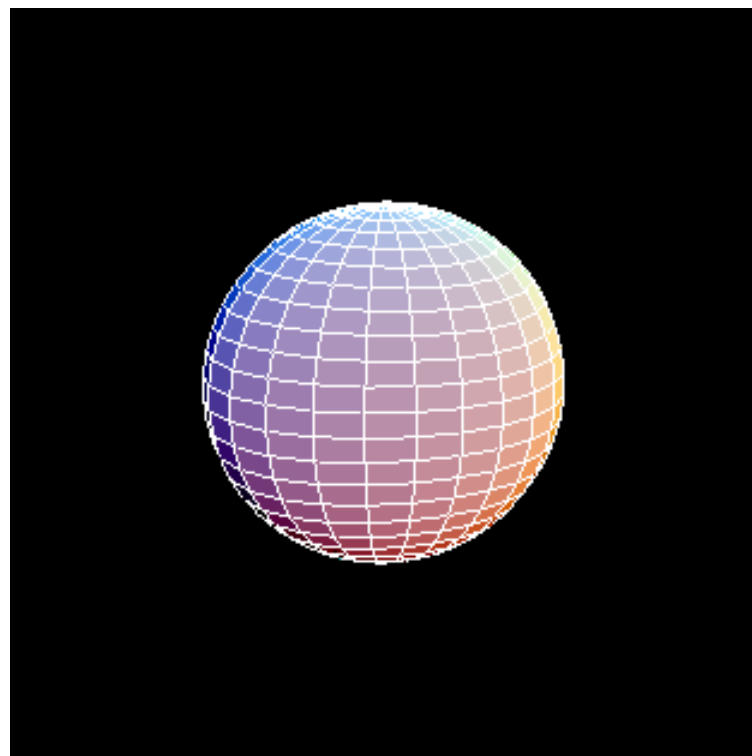
$$R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

$$V \sim \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu} C_{\lambda} |\alpha_{\lambda\mu}|^2$$



Y_{20} 型振動

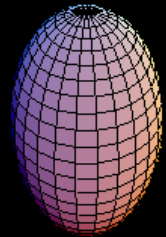
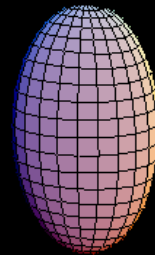
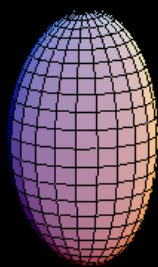
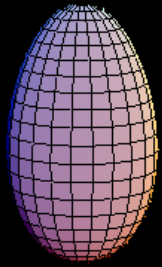
$$\lambda=2, \mu=0$$



Y_{22} 型振動

$$\lambda=2, \mu = +/- 2$$

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right) \quad V \sim \frac{1}{2} \sum_{\lambda, \mu} C_{\lambda} |\alpha_{\lambda\mu}|^2$$



Y_{30} 型振動

Y_{31} 型振動

Y_{32} 型振動

Y_{33} 型振動

$\lambda=3, \mu=0$

$\lambda=3, \mu = +/- 1$

$\lambda=3, \mu = +/- 2$

$\lambda=3, \mu = +/- 3$

どのくらいのエネルギーを与えれば原子核は振動しはじめるのか？

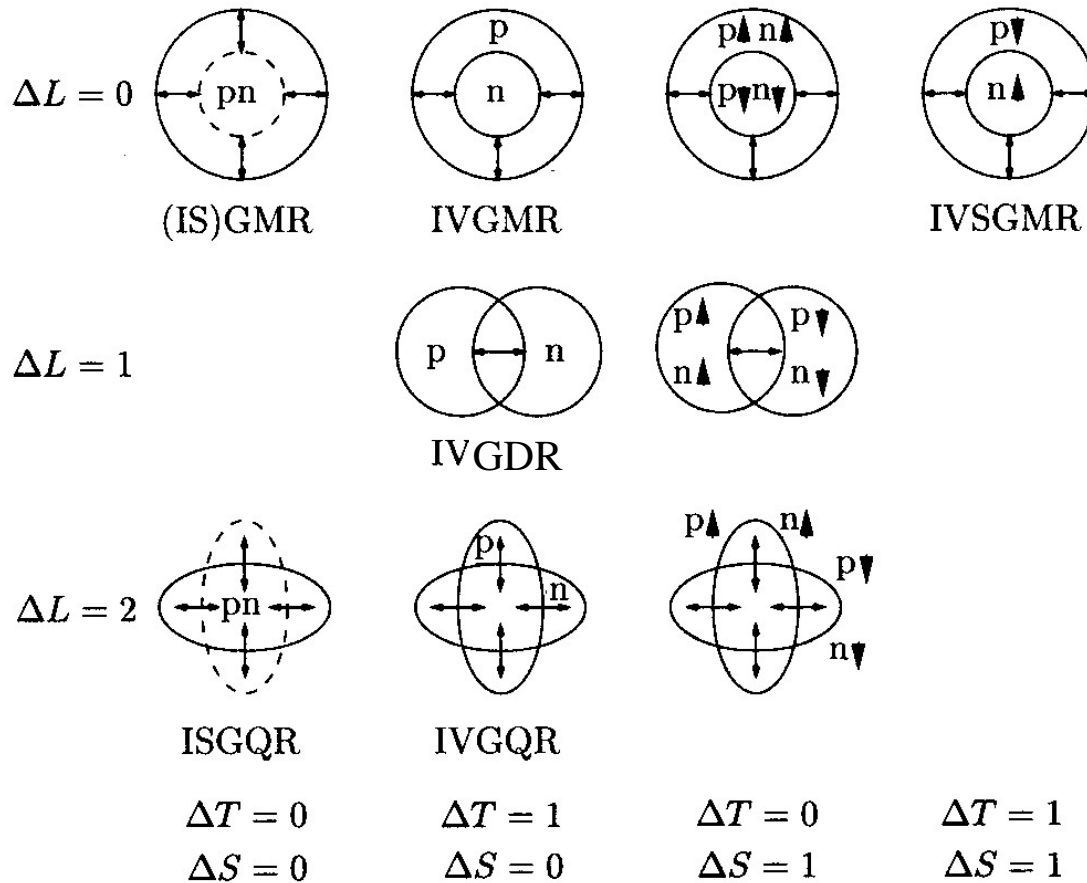
↔ 振動の励起エネルギー

ムービー: 在田謙一郎氏 (名古屋工大)

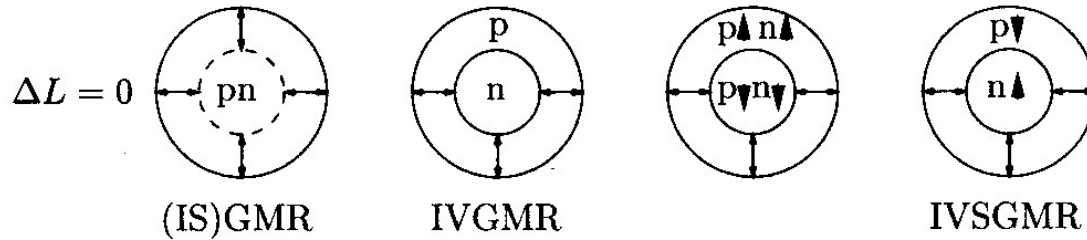
原子核:陽子と中性子の2種類の粒子

どのように動くかで2種類の振動

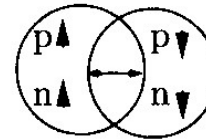
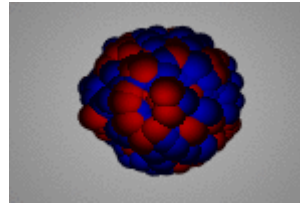
- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



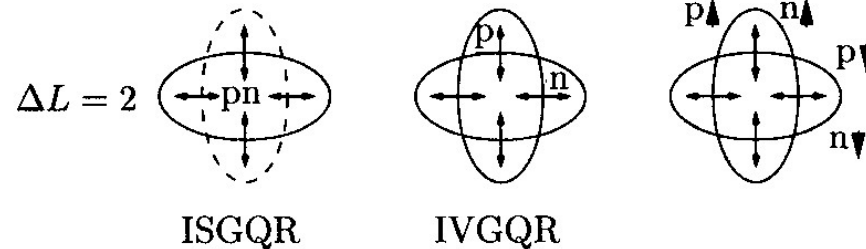
- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



$\Delta L = 1$



巨大双極子共鳴
(GDR)



$\Delta T = 0$

$\Delta S = 0$

$\Delta T = 1$

$\Delta S = 0$

$\Delta T = 0$

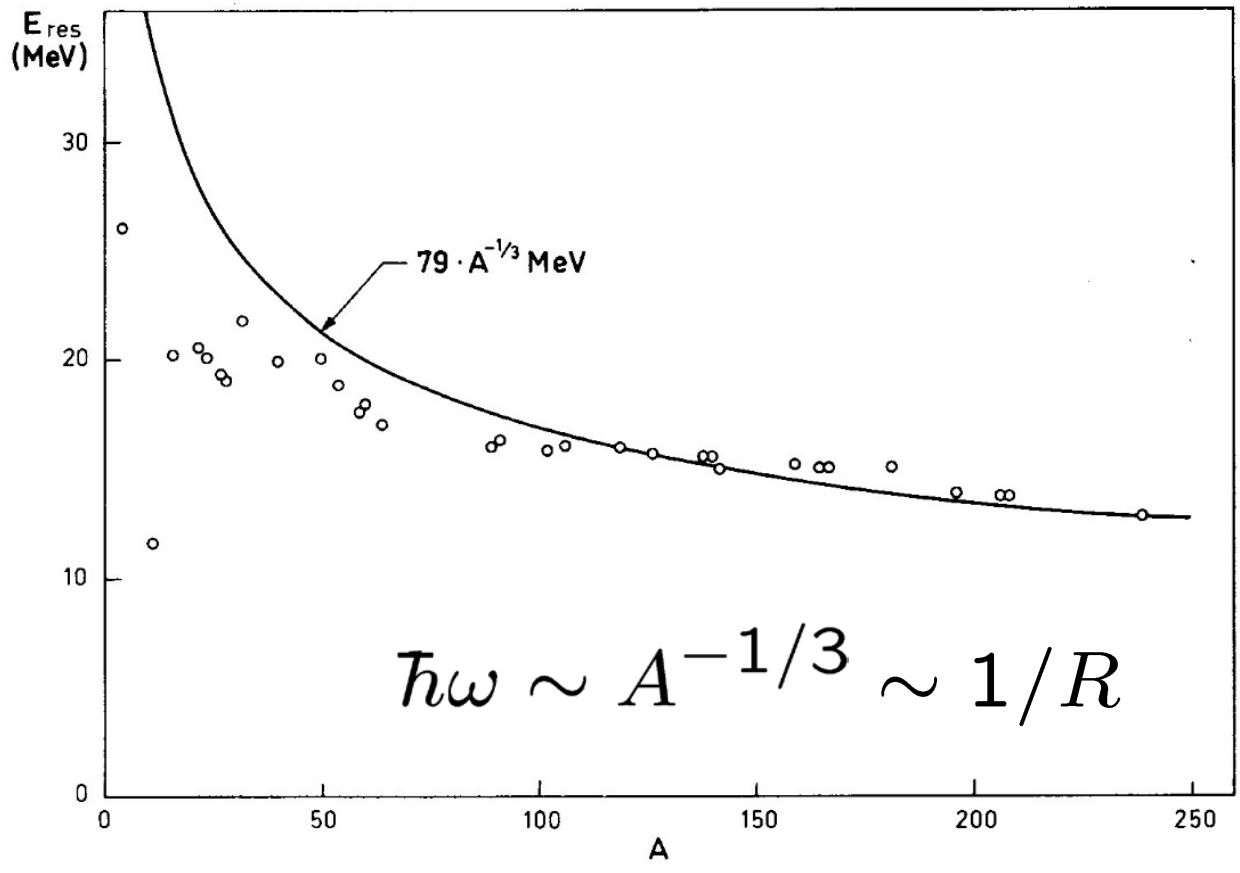
$\Delta S = 1$

$\Delta T = 1$

$\Delta S = 1$

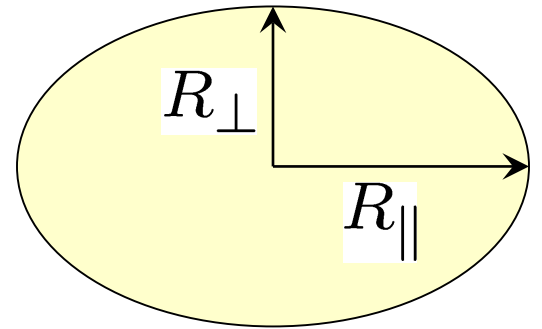
movies: H.-J. Wollersheim,

<https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html>



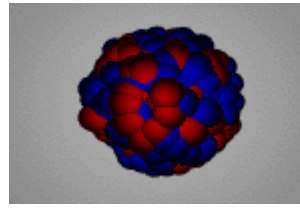
Bohr-Mottelson
“Nuclear Structure vol. II”

変形の効果

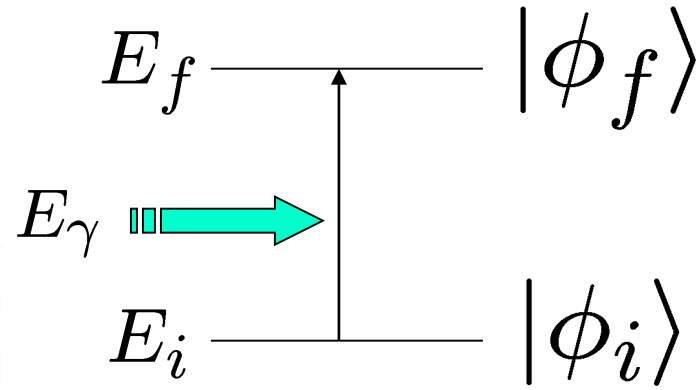
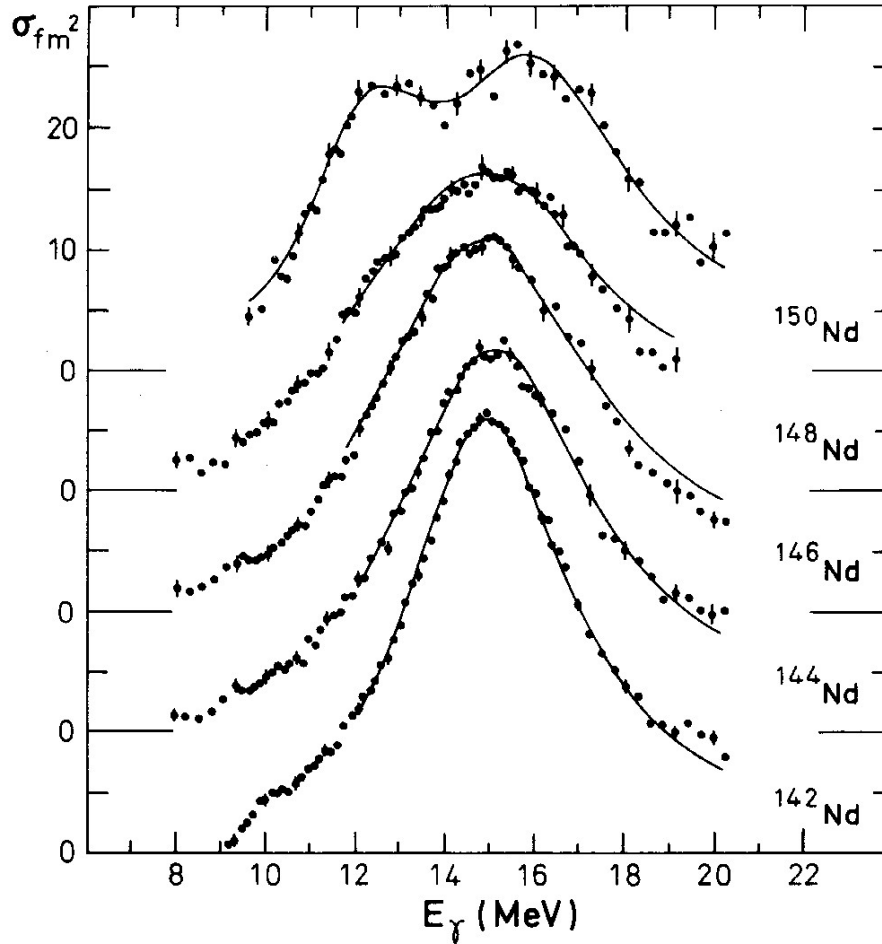


$$\hbar\omega \sim A^{-1/3} \sim 1/R$$

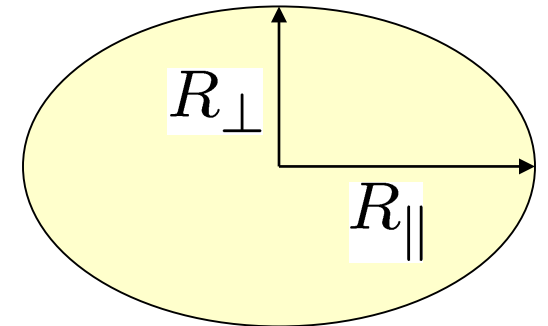
変形の効果



光吸収 断面積

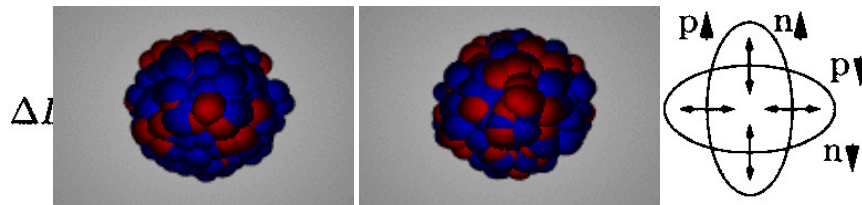
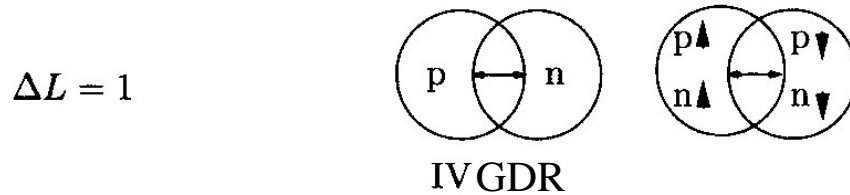
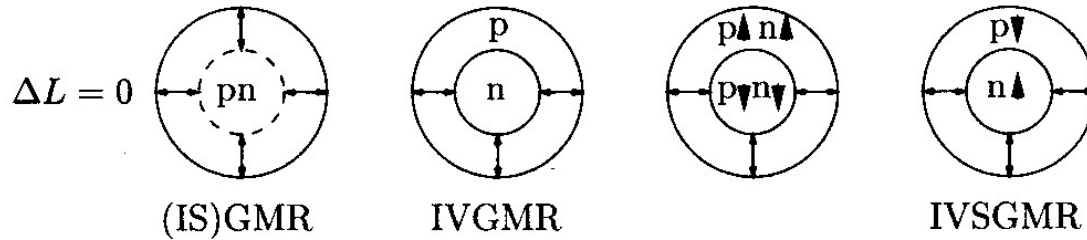


フォトンのエネルギー
と励起エネルギーが
一致するとフォトンが
原子核に吸収される



$$\hbar\omega \sim A^{-1/3} \sim 1/R$$

- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



ISGQR

IVGQR

$\Delta T = 0$

$\Delta T = 1$

$\Delta T = 0$

$\Delta T = 1$

$\Delta S = 0$

$\Delta S = 0$

$\Delta S = 1$

$\Delta S = 1$

巨大四重極子振動

movies: H.-J. Wollersheim,

<https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html>

巨大四重極子振動の発見

@東北大学核理研(現:電子光物理学研究センター)

VOLUME 29, NUMBER 16

PHYSICAL REVIEW LETTERS

16 OCTOBER 1972

Giant Multipole Resonances in ^{90}Zr Observed by Inelastic Electron Scattering

S. Fukuda and Y. Torizuka

Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University, Tomizawa, Sendai, Japan

(Received 24 August 1972)

Inelastic electron scattering from the giant dipole resonance region in ^{90}Zr was measured. In addition to the usual dipole resonance we have found new resonances at 14.0 MeV and around 28 MeV. The spins and parities and transition strengths of these states are discussed.

VOLUME 30, NUMBER 21

PHYSICAL REVIEW LETTERS

21 MAY 1973

Electroexcitation of Giant Resonances in ^{208}Pb

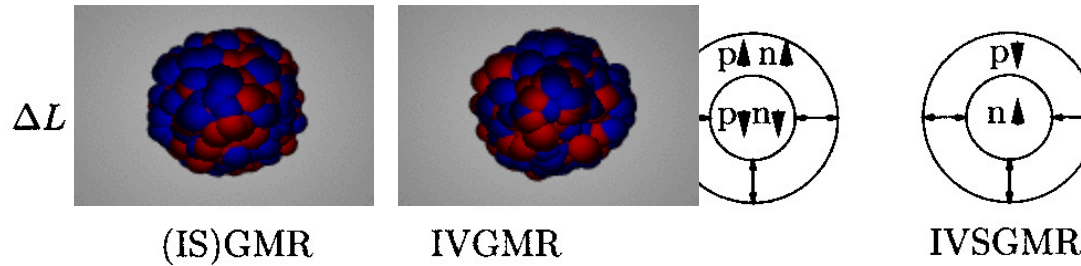
M. Nagao and Y. Torizuka

Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University, Tomizawa, Sendai, Japan

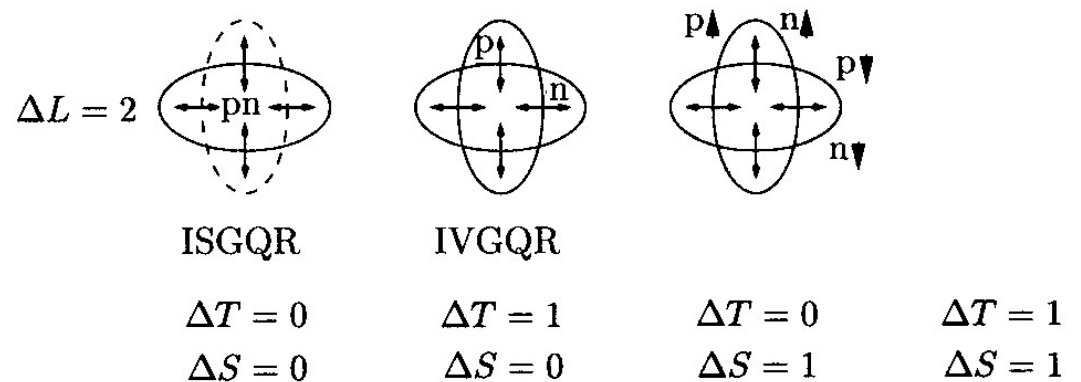
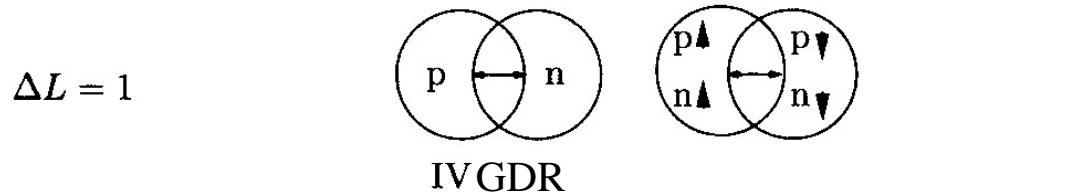
(Received 27 February 1973)

The giant-resonance region in ^{208}Pb was observed by inelastic electron scattering. We present evidence for the existences of a 2^+ (or 0^+) state at ~ 22 MeV and a 3^- state at ~ 19 MeV with giant-resonance character. The resonance states between 8.6 and 11.6 MeV are confirmed to be 2^+ (or 0^+) and the sum of their strengths exhausts about 50% of the $E2$ sum rule or 100% of $E0$.

- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



巨大単極子振動
(呼吸モード)



movies: H.-J. Wollersheim,

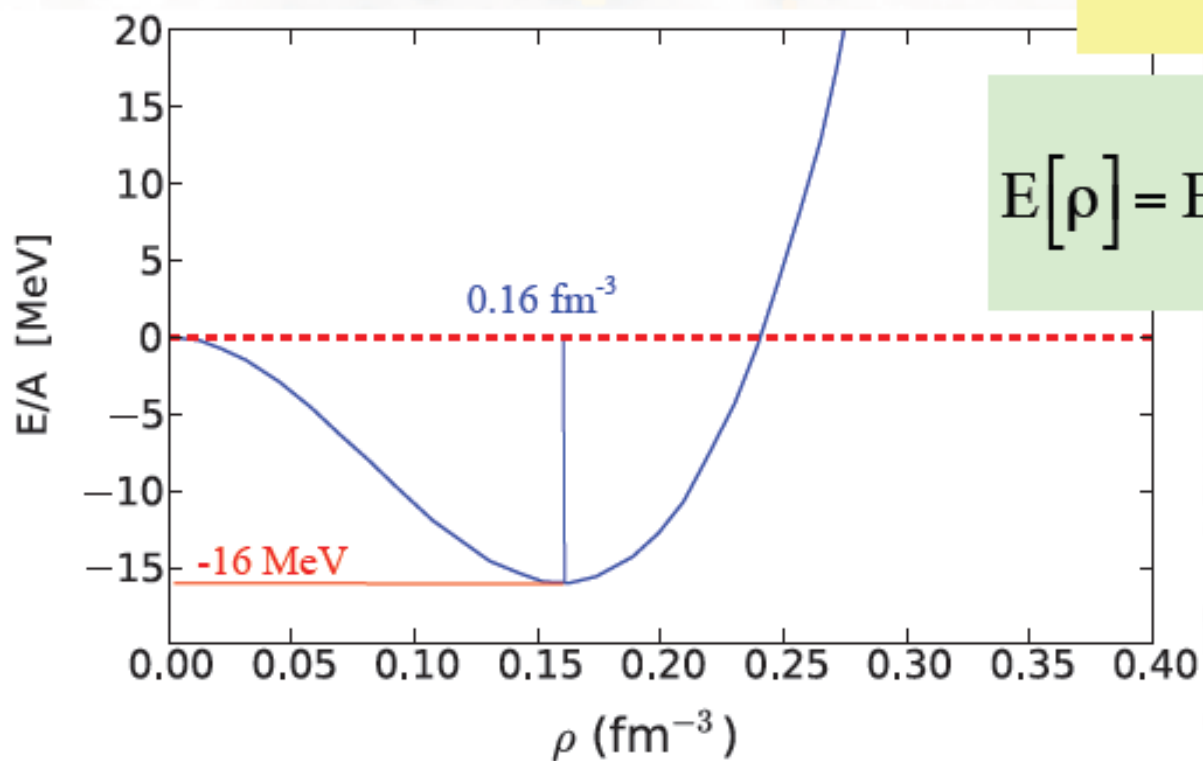
<https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html>

核物質の状態方程式

原子核がどのくらい固いのか

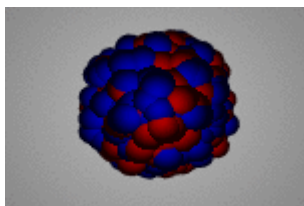
非圧縮度

$$K_{\infty} = 9\rho^2 \left. \frac{d^2 [E(\rho) / \rho]}{d\rho^2} \right|_{\rho_0}$$



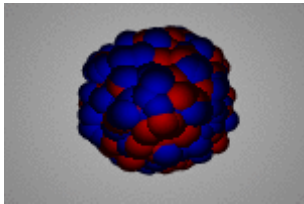
$$E[\rho] = E[\rho_0] + \frac{1}{18} K_{\infty} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2$$

slide: Carlos Bertulani



$$E_{\text{ISGMR}} \sim \sqrt{\frac{\hbar^2 K}{m \langle r^2 \rangle}}$$

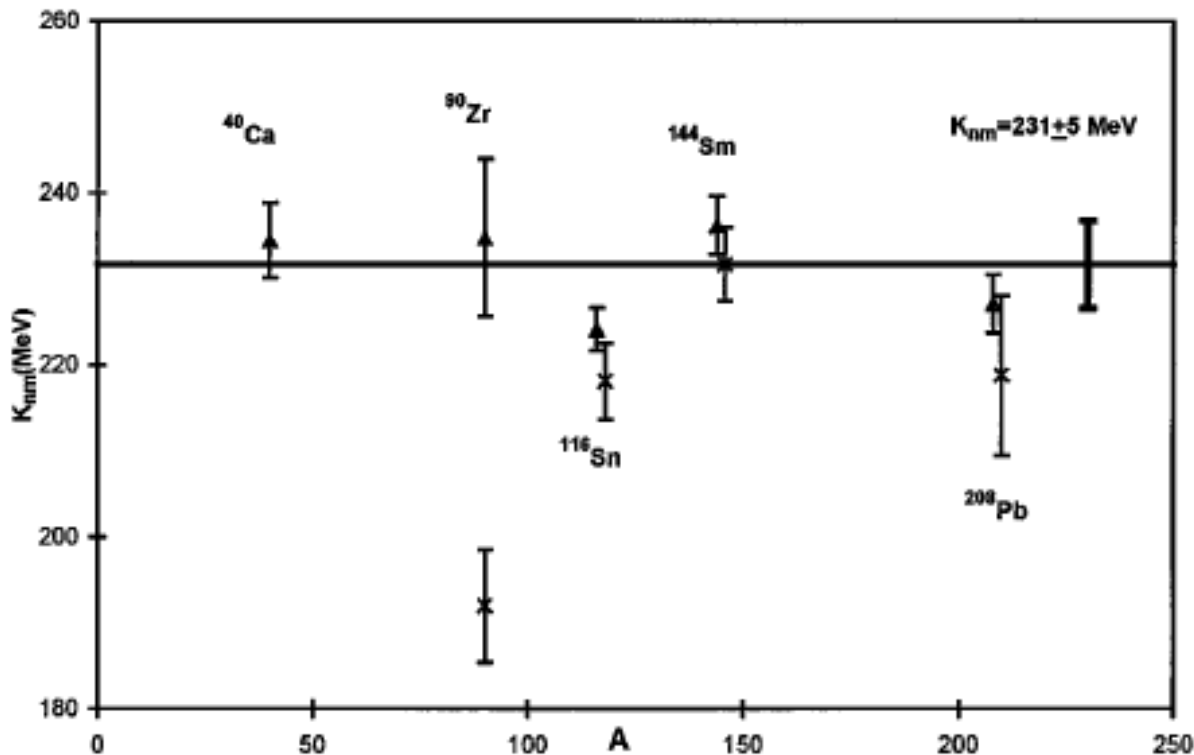
J.P. Blaizot,
Phys. Rep. 64 ('80) 171



アイソ・スカラー型巨大単極子モード (呼吸モード)

$$E_{\text{ISGMR}} \sim \sqrt{\frac{\hbar^2 K}{m \langle r^2 \rangle}}$$

J.P. Blaizot,
Phys. Rep. 64 ('80) 171



$K \sim 231 \pm 5 \text{ MeV}$

出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

- ・今日の授業でわかりずらかったこと
(もう一度説明して欲しいこと)
- ・今日の授業の内容で、もう少し掘り下げてほしいこと
- ・授業の感想
- ・今日の授業で初めて知ったことや、前から知っていたけど今日の授業で整理できたこと(忘れていたこと)

などを書いて下さい。