

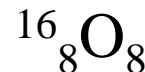
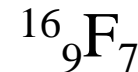
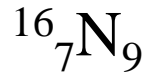
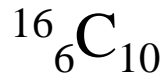
➤ アイソ・スピンのことをもう一度説明して欲しい

✓陽子と中性子は電荷を除けばほとんど同じ性質

→ 両者を同種粒子とみなす。ただし、内部自由度(アイソスピン)の違いで区別する。

$$\text{アイソスピン: } |p\rangle = |\uparrow\rangle, |n\rangle = |\downarrow\rangle$$

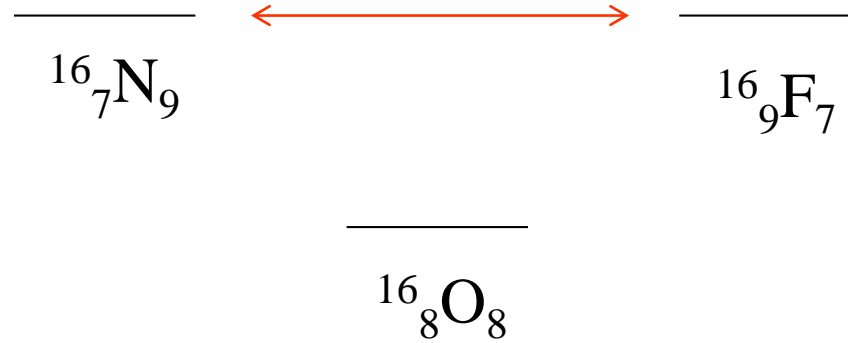
クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じ状態:



➤ アイソ・スピンのことをもう一度説明して欲しい

クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じ状態:

陽子と中性子を入れ替え(鏡映核)
=クーロン補正後は同じエネルギー

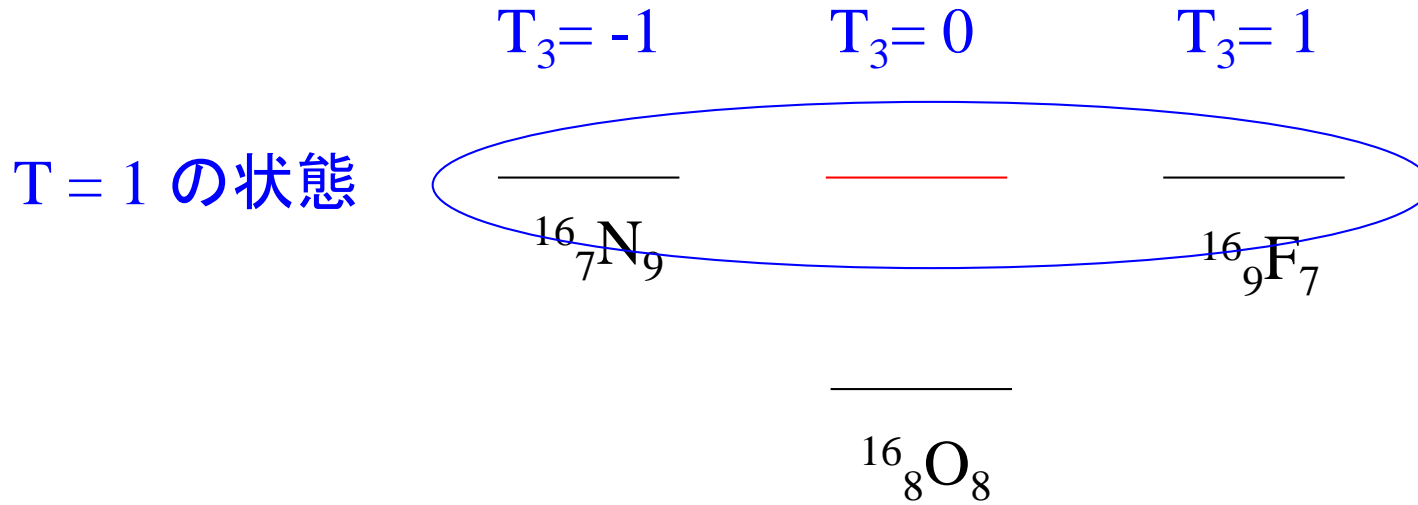


これらは、陽子と中性子を2個入れ替えた状態。

→ 1個入れ替えた状態もあるはずで、それも同じエネルギーになるはず。

➤ アイソ・スピンのことをもう一度説明して欲しい

クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じエネルギー:



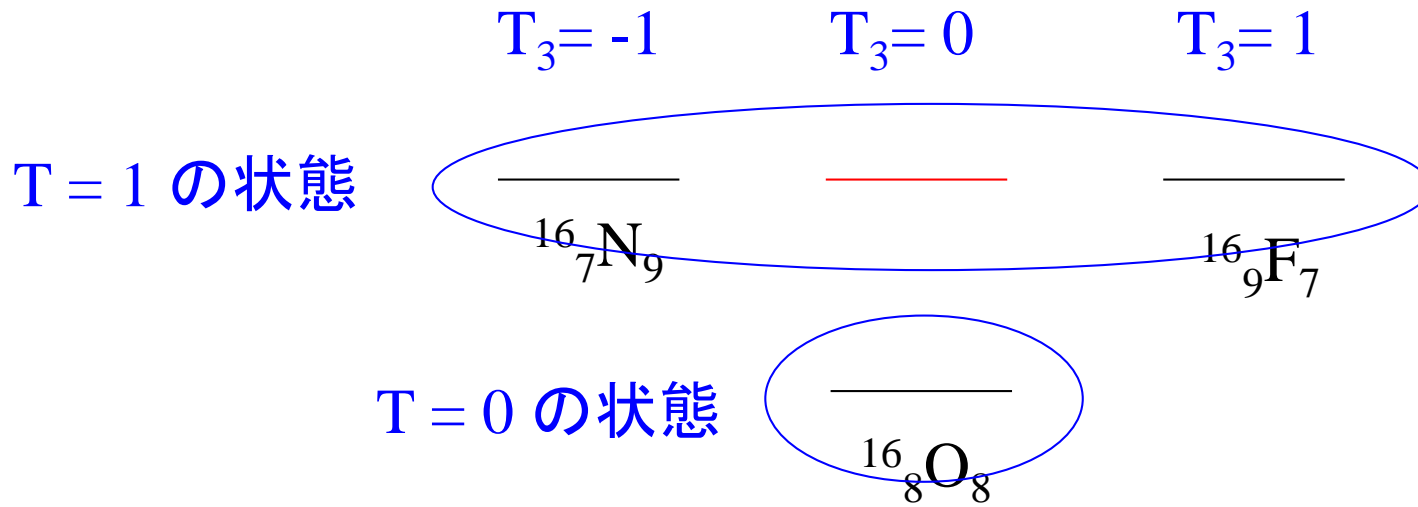
これらは、陽子と中性子を2個入れ替えた状態。

→ 1個入れ替えた状態もあるはずで、それも同じエネルギーになるはず。

→ ^{16}O の励起状態に対応

➤ アイソ・スピンのことをもう一度説明して欲しい

クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じエネルギー:



$$T_3 = (Z - N)/2$$



基底状態の全アイソスピンの大きさは $T = |T_3|$

以下、同様

$T_3 = -2$

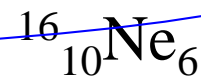
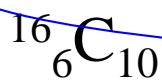
$T_3 = -1$

$T_3 = 0$

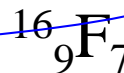
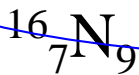
$T_3 = 1$

$T_3 = 2$

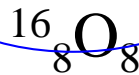
$T = 2$
の状態



$T = 1$ の状態



$T = 0$ の状態



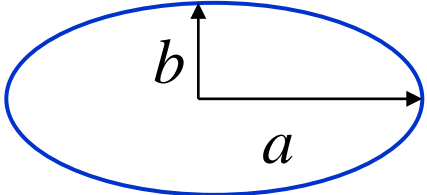
$$T_3 = (Z - N)/2$$

➤ 変形エネルギーの導出方法?

$$E_S(\epsilon) = \sigma \int_S dS \sim E_S^{(0)} \left(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2 + \dots \right)$$

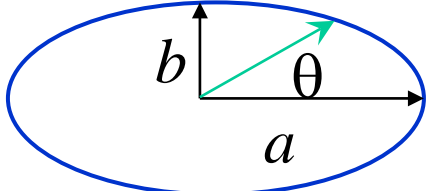
$$E_C(\epsilon) = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}') \sim E_C^{(0)} \left(1 - \frac{1}{5}\epsilon^2 + \dots \right)$$

✓ 表面項は回転楕円体の表面積を計算:

回転楕円体  $S = 4\pi R^2 \left(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2 + \dots \right)$

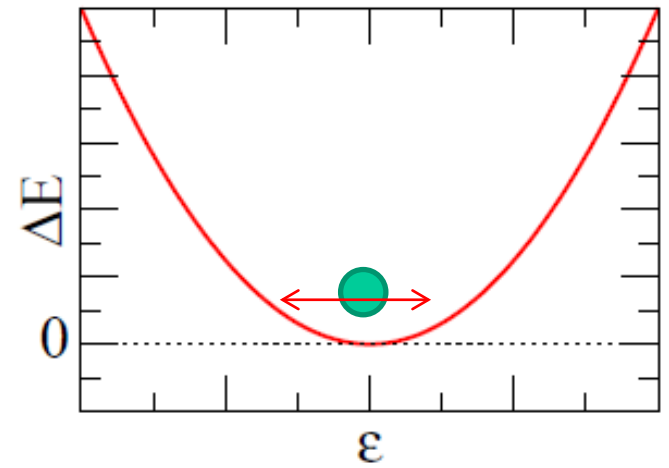
✓ クーロン項は以下の密度を仮定して積分を実行:

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 \theta(R(\theta) - r)$$

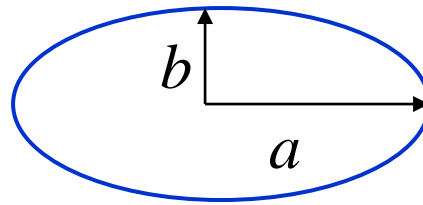
回転楕円体  $R(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 \theta}{a^2} + \frac{\sin^2 \theta}{b^2}}}$

➤ 3次の項の影響は?

$$E_S + E_C - E_S^{(0)} - E_C^{(0)} = \left(\frac{2}{5} E_S^{(0)} - \frac{1}{5} E_C^{(0)} \right) \epsilon^2 + \dots$$



回転楕円体



$$a = R \cdot (1 + \epsilon)$$

$$b = R \cdot (1 + \epsilon)^{-1/2}$$

✓ もちろんあります

4⁺ ————— 1.282 MeV
 2⁺ ————— 1.208 MeV
 0⁺ ————— 1.133 MeV

完璧な調和振動子からのずれ
 (非調和性)

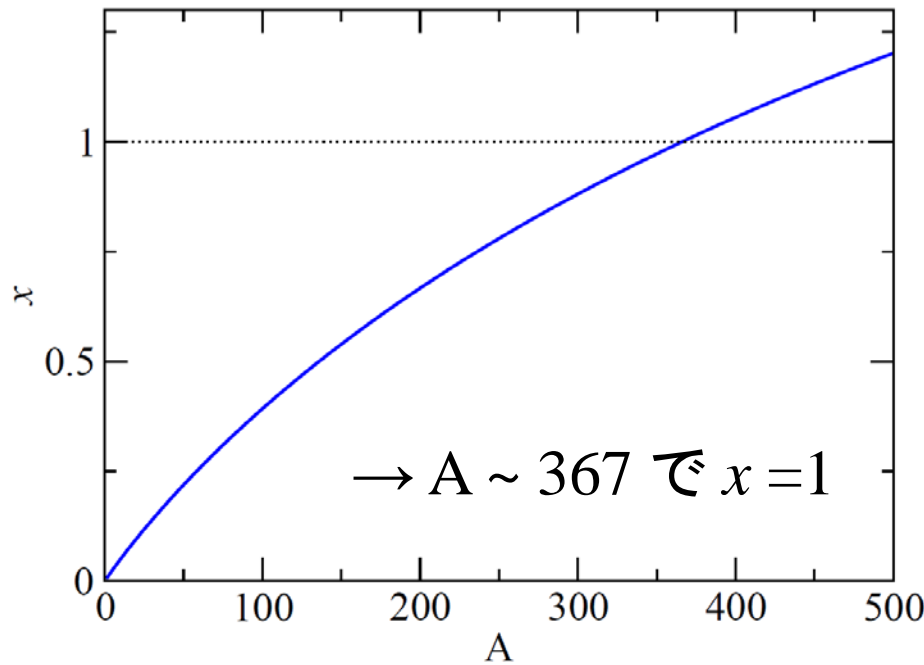
2⁺ ————— 0.558 MeV

もっと大きな ε では核分裂
 (今日の授業で)

0⁺ —————

¹¹⁴Cd

➤ 量子効果で超重元素が安定するというのはどういうことですか？



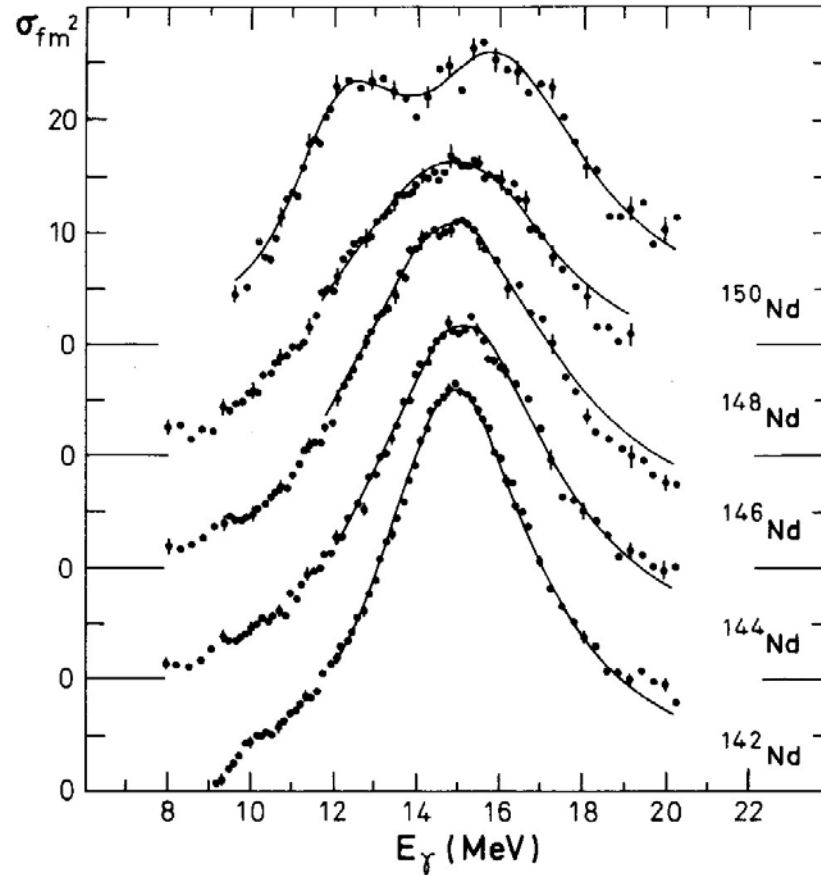
$$\Delta E = E_{\text{surf}}^{(0)} \cdot \frac{2}{5} (1 - x) \epsilon^2$$

✓ 殻効果 (来週の授業でもう少し詳しく)

核子の軌道 (原子の中の電子の軌道のようなもの) のようなものを考えて、それが埋まると安定になる。

→ 軌道のエネルギーはとびとび (量子力学)

➤ 原子核の変形ってなんですか(何でそれが安定になるのか)?



✓ これも殻効果(後の授業でもう少し詳しく)

変形した方が殻エネルギーが大きくなり、エネルギー的に得になることがある。

➤ 1^+ と 3^+ 状態が出来ない理由をもう少し詳しく

$$\begin{array}{l}
 4^+ \text{-----} \\
 2^+ \text{=====} \\
 0^+ \text{=====}
 \end{array}
 \quad |IM\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [b_2^\dagger b_2^\dagger]^{(IM)} |0\rangle$$

$$\begin{array}{l}
 2^+ \text{-----} \\
 0^+ \text{-----}
 \end{array}
 \quad |2\mu\rangle = b_{2\mu}^\dagger |0\rangle$$

$$[b_2^\dagger b_2^\dagger]^{(IM)} = \sum_{\mu, \mu'} \langle 2\mu 2\mu' | IM \rangle b_{2\mu}^\dagger b_{2\mu'}^\dagger$$

➤ 1^+ と 3^+ 状態が出来ない理由をもう少し詳しく

4^+ _____
 2^+ _____
 0^+ _____

2^+ _____

0^+ _____

$$\begin{aligned}
 [b_2^\dagger b_2^\dagger]^{(IM)} &= \sum_{\mu, \mu'} \langle 2\mu 2\mu' | IM \rangle b_{2\mu}^\dagger b_{2\mu'}^\dagger \\
 &= \sum_{\mu, \mu'} \langle 2\mu' 2\mu | IM \rangle b_{2\mu'}^\dagger b_{2\mu}^\dagger = b_{2\mu}^\dagger b_{2\mu'}^\dagger \quad \left(\begin{array}{l} \text{名前の} \\ \text{つけかえ} \end{array} \right) \\
 &= (-1)^I \langle 2\mu 2\mu' | IM \rangle \quad \text{(ボゾン)} \\
 &= (-1)^I \sum_{\mu, \mu'} \langle 2\mu 2\mu' | IM \rangle b_{2\mu}^\dagger b_{2\mu'}^\dagger
 \end{aligned}$$

➡ 偶数の I だけが許される ($I=0, 2, 4$)

➤ 各状態が角運動量とパリティの固有状態になっていることは
実験ではどう見える？

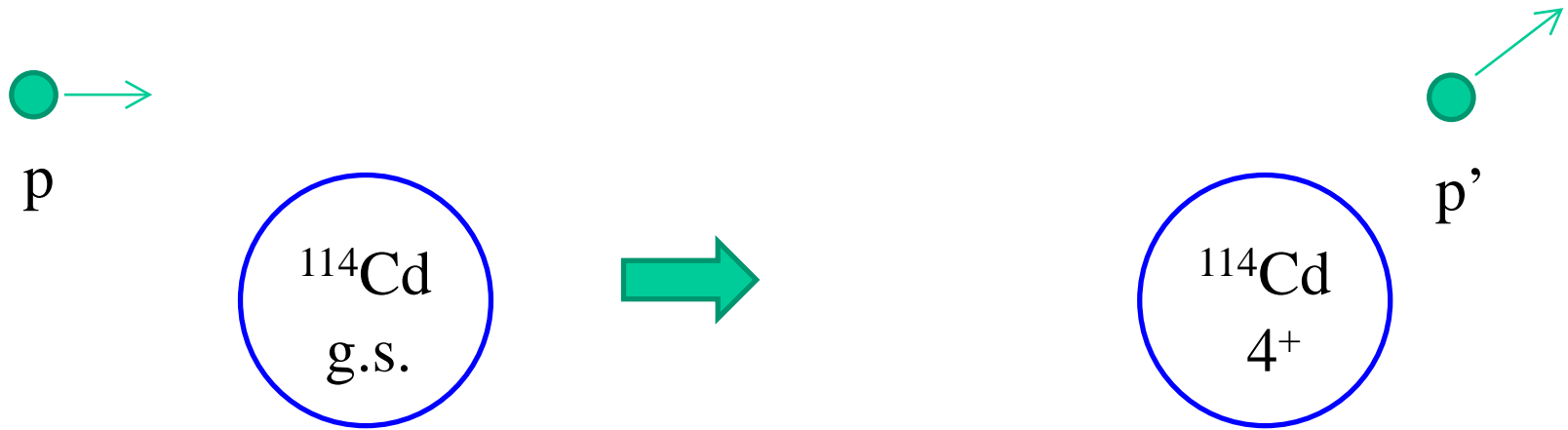
4^+ ————— 1.282 MeV
 2^+ ————— 1.208 MeV
 0^+ ————— 1.133 MeV

2^+ ————— 0.558 MeV

0^+ —————

^{114}Cd

✓ 例えば、非弾性散乱の角度分布



4^+ 状態を励起したことにより、
陽子の軌道角運動量が変化

それを反映した
角度分布

➤ 同じエネルギーを持つ状態がいくつかあるときにどうやって実験的に分けれるのか？

4^+ ————— 1.282 MeV
 2^+ ————— 1.208 MeV
 0^+ ————— 1.133 MeV

2^+ ————— 0.558 MeV

0^+ ————— ^{114}Cd

✓ 完全に同じエネルギーを持つ状態はない

→ γ 線のエネルギーを測ることによって状態を分離することができる。Ge 検出器は数keV のエネルギー分解能。(ただし、エネルギーがほとんど同じ2つの状態は分離するのが難しい。)

- 原子核の表面振動がわかると何かいいことがあるのか?
- 原子核の体積が変化する場合には何か違いが現れたりするのか?

✓ 今日の授業の中で説明します(今から説明します)

- 何故 ^{150}Nd のピークが2つになるのかももう一度説明して欲しい。

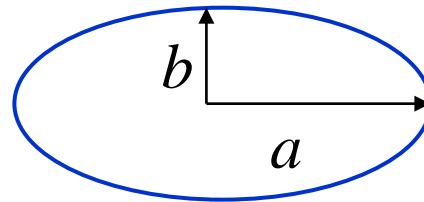
✓ 今日の授業の中で説明します(今から説明します)

原子核の表面振動

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A} \quad (\text{球形の原子核})$$

原子核を**体積一定のまま**変形してみるとどうなるか(原子核は体積を変えるのが大変なので)?

例) 回転楕円体



$$\begin{aligned} a &= R \cdot (1 + \epsilon) \\ b &= R \cdot (1 + \epsilon)^{-1/2} \\ ab^2 &= R^3 = \text{一定} \end{aligned}$$

変形したときのエネルギー変化:

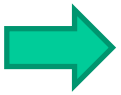
- 体積項、対称項: 変化せず
- 表面項: 損をする(表面積が大きくなるため)
- クーロン項: 得をする(平均的な陽子間距離が大きくなるため)

$\left\{ \begin{array}{l} \text{表面項} \quad \rightarrow \text{球形になる傾向} \\ \text{クーロン項} \quad \rightarrow \text{変形になる傾向} \end{array} \right\} \rightarrow \text{2つの力の競合}$

原子核の表面振動

$$E_{\text{surf}} = E_{\text{surf}}^{(0)} \left(1 + \frac{2}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$

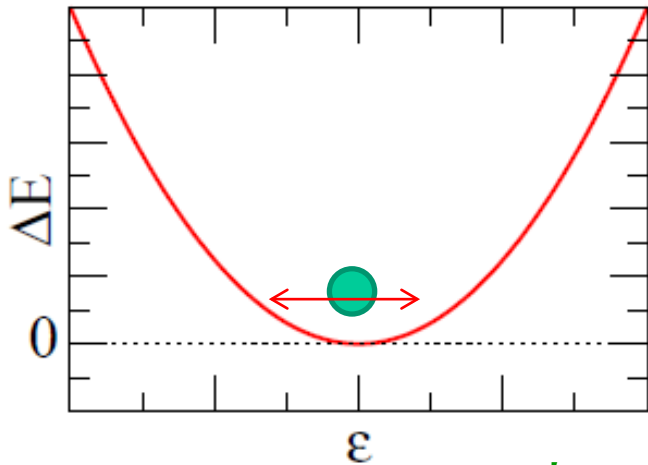
$$E_C = E_C^{(0)} \left(1 - \frac{1}{5} \epsilon^2 + \dots \right)$$



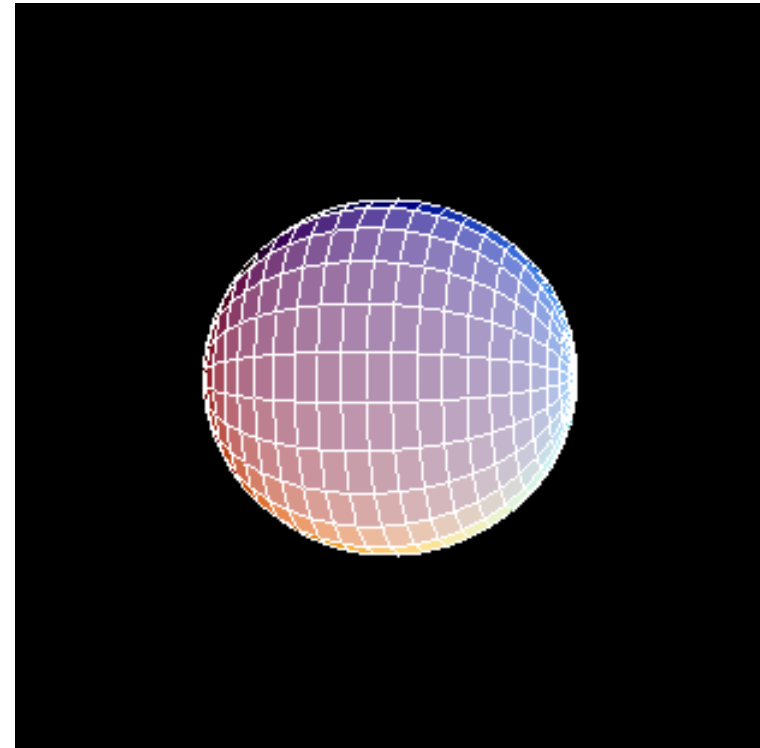
$$\Delta E = E_{\text{surf}}^{(0)} \cdot \frac{2}{5} (1 - x) \epsilon^2$$

$$x \equiv \frac{E_C^{(0)}}{2E_{\text{surf}}^{(0)}}$$

(fissility パラメーター)



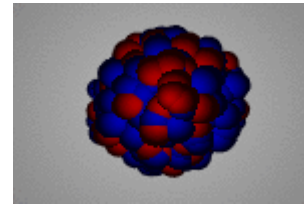
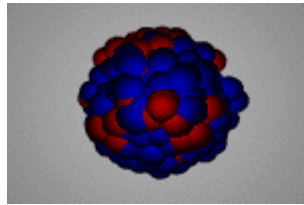
極小点まわりの
ゆらぎ



原子核：陽子と中性子の2種類の粒子

どのように動くかで2種類の振動

- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



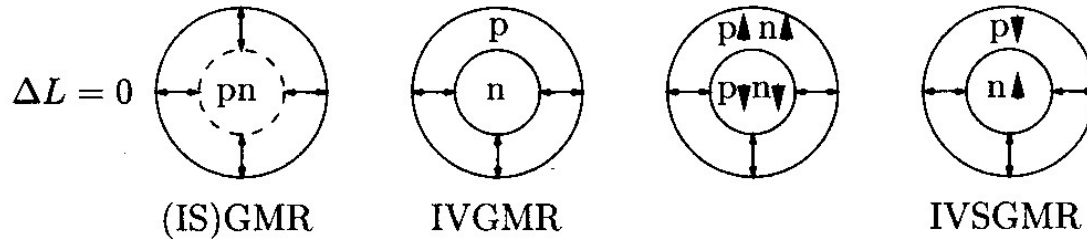
✓ 励起状態の分類の仕方

一般に、

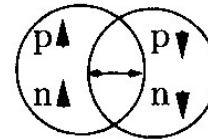
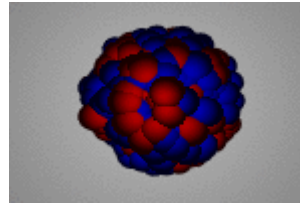
アイソ・スカラー型：アイソ・ベクター型に比べてエネルギーが低い

アイソ・ベクター型：励起エネルギーが高い領域

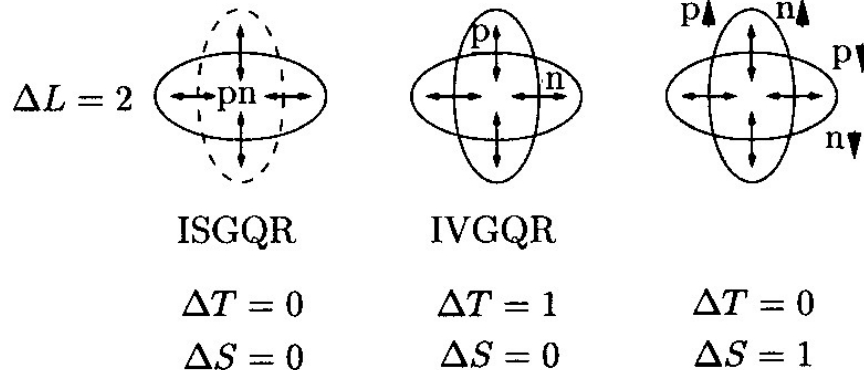
- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



$\Delta L = 1$

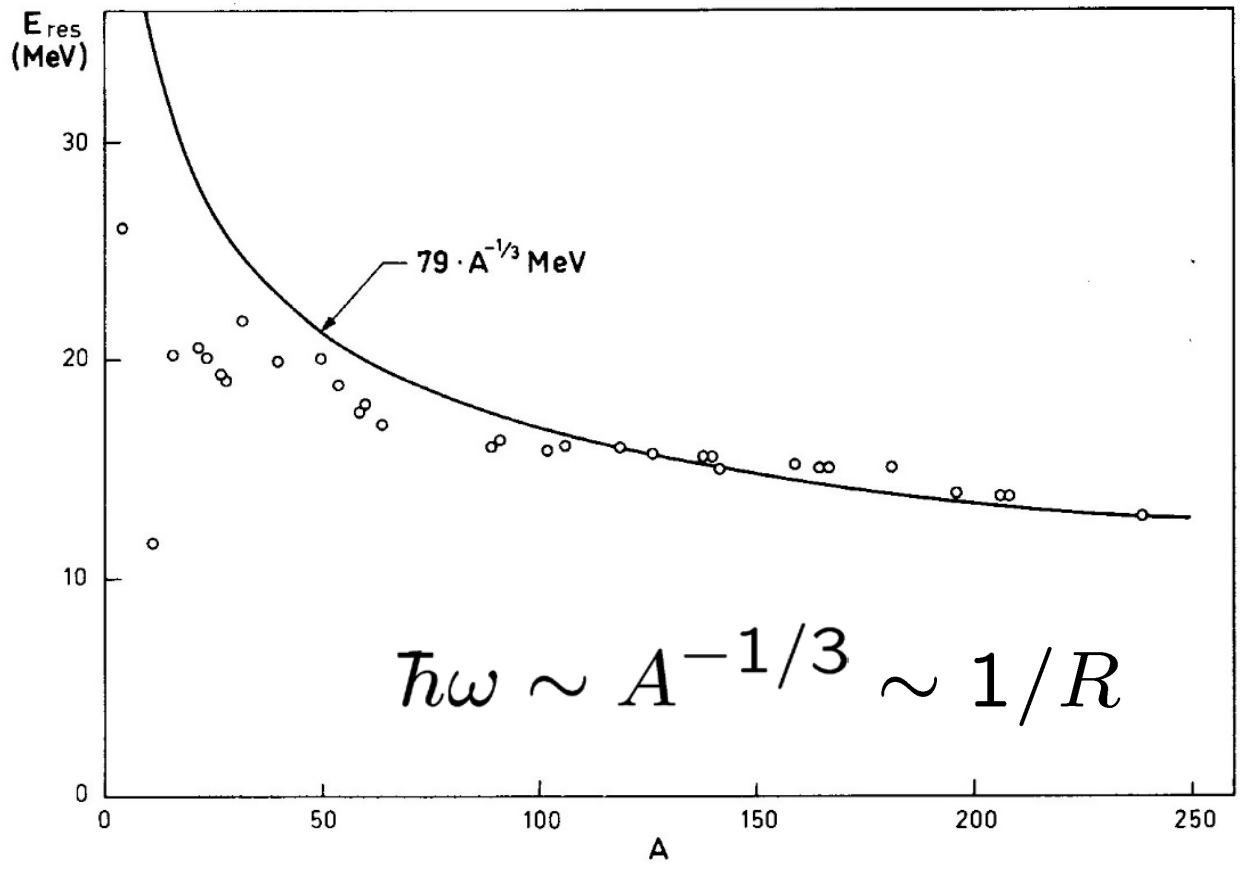


巨大双極子共鳴
(GDR)



movies: H.-J. Wollersheim,

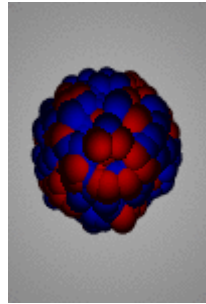
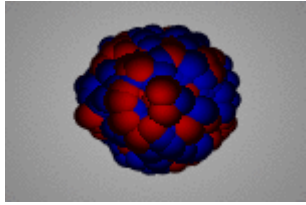
<https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html>



Bohr-Mottelson
“Nuclear Structure vol. II”

変形の効果

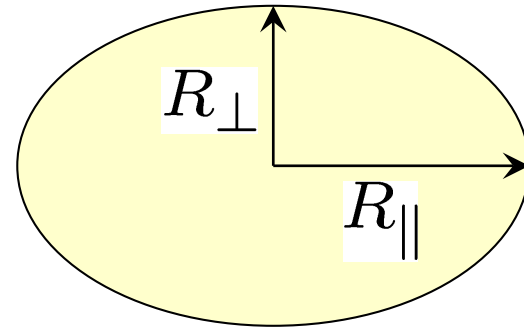
✓ 原子核が球形のとき:



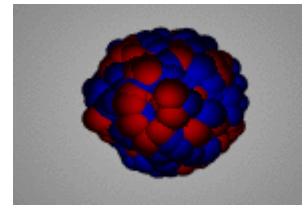
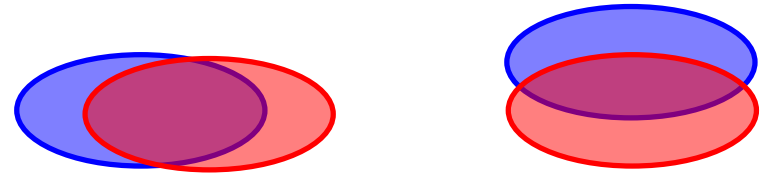
同じエネルギー

どの方向に振動しても
同じエネルギー
(x, y, z 方向の3成分)

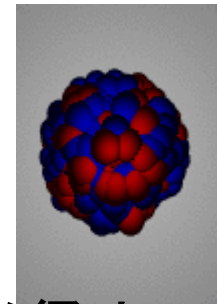
$$\hbar\omega \sim A^{-1/3} \sim 1/R$$



✓ 原子核が変形したとき:



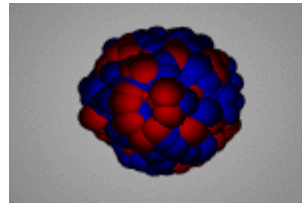
半径大
→エネルギー小



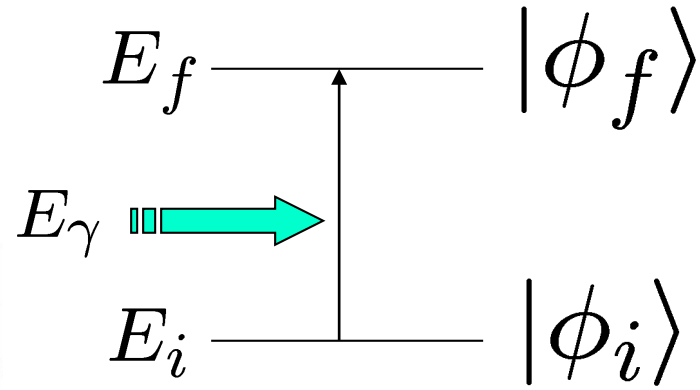
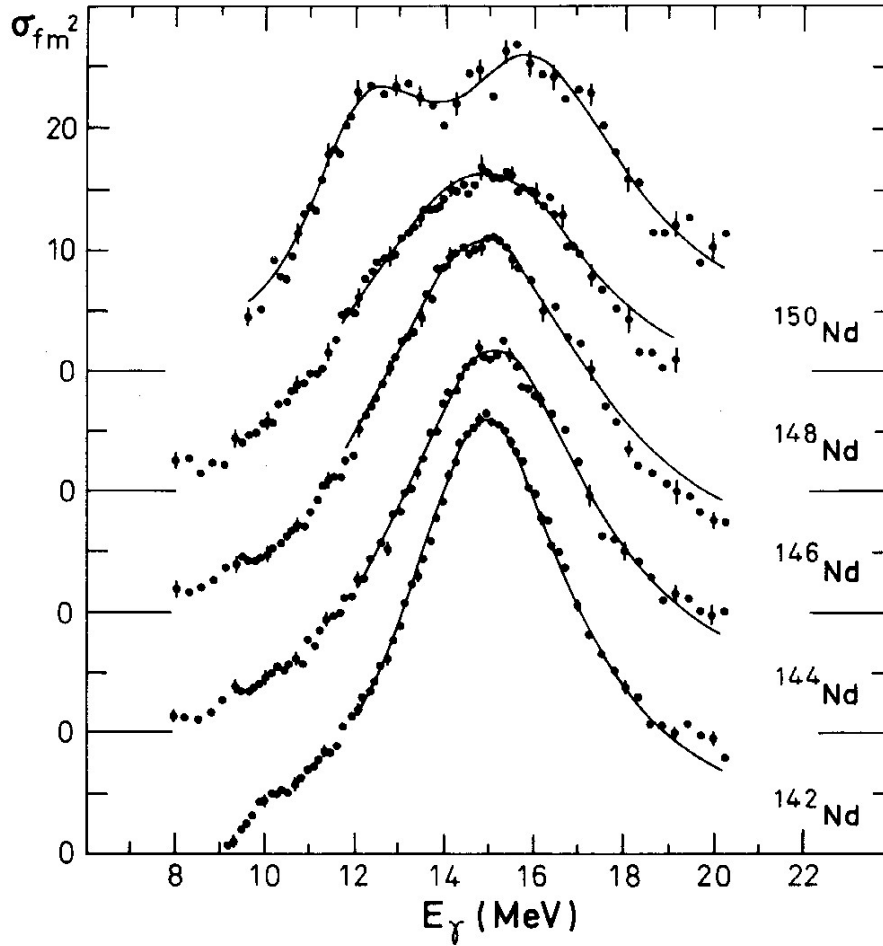
半径小
→エネルギー大

2つのエネルギーが分離して
見える

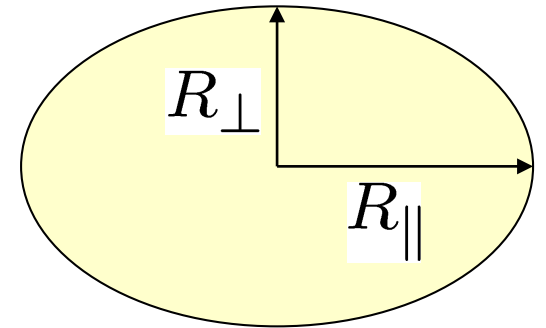
変形の効果



光吸収 断面積

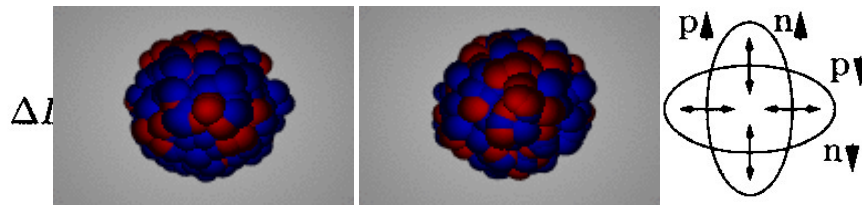
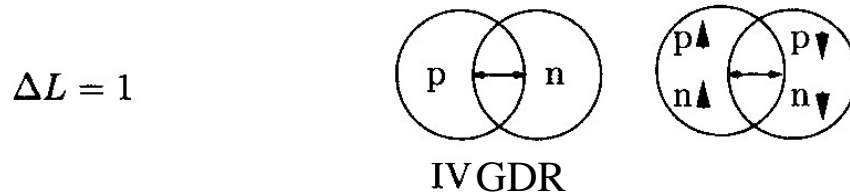
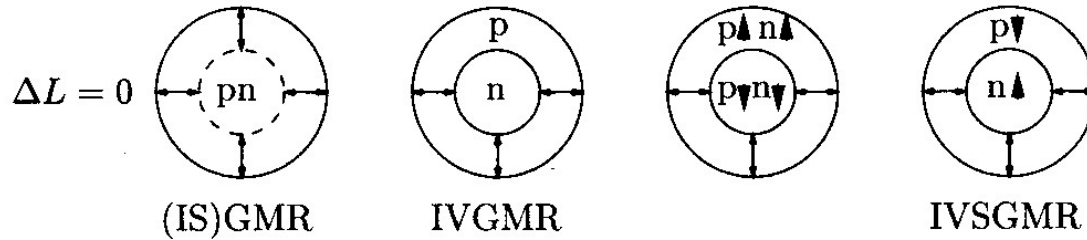


フォトンのエネルギー
と励起エネルギーが
一致すると光子が
原子核に吸収される



$$\hbar\omega \sim A^{-1/3} \sim 1/R$$

- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



巨大四重極子振動

ISGQR

IVGQR

$\Delta T = 0$

$\Delta T = 1$

$\Delta T = 0$

$\Delta T = 1$

$\Delta S = 0$

$\Delta S = 0$

$\Delta S = 1$

$\Delta S = 1$

movies: H.-J. Wollersheim,

<https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html>

巨大四重極子振動の発見

@東北大学核理研(現:電子光物理学研究センター)

VOLUME 29, NUMBER 16

PHYSICAL REVIEW LETTERS

16 OCTOBER 1972

Giant Multipole Resonances in ^{90}Zr Observed by Inelastic Electron Scattering

S. Fukuda and Y. Torizuka

Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University, Tomizawa, Sendai, Japan

(Received 24 August 1972)

Inelastic electron scattering from the giant dipole resonance region in ^{90}Zr was measured. In addition to the usual dipole resonance we have found new resonances at 14.0 MeV and around 28 MeV. The spins and parities and transition strengths of these states are discussed.

VOLUME 30, NUMBER 21

PHYSICAL REVIEW LETTERS

21 MAY 1973

Electroexcitation of Giant Resonances in ^{208}Pb

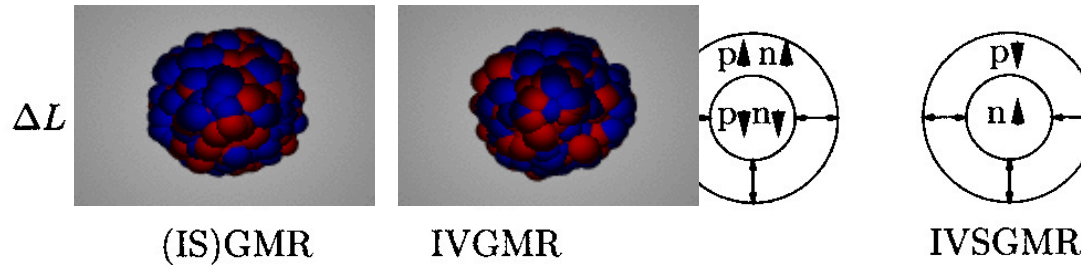
M. Nagao and Y. Torizuka

Laboratory of Nuclear Science, Tohoku University, Tomizawa, Sendai, Japan

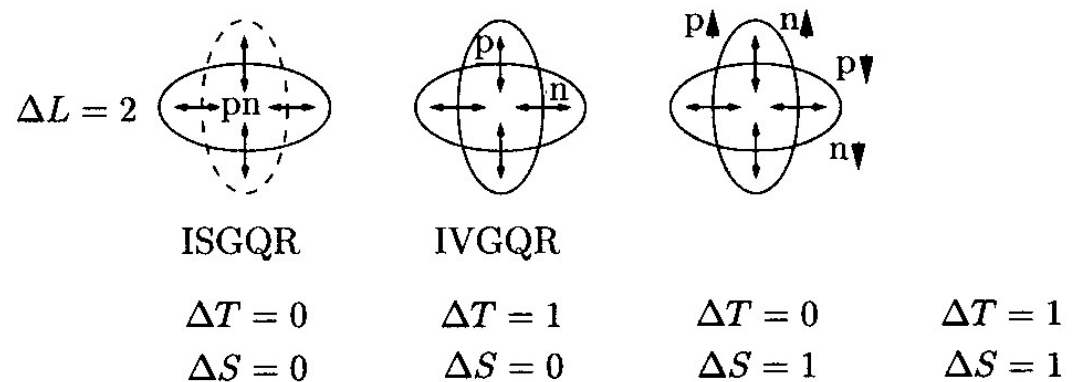
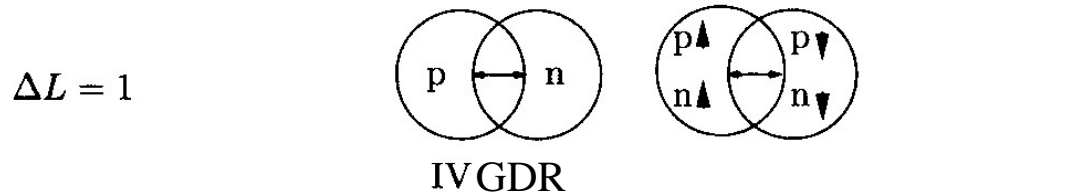
(Received 27 February 1973)

The giant-resonance region in ^{208}Pb was observed by inelastic electron scattering. We present evidence for the existences of a 2^+ (or 0^+) state at ~ 22 MeV and a 3^- state at ~ 19 MeV with giant-resonance character. The resonance states between 8.6 and 11.6 MeV are confirmed to be 2^+ (or 0^+) and the sum of their strengths exhausts about 50% of the $E2$ sum rule or 100% of $E0$.

- 陽子と中性子が一緒に動く(アイソ・スカラー型)
- 陽子と中性子が反対方向に動く(アイソ・ベクトル型)



巨大単極子振動
(呼吸モード)



movies: H.-J. Wollersheim,

<https://web-docs.gsi.de/~wolle/TELEKOLLEG/KERN/index-s.html>

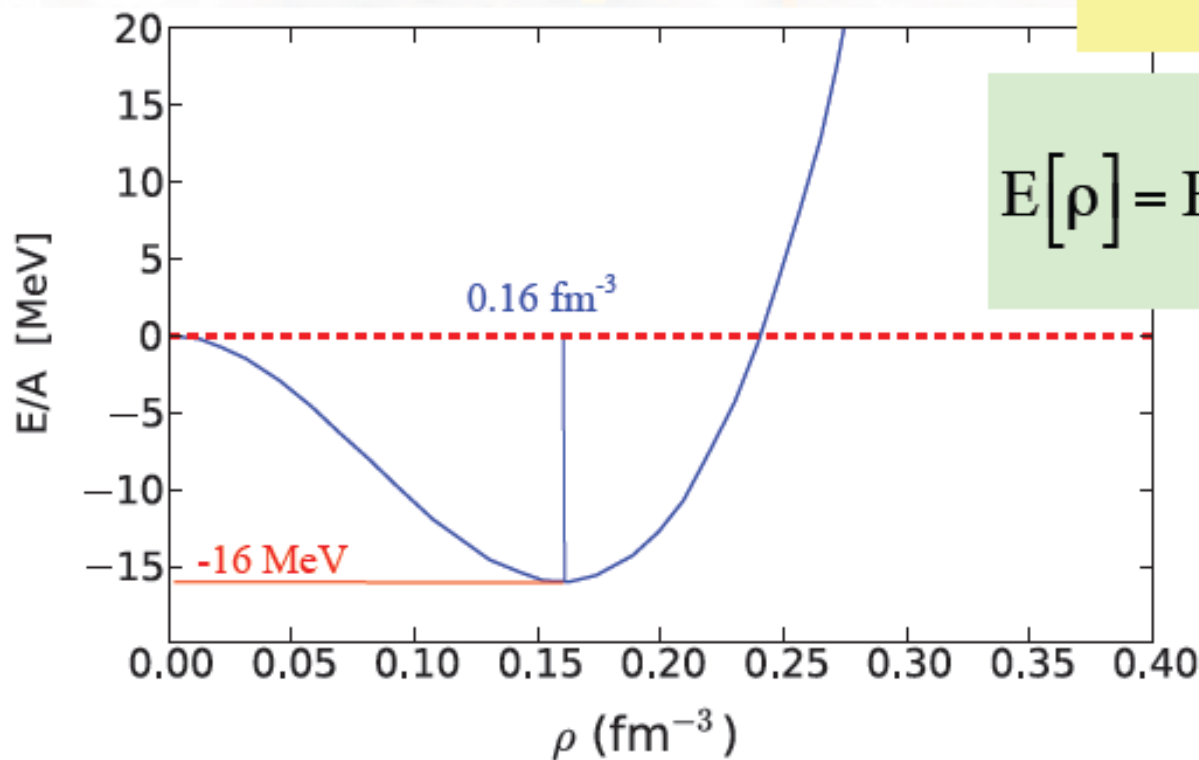
核物質の状態方程式

原子核がどのくらい固いのか

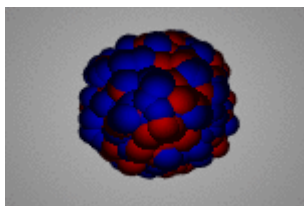
非圧縮度

$$K_{\infty} = 9\rho^2 \left. \frac{d^2 [E(\rho) / \rho]}{d\rho^2} \right|_{\rho_0}$$

$$E[\rho] = E[\rho_0] + \frac{1}{18} K_{\infty} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2$$

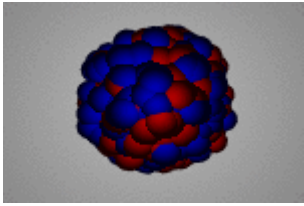


slide: Carlos Bertulani



$$E_{\text{ISGMR}} \sim \sqrt{\frac{\hbar^2 K}{m \langle r^2 \rangle}}$$

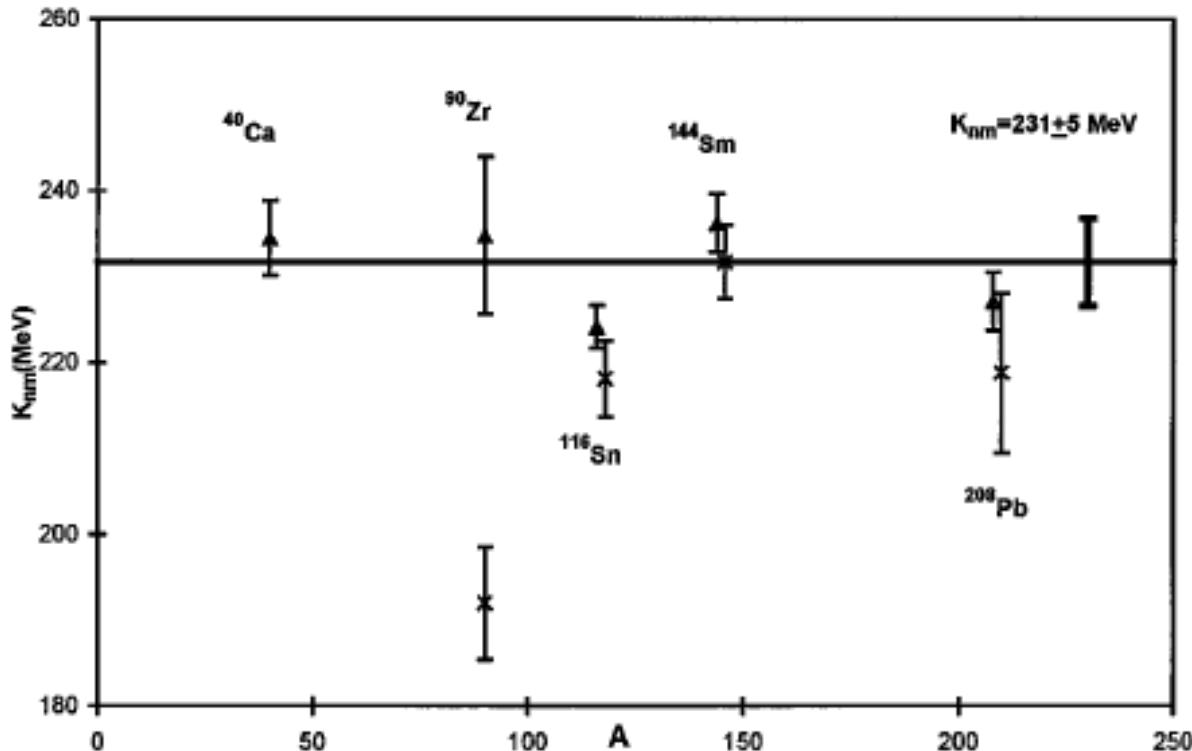
J.P. Blaizot,
Phys. Rep. 64 ('80) 171



アイソ・スカラー型巨大単極子モード (呼吸モード)

$$E_{\text{ISGMR}} \sim \sqrt{\frac{\hbar^2 K}{m \langle r^2 \rangle}}$$

J.P. Blaizot,
Phys. Rep. 64 ('80) 171

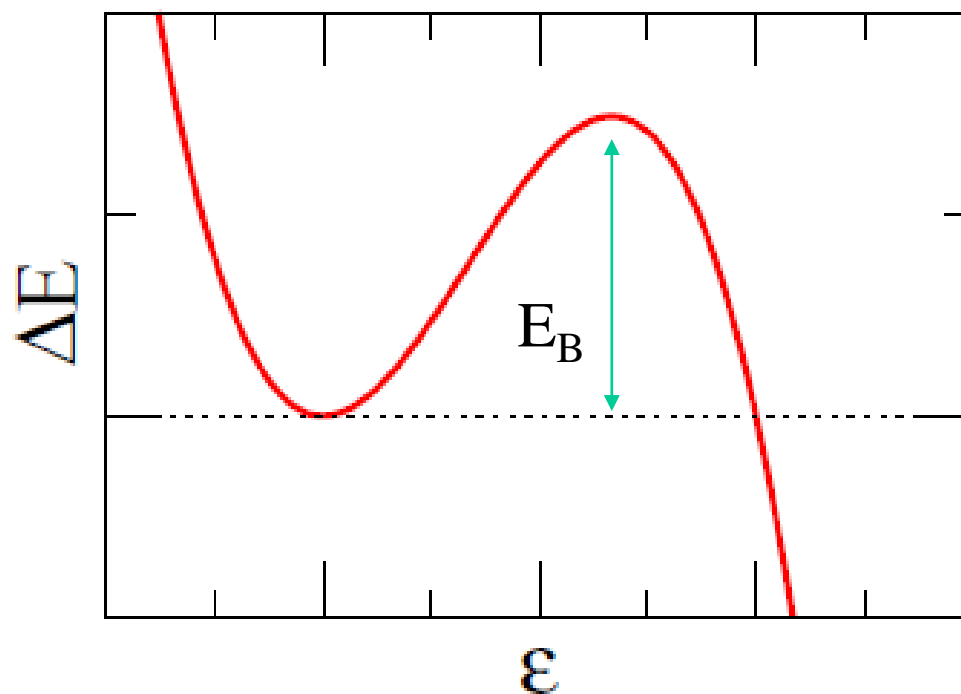


$K \sim 231 \pm 5 \text{ MeV}$

核分裂について

■ 次に3次まで

$$\Delta E = E_S^{(0)} \left\{ \frac{2}{5}(1-x)\epsilon^2 - \frac{4}{105}(1+2x)\epsilon^3 + \dots \right\}$$



表面エネルギーとクーロンエネルギーの競合によるポテンシャル障壁

ポテンシャル障壁の高さ (^{236}U の場合)

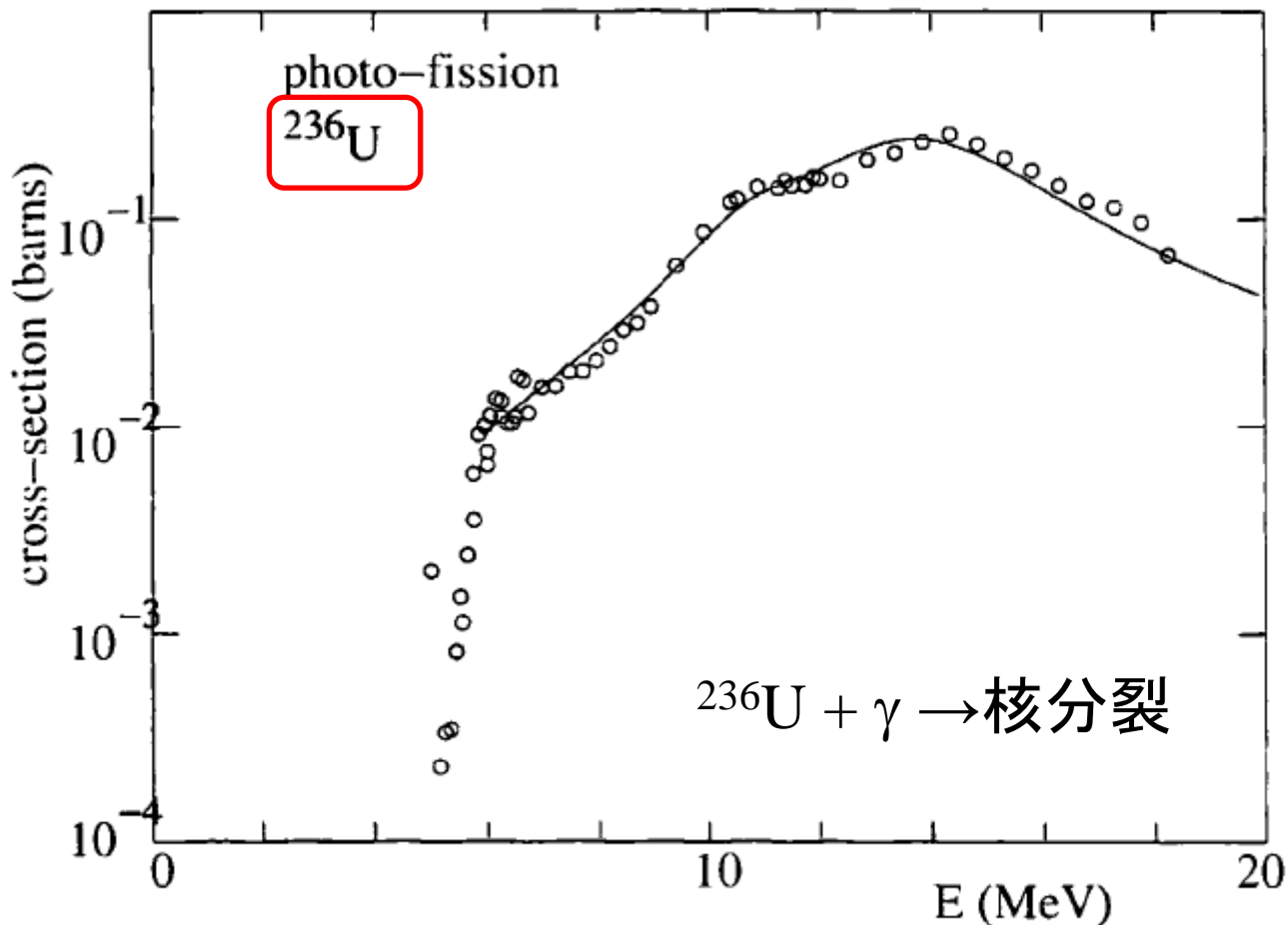
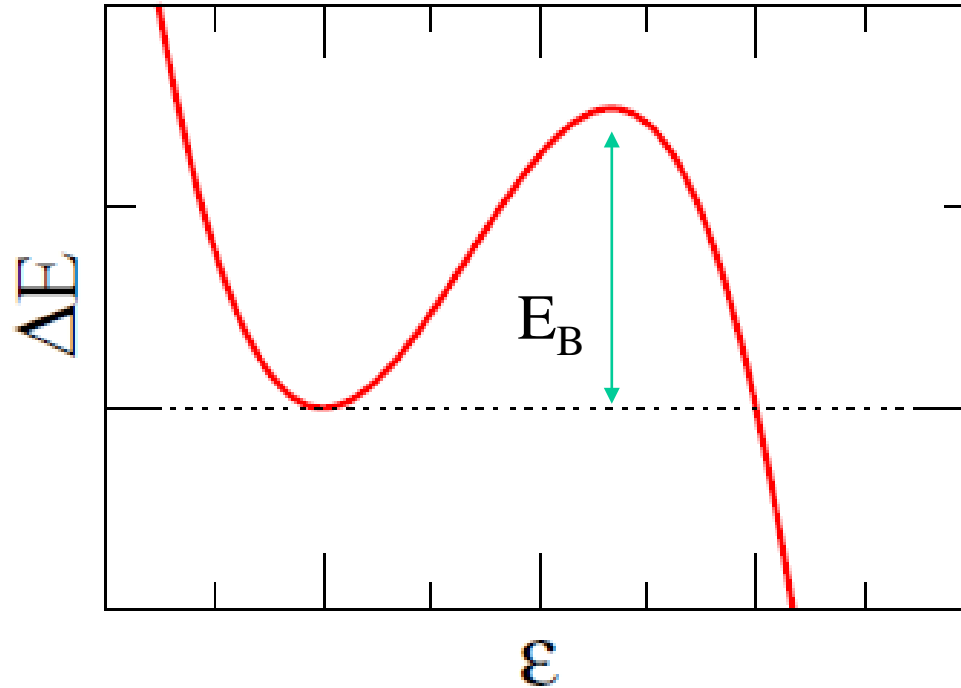


Fig. 6.5. Cross-section for $\gamma^{236}\text{U} \rightarrow \text{fission}$ [30].

photo-fission (光核分裂)の断面積: フォトンのエネルギーが 5.7 MeV のあたりから断面積が急に立ち上がる (障壁の高さが 5.7 MeV くらい)

$$\Delta E = E_S^{(0)} \left\{ \frac{2}{5}(1-x)\epsilon^2 - \frac{4}{105}(1+2x)\epsilon^3 + \dots \right\}$$



$$E_B = \frac{98}{15} \cdot \frac{(1-x)^3}{(1+2x)^2} \cdot E_S^{(0)}$$

重い核ほど障壁は低くなる

← クーロンの効果が大きくなる

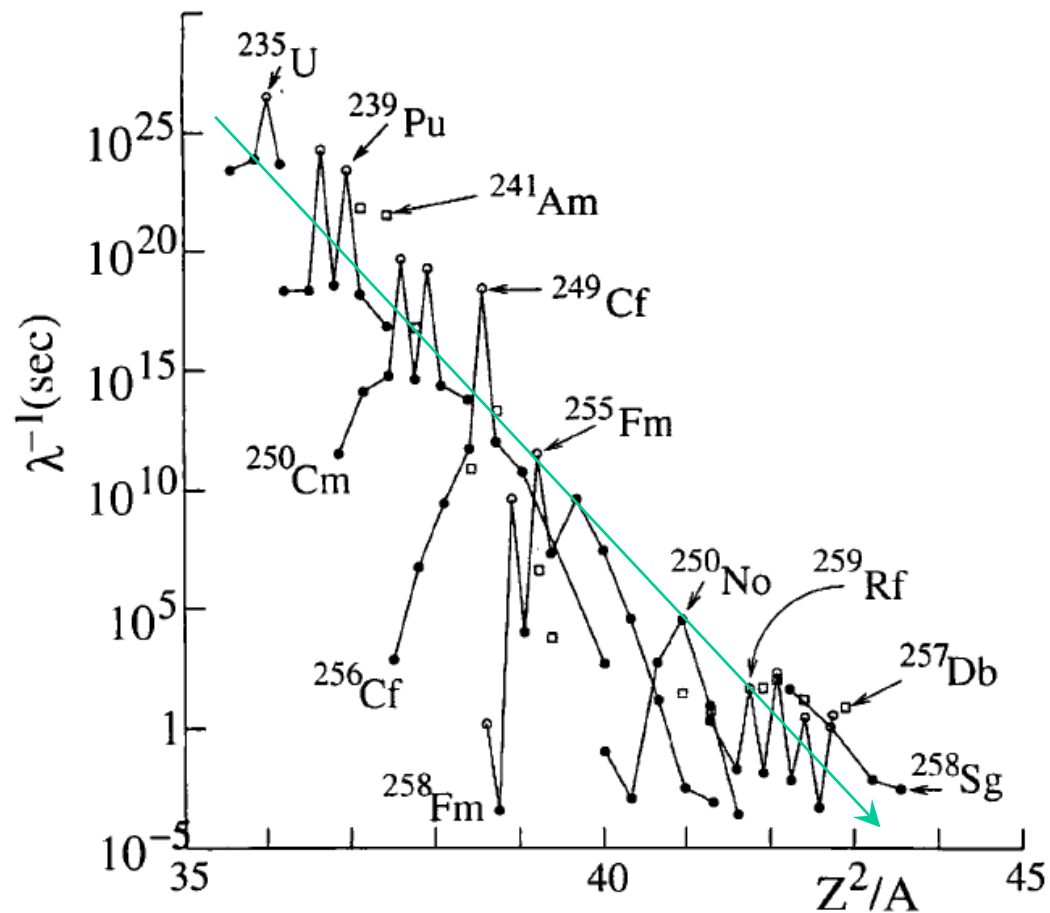
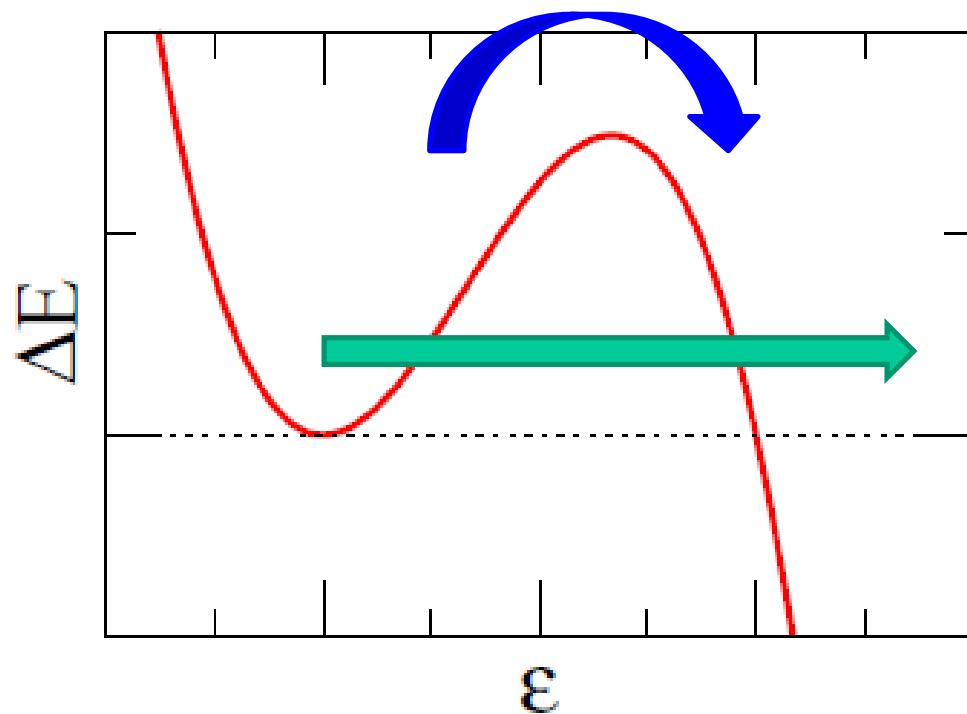


Fig. 6.4. Spontaneous fission lifetimes as a function of the fission parameter Z^2/A for selected nuclei. Circles are for even- Z nuclei. filled circles for even-even nuclei and open circles for even-odd nuclei. Squares are for odd- Z nuclei.

自発核分裂の寿命: Z^2/A が大きくなるほど、核分裂障壁が低くなって寿命が短くなる

2種類の核分裂



①誘起核分裂(熱的崩壊)

cf. 化学反応
(アレニウスの式)

②自発核分裂

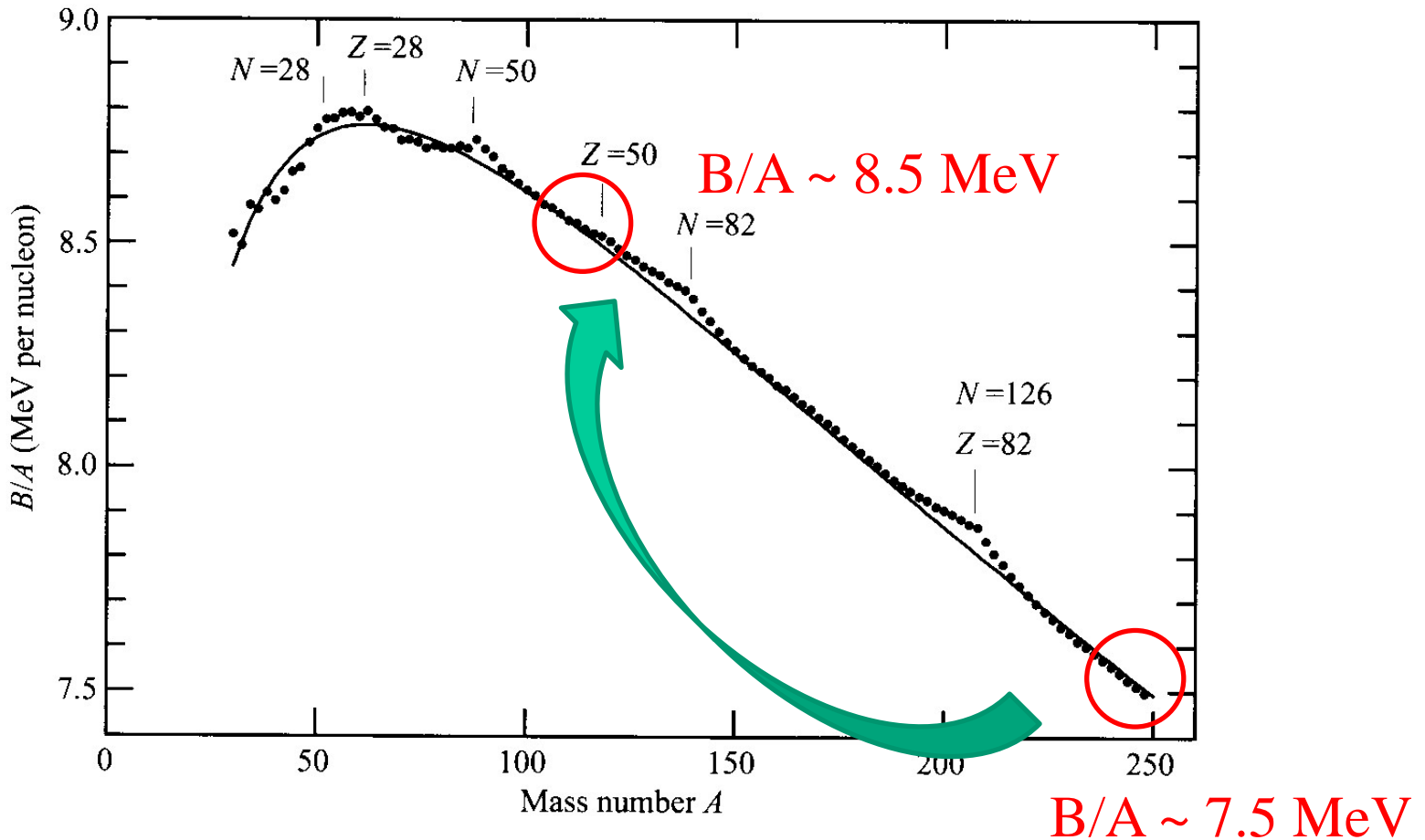


トンネル効果



後でもう少し詳しく
(アルファ崩壊)

エネルギーの解放



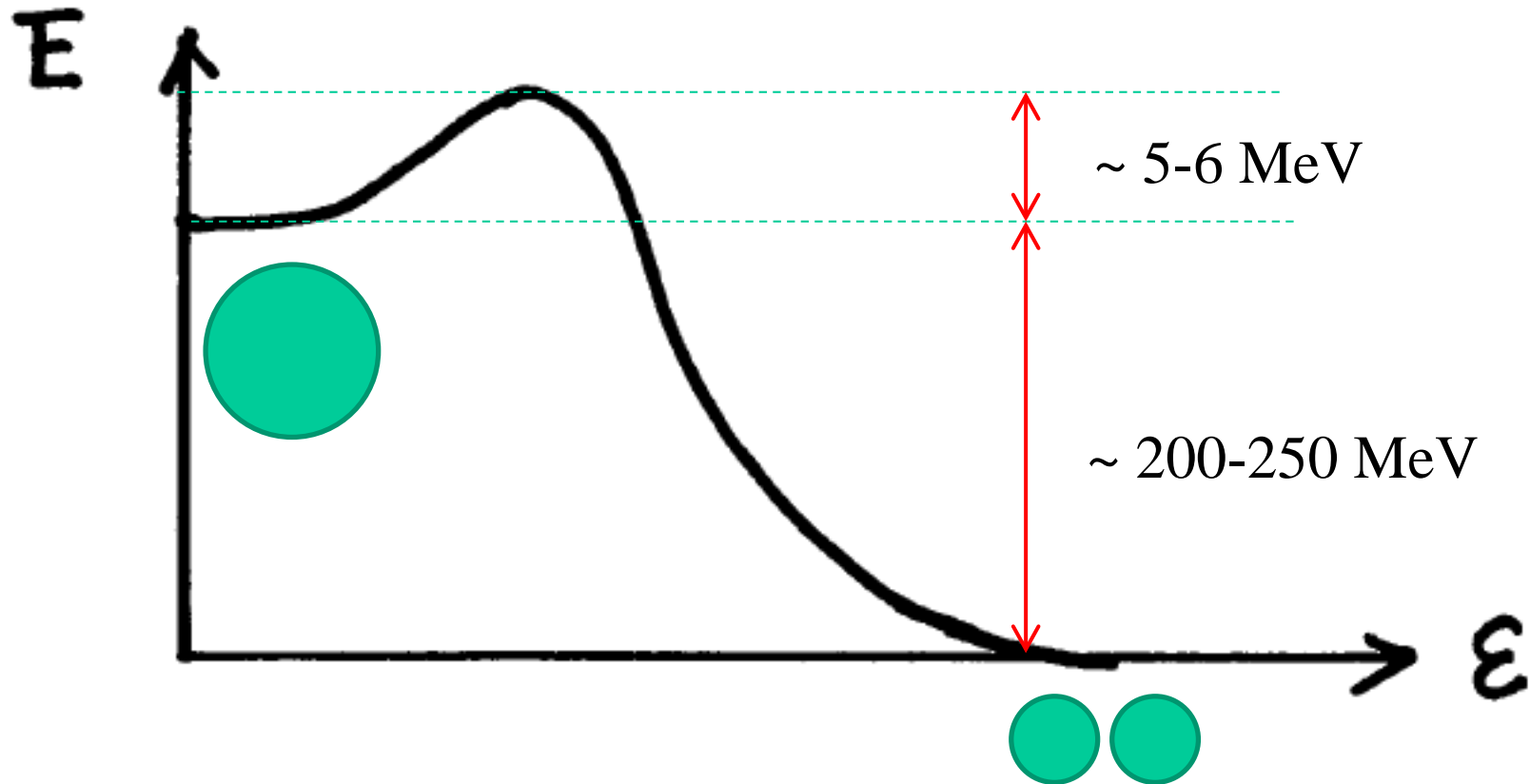
$(A=240) \rightarrow 2 \times (A=120)$

$$\Delta E = -7.5 \times 240 + 8.5 \times 120 \times 2 \sim 240 \text{ (MeV)}$$

エネルギーの解放

$(A=240) \rightarrow 2 \times (A=120)$

$$\Delta E = -7.5 \times 240 + 8.5 \times 120 \times 2 \sim 240 \text{ (MeV)}$$



どうして ^{235}U が“燃え”て ^{238}U が“燃え”ないのか(原発)?

天然ウラン:

^{238}U 99.2742%

^{235}U 0.7204%

^{234}U 0.0054%

このうち、 ^{235}U だけが「燃える」

$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{236}\text{U}^* \rightarrow$ 核分裂

$^{238}\text{U} + \text{n} \rightarrow ^{239}\text{U}^* \rightarrow$ 核分裂 はほとんど無視できる確率

なぜか?

どうして ^{235}U が“燃え”て ^{238}U が“燃え”ないのか(原発)?

障壁の高さが違うため?



そうではない

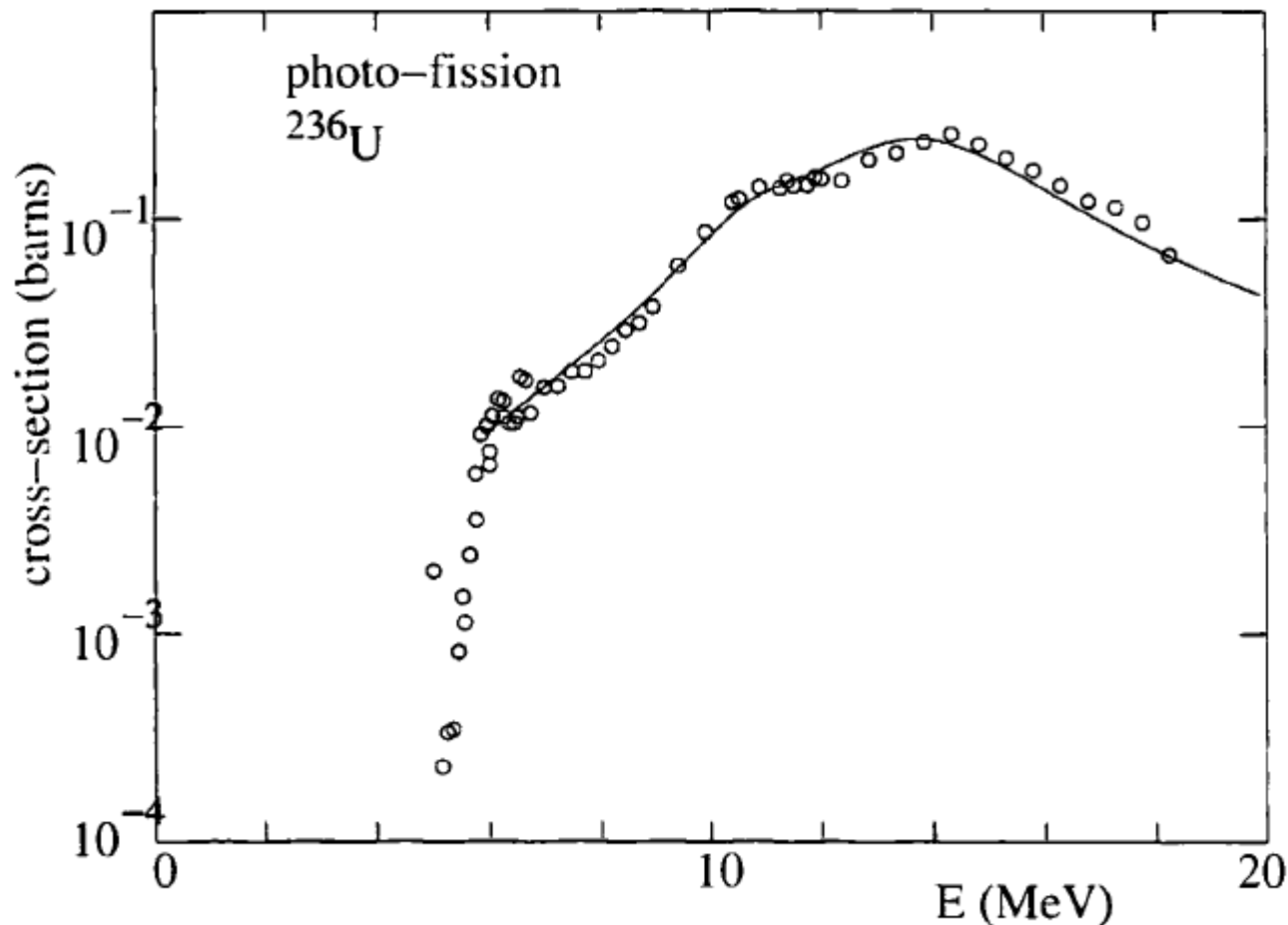


Fig. 6.5. Cross-section for $\gamma^{236}\text{U} \rightarrow \text{fission}$ [30].

photo-fission (光核分裂)の断面積: フォトンのエネルギーが 5.7 MeV のあたりから断面積が急に立ち上がる(障壁の高さが 5.7 MeV くらい)

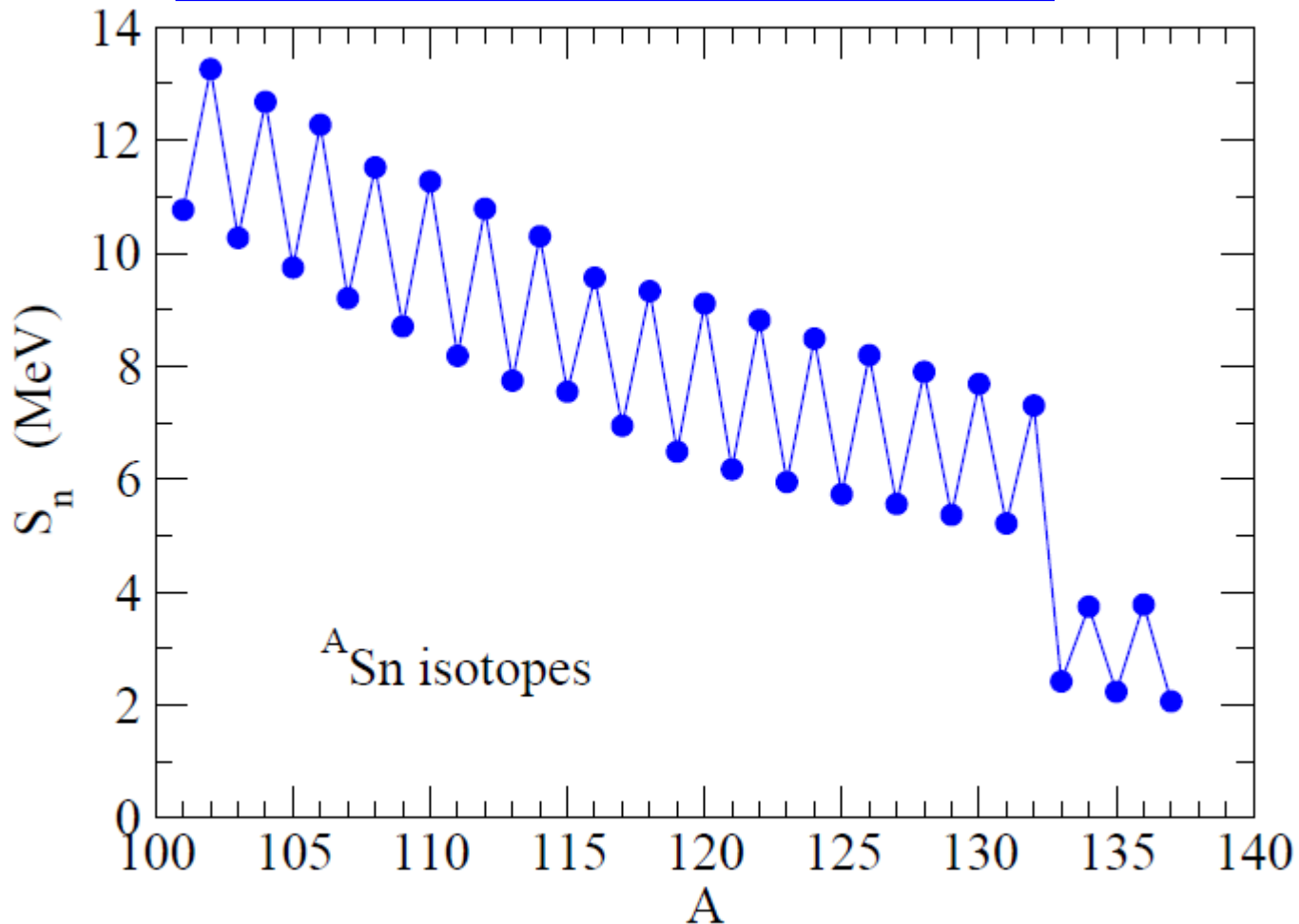
* ^{239}U の核分裂障壁の高さは同程度 (6.0 MeV)

^{236}U と ^{239}U で大きく違うのが1中性子分離エネルギー

$$S_n(^{236}\text{U}) = 6.3 \text{ MeV}$$

$$S_n(^{239}\text{U}) = 4.8 \text{ MeV}$$

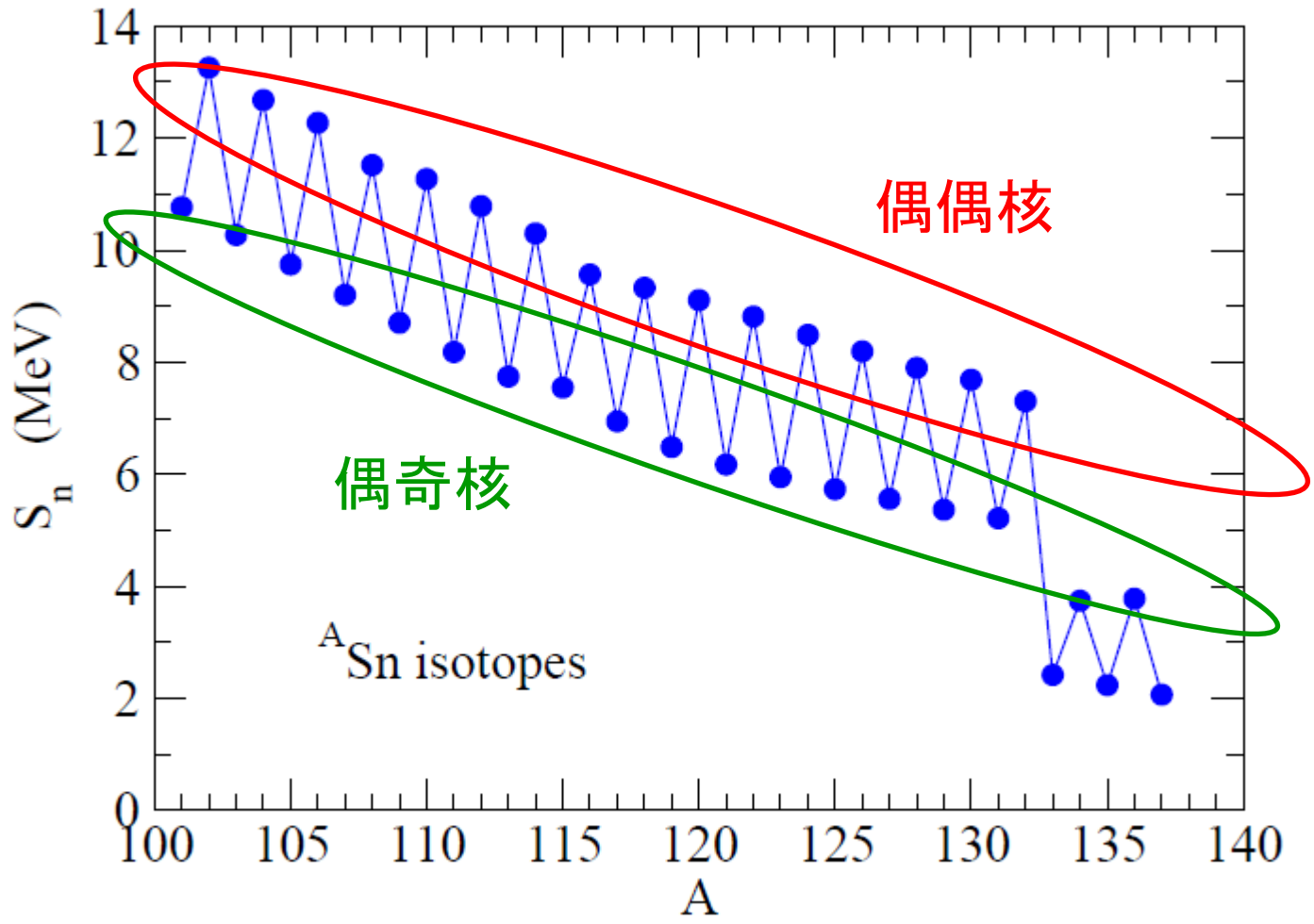
分離エネルギーにおける偶奇効果



1n separation energy: $S_n(A, Z) = B(A, Z) - B(A-1, Z)$

偶数個の中性子から1つ中性子
を取る方が奇数個から取るより
大きなエネルギーが必要: 対相関

even-odd staggering



1n separation energy: $S_n (A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$

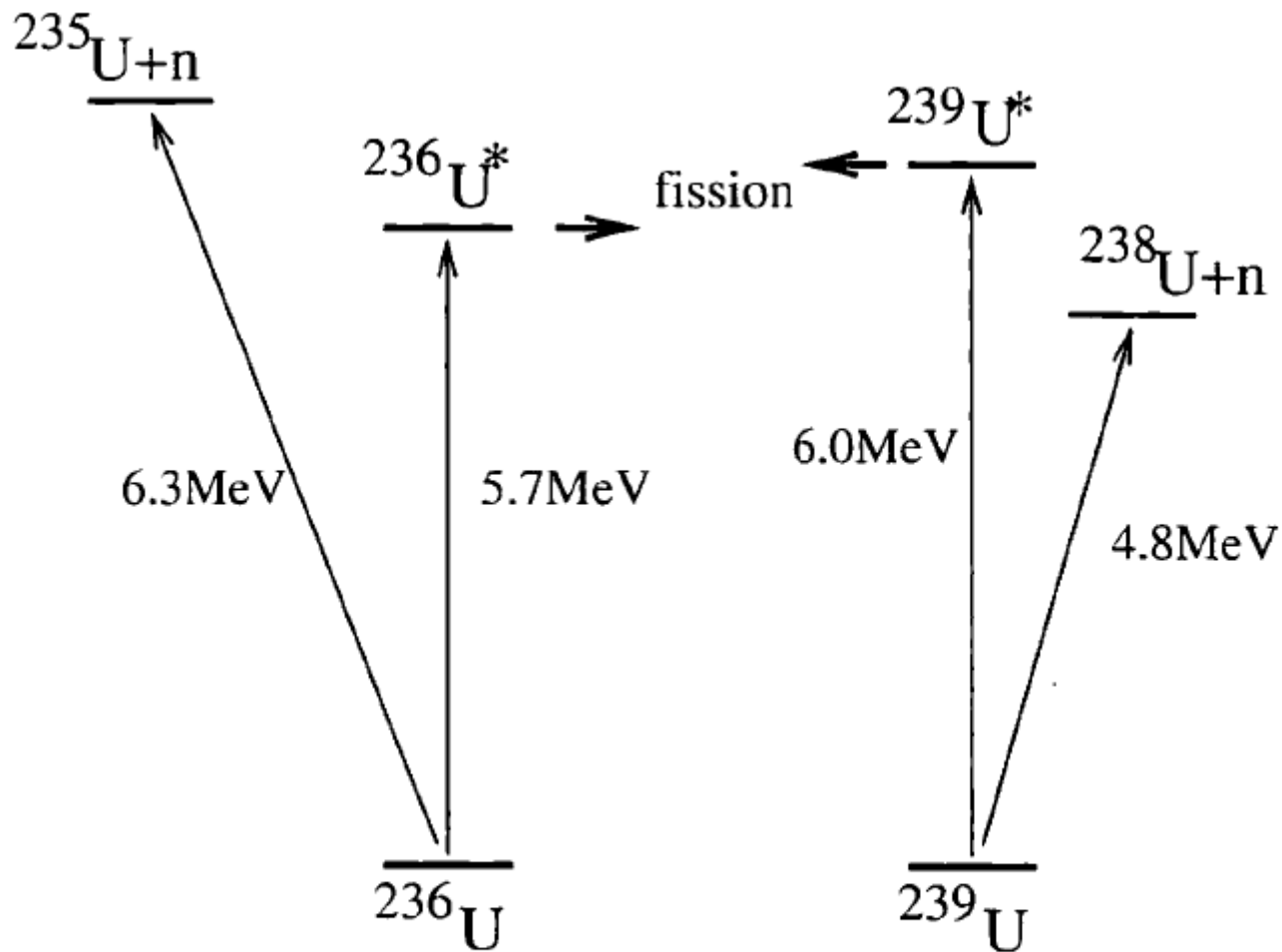
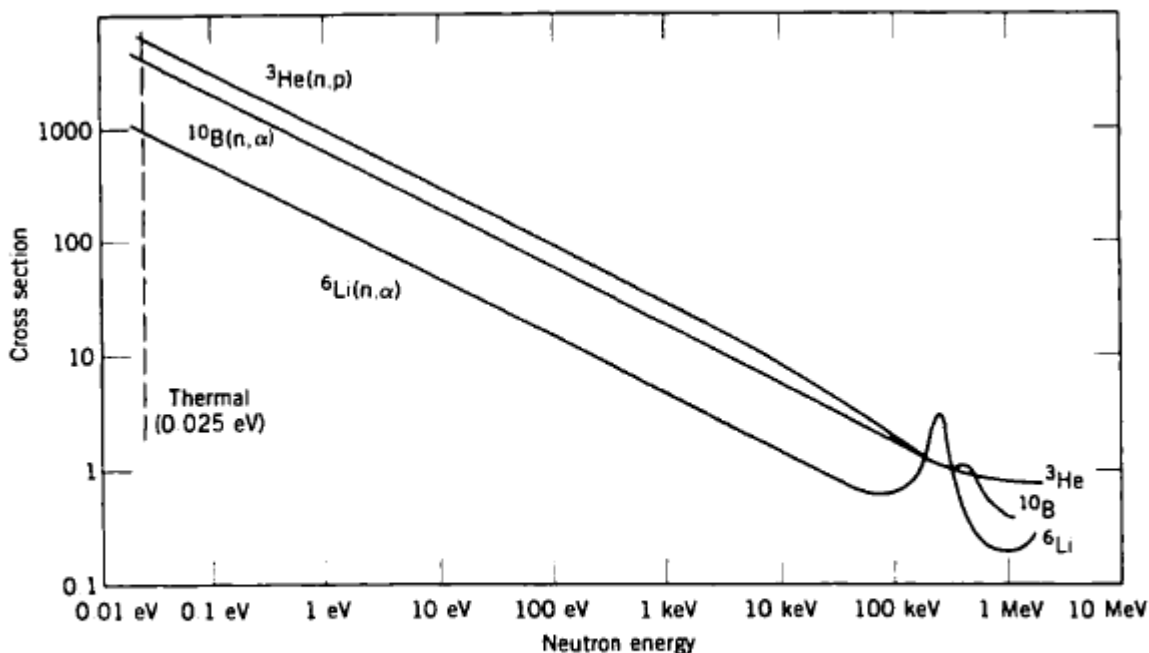


Fig. 6.6. Levels of the systems $A = 236$ and $A = 239$ involved in the fission of ^{236}U and ^{239}U . The addition of a motionless (or thermal) neutron to ^{235}U can lead to the fission of ^{236}U . On the other hand, fission of ^{239}U requires the addition of a neutron of kinetic energy $T_n = 6.0 - 4.8 = 1.2 \text{ MeV}$.

核分裂障壁の高さと1中性子分離エネルギーの関係

- 中性子の入射エネルギーをあげると核分裂障壁を越えれる²³⁹U の励起状態を作ることができるが、今度は中性子吸収の確率が小さくなって核分裂の効率が落ちる。



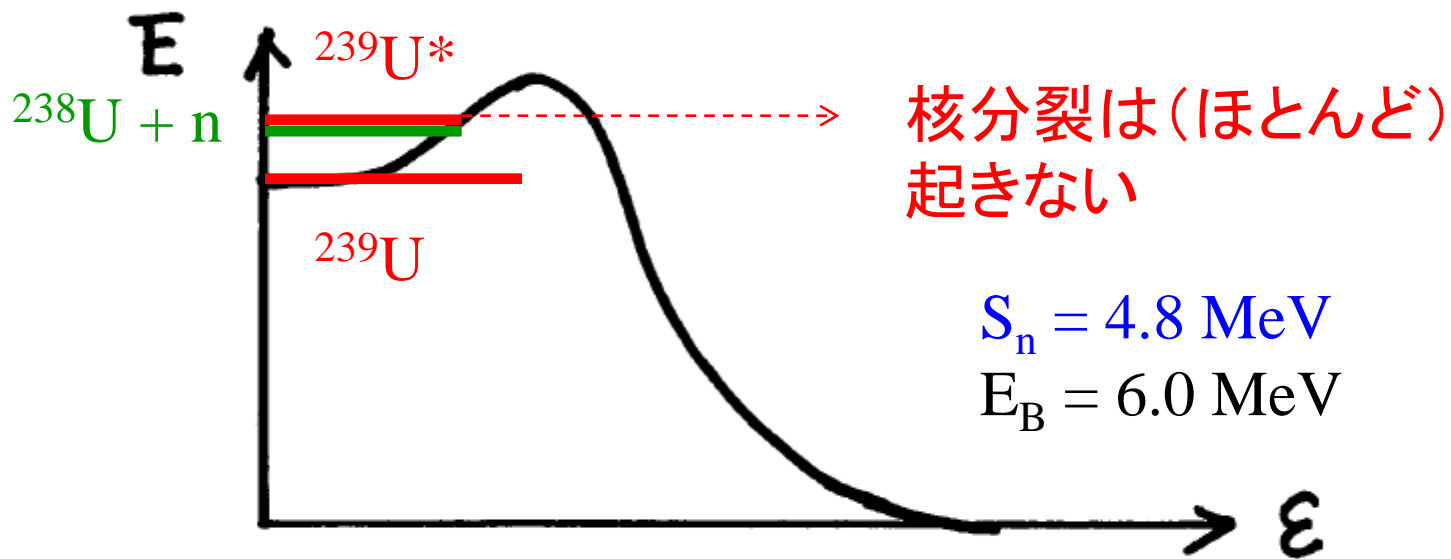
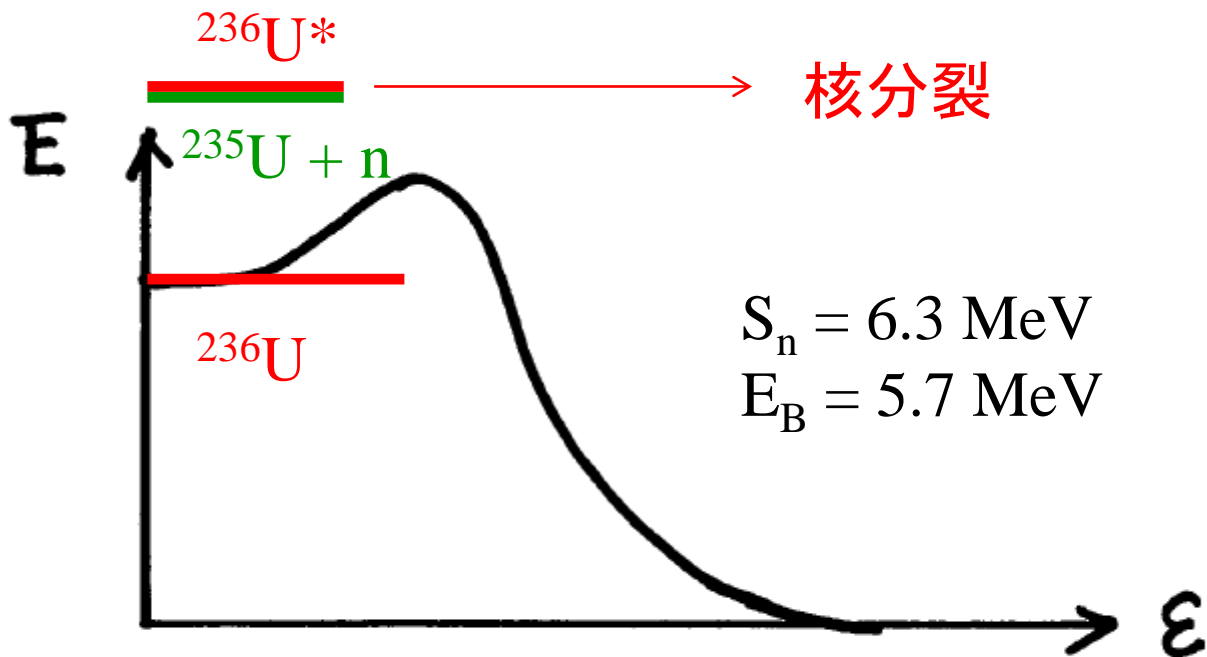
* 1 b = 100 fm²

Figure 12.5 Neutron cross sections for ³He(n,p), ¹⁰B(n,α), and ⁶Li(n,α). The cross section shows the 1/v behavior for $E < 1$ keV, but begins to show resonances above 100 keV.

吸収断面積は $1/v$ に比例 ($1/v$ 則)

熱中性子 (0.025 eV) による核分裂断面積: 532 +/- 4 (b)

速い中性子 (~ 1 MeV) による核分裂断面積: 0.29 (b)



出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

- ・今日の授業でわかりずらかったこと
(もう一度説明して欲しいこと)
- ・今日の授業の内容で、もう少し掘り下げてほしいこと
- ・授業の感想
- ・今日の授業で初めて知ったことや、前から知っていたけど今日の授業で整理できたこと(忘れていたこと)

などを書いて下さい。