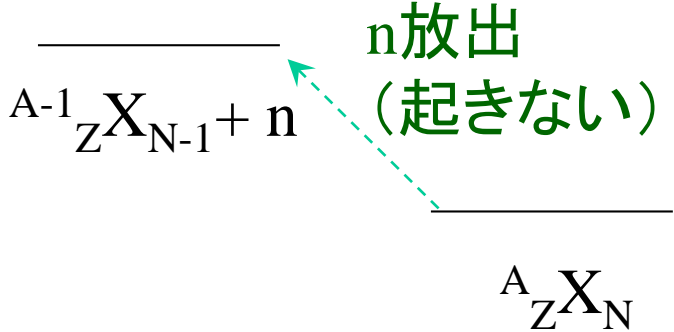
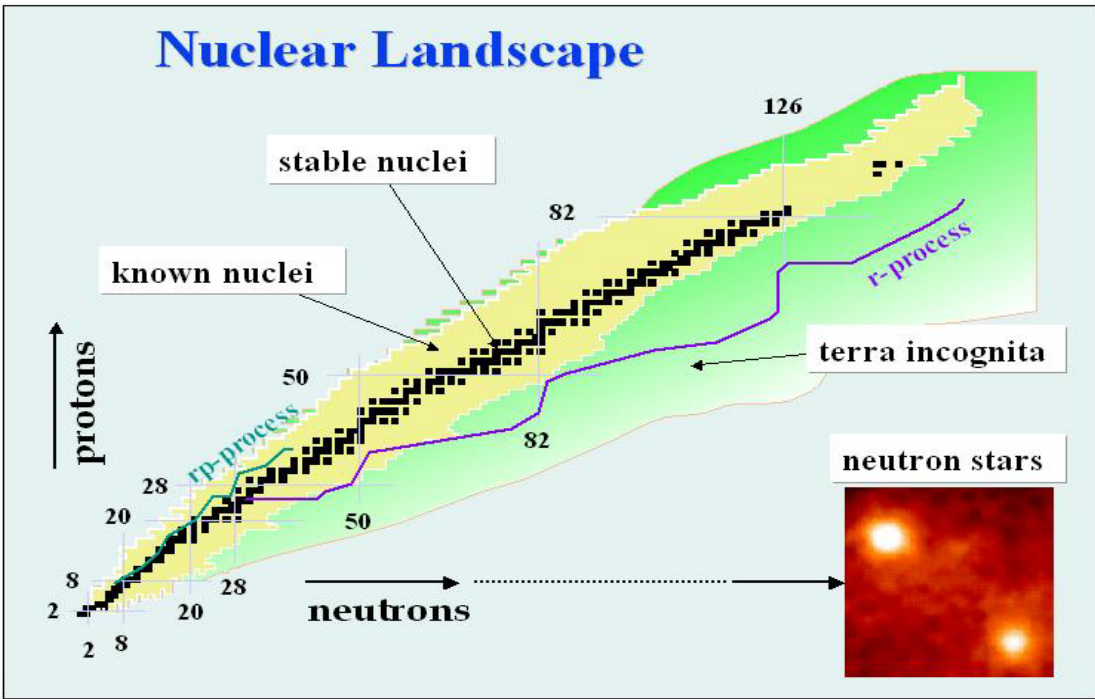


先週のアンケートより



➤ β崩壊はなぜ中性子が多いにも関わらず中性子を出さずに電子やニュートリノを出すのですか？

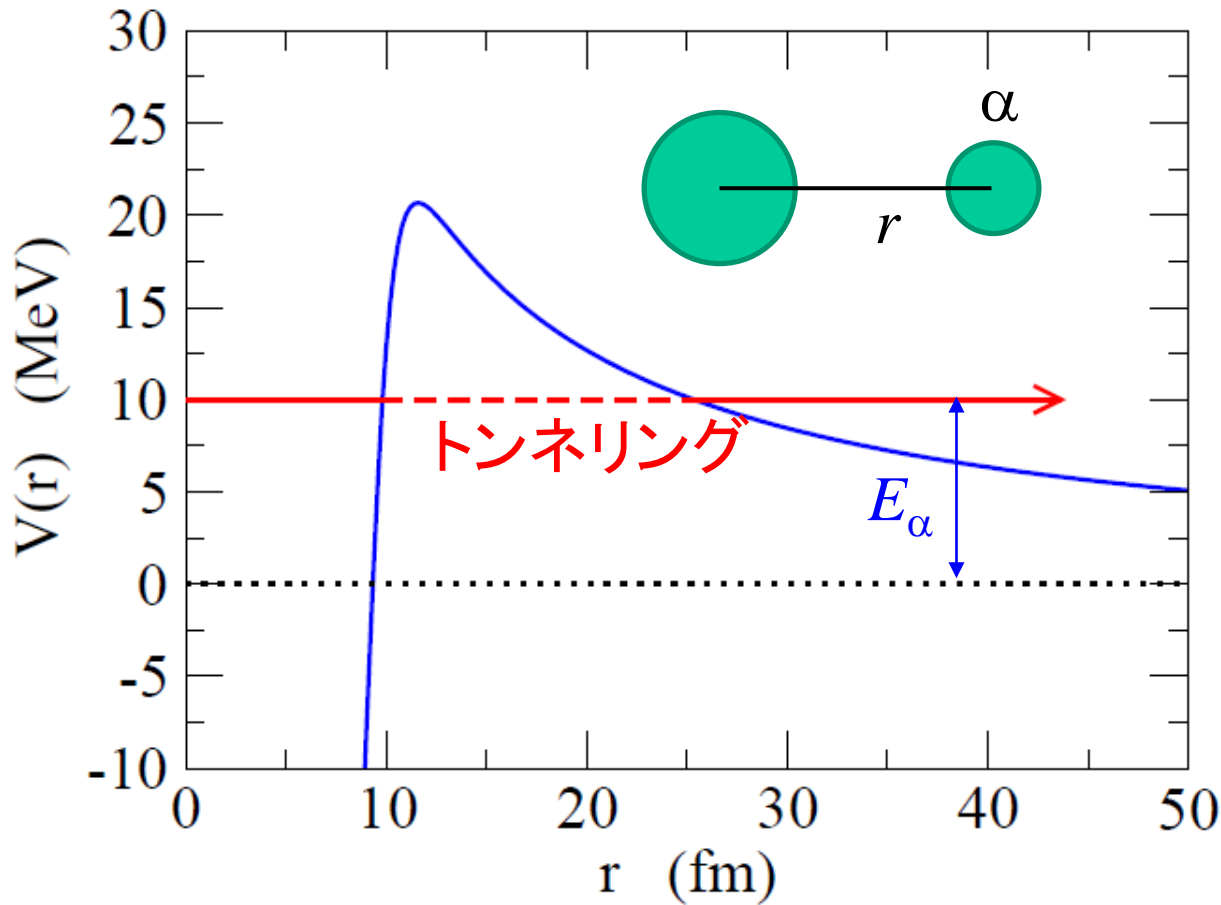


✓ 上の図で緑の領域は中性子が束縛している。
すなわち、中性子をはがすためにエネルギーが要る。



このとき、中性子放出は起きないがβ崩壊なら起きる

➤ ガモフの α 崩壊の理論で出てきた λ は何ですか？



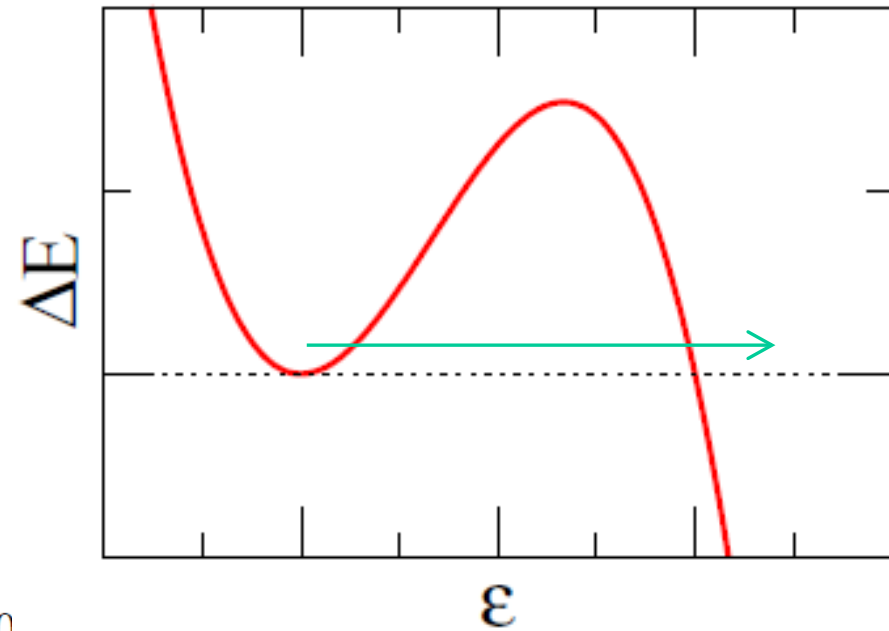
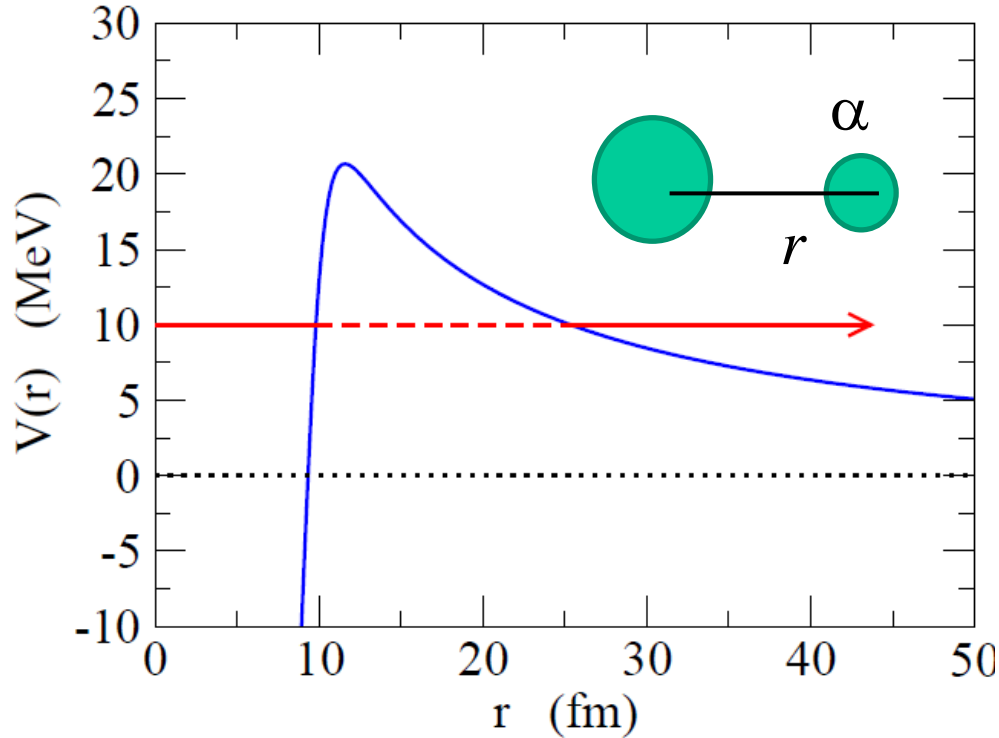
ガモフ:

$$\lambda = \omega \cdot P$$

✓ λ は単位時間あたりに崩壊が起こる確率。

$$P_{\text{sur}}(t) \sim 1 - \lambda t \sim e^{-\lambda t}$$

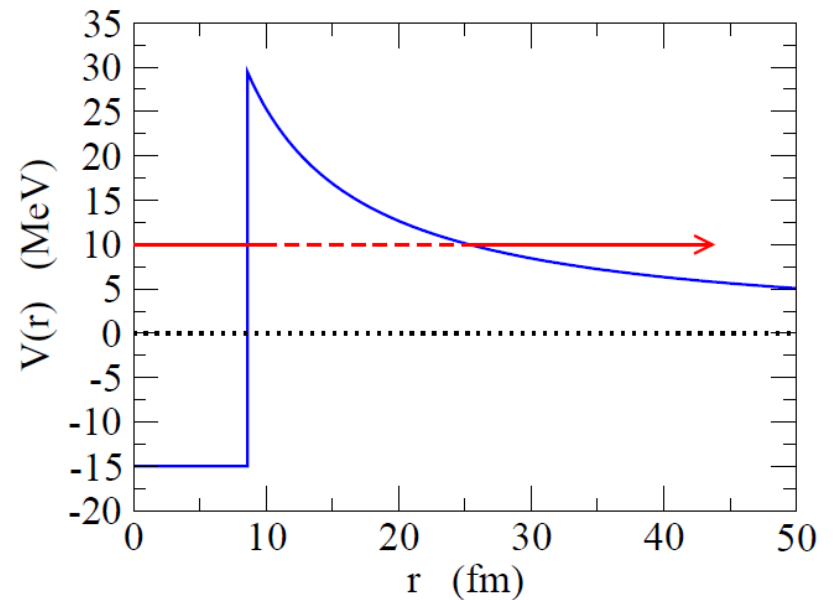
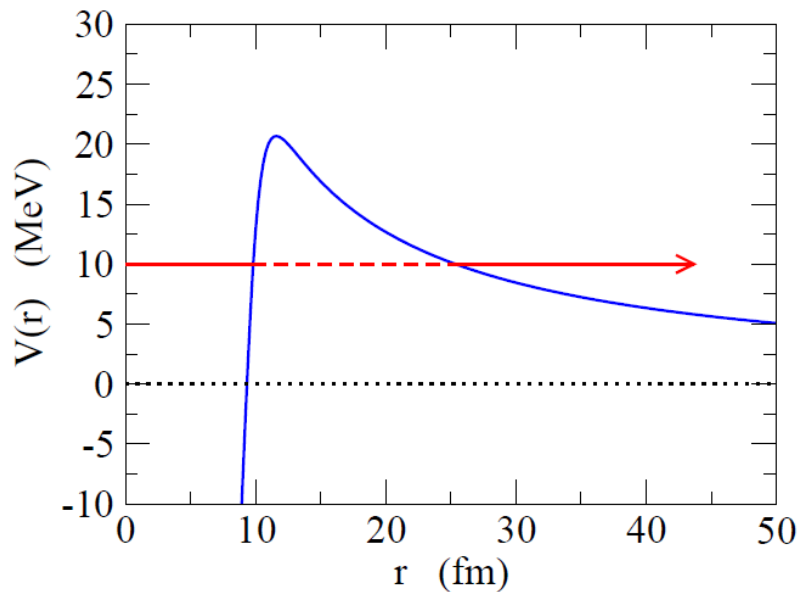
➤ α 崩壊はポテンシャル中の準安定状態。核分裂も同じ？



✓ ある意味同じです。

ただし、核分裂の場合は一般化された座標(変形度)の関数としてポテンシャルを考える。

- α 崩壊の半減期を計算するとき、ポテンシャルの形にはどのくらい影響される？

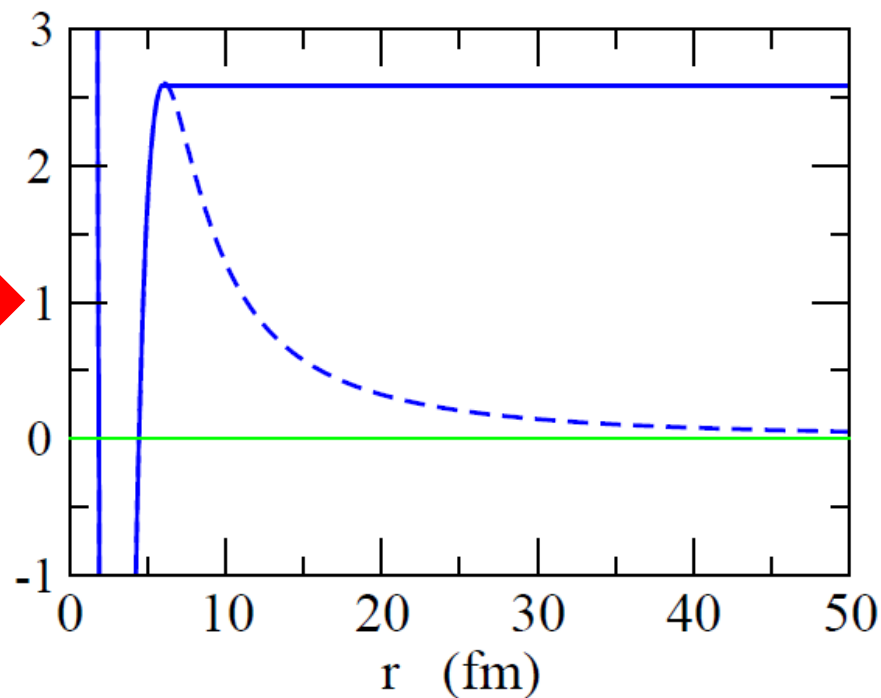
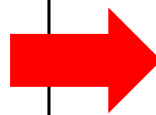
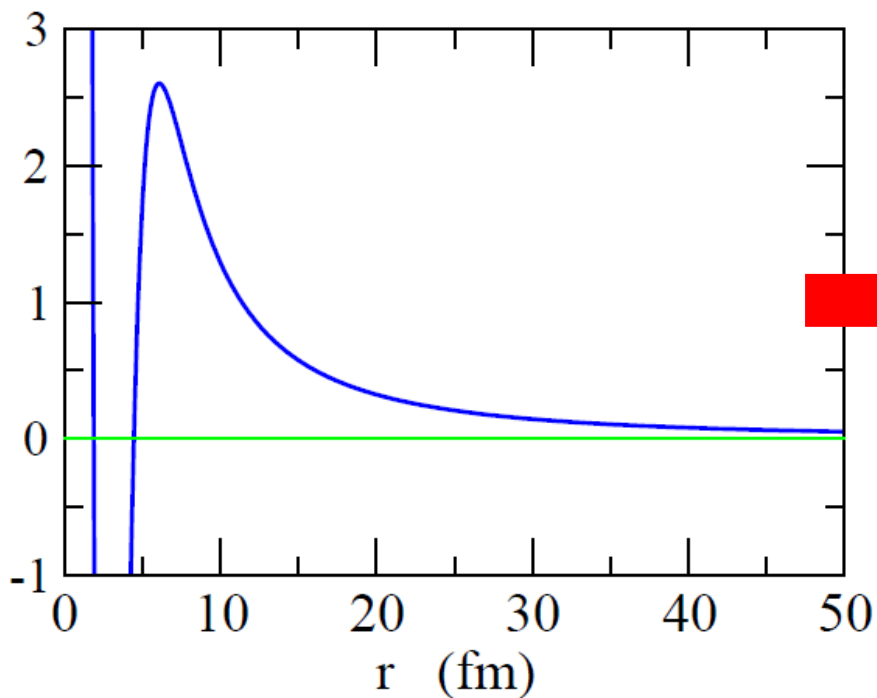


- ✓ 実は、エネルギーをそろえてやれば影響は小さい
(もちろん、詳細には少し違う) ←ほとんどクーロンで決まる

- 核力ポテンシャルはどうやって決める？

- ✓ 適当なモデルを仮定して、共鳴エネルギーを合わせるようにパラメータを決める。

➤ 準束縛状態でポテンシャルを変更するとは具体的にどういうこと?



✓ ポテンシャルの山から先は一定値として山をなくす



エネルギーの基準値を変えればポテンシャル井戸のようになる。

➤ S行列の説明をもう一度お願いします！

自由粒子の運動:

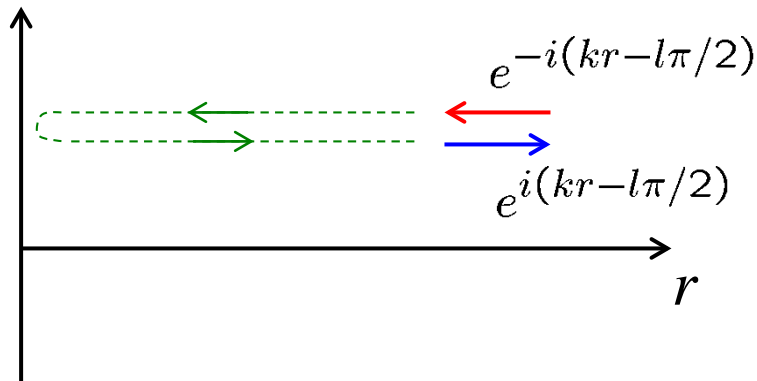
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - E\right)\psi(\mathbf{r}) = 0$$

✓解:

$$\psi(\mathbf{r}) \propto j_l(kr)Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$$

✓遠方での振る舞い:

$$\begin{aligned} j_l(kr) &\rightarrow \frac{1}{kr} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right) \\ &= \frac{-1}{2ikr} \left(e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{i(kr-l\pi/2)} \right) \end{aligned}$$



ポテンシャル中の運動:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - E\right)\psi(\mathbf{r}) = 0$$

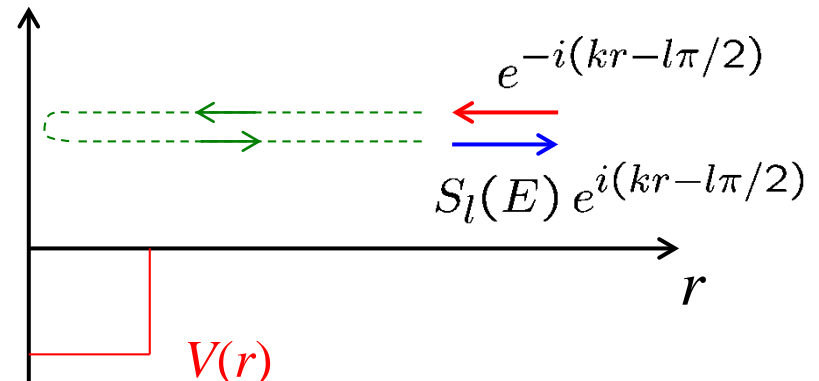
✓解:

$$\psi(\mathbf{r}) \propto R_l(r)Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$$

✓遠方での振る舞い:

$$R_l(r) \rightarrow \frac{-1}{2ikr} \left(e^{-i(kr-l\pi/2)} - S_l(E) e^{i(kr-l\pi/2)} \right)$$

* 吸収がなければ $|S_l(E)| = 1$



➤ S行列の説明をもう一度お願いします！

自由粒子の運動:

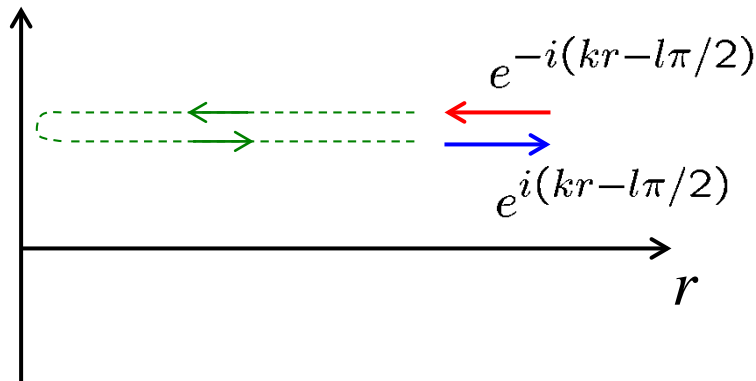
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - E\right)\psi(\mathbf{r}) = 0$$

✓解:

$$\psi(\mathbf{r}) \propto j_l(kr)Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$$

✓遠方での振る舞い:

$$\begin{aligned} j_l(kr) &\rightarrow \frac{1}{kr} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right) \\ &= \frac{-1}{2ikr} \left(e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{i(kr-l\pi/2)} \right) \end{aligned}$$



ポテンシャル中の運動:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - E\right)\psi(\mathbf{r}) = 0$$

✓解:

$$\psi(\mathbf{r}) \propto R_l(r)Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$$

✓遠方での振る舞い:

$$\begin{aligned} R_l(r) &\rightarrow \frac{-1}{2ikr} \left(e^{-i(kr-l\pi/2)} - S_l(E) e^{i(kr-l\pi/2)} \right) \end{aligned}$$

* 吸収がなければ $|S_l(E)| = 1$

位相のずれ (phase shift)

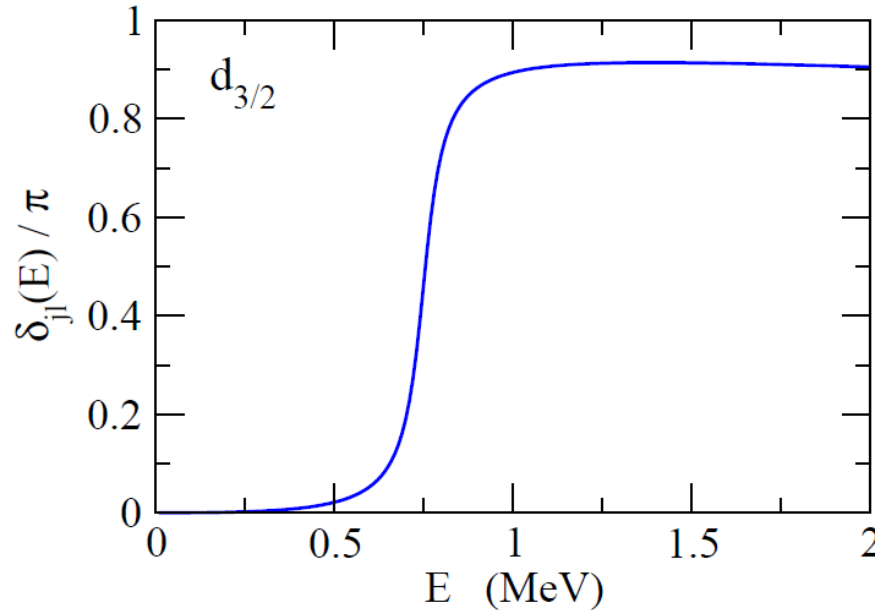
$$S_l(E) = e^{2i\delta_l(E)}$$



$$R_l(r) \rightarrow -\frac{e^{i\delta_l(E)}}{kr} \sin(kr - l\pi/2 + \delta_l(E))$$

➤ 共鳴があると位相のずれが何で立ち上がる?

共鳴がある場合



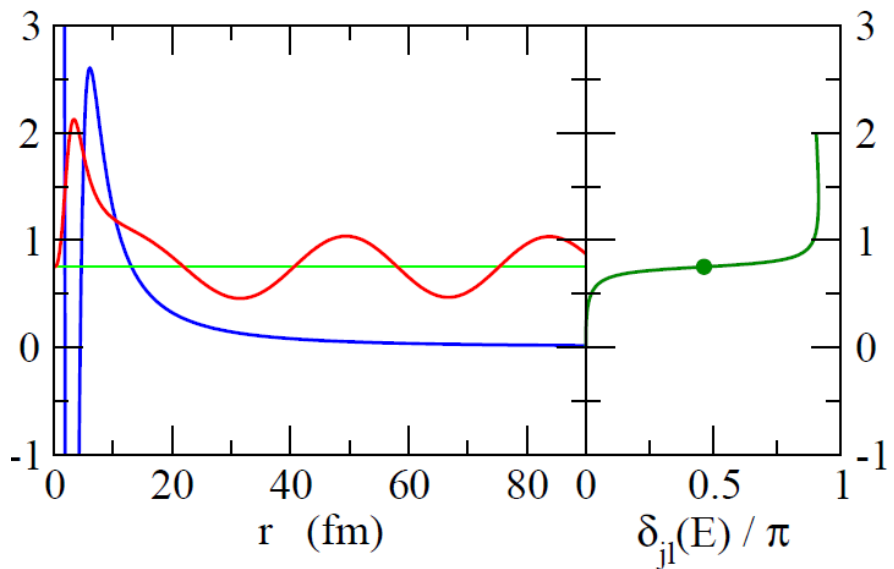
共鳴エネルギーで急に
位相のずれが立ち上がる

✓ 波動関数:

$$R_l(r) \rightarrow -\frac{e^{i\delta_l(E)}}{kr} \sin(kr - l\pi/2 + \delta_l(E))$$

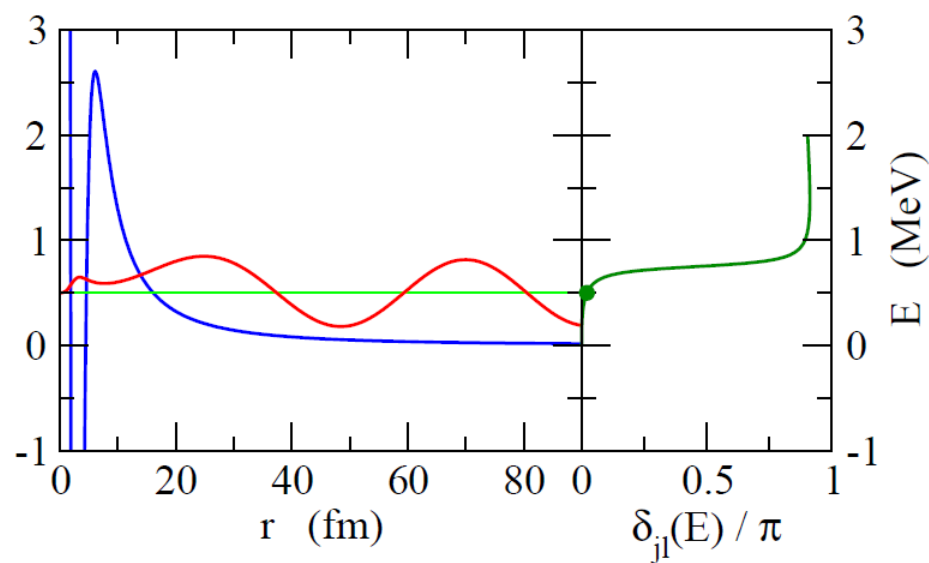
$$\delta = 0 \text{ or } \pi \text{ だと } \sin(kr - l\pi/2)$$

$$\delta = \pi/2 \text{ だと } \cos(kr - l\pi/2)$$



on-resonance:

波動関数は障壁の内側で
大きな振幅



off-resonance:

障壁の内側では振幅が
小さい

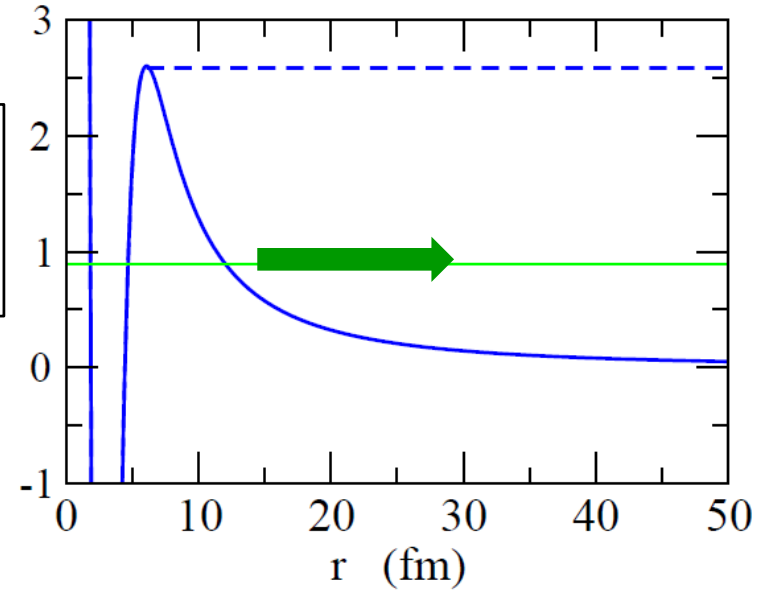
$$\delta = 0 \text{ or } \pi \text{ だと } \sin(kr-l\pi/2)$$

$$\delta = \pi/2 \text{ だと } \cos(kr-l\pi/2)$$

➤ ガモフ状態のエネルギーを複素数にしなければならない理由をもう一度

$$\begin{array}{ll} u(r) \sim r^{l+1} & (r \rightarrow 0) \\ \rightarrow \mathcal{N} e^{i(kr - l\pi/2)} & (r \rightarrow \infty) \end{array}$$

⇒ エネルギーは複素数



✓ シュレーディンガー方程式を差分にすると一番分かりやすいかも。

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V_l(r) - E \right) u(r) = 0$$

$$\frac{d^2}{dr^2} u(i) \sim \frac{u(i+1) - 2u(i) + u(i-1)}{\Delta r^2}$$

- ガモフ状態のエネルギーを複素数にしなければならない理由をもう一度

$$\begin{aligned} u(r) &\sim r^{l+1} && (r \rightarrow 0) \\ &\rightarrow \mathcal{N} e^{i(kr - l\pi/2)} && (r \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

$$u(i+1) \sim 2u(i) - u(i-1) + \frac{2\mu\Delta r^2}{\hbar^2} (V_l(i) - E)u(i)$$



E が実のとき、 $u(i-1)$, $u(i)$ が実なら $u(i+1)$ も実



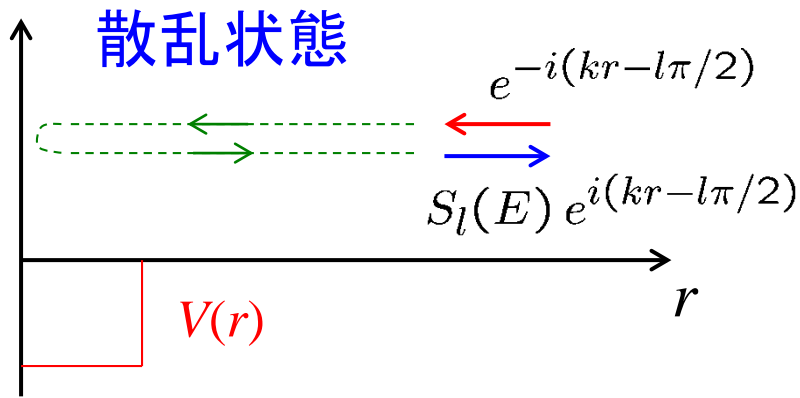
$u(r) \sim r^{l+1}$ から波動関数を作っていくと、実にしかならない



外向波(複素)を作ろうと思うと、 E を複素にするしかない。

➤ 複素エネルギーがイメージできません。

✓ そうだと思います なんて H がエルミートなのに複素固有値!?



散乱の境界条件

$$u_l(r) \rightarrow \mathcal{N} \left(e^{-i(kr-l\pi/2)} - S_l(E) e^{i(kr-l\pi/2)} \right)$$

$$S_l(E) = e^{2i\delta_l(E)}$$

E : real

もし、 $S_l(E)$ が発散するような E があれば、 $u_l(r) \sim \tilde{\mathcal{N}} e^{i(kr-l\pi/2)}$

(外向波)

ただし、エネルギー E を複素平面へ解析接続しなければならない:

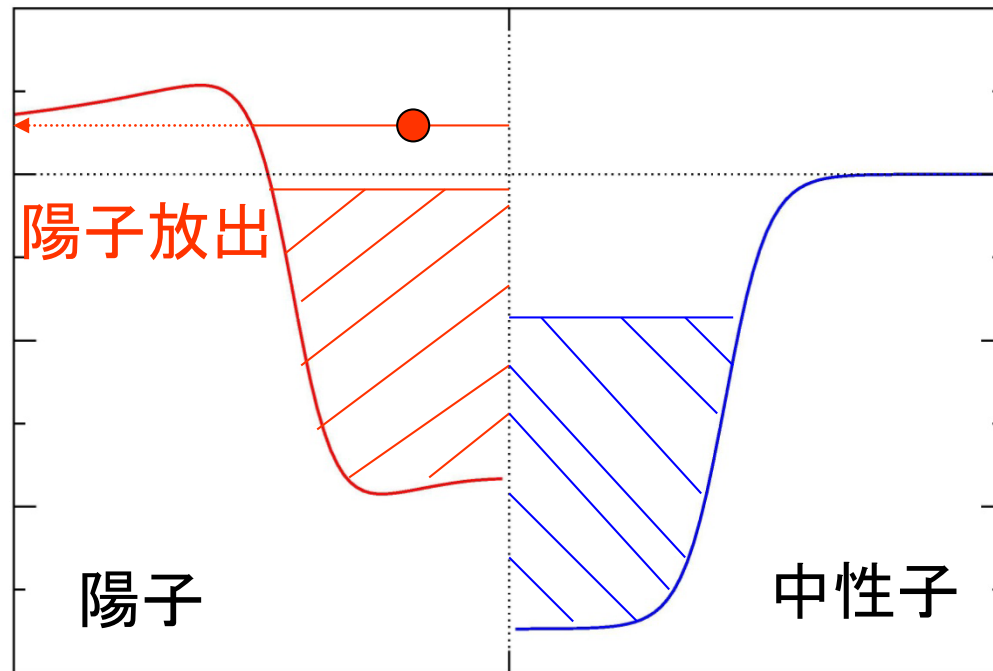
$$E \rightarrow E_R - i\frac{\Gamma}{2}$$

➡ ガモフ状態 \longleftrightarrow S 行列の極 (ポール)

➤ 陽子放出崩壊をする原子核は自然界にあるのか?

✓ 自然界にはありません(実験室の中でしか作れない)

安定線から遠く離れて更に陽子ドリップ線を越えた原子核



➤ 陽子放出崩壊で角運動量 l を決めるとはどういうことなのか？

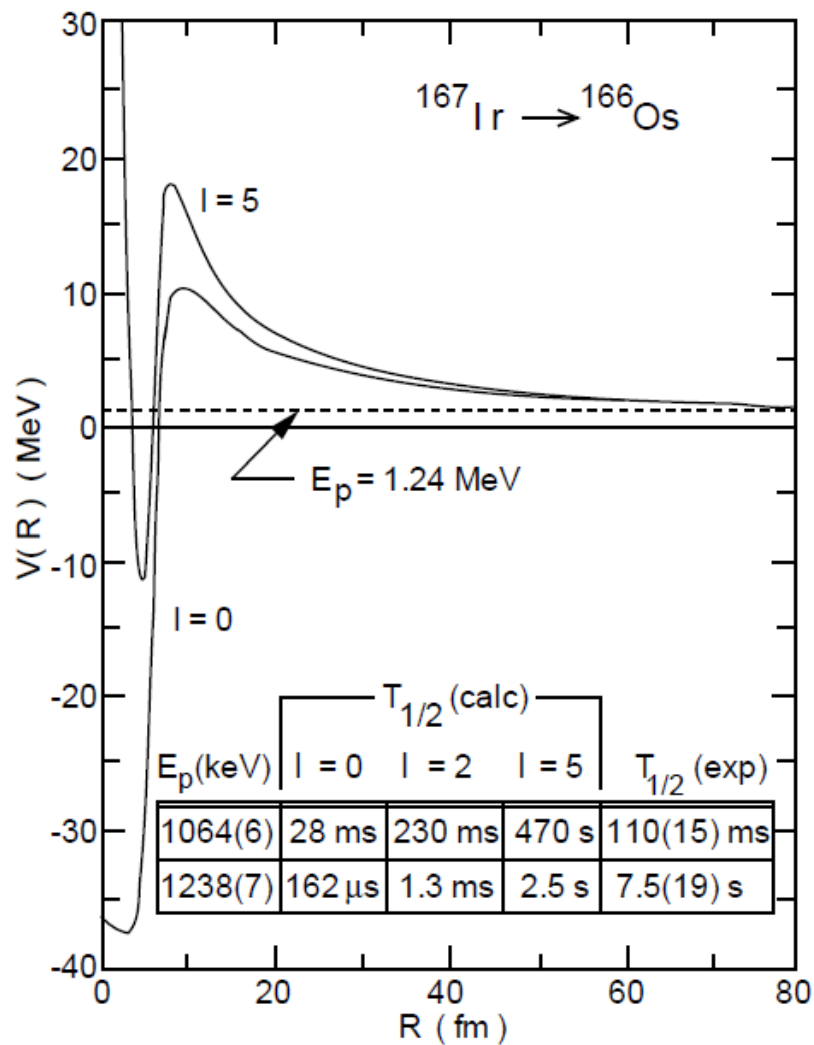
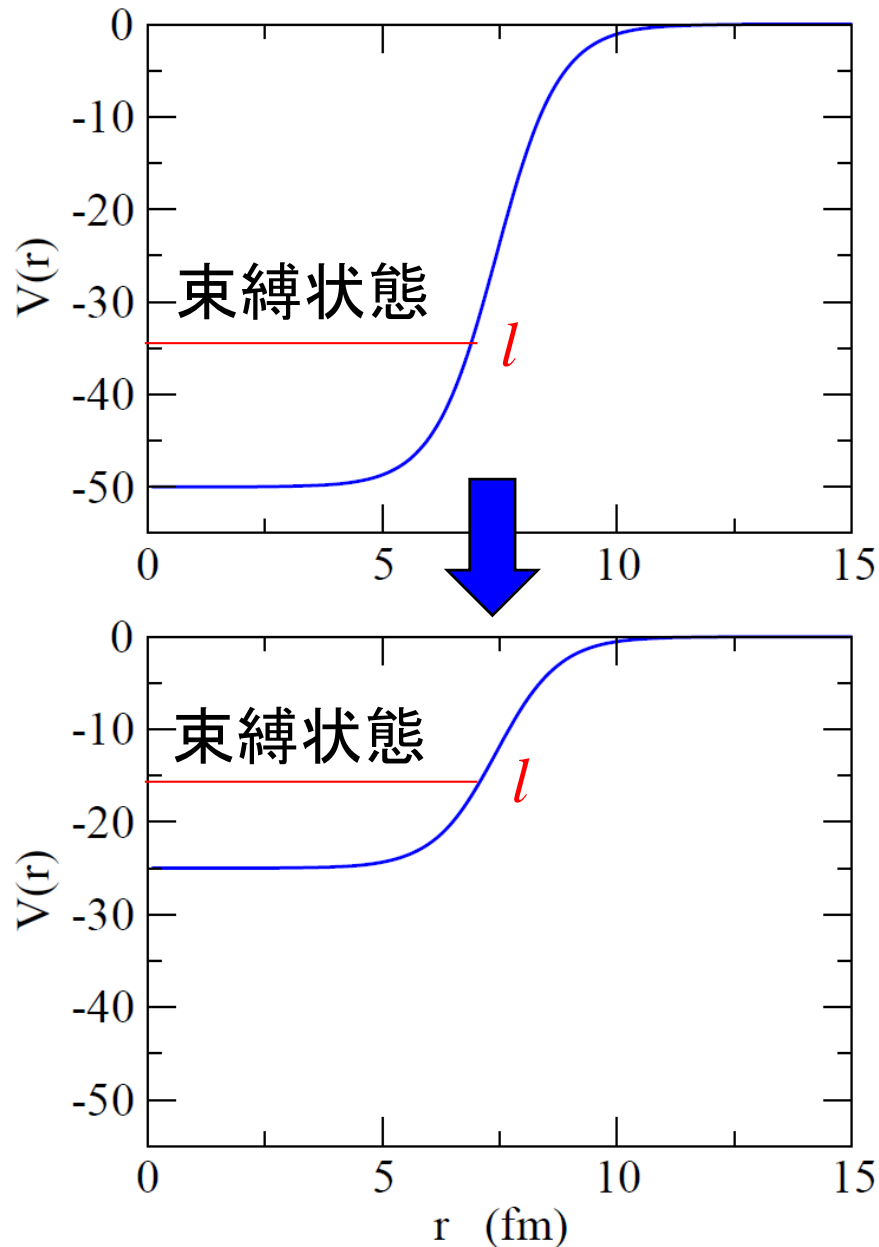


Figure 3 Proton-nucleus potential calculated for the proton emitter ^{167}Ir . The inset shows the proton-decay half-lives calculated using the WKB approximation for three values of the angular momentum l , compared to the experimental values for the ground and isomeric transitions.

共鳴状態の一つの考え方:



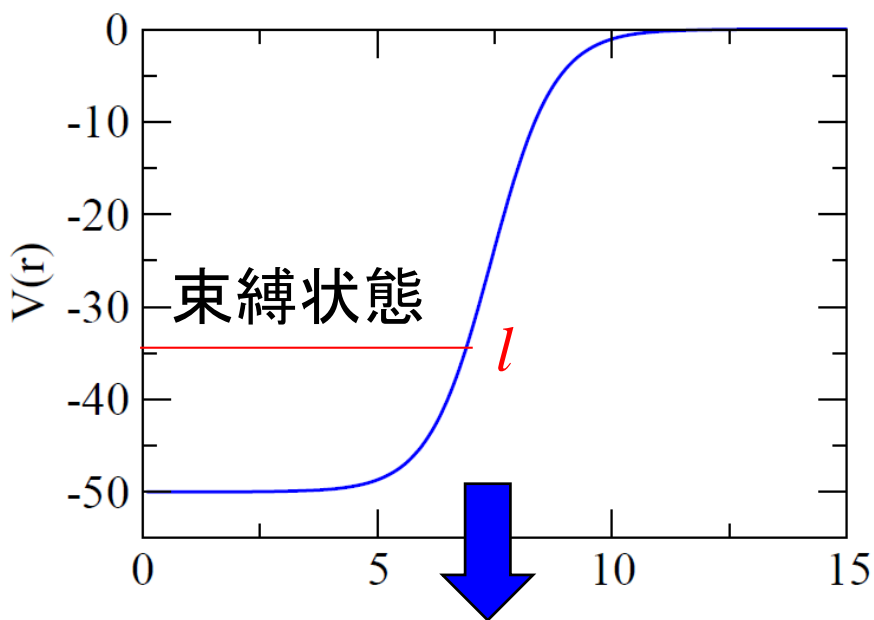
ポテンシャルを浅くしていくと
束縛状態のエネルギーは上がる



やがて束縛状態は共鳴状態へと
連続的に変化
(従って共鳴状態は連続状態に
埋め込まれた束縛状態とも言える。)

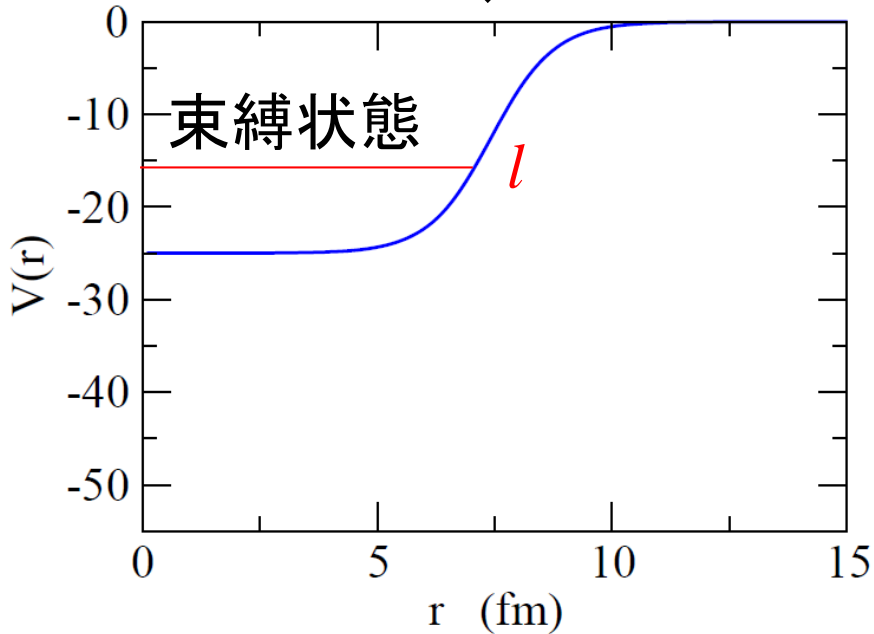
共鳴の幅からこの l を見積もる

➤ 共鳴のエネルギーはポテンシャルの中で「安定」して存在できるエネルギー状態のエネルギーに対応すると思ってもいいですか？



✓ ここで説明した意味でその通りだと思います。

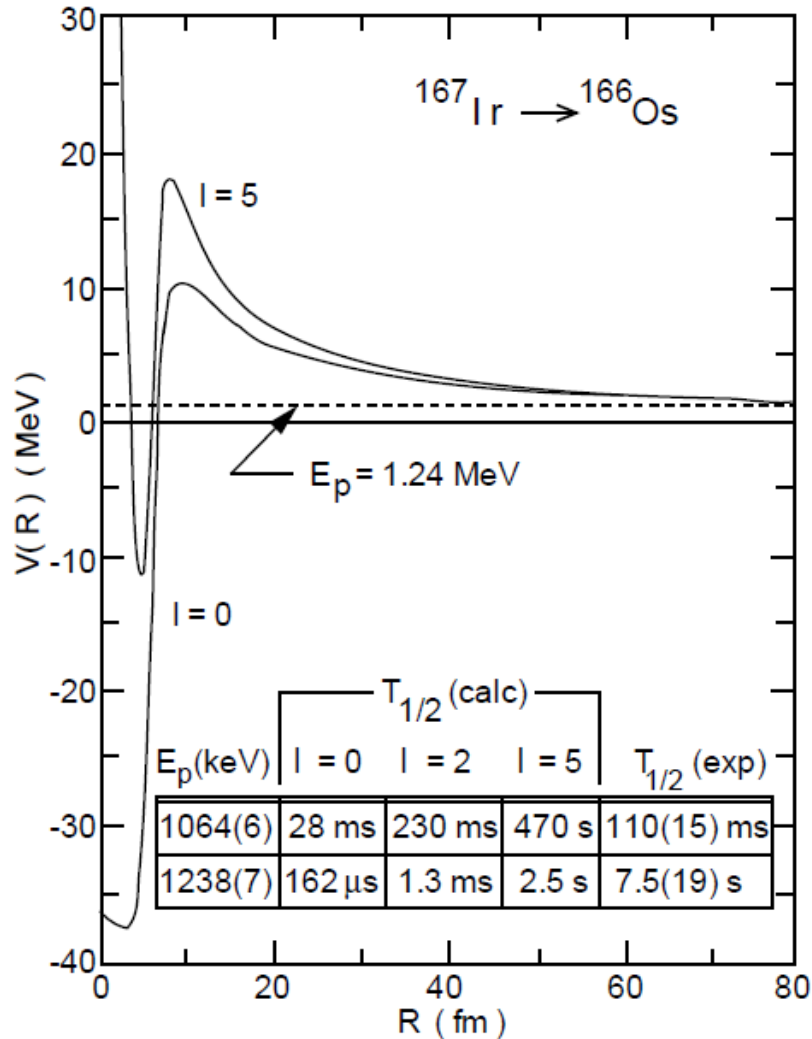
ポテンシャルを浅くしていくと束縛状態のエネルギーは上がる



やがて束縛状態は共鳴状態へと連続的に変化
(従って共鳴状態は連続状態に埋め込まれた束縛状態とも言える。)

共鳴の幅からこの l を見積もる

➤ 陽子放出崩壊の寿命が角運動量 l に敏感というところをもう一度



$$V_{\text{cent}} = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$$

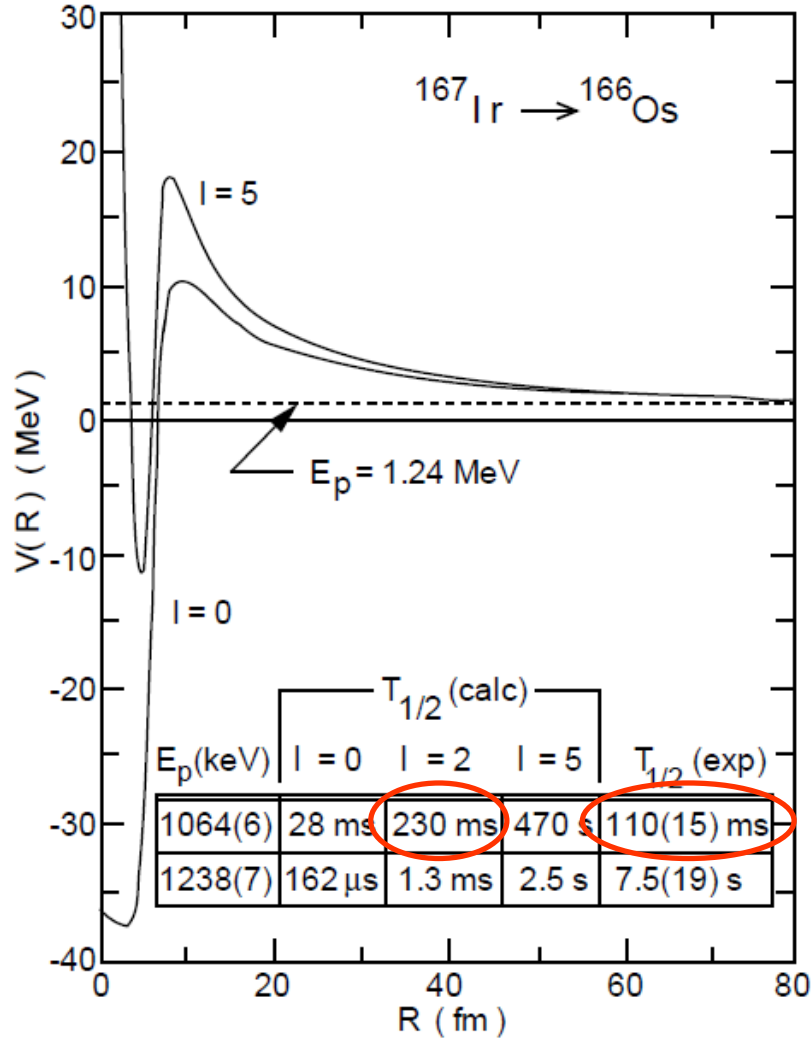
✓ μ が小さいほど、 l の違いによる差が大きくなる

➤ α 崩壊と比べて μ が 1/4 になっただけでそんなに違いが出るのか?

✓ トンネル現象なので、障壁の高さに非常に敏感

Figure 3 Proton-nucleus potential calculated for the proton emitter ^{167}Ir . The inset shows the proton-decay half-lives calculated using the WKB approximation for three values of the angular momentum ℓ , compared to the experimental values for the ground and isomeric transitions.

➤ 半減期がオーダーでしか合っていないようだが、大丈夫？



✓ いい質問です！

これは、 ^{167}Ir を近似的に $^{166}\text{Os}+p$ の2体系とみなしたときの値



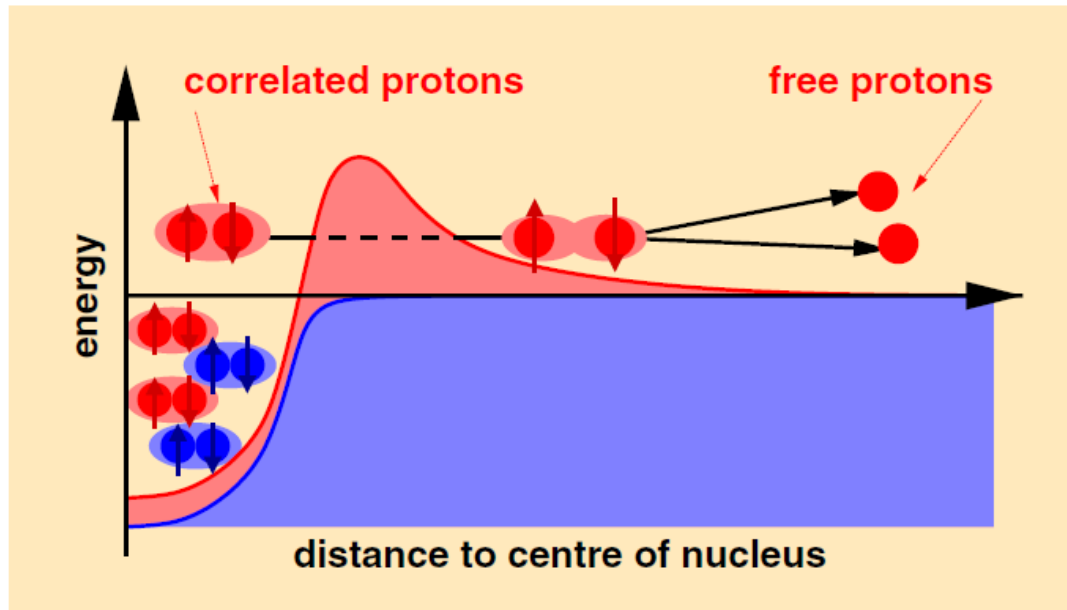
実際には、 ^{167}Ir の167体系の波動関数の中でどのくらいの割合で $^{166}\text{Os}+p$ 的になっているかという確率をかける必要がある。

分光因子 (spectroscopic factor)

$$\Gamma_{\text{exp}} = S \cdot \Gamma_{\text{th}}$$

Figure 3 Proton-nucleus potential calculated for the proton emitter ^{167}Ir . The inset shows the proton-decay half-lives calculated using the WKB approximation for three values of the angular momentum ℓ , compared to the experimental values for the ground and isomeric transitions.

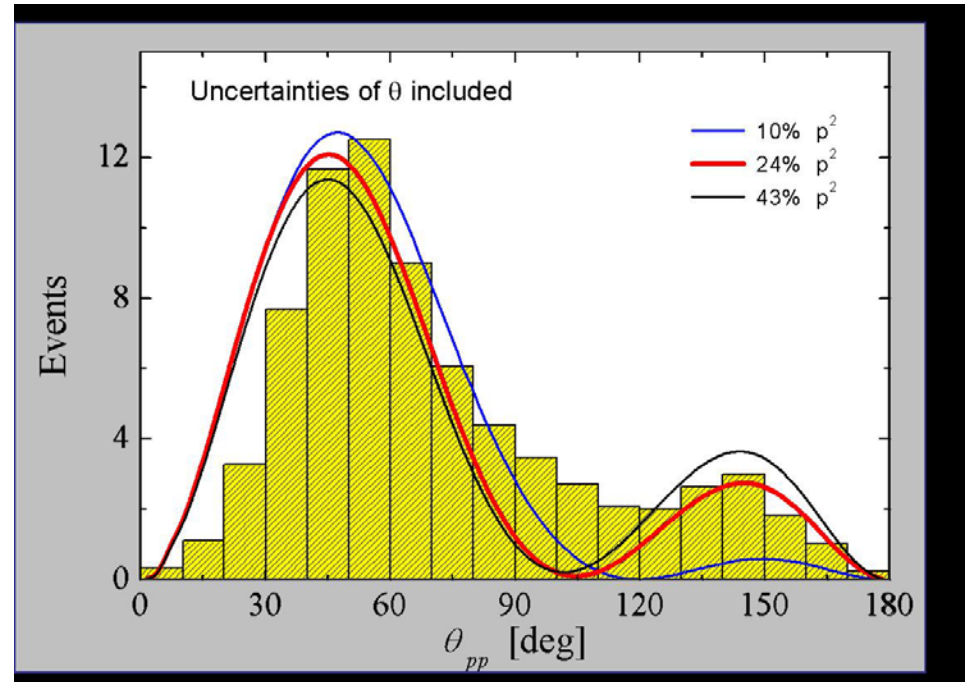
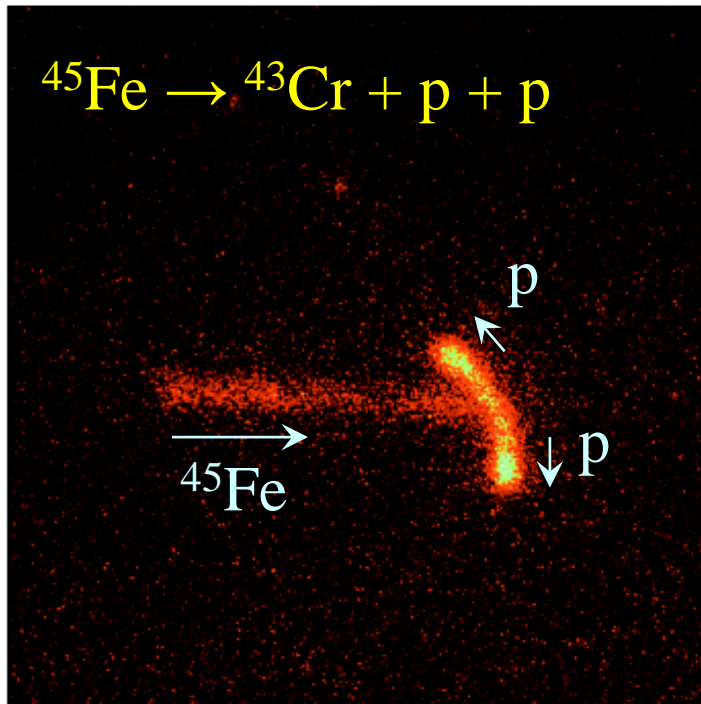
➤ 2陽子放出崩壊は陽子2つがくっついて放出されるのか？



✓ ペアリングのため、放出するまでは多分くっついている。

→その後どのように分かれるのか、あまりよくわかっていない
(クーロン3体問題)

➤ 2陽子放出崩壊で、陽子2つが逆方向に飛んでいるようだけど？



✓ 実際の実験では、2つの陽子の間の角度は分布を持つ

→ 角度分布から核内での相関の情報をどのように引き出すのか？

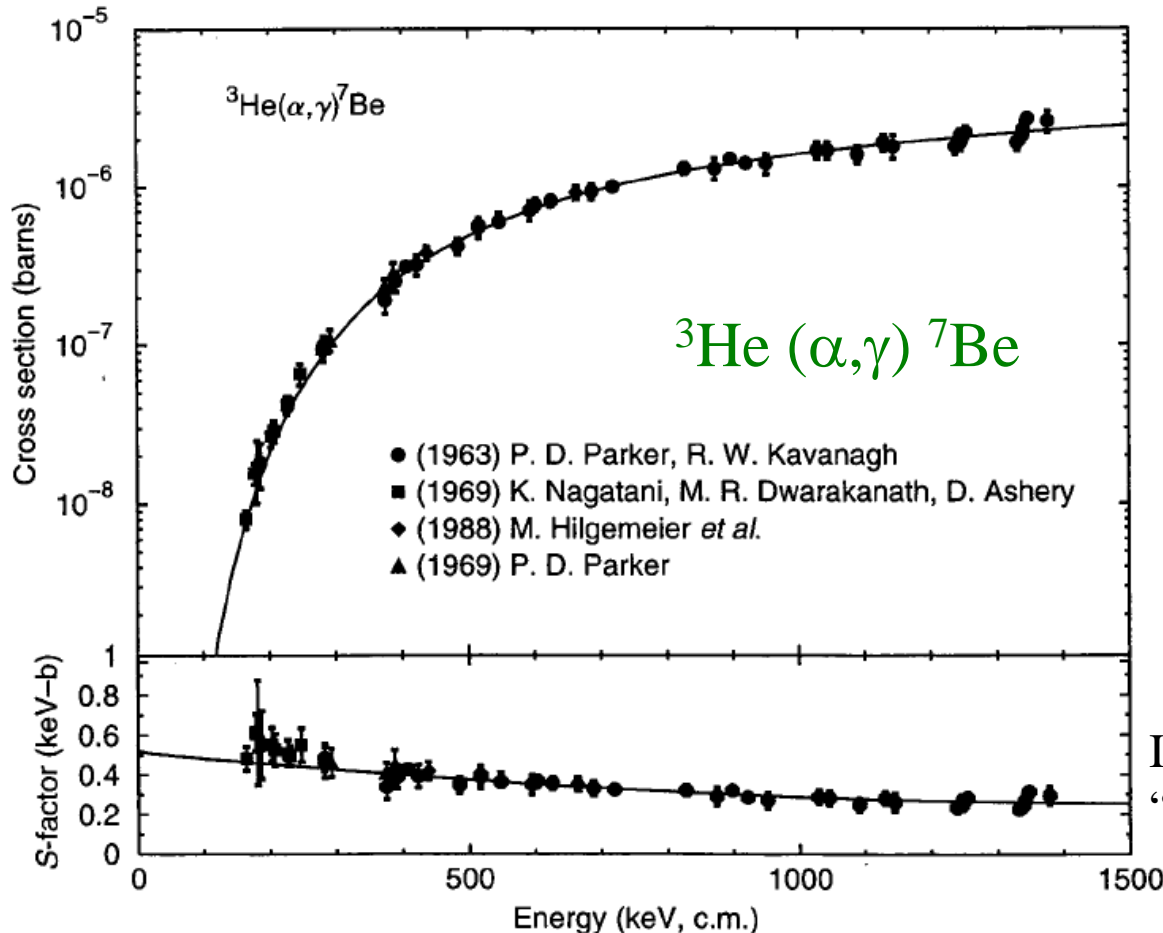
➤ ゾンマーフェルト・パラメーターの天体核反応の関係を詳しく

クーロン・ポテンシャルの透過の確率:

$$P(E) \sim e^{-2\pi\eta(E)}$$

$$\eta(E) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$$

✓ 天体中での核反応: 低エネルギー → クーロンポテンシャルの透過が主要な役割



Astrophysical S-factor:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-2\pi\eta(E)}$$

穏やかな関数にして
低エネルギーへ外挿

I.J. Thompson, F.M. Nunes,
“Nuclear Reactions for Astrophysics”

➤ このゾンマーフェルトはゾンマーフェルト展開の人ですか？

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(\epsilon)}{e^{\beta(\epsilon-\mu)}} d\epsilon = \int_{-\infty}^{\mu} H(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 H'(\mu) + \dots$$

($1/\beta$ の展開)

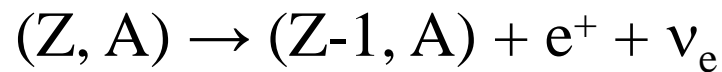
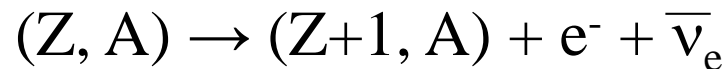
その通り！

- ゾンマーフェルト・パラメータ
- ゾンマーフェルト展開
- ゾンマーフェルト数(流体力学)
- ボーア-ゾンマーフェルトの量子化条件
などなど



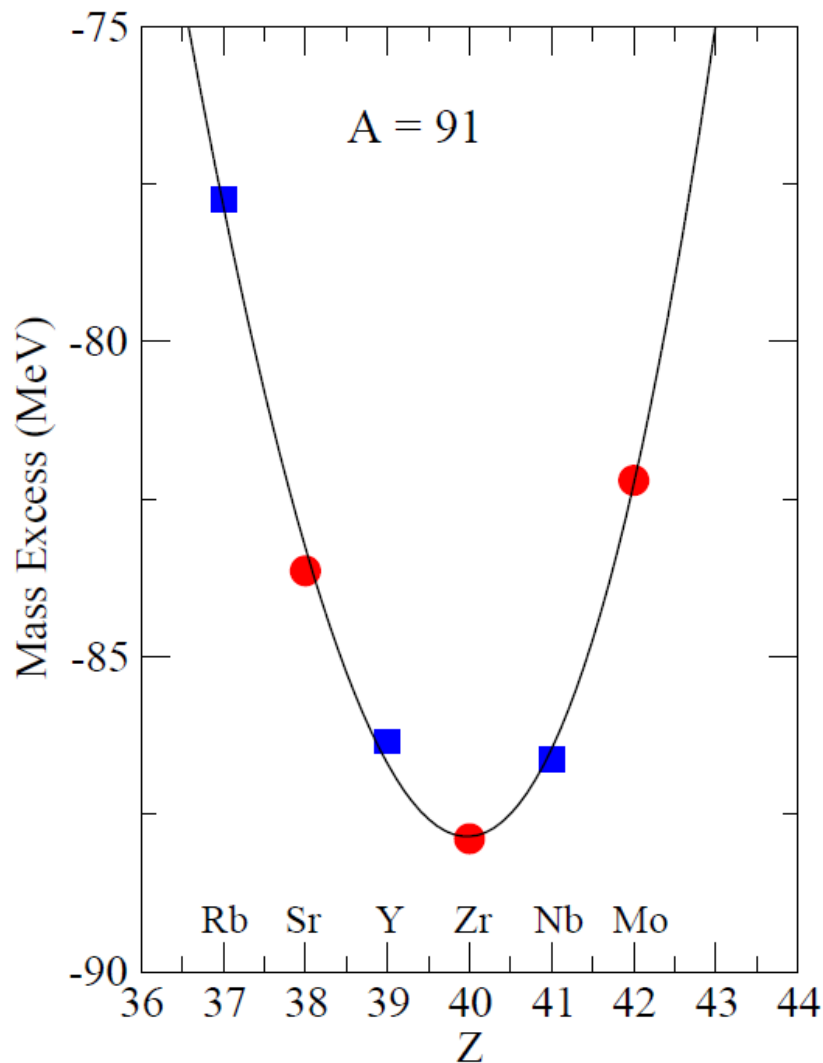
ベーテ、デバイ、ハイゼンベルク、パウリなどの先生

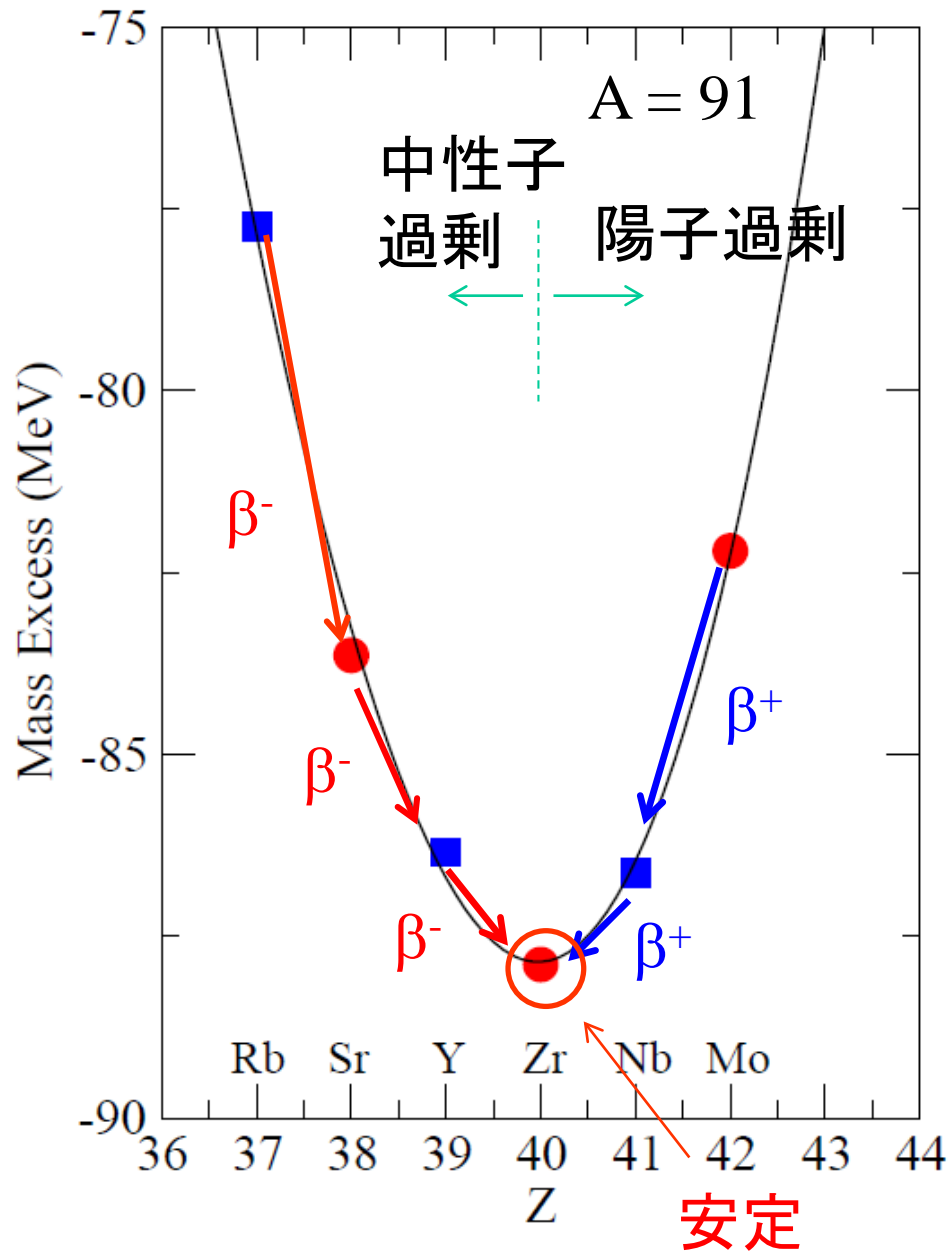
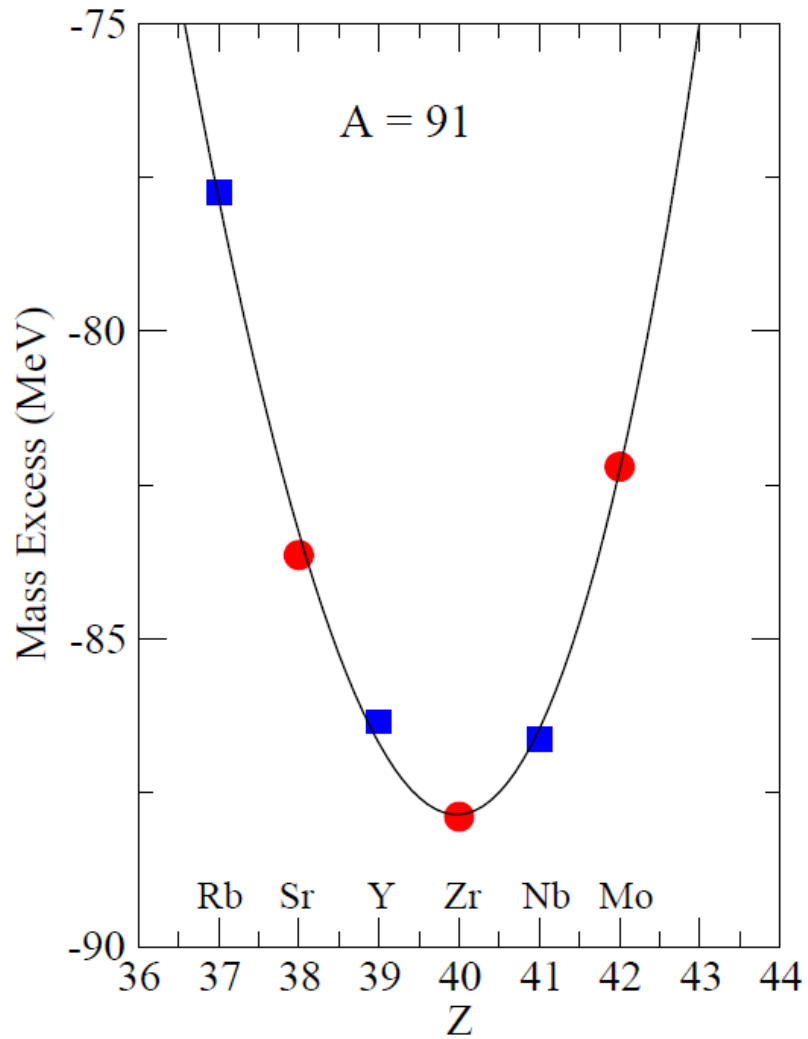
β崩壊について



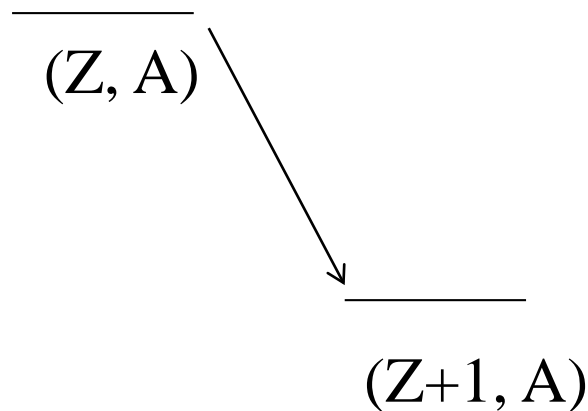
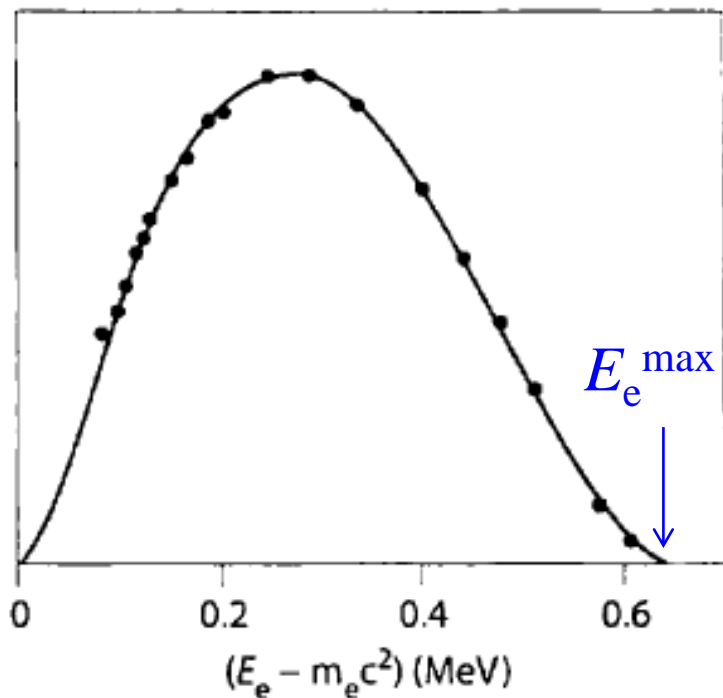
原子核の質量数 A は変わらない

→ A を一定にしてエネルギー変化をみる





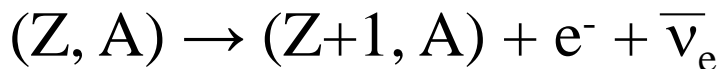
β線スペクトルとニュートリノ



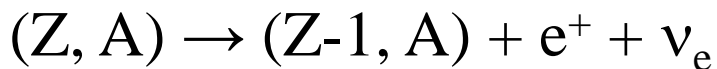
$$E_e^{\max} \sim M(Z, A)c^2 - M(Z+1, A)c^2 - m_e c^2$$

連続分布 → 3体崩壊を示唆

➡️ パウリ: ニュートリノを仮定(1931)

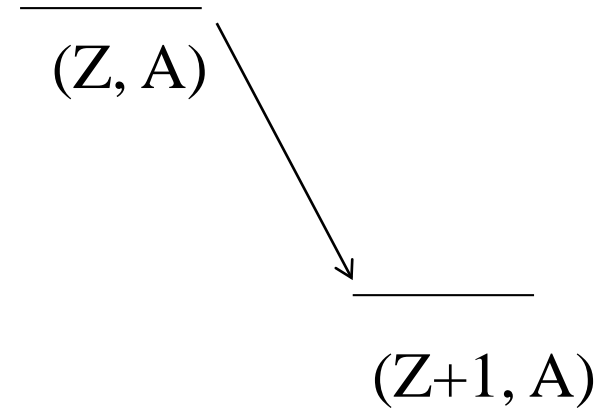
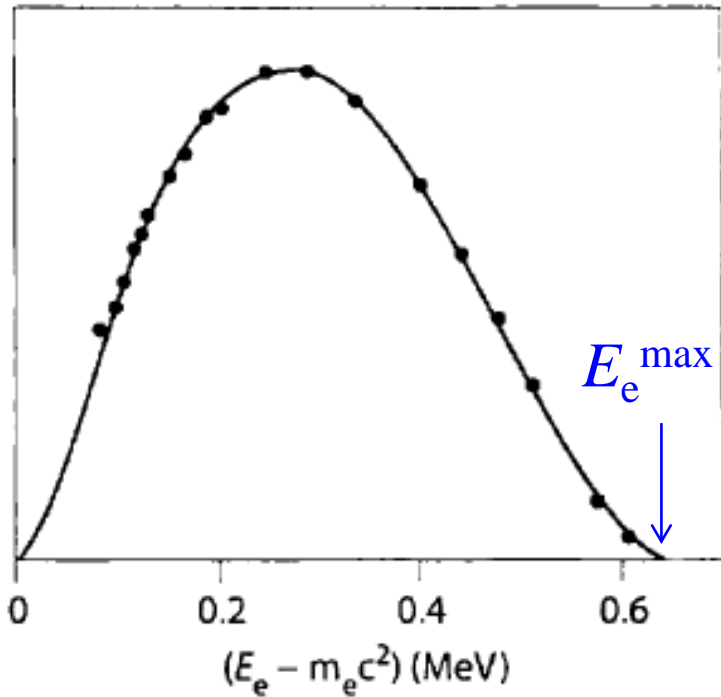
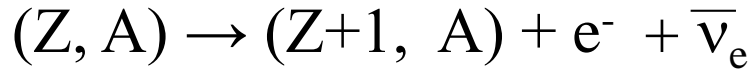


β⁻ 崩壊



β⁺ 崩壊

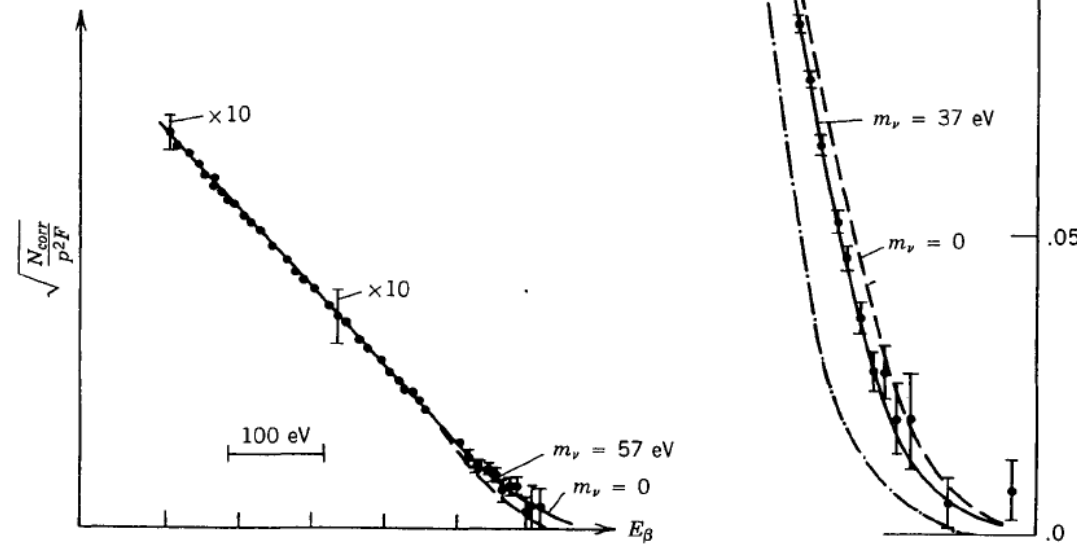
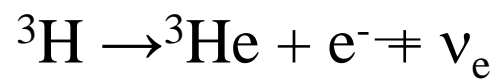
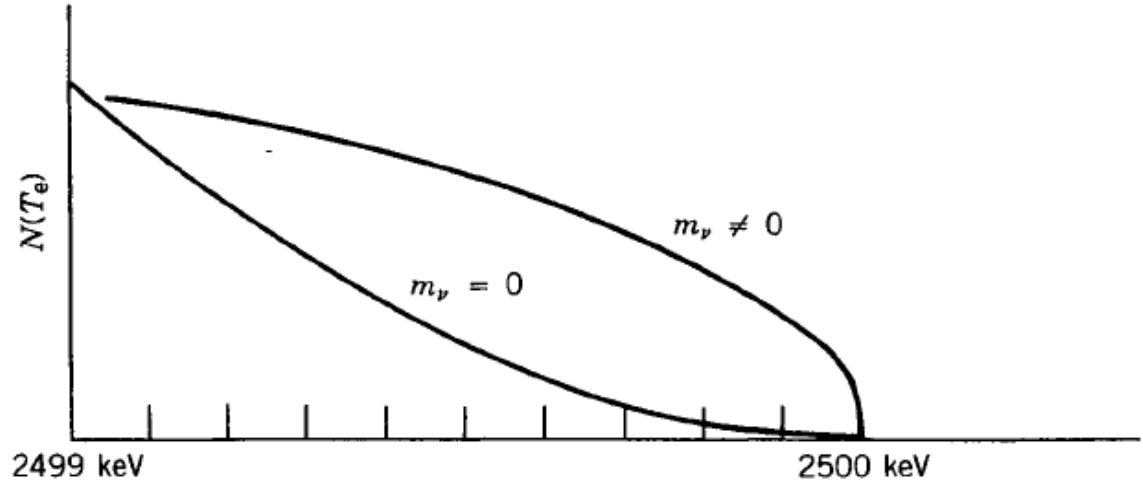
β線スペクトルとニュートリノ



$$E_e^{\max} = M(Z, A)c^2 - M(Z+1, A)c^2 - m_e c^2 - m_\nu c^2$$

崩壊スペクトルからニュートリノの質量を引き出せるか？

崩壊スペクトルからニュートリノの質量を引き出せるか？



この試みは今も継続中
(KATRINプロジェクト:
カールスルーエ)

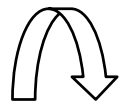
cf. KamLAND-ZEN に
よる upper limit:
61-165 meV
[PRL117,082503 ('16)]

図は K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics" より

β 崩壊のフェルミ理論 (非相対論的、スピン無し模型)

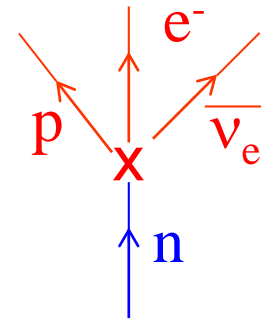
$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$\psi_a^\dagger(\mathbf{r})$ 場所 r に粒子 a を生成
反粒子 \bar{a} を消滅 } させる
オペレーター



$$\psi_e^\dagger\psi_{\nu_e}$$

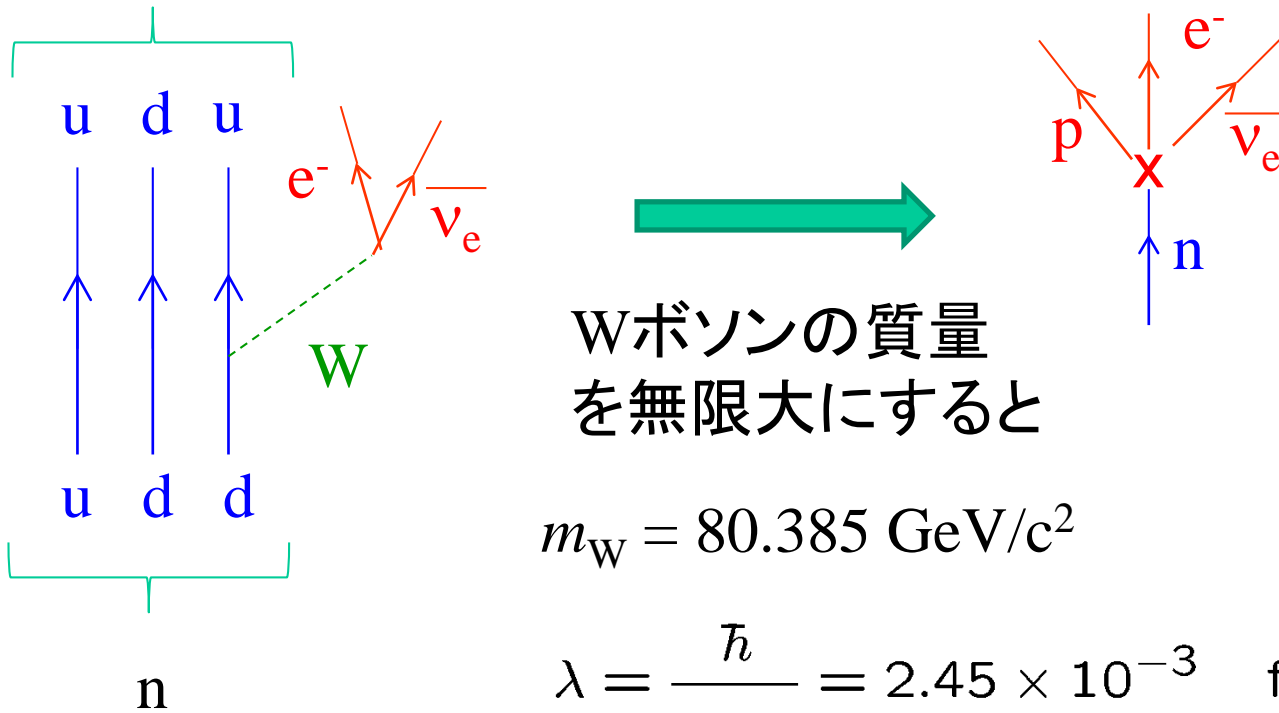
: $e^- \bar{\nu}_e$ を生成



β崩壊のフェルミ理論 (非相対論的、スピン無し模型)

$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$\psi_a^\dagger(\mathbf{r})$ 場所 r に粒子 a を生成
 反粒子 \bar{a} を消滅 } させる
 オペレーター



Wボソンの質量
を無限大にすると

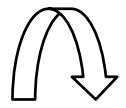
$$m_W = 80.385 \text{ GeV}/c^2$$

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_W c} = 2.45 \times 10^{-3} \text{ fm}$$

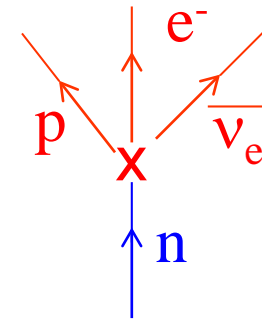
β 崩壊のフェルミ理論 (非相対論的、スピン無し模型)

$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$\psi_a^\dagger(\mathbf{r})$ 場所 r に粒子 a を生成
反粒子 \bar{a} を消滅 } させる
オペレーター



$\psi_e^\dagger\psi_{\nu_e}$: $e^- \bar{\nu}_e$ を生成



フェルミの Golden Rule:


$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\text{final states}} |\langle f | H_\beta | i \rangle|^2$$

$$(Z, A) \rightarrow (Z+1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

始状態: $|i\rangle = |\Psi_i\rangle$ (原子核の多体波動関数)

$$\text{終状態: } |f\rangle = |\Psi_f\rangle \cdot \underbrace{e^{i\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{r} / \hbar}}_{\text{電子}} \cdot \underbrace{e^{i\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e} \cdot \mathbf{r} / \hbar}}_{\text{反ニュートリノ}}$$


電子 反ニュートリノ


$$\langle f | H_\beta | i \rangle = g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r}) \tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} d\mathbf{r}$$

$n \rightarrow p$

$$e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} \sim \underline{1} - i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar + \dots$$

許容転移 (allowed transition)


$$\langle f | H_\beta | i \rangle \sim g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r}) \tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] d\mathbf{r}$$

終状態の数

$$\sum_{\text{final states}} = \int \frac{d\mathbf{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \frac{d\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}}{(2\pi\hbar)^3} \delta(E_e + E_{\bar{\nu}_e} - Q)$$

エネルギー保存

- ✓ β 崩壊のエネルギー Q を電子と反ニュートリノで分配
- ✓ 電子、反ニュートリノそれぞれの可能な状態をすべて足す
- ✓ ただし、エネルギー保存則を満たす状態のみ足すという制限をつける

$$\begin{aligned} \sum_{\text{final state}} &= \dots \\ &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int dE_e \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}{c^6} \cdot (Q - E_e)^2 \end{aligned}$$

終状態の数

$$\begin{aligned} \sum_{\text{final states}} &= \int \frac{d\mathbf{p}_e}{(2\pi\hbar)^3} \frac{d\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}}{(2\pi\hbar)^3} \delta(E_e + E_{\bar{\nu}_e} - Q) \\ &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int p_e^2 dp_e p_{\bar{\nu}_e}^2 dp_{\bar{\nu}_e} \delta(E_e + cp_{\bar{\nu}_e} - Q) \\ & \quad p_e = \frac{1}{c} \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} \rightarrow dp_e = \frac{E_e dE_e}{c \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}} \\ &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int \frac{E_e^2 - m_e^2 c^4}{c^2} \cdot \frac{E_e dE_e}{c \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}} \cdot \frac{(Q - E_e)^2}{c^3} \\ &= \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int dE_e \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}{c^6} \cdot (Q - E_e)^2 \end{aligned}$$

終状態の数

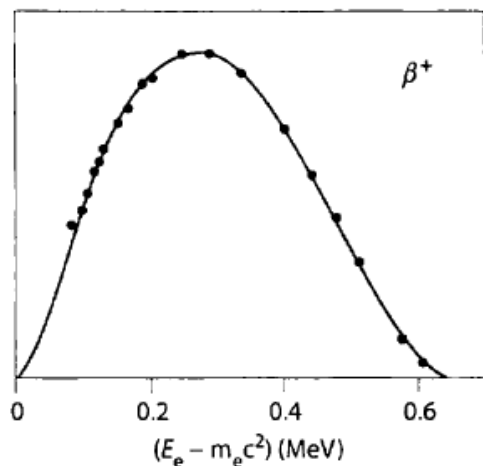
$$\sum_{\text{final states}} = \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} \int dE_e \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}{c^6} \cdot (Q - E_e)^2$$



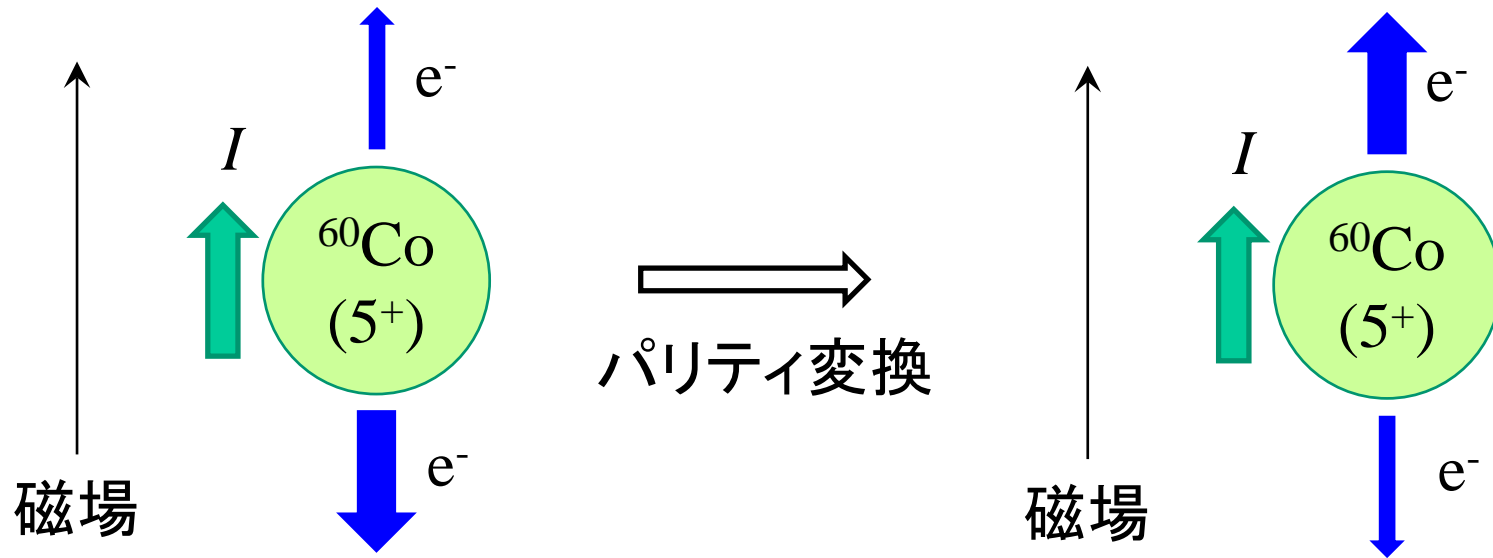
$$\lambda = \int dE_e \frac{d\lambda}{dE_e}$$

$$\frac{d\lambda}{dE_e} \propto |\langle f | H_\beta | i \rangle|^2 \cdot \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} (Q - E_e)^2}{c^6}$$

電子のエネルギー分布



パリティ非保存



電子の放出方向に偏りがあれば、パリティ変換で現象が変わってしまう(パリティ非保存)

(パリティの固有状態になっているなら、電子の放出方向に偏りはないはず。)

cf. 一様磁場: $B = \nabla \times A; \quad A = -\frac{1}{2}r \times B$

Wuの実験 (1957)

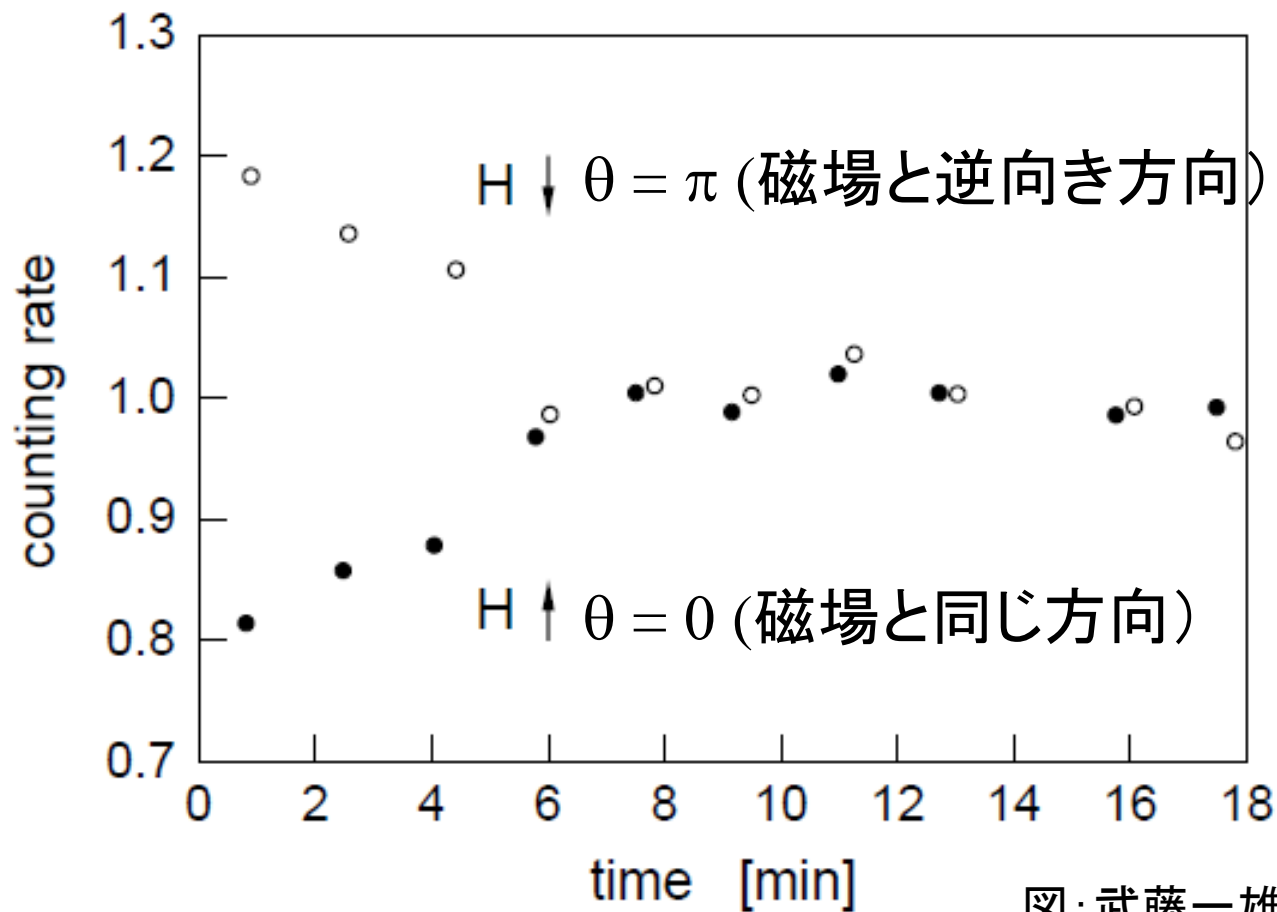
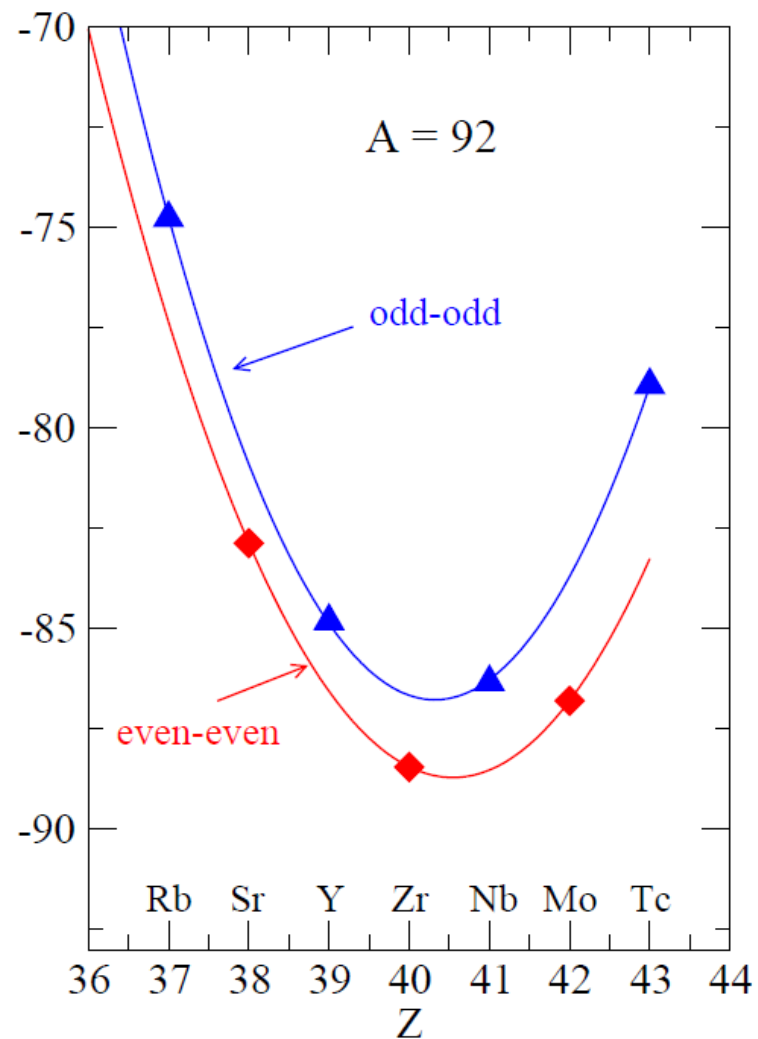
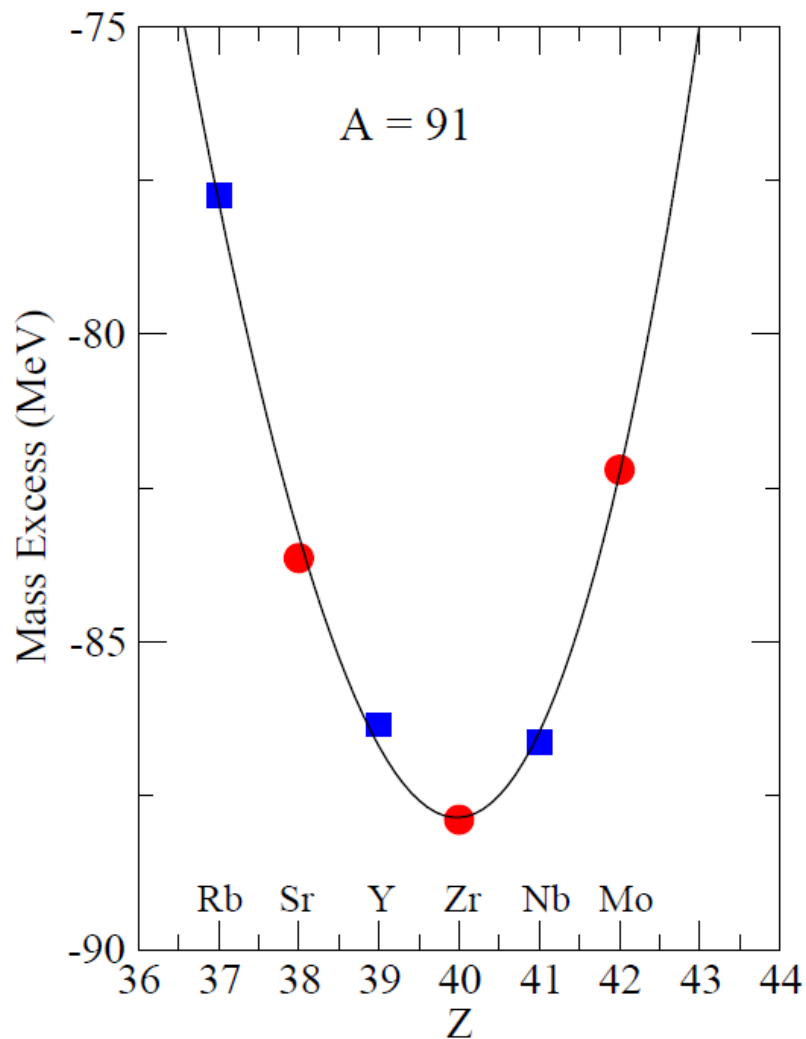
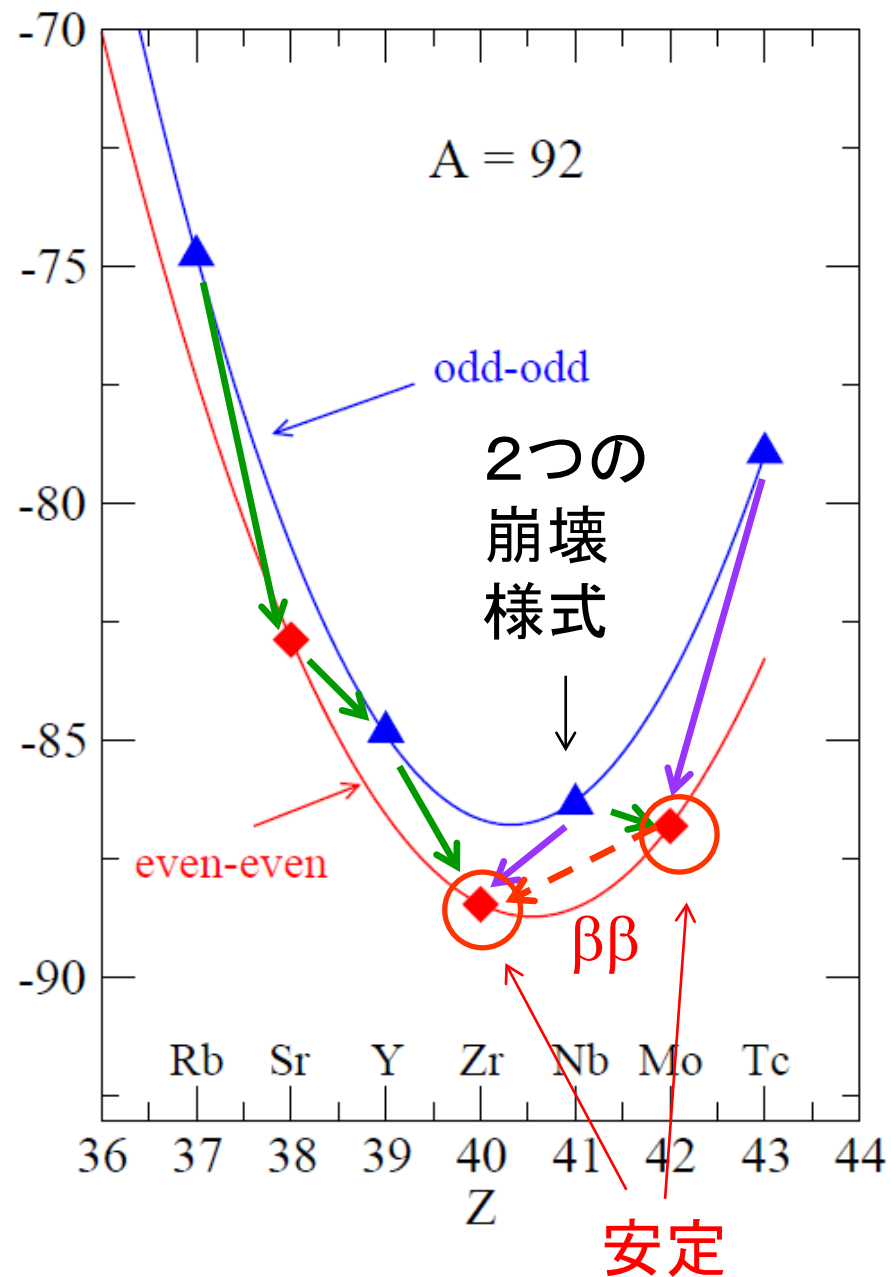
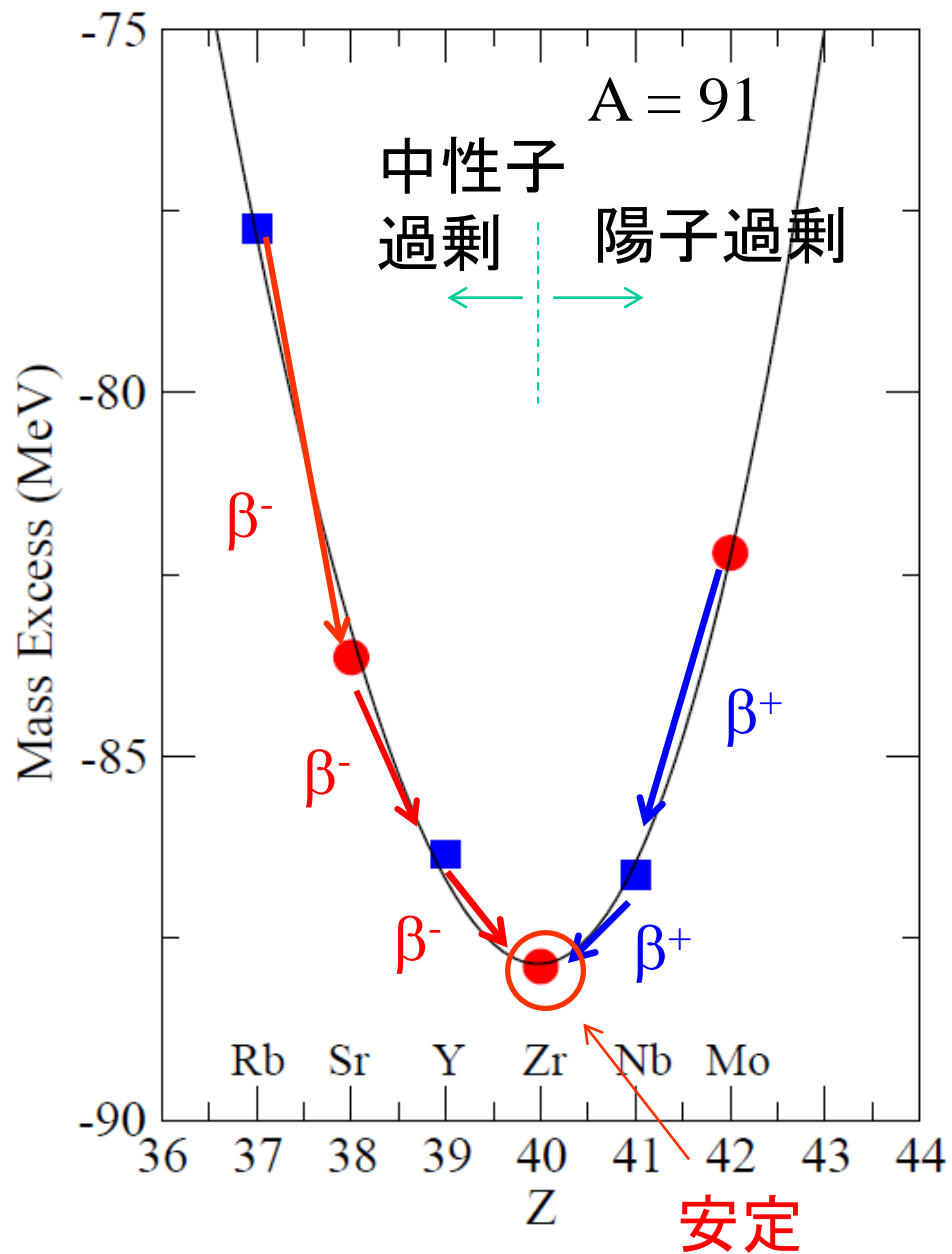


図: 武藤一雄氏講義録より

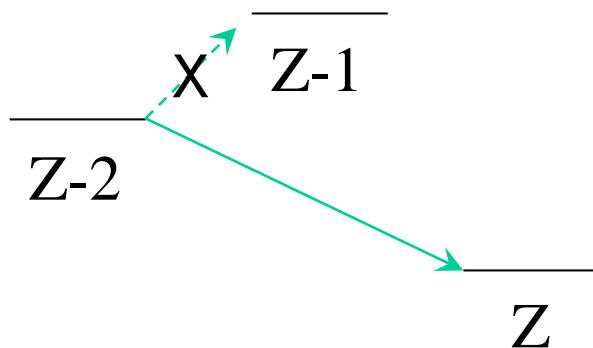
電子の放出方向に差 → パリティ非保存

二重 β 崩壊

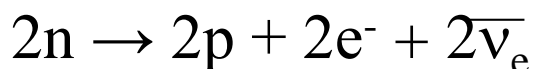




2種類の2重β崩壊

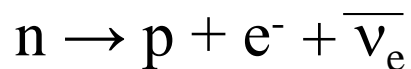


✓ $2\nu\beta\beta$

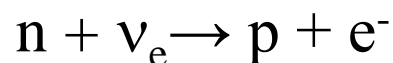


β崩壊が2回おこる

✓ $0\nu\beta\beta$

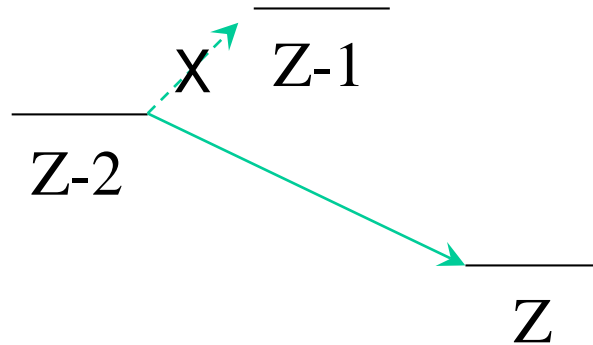


$\nu_e = \bar{\nu}_e$ だったら (マヨラナ・ニュートリノ)

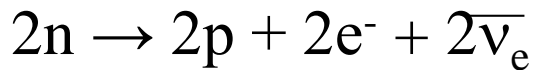


(正味のプロセス) $2n \rightarrow 2p + 2e^-$ (レプトン数の非保存)

2種類の2重β崩壊



✓ $2\nu\beta\beta$



β崩壊が2回おこる

✓ $0\nu\beta\beta$



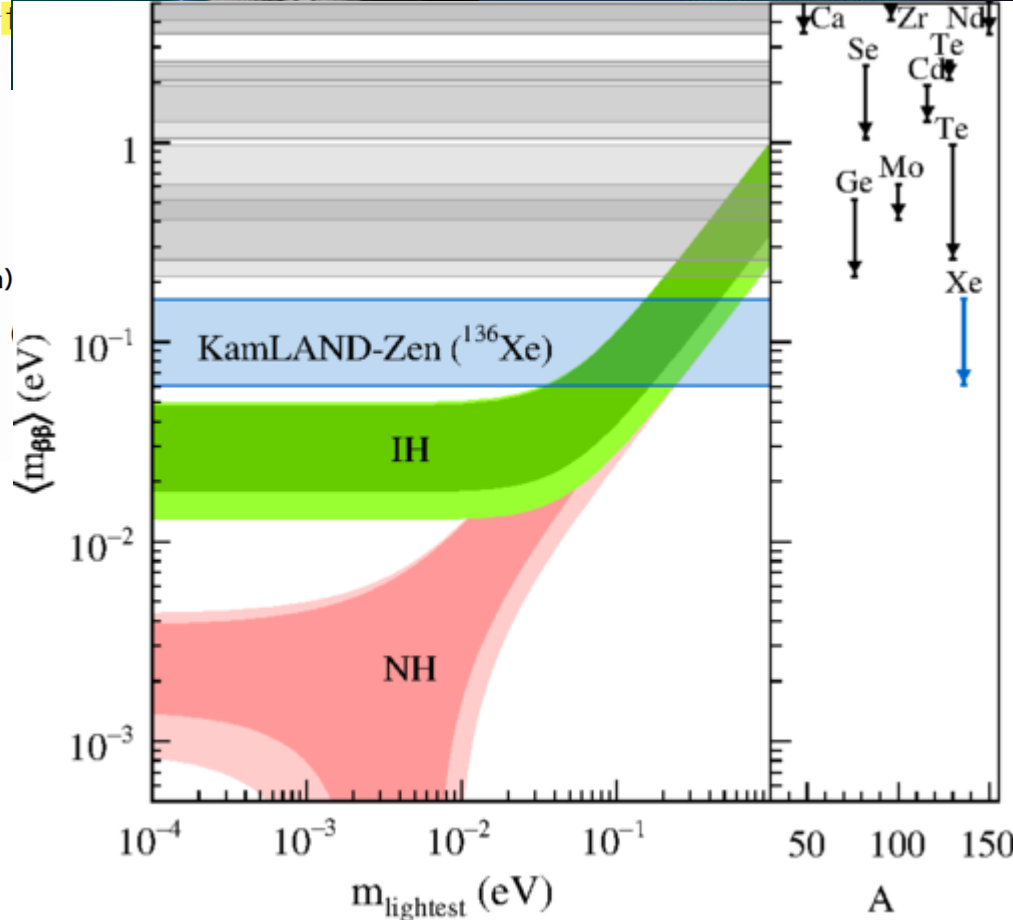
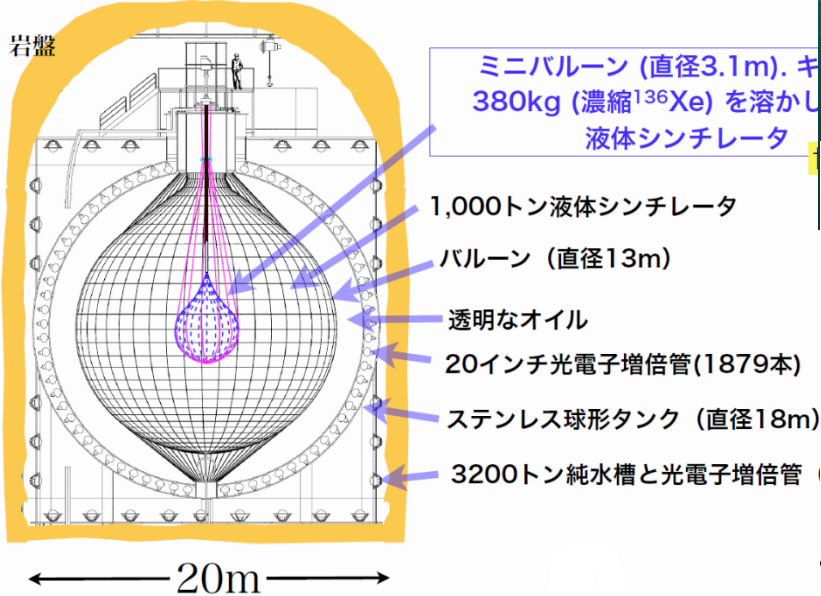
$$\left[T_{1/2}^{(0\nu)} \right]^{-1} = G_{0\nu} |M_{0\nu}|^2 \langle m_\nu \rangle^2$$

ただし、核行列要素 $M_{0\nu}$ も重要

カムランド禅による ^{136}Xe 核の $0\nu\beta\beta$ の探索

カムランド禅検出器

岐阜県神岡鉱山の地下1,000メートル



A. Gando et al., PRL117, 082503 ('16)

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle \leq 61 - 165 \text{ meV}$$

* 幅があるのは核行列要素の不定性のため

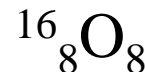
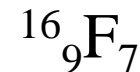
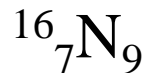
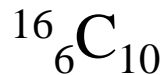
➤ アイソ・スピンのことをもう一度説明して欲しい

✓陽子と中性子は電荷を除けばほとんど同じ性質

→ 両者を同種粒子とみなす。ただし、内部自由度(アイソスピン)の違いで区別する。

$$\text{アイソスピン: } |p\rangle = |\uparrow\rangle, |n\rangle = |\downarrow\rangle$$

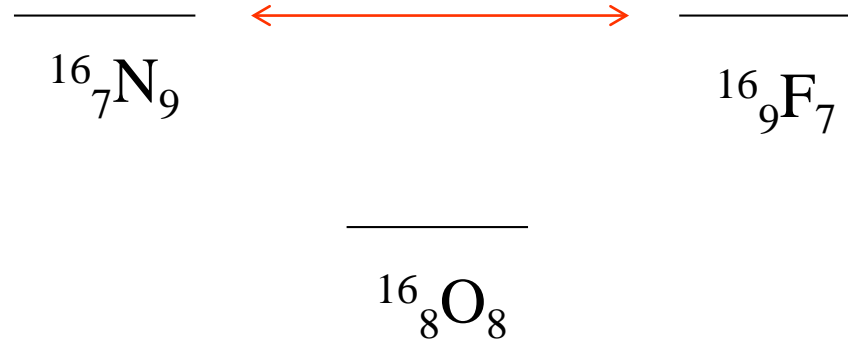
クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じ状態:



➤ アイソ・スピンのことをもう一度説明して欲しい

クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じ状態：

陽子と中性子を入れ替え（鏡映核）
＝クーロン補正後は同じエネルギー

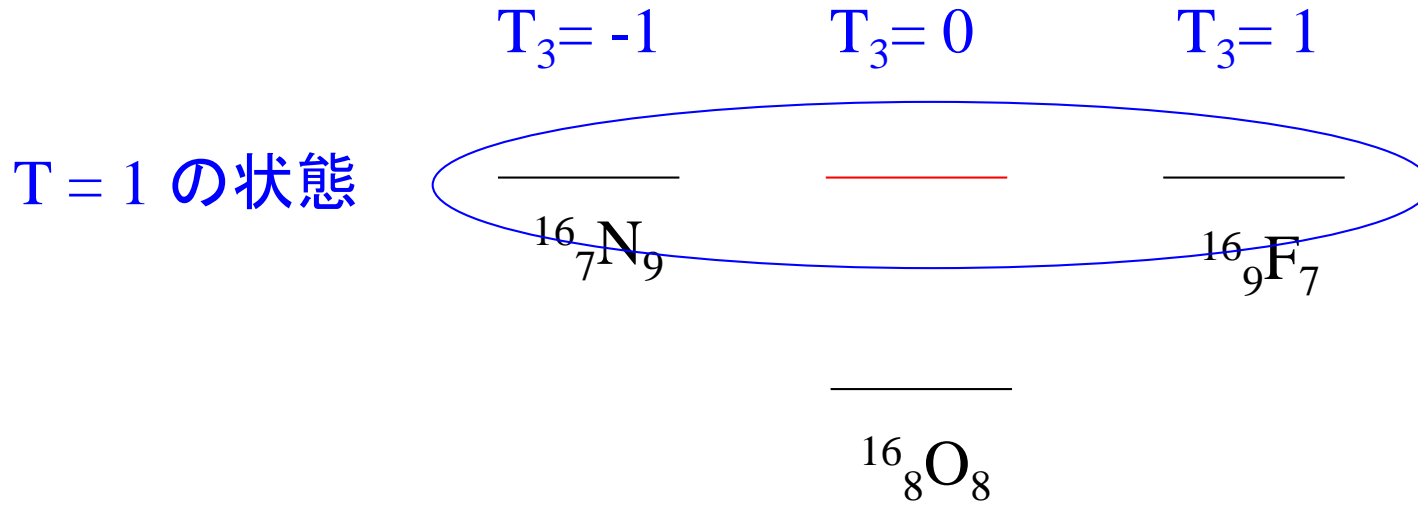


これらは、陽子と中性子を2個入れ替えた状態。

→ 1個入れ替えた状態もあるはずで、それも同じエネルギーになるはず。

➤ アイソ・スピンのことをもう一度説明して欲しい

クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じエネルギー:



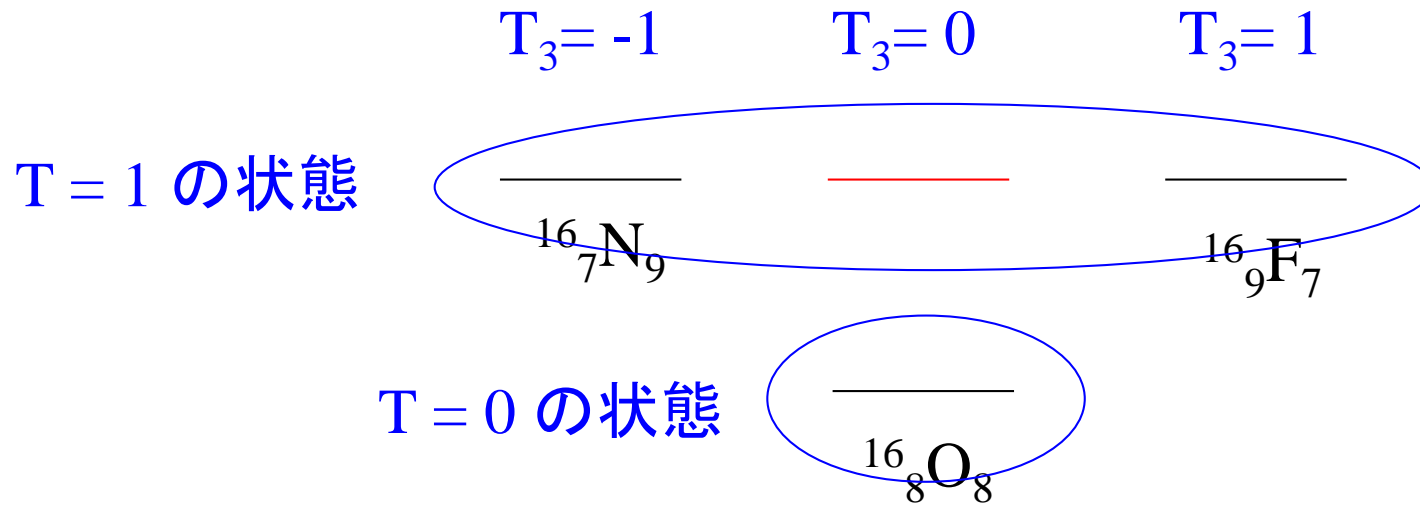
これらは、陽子と中性子を2個入れ替えた状態。

→ 1個入れ替えた状態もあるはずで、それも同じエネルギーになるはず。

→ ${}^{16}\text{O}$ の励起状態に対応

➤ アイソスピンのことをもう一度説明して欲しい

クーロンを補正すれば、陽子と中性子を入れ替えても同じエネルギー:



$$T_3 = (Z - N)/2$$



基底状態の全アイソスピンの大きさは $T = |T_3|$

以下、同様

$T_3 = -2$

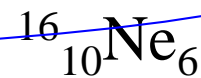
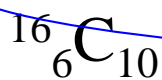
$T_3 = -1$

$T_3 = 0$

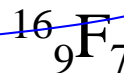
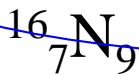
$T_3 = 1$

$T_3 = 2$

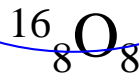
$T = 2$
の状態



$T = 1$ の状態



$T = 0$ の状態



$$T_3 = (Z - N)/2$$

出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

この授業に関して、**質問**や**疑問**を自由に何でも書いて下さい
(質問が特になければ**感想**でも可)

- 例)
- ・今日の授業で面白かったこと
 - ・自分にとって発見だったこと
 - ・今日の授業でわかりずらかったこと
(もう一度説明して欲しいこと)
 - ・今日の授業を聞いて疑問に思ったこと
 - ・**授業への要望等でもOK**

などなど

補足

β線スペクトル: ^{64}Cu 原子核の β^- 崩壊及び β^+ 崩壊

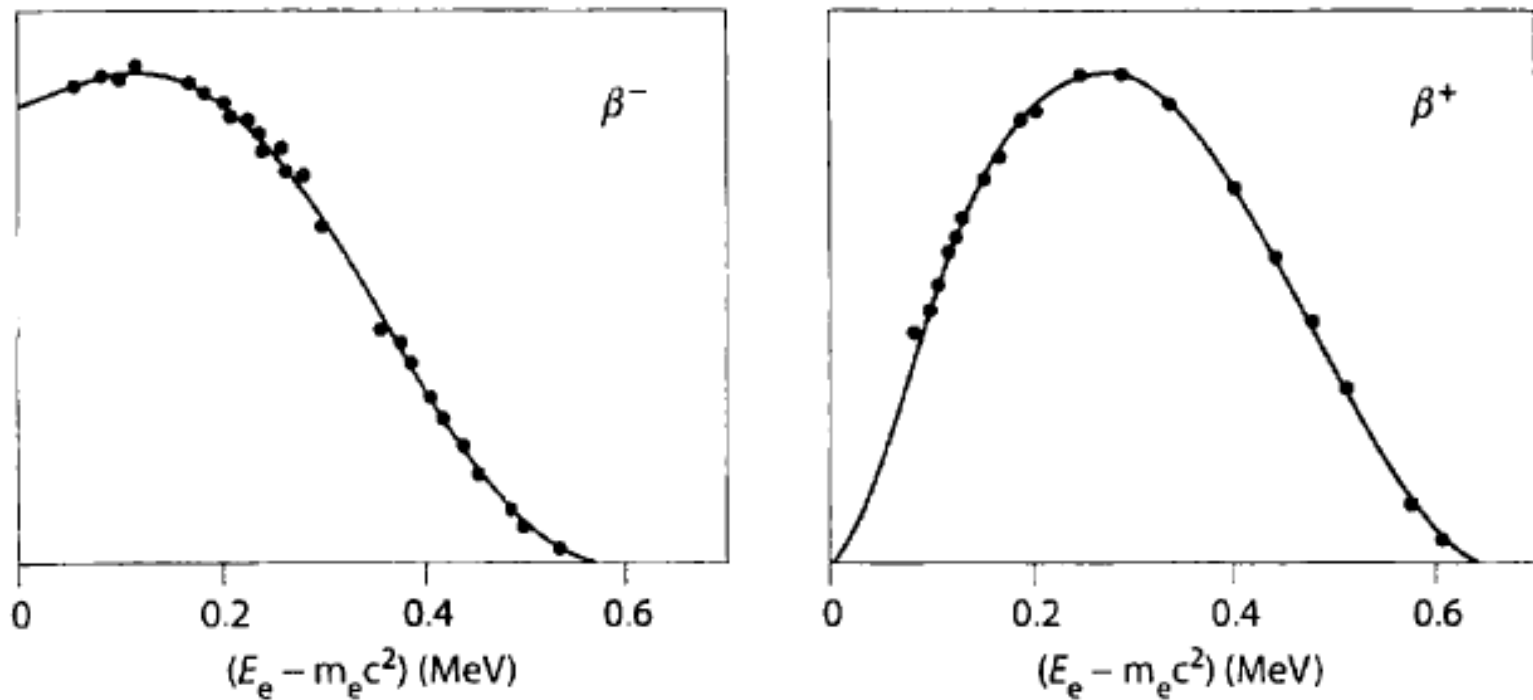


Figure 8.1 Energy distribution of the electron and positron in ^{64}Cu decay. The low energy part of the electron spectrum is enhanced due to the deceleration caused by the nuclear attraction. For the positron one has the opposite effect.

C.A. Bertulani, "Nuclear Physics in a Nutshell"

低エネルギー領域では電子(陽電子)と原子核のクーロン相互作用の影響を受ける(特に電子)

低エネルギー領域では電子(陽電子)と原子核のクーロン相互作用の影響を受ける(特に電子)

$$\langle f | H_\beta | i \rangle = g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r}) \tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} d\mathbf{r}$$

$$n \rightarrow p$$

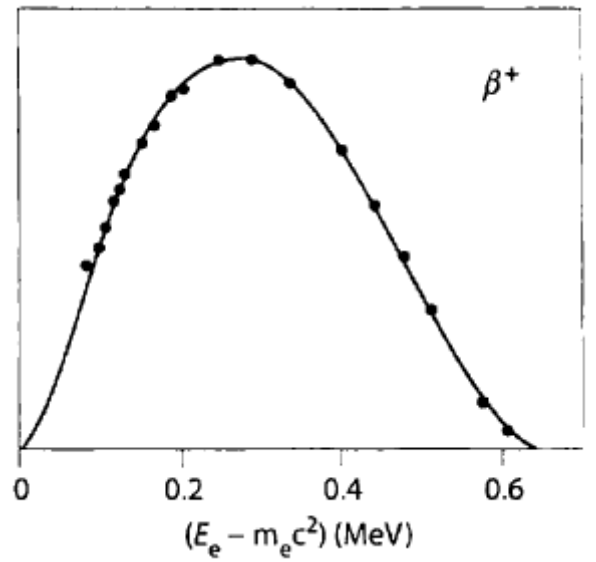
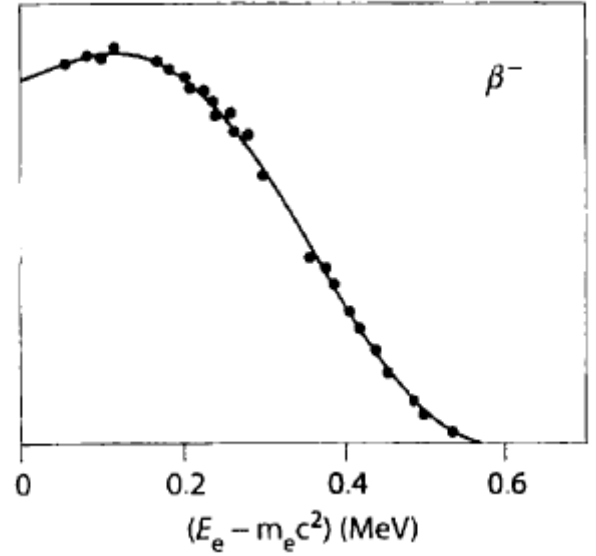
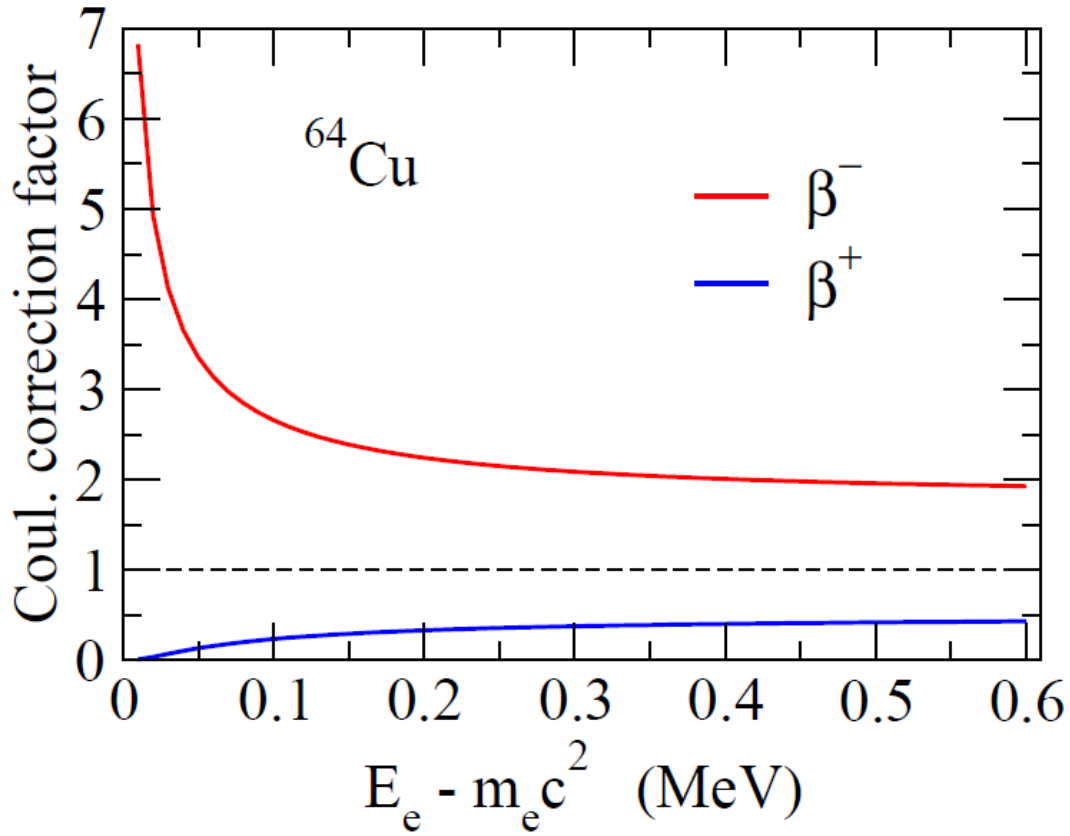
$$e^{-i(\mathbf{p}_e + \mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \cdot \mathbf{r} / \hbar} \sim 1$$

原点付近での電子の波動関数の振る舞いが重要となる

← クーロン場により波動関数が乱され、平面波からずれる

$$\left[\frac{\psi_{e^\mp}(r=0, Z)}{\psi_{e^\mp}(r=0, Z=0)} \right]^2 = \frac{-2\pi\eta}{1 - e^{2\pi\eta}}, \quad \eta = \frac{\mp Ze^2}{\hbar v} \quad (\text{for } e^\mp)$$

$$\left[\frac{\psi_{e^\mp}(r=0, Z)}{\psi_{e^\mp}(r=0, Z=0)} \right]^2 = \frac{-2\pi\eta}{1 - e^{2\pi\eta}}, \quad \eta = \frac{\mp Ze^2}{\hbar v} \quad (\text{for } e^\mp)$$



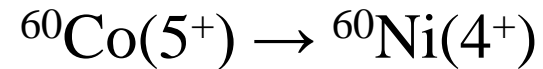
選択則(フェルミ遷移)

$$H_\beta = g_F \int [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\psi_n(\mathbf{r})][\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + h.c.$$

$$\langle f|H_\beta|i\rangle \sim g_F \int [\Psi_f^*(\mathbf{r})\tau_+ \Psi_i(\mathbf{r})] d\mathbf{r}$$

$$\Delta I = 0, \text{ パリティ変化なし} \quad 0^+ \rightarrow 0^+$$

これでは説明できないベータ崩壊も見つかっている:



→ スピンの導入(ガモフ・テラー遷移)

$$H_\beta = g_{GT} \int d\mathbf{r} \sum_{spin} [\psi_p^\dagger(\mathbf{r})\boldsymbol{\sigma}\psi_n(\mathbf{r})] \cdot [\psi_e^\dagger(\mathbf{r})\boldsymbol{\sigma}\psi_{\nu_e}(\mathbf{r})] + h.c.$$

$$\Delta I = 1, \text{ パリティ変化なし}$$

(n → p で核子のスピンのフリップする)

相対論的な取り扱い

“V-A型” 相互作用

$$H_{\beta} = \int d\mathbf{r} \left\{ C_V (\psi_p^{\dagger} \gamma_{\mu} \psi_n) (\psi_e^{\dagger} \gamma^{\mu} (1 + \gamma_5) \psi_{\nu}) + h.c. \right. \\ \left. - C_A (\psi_p^{\dagger} \gamma_{\mu} \gamma_5 \psi_n) (\psi_e^{\dagger} \gamma^{\mu} \gamma_5 (1 + \gamma_5) \psi_{\nu}) + h.c. \right\}$$

パリティ非保存

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$-i\gamma_k\gamma_5 = \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & -\sigma_k \end{pmatrix}, \quad -i\gamma_0\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$