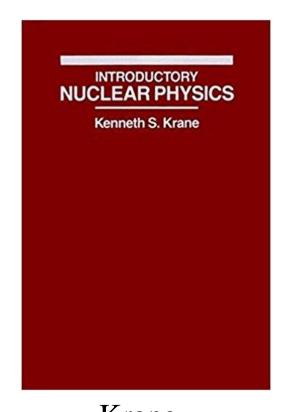
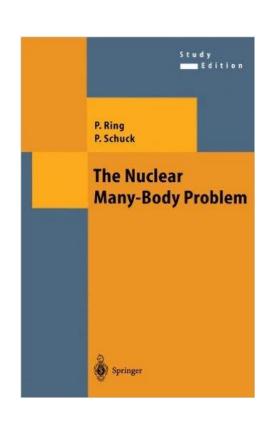
先週のアンケートより

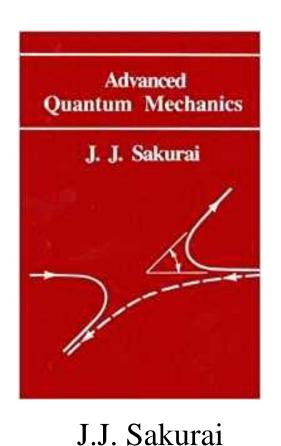
▶ 電磁遷移に関するお薦めの教科書を教えてください



Krane 第10章 とても丁寧



Ring-Schuck
Appendix B
コンパクトに
まとまっている



2-4章 E1, E2, M1 遷移のみ だが、丁寧かつしっかり とした説明

- ▶ 原子核の電磁遷移で2次以降が効くことはありますか?
- ▶ 2個以上のフォトンの放出を伴う電磁遷移はありますか?
 - ✓原子核の電磁遷移では、高次効果が必要な場合は ほとんどありません
 - →通常は1次の摂動論で十分

Ελ 遷移と Μλ 遷移の違いをもう一度

$$\Gamma_{fi}(\lambda\mu) \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} |\langle \Psi_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | \Psi_i \rangle|^2$$

Eλ 遷移
$$\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(E)} = \sum_{i=1}^{A} e_i r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i)$$

E
$$\lambda$$
 遷移 $\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(E)} = \sum_{i=1}^{A} e_i r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i)$

M λ 遷移 $\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(M)} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} \left\{ g_s^{(i)} s_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} l_i \right\} \cdot \left(\nabla r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i) \right)$

 $\triangleright i$ の和が i=1~A でとっているけど、中性子は $E\lambda$ 遷移に 関係しないのでは?

✓その通りです。

ここでは、 $e_i = e \ (i = p), e_i = 0 \ (i = n)$ としているので、 中性子は寄与しません。

➤ Eλ 遷移と Mλ 遷移の違いをもう一度

$$\Gamma_{fi}(\lambda\mu) \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} |\langle \Psi_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | \Psi_i \rangle|^2$$

Eλ 遷移
$$\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(E)} = \sum_{i=1}^{A} e_i r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i)$$

Mλ 遷移
$$\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(M)} = \mu_N \sum_{i=1}^A \left\{ g_s^{(i)} s_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} l_i \right\} \cdot \left(\nabla r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i) \right)$$

✓ 一番簡単な場合: $\lambda = 1, \mu = 0$

$$rY_{10}(\theta) \propto z$$

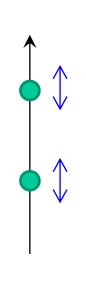
$$\mathcal{M}_{10}^{(E)} \propto \sum_i e_i z_i$$

$$\mathcal{M}_{10}^{(M)} \propto \mu_N \sum_{i=1}^A \left\{ g_s^{(i)} s_{zi} + g_l^{(i)} l_{zi} \right\} = \sum_i \mu_{zi}$$

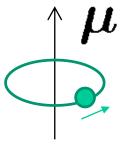
✓ 一番簡単な場合: λ = 1, μ = 0

$$\mathcal{M}_{10}^{(E)} \propto \sum_i e_i z_i$$

$$\mathcal{M}_{10}^{(E)} \propto \sum_{i} e_{i} z_{i}$$
 $\mathcal{M}_{10}^{(M)} \propto \mu_{N} \sum_{i=1}^{A} \left\{ g_{s}^{(i)} s_{zi} + g_{l}^{(i)} l_{zi} \right\} = \sum_{i} \mu_{zi}$



古典的には



磁気モーメント: 円電流 $\mu = IS$

I:電流、S:円の面積

E1遷移:

(古典的には) z 方向の電荷分布 の時間変化による 遷移

「電気的遷移」

M1遷移:

(古典的には)

電流の時間変化による遷移

「磁気的遷移」

▶「長波長近似」って何ですか?

遷移確率(長波長近似)

$$\Gamma_{fi}(\lambda\mu) \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} |\langle \Psi_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | \Psi_i \rangle|^2$$
$$\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(E)} = \sum_i e_i r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i)$$

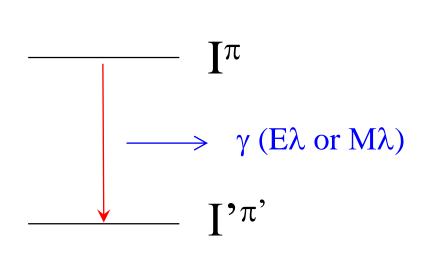
✓ フォトンの波長が長い(フォトンのエネルギーが小さい)という近似

具体的には、
$$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)i^l j_l(kr) P_l(\cos\theta)$$

で
$$kr <<1$$
 として $j_l(kr) \sim \frac{(kr)^l}{(2l+1)!!}$ とする。

$$k = \frac{E_{\gamma}}{\hbar c}$$

- ▶ 電気的遷移と磁気的遷移は実験的にどのように区別できるのか?
 - ✓ γ崩壊の寿命測定からのみでは区別できません
 - → 選択則と多重極に関する考察から区別する (これで電気的遷移が主か磁気的遷移が主か大体絞れる)



Eλの演算子:パリティ(-1)^λ Mλの演算子:パリティ(-1)^{λ+1}

- ・ $\vec{I} + \vec{\lambda} = \vec{I}$ を満たす λ
- πとπ'が同じとき:
 Εであればλは偶数
 Μであればλは奇数
- πとπ'が違うとき:
 Eであればλは奇数
 Mであればλは偶数
- ・ 一般に $\Gamma(E\lambda) \gg \Gamma(M\lambda)$ $\Gamma(E\lambda) \gg \Gamma(E\lambda+1) \gg \cdots$

▶4+→2+ の遷移で選択則をもう一度説明してください。

 \checkmark 4+ \rightarrow 2+ 角運動量は λ = 2, 3, 4, 5, 6 (4-2=2 ~ 4+2=6)

$$\begin{split} \mathcal{M}_{\lambda\mu} &= \sum_{i=1}^{Z} e r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \equiv \widehat{Q}_{\lambda\mu} \\ \mathcal{M}_{\lambda\mu} &= \mu_N \sum_{i=1}^{A} \left\{ g_s^{(i)} \boldsymbol{s}_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} \boldsymbol{l}_i \right\} \cdot \left(\boldsymbol{\nabla} r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \right) \equiv \widehat{M}_{\lambda\mu} \\ \mathcal{N}_{\lambda\mu} &= \mathcal{N}_{\lambda\mu} = \frac{2}{\lambda+1} \left\{ g_s^{(i)} \boldsymbol{s}_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} \boldsymbol{l}_i \right\} \cdot \left(\boldsymbol{\nabla} r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_i) \right) \equiv \widehat{M}_{\lambda\mu} \end{split}$$

 $4^+ \rightarrow 2^+$ でパリティは変わっていないので、 E なら偶数の λ M なら奇数の λ

Μλ 遷移より Ελ 遷移が大きくなるのは何故ですか?

$$\Gamma_{fi}(\lambda\mu) \sim \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda((2\lambda+1)!!)^2} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} |\langle \Psi_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | \Psi_i \rangle|^2$$

E\lambda 遷移
$$\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(E)} = \sum_{i} e_{i} r_{i}^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}_{i}) = \int d\boldsymbol{r} \, \rho(\boldsymbol{r}) r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\boldsymbol{r}}) \equiv \hat{Q}_{\lambda\mu}$$

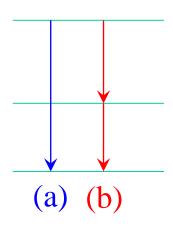
M
$$\lambda$$
 遷移 $\mathcal{M}_{\lambda\mu}^{(M)} = \underbrace{\mu_N \sum_{i=1}^A \left\{ g_s^{(i)} s_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} l_i \right\} \cdot \left(\nabla r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i) \right)}_{i=1}$

一般に
$$\Gamma(E\lambda)$$
 \gg $\Gamma(M\lambda)$

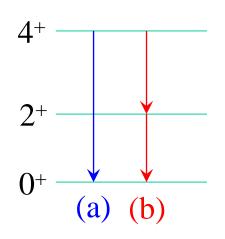
✓ 大雑把に言うと、核磁子 µ_N のため

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c} \sim e \frac{200}{2 \times 1000} \text{ (efm)}$$

➤ 電磁遷移で2ステップの遷移が起こりやすい場合があるのは どういうとき?



✓ 例えば、以下のような場合:

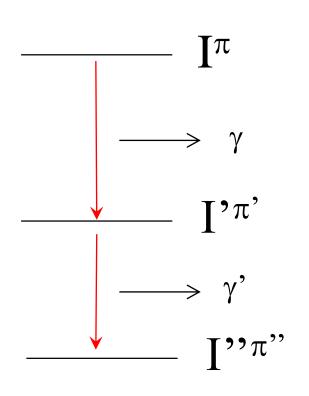


- (a) は E4 遷移。
- (b) は E2 遷移が2回。

$$\Gamma(E\lambda) \gg \Gamma(E\lambda+1) \gg \cdots$$

あとはそれぞれの状態の核構造にも 依存する。

▶ フォトンの角運動量はどうやって測るのか?



✓放出されるγ線の角度分布を 調べると λ (角運動量)を決めることができる

- ← 基準となる方向を決める必要がある
- 磁場をかけて始状態のスピンの 方向をそろえる
- 最初のγに対して2番目のγが どの方向に出るか測る

▶ ウィグナー・エッカルトの定理で縦2重線が入っているものは何?

$$\langle I_f M_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle = (-1)^{I_i - M_i} \frac{1}{\sqrt{2\lambda + 1}} \langle I_f M_f I_i - M_i | \lambda\mu \rangle \underbrace{\langle I_f || \mathcal{M}_{\lambda} || I_i \rangle}_{\text{optimized}}$$

 $M_{\rm i}, M_{\rm f}$ の依 $M_{\rm i}, M_{\rm f}$ に存性は単純 依存しないな Clebsch

「換算行列要素」と呼ばれるもの。

▶ 換算行列要素の計算の仕方は?

$$\langle I_f M_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle = (-1)^{I_i - M_i} \frac{1}{\sqrt{2\lambda + 1}} \langle I_f M_f I_i - M_i | \lambda\mu \rangle \langle I_f | | \mathcal{M}_{\lambda} | | I_i \rangle$$

 $\checkmark M_i M_f \mu$ に具体的な値を入れて計算を行い、上の式と比べる。

$$\langle \uparrow | S_z | \uparrow \rangle = \frac{\hbar}{2}$$

$$\langle \uparrow | S_z | \uparrow \rangle = (-1)^{1/2 - 1/2} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1 + 1}} \left\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right| 10 \right\rangle$$

$$\times \langle 1/2 | |S| | 1/2 \rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1/2 | |S| | 1/2 \rangle$$



$$\langle 1/2||S||1/2\rangle = \hbar\sqrt{\frac{3}{2}}$$

* あと、主なものは Edmonds の本などに載っている

▶ ウィグナー・エッカルトの定理が Georgi の本と違うみたい?

$$\langle I_f M_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle = (-1)^{I_i - M_i} \frac{1}{\sqrt{2\lambda + 1}} \langle I_f M_f I_i - M_i | \lambda\mu \rangle \langle I_f | | \mathcal{M}_{\lambda} | | I_i \rangle$$

 $M_{\rm i}, M_{\rm f}$ の依 $M_{\rm i}, M_{\rm f}$ に存性は単純 依存しないな Clebsch

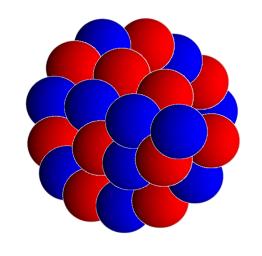
Georgiの本だと:

$$\langle I_f M_f | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | I_i M_i \rangle = \langle \lambda\mu I_i M_i | I_f M_f \rangle \langle I_f | | \mathcal{M}_{\lambda} | | I_i \rangle$$

$$= (-1)^{\lambda - I_f + M_i} \sqrt{\frac{2I_f + 1}{2\lambda + 1}} \langle I_f M_f I_i - M_i | \lambda\mu \rangle \langle I_f | | \mathcal{M}_{\lambda} | | I_i \rangle$$

- ✓ これは、換算行列要素の定義(コンベンション)が違うため。
 - * ここでは、A.R. Edmonds, "Angular Momentum in Quantum Mechanics" のコンベンションに従う(割とスタンダード)。

原子核反応について



- □ 核子多体系としての原子核の振る舞い
 - ← 核子間相互作用から理解する
- ▶ 静的な振る舞い:原子核構造
 - ✓ 基底状態の性質(質量、大きさ、形など)
 - ✓ 励起状態の性質
- ▶ ダイナミックス:原子核反応

原子核は複合粒子

- ●そのような原子核2つが衝突するとどのようなことが起こるのか?
- ●量子力学の具体的な応用

原子核核反応

原子核の形や相互作用、励起状態の性質:衝突実験 cf. ラザフォードの実験(α 散乱)

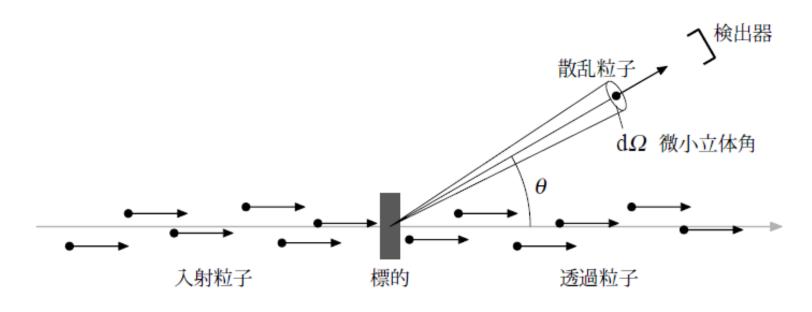


図 21.1: 散乱実験

http://www.th.phys.titech.ac.jp/~muto/lectures/QMII11/QMII11_chap21.pdf

武藤一雄氏(東工大)

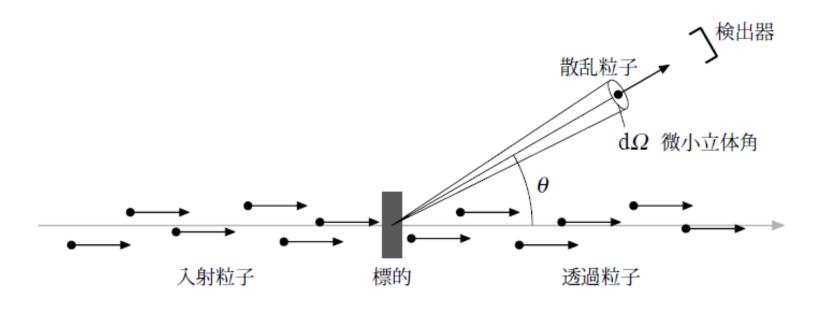


図 21.1: 散乱実験

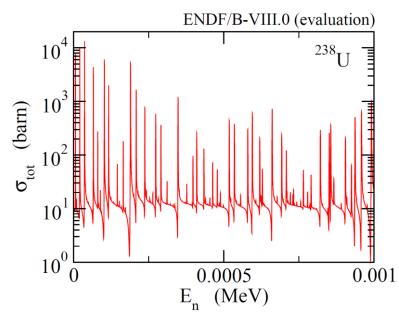
点粒子の散乱: 弾性散乱のみ



複合粒子の反応プロセス

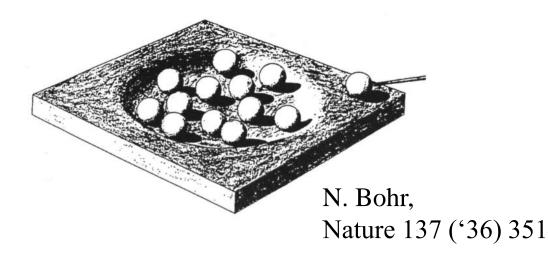
- →豊富な反応様式
- ▶弾性散乱
- ▶非弾性散乱
- ▶粒子移行
- ▶複合粒子形成(核融合)

核融合反応: 複合核生成反応



- cf. フェルミの実験 (1935) 原子核による中性子の吸収
- → MeV スケールの原子核にeV スケールの幅の多数の共鳴状態

Niels Bohr (1936):「複合核」の概念を提唱



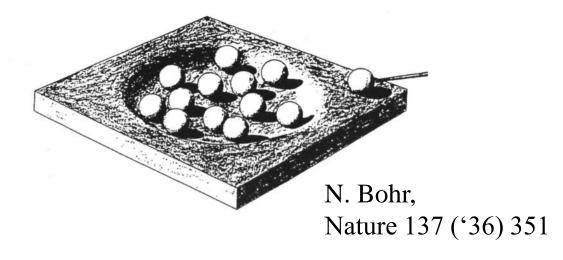


Wikipedia

核融合反応: 複合核生成反応

Niels Bohr (1936)

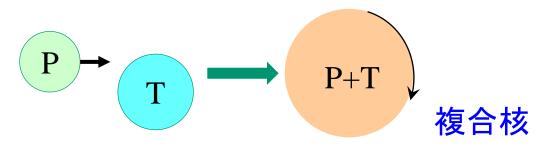
原子核による中性子の吸収 → 複合核



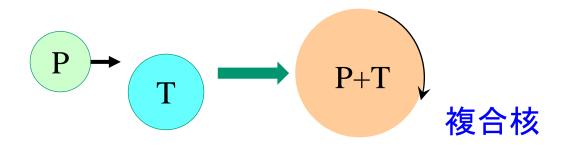


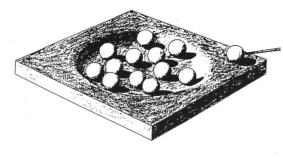
Wikipedia

重イオン反応で複合核をつくる = 重イオン核融合反応

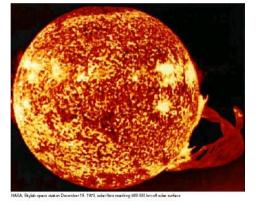


核融合反応: 複合核生成反応

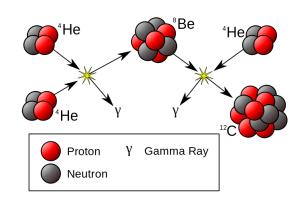




cf. N. Bohr '36



恒星のエネルギー 源 (Bethe '39)

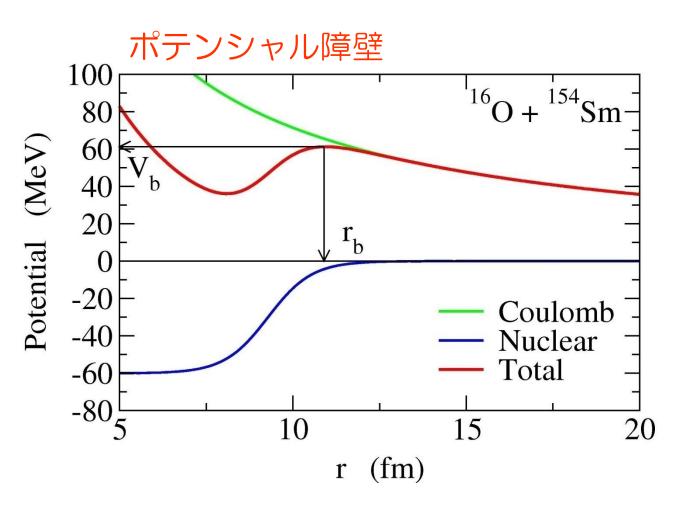


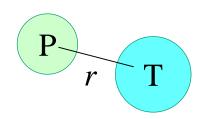
元素合成



超重元素の合成

重イオン核融合反応と量子トンネル現象





2つの力:

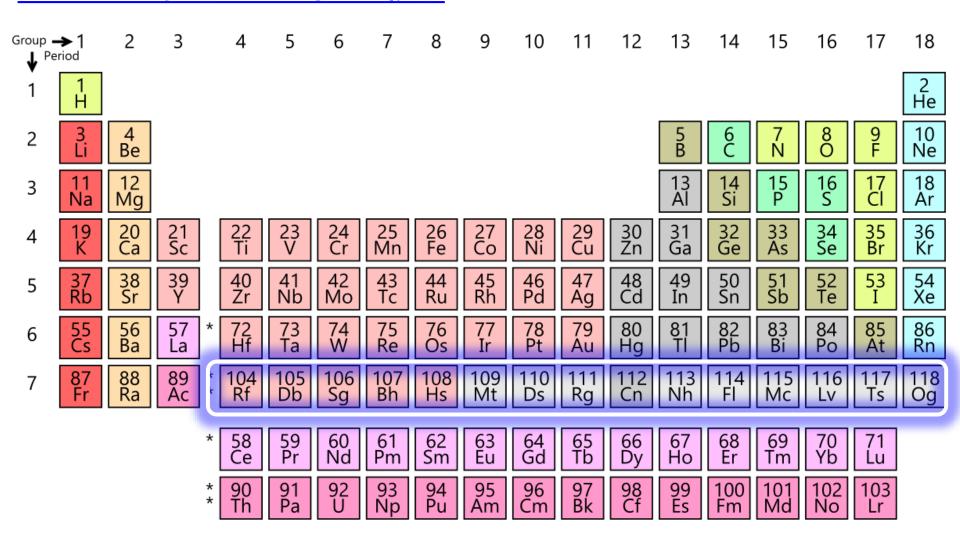
- 1. クーロンカ 長距離斥力
- 2. 核力 短距離引力



両者の打ち消しあいによりポテンシャル障壁が形成 (クーロン障壁)

ポテンシャル障壁を透過してrが小さくなれば核融合 \rightarrow トンネル効果 c.f. 天体核反応

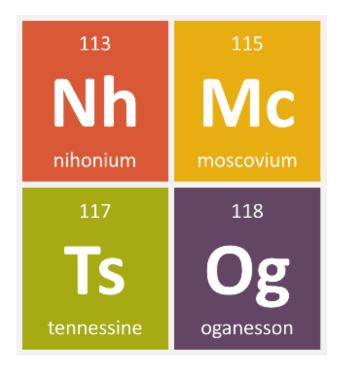
超重元素(超重原子核)



自然界にある最も重い元素は U や Pt

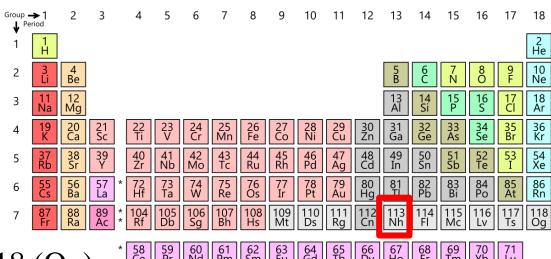
→ それより重い元素を核融合反応で作る

超重元素



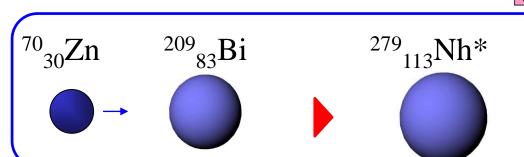
2016年11月





96 Cm 97 Bk

現在、最も重いものは Z=118 (Og)



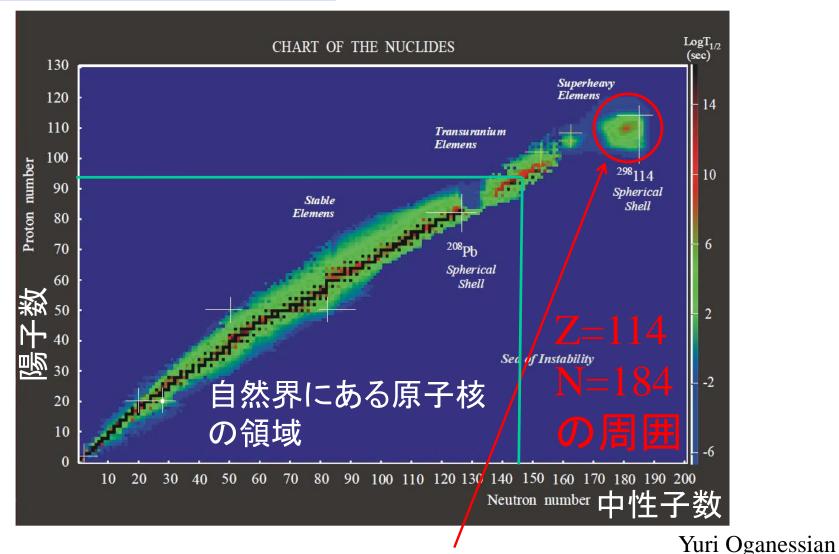
重イオン核融合反応

99 Es

98 Cf 100 101 102 103 Fm Md No Lr

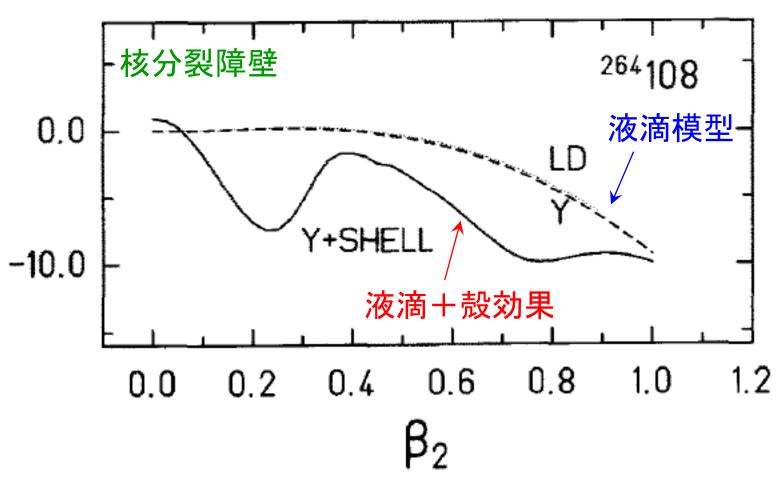
Wikipedia

超重元素(超重原子核)



原子核の安定領域の理論的予言

(1966年: スピアテッキら)



Z. Patyk et al. NPA491('89)267

殻効果(変形魔法数)により核分裂障壁が高くなり安定化

安定の島(超重元素)を目指して

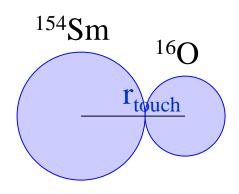


Og oganesson

Yuri Oganessian

超重核領域における重イオン核融合反応

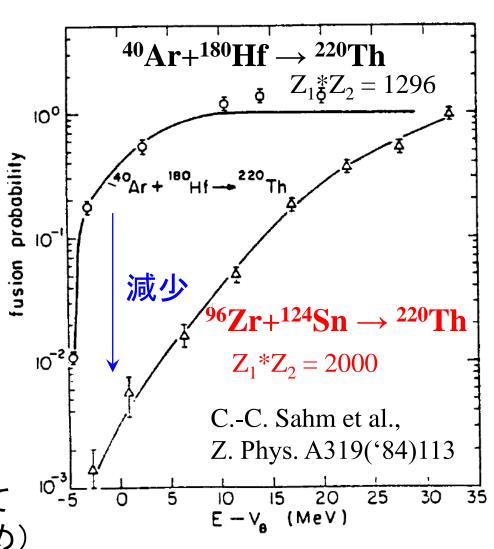
中重核領域における 核融合反応:



一度接触すると自動的 に複合核を形成

▶ 重核・超重核領域における 核融合反応:

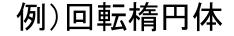
接触しても大きな確率で離れてしまう(クーロン反発が強いため)

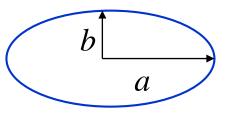


目安: Z₁*Z₂ > 1600 ~ 1800 の系でこのようなことが起こる

$$B(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

原子核を体積一定のまま変形してみる





$$a = R \cdot (1 + \epsilon)$$

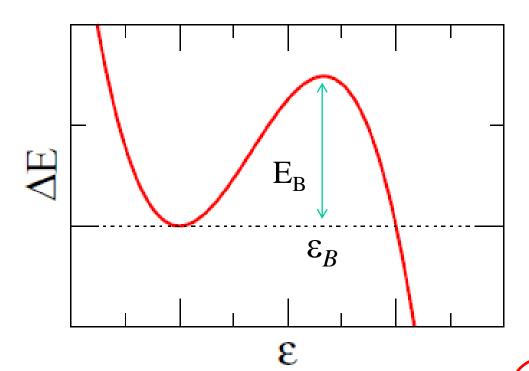
 $b = R \cdot (1 + \epsilon)^{-1/2}$
 $ab^2 = R^3 = -$ 定

変形したときのエネルギー変化:

- 体積項、対称エネルギー項:変化せず
- クーロン項表面項

(復習)

$$\Delta E = E_S^{(0)} \left\{ \frac{2}{5} (1 - x) \epsilon^2 - \frac{4}{105} (1 + 2x) \epsilon^3 + \dots \right\}$$



$$x \equiv \frac{E_C^{(0)}}{2E_S^{(0)}} = \frac{a_C}{2a_S} \cdot \frac{Z^2}{A} \sim \frac{1}{53.3} \cdot \frac{Z^2}{A}$$

$$E_B = \frac{98}{15} \cdot \frac{(1-x)^3}{(1+2x)^2} \cdot E_S^{(0)}$$

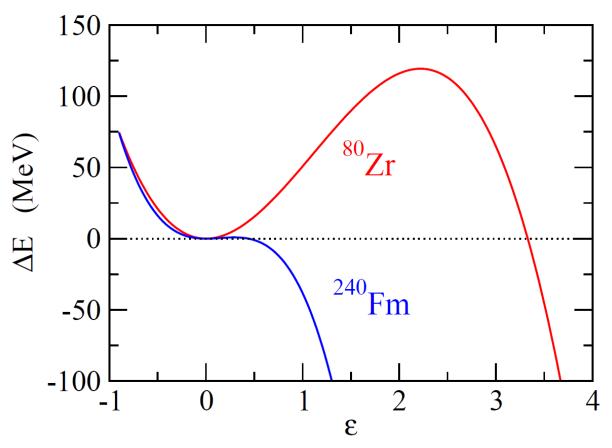
重い核ほど障壁は低くなる

$$\epsilon_B = 7 \cdot \frac{(1-x)}{(1+2x)}$$

重い核ほど障壁での変形度は小さくなる

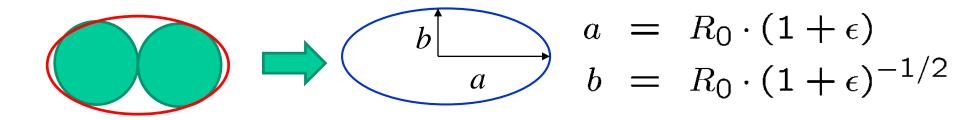
液滴模型での核分裂障壁

$$\Delta E = E_S^{(0)} \left\{ \frac{2}{5} (1 - x) \epsilon^2 - \frac{4}{105} (1 + 2x) \epsilon^3 + \dots \right\} \qquad x \equiv \frac{E_C^{(0)}}{2E_S^{(0)}}$$

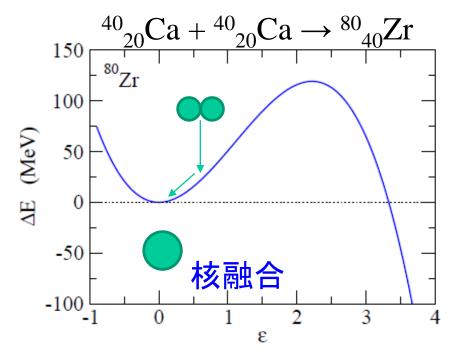


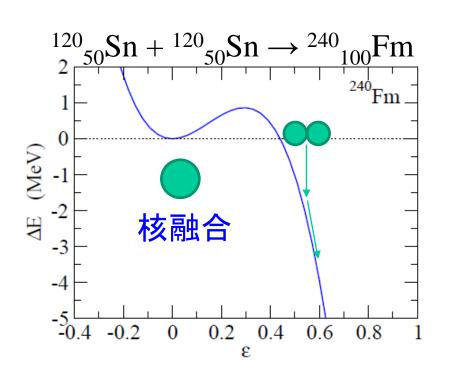
- ✓ 重い核ほど障壁は低くなる
- ✓ 重い核ほど障壁での変形度は小さくなる

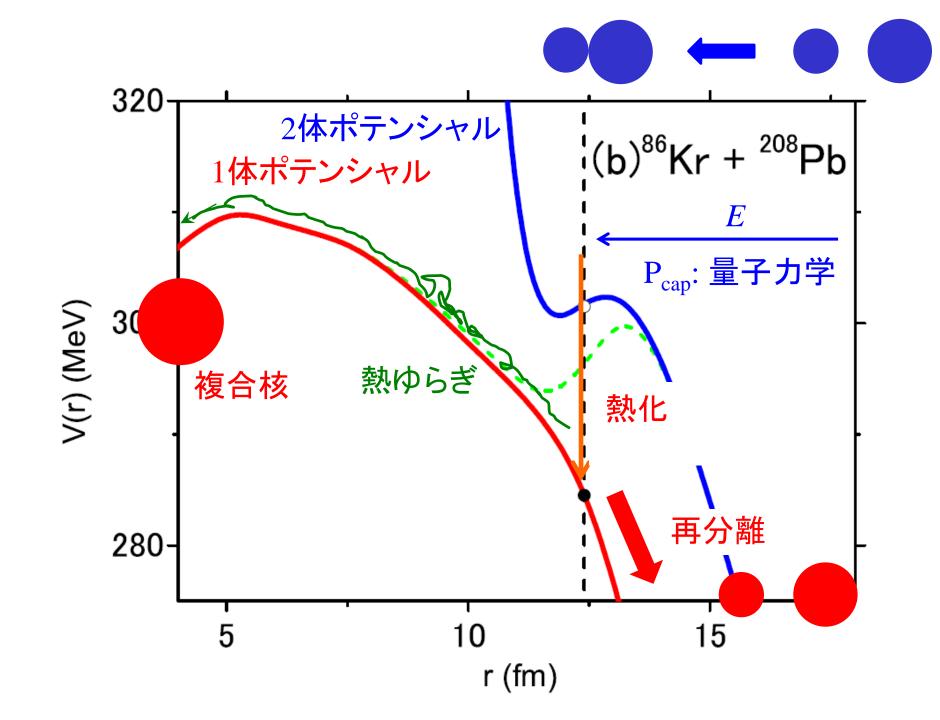
同じ原子核が接触すると:



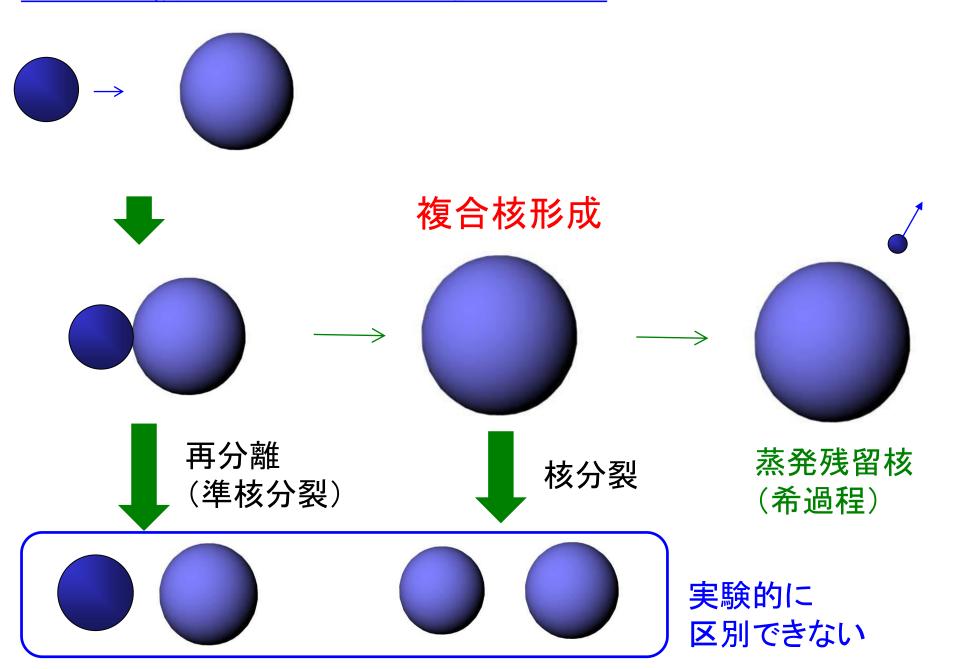
$$\frac{a}{b} \sim \frac{2R}{R} = 2 \to \epsilon \sim 0.587$$







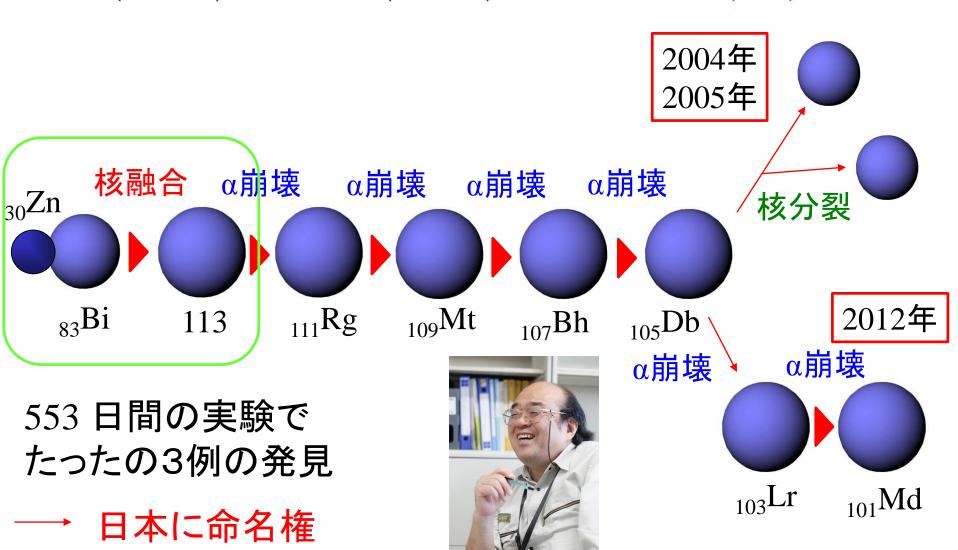
超重元素領域における重イオン核融合反応

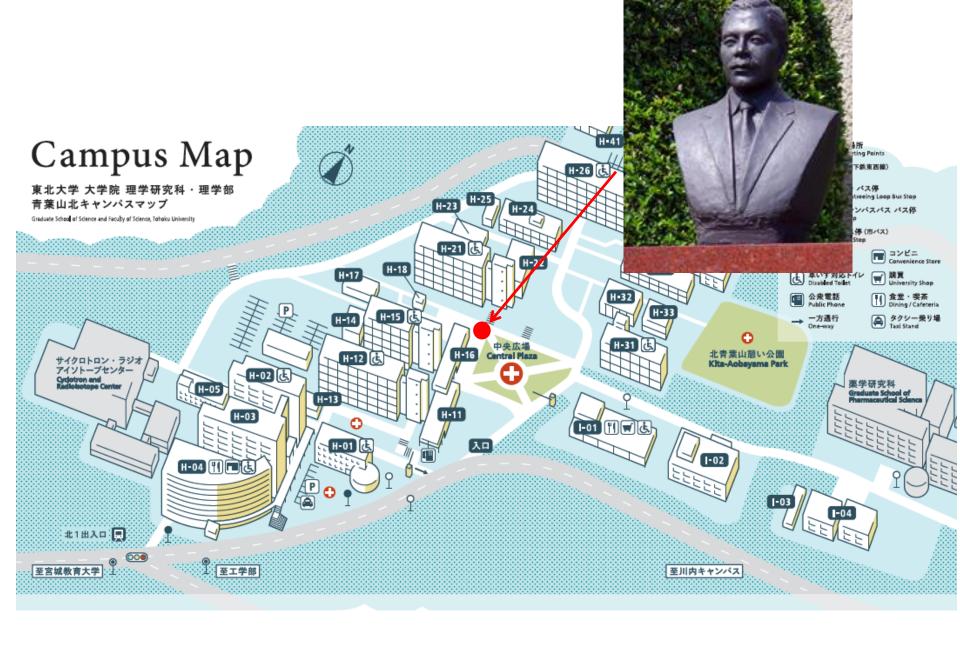


新元素113番: ニホニウム(Nh)

ニホニウム Nh

70
Zn (Z=30) + 209 Bi (Z=83) \longrightarrow 278 113 (Nh) + n





幻の元素、ニッポニウム(Np)

1908 年: 「43番目の元素」として新元素を発見し ニッポニウム (Np) と命名したと発表。

→ その後疑問視され、周期表からは落とされる (実は75番元素レニウム(当時未発見)だった)



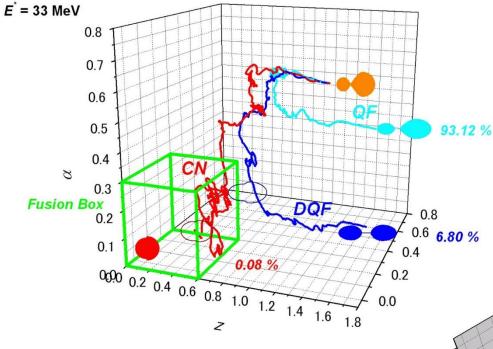
小川正孝 (1865-1930)



東北大学第4代総長 (1919-1928)

ニホニウム Nh は この時以来の悲願 達成!

理論:ランジュバン法



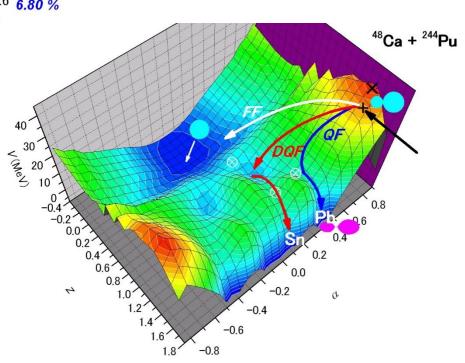
$$m\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{dV(q)}{dq} - \gamma\frac{dq}{dt} + R(t)$$

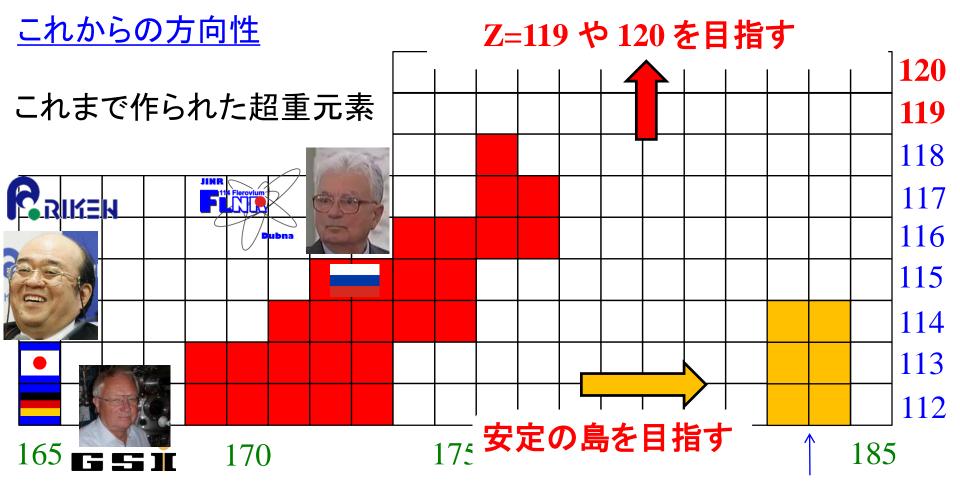
 γ : 摩擦係数 R(t): 乱雜力

を多次元に拡張したもの (ブラウン運動の理論)



- •核間距離 (z)
- 原子核の変形 (δ)
- **・**フラグメントの非対称度 (α)



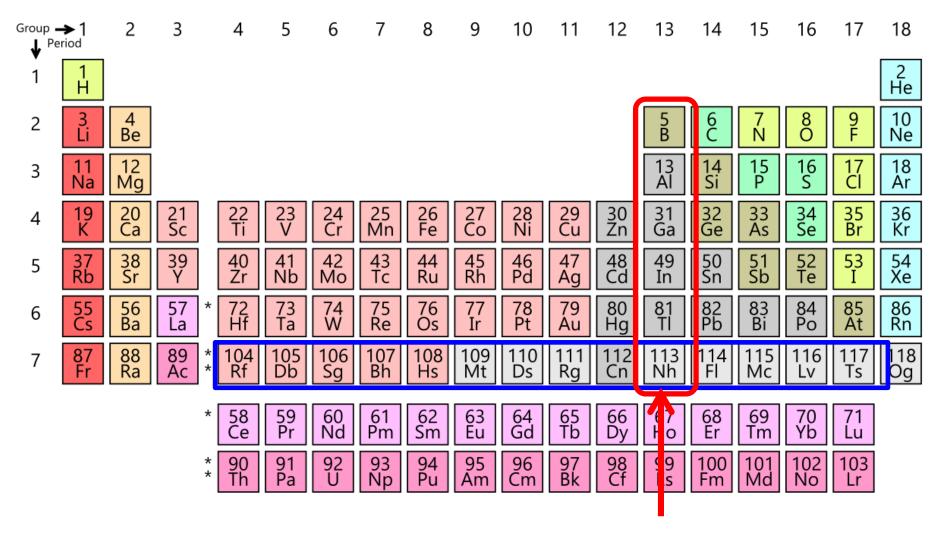


安定の島?

理論的課題:

- > 反応機構の理解
- > 核融合断面積の精度良い予言

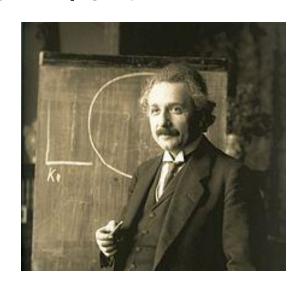
超重元素の化学



- ▶本当にここに置いちゃっていいの?
- ▶Nh は Bや Alなどと同じ性質?

相対論的効果:原子番号の大きい元素で重要

$$E = mc^2$$



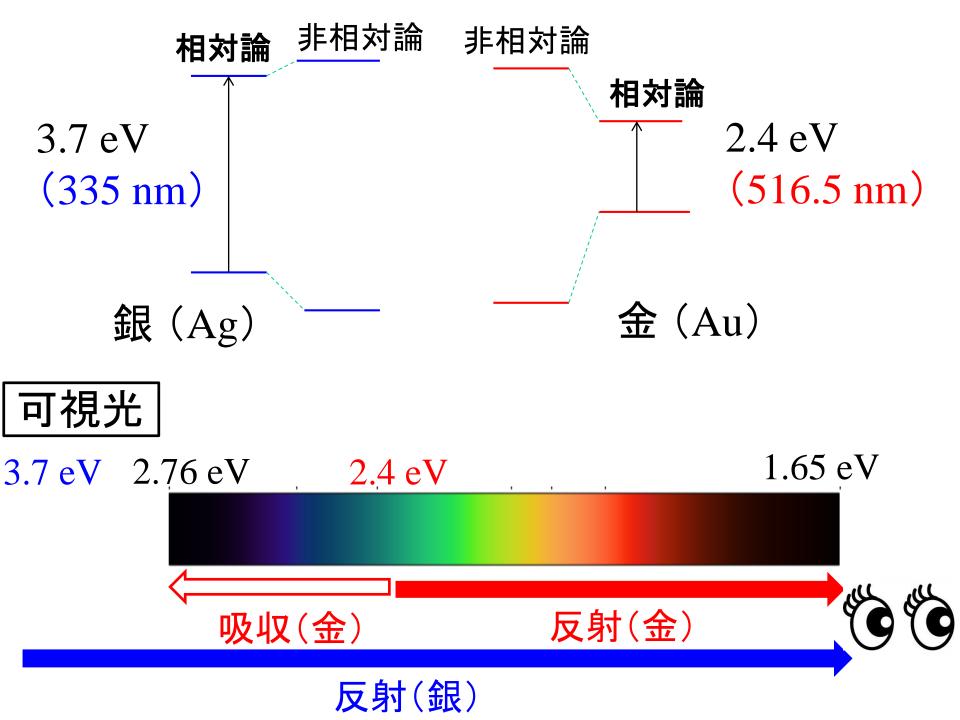
ディラック方程式(相対論的量子力学)を解くと、 原子中の電子のエネルギーは、

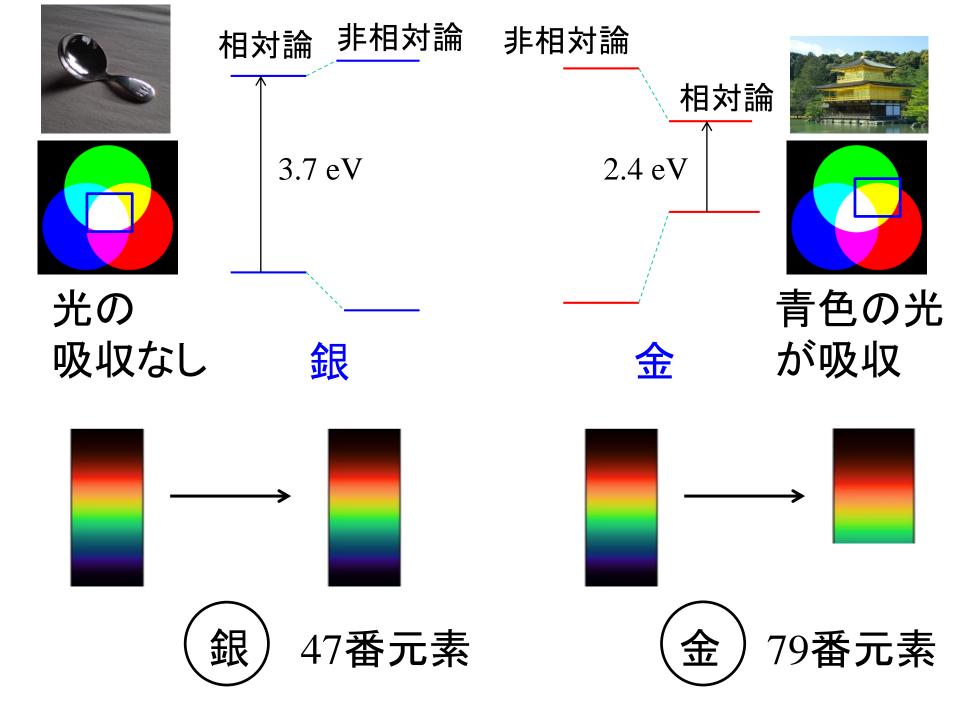
$$E_{1S} = mc^2 \sqrt{1 - (Z\alpha)^2} \sim mc^2 \left(1 - \frac{(Z\alpha)^2}{2} - \frac{(Z\alpha)^4}{8} + \cdots \right)$$

相対論的効果

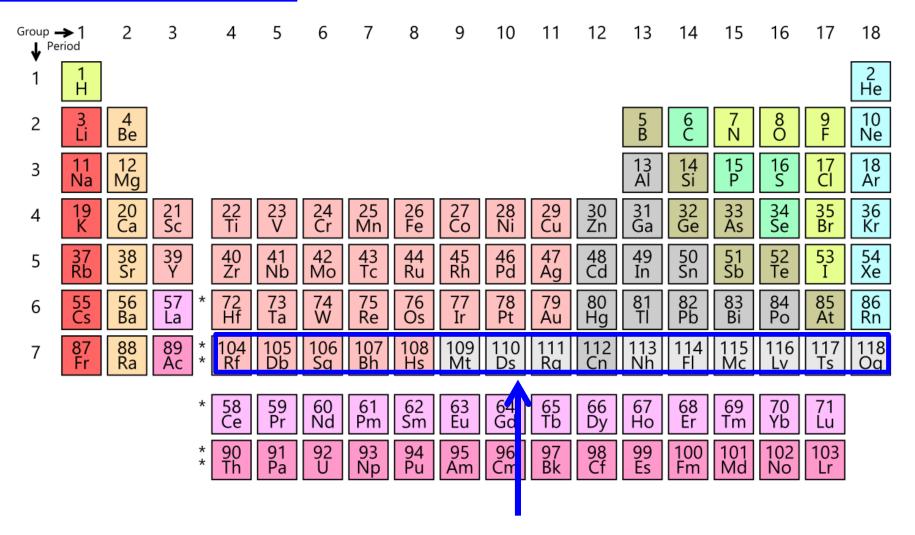
相対論的効果で有名な例:金の色 Ne 金と銀は同族 P Տ Ga Kr Mn As Ag Cd Mo Rh Sn Zr Sb La Pt Rn Hf Ta Re Os Pb Bi Po Og Sq Bh Hs Mt

相対論的効果がなければ金の色は銀みたいだった!





超重元素の化学



相対論的効果で超重元素の場所が どのように変わるのか? → 未解決の謎



相対論的効果がなければ金の色は銀みたいだった!

ニホニウムで指輪を作ると何色なの?

出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

この授業に関して、質問や疑問を自由に何でも書いて下さい。

- 例) ・今日の授業を聞いて疑問に思ったこと
 - ・この講義全体を通しての感想など

などなど

今日は最終回なので、特になければ 名前だけでもOK。