

## 前回のアンケートより

- pp間、nn間より pn 間の相互作用の強さが強い理由?
- $^{14}\text{N}$  のスピン(整数)、統計(ボソン)はどうやって実験で分かった?

• 「Z ~20くらいまでは N~Z」になる理由(原子核の対称エネルギー)

n-n 束縛系なし

p-p 束縛系なし

n-p 束縛系あり(重陽子)

→ pn 間の引力がより強い

~ 1929  $^{14}\text{N}$  のスピン(整数)、統計(ボソン)

✓ 当時分かっていたこと:

$$m(^{14}\text{N}) \sim 14 m_p$$

$^{14}\text{N}$ : charge  $7^+$

原子核 = 陽子 + 電子では説明できない

## 前回のアンケートより

- pp間、nn間より pn 間の相互作用の強さが強い理由?
- $^{14}\text{N}$  のスピン(整数)、統計(ボソン)はどうやって実験で分かった?

## 同種粒子の2体系の量子力学



$$\begin{aligned}\Psi(x_1, x_2) &= \underline{\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)} \cdot \Phi_{\text{spin}} \\ &= \psi_{\text{cm}}(\mathbf{R})\psi_{\text{rel}}(\mathbf{r})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\end{aligned}$$

極座標表示:  $\psi_{\text{rel}}(\mathbf{r}) = R_l(r)Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$

# 同種粒子の2体系の量子力学



$$\Psi(x_1, x_2) = \psi_{\text{cm}}(\mathbf{R}) R_l(r) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \Phi_{\text{spin}}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \end{aligned}$$

粒子の入れ替えを試みる  $x_1 \rightarrow x_2, x_2 \rightarrow x_1$

$$\Psi(x_2, x_1) = \pm \Psi(x_1, x_2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &\rightarrow \frac{\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1}{2} = \mathbf{R} \\ \mathbf{r} &\rightarrow \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = -\mathbf{r} \end{aligned}$$

$$\psi_{\text{cm}}(\mathbf{R}) \rightarrow \psi_{\text{cm}}(\mathbf{R})$$

$$R_l(r) \rightarrow R_l(r)$$

$$Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \rightarrow Y_{lm}(-\hat{\mathbf{r}}) = (-1)^l Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$$

# 同種粒子の2体系の量子力学



$$\Psi(x_1, x_2) = \psi_{\text{cm}}(\mathbf{R}) R_l(r) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \Phi_{\text{spin}}$$

粒子の入れ替えを試みる  $x_1 \rightarrow x_2, x_2 \rightarrow x_1$

$$\psi_{\text{cm}}(\mathbf{R}) \rightarrow \psi_{\text{cm}}(\mathbf{R})$$

$$R_l(r) \rightarrow R_l(r)$$

$$Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \rightarrow Y_{lm}(-\hat{\mathbf{r}}) = (-1)^l Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$$

- ボソンのとき  $\Psi(x_2, x_1) = +\Psi(x_1, x_2)$

$\Phi_{\text{spin}} \rightarrow \Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{偶数}$ 、 $\Phi_{\text{spin}} \rightarrow -\Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{奇数}$

- フェルミオンのとき  $\Psi(x_2, x_1) = -\Psi(x_1, x_2)$

$\Phi_{\text{spin}} \rightarrow \Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{奇数}$ 、 $\Phi_{\text{spin}} \rightarrow -\Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{偶数}$

# 同種粒子の2体系の量子力学



$$\Psi(x_1, x_2) = \psi_{\text{cm}}(\mathbf{R}) R_l(r) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \cdot \Phi_{\text{spin}}$$

● フェルミオンのとき  $\Psi(x_2, x_1) = -\Psi(x_1, x_2)$

$\Phi_{\text{spin}} \rightarrow \Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{奇数}$ 、  $\Phi_{\text{spin}} \rightarrow -\Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{偶数}$

例) 2核子系 (フェルミオン)

$$\Phi_{S=1} = |\uparrow\uparrow\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), |\downarrow\downarrow\rangle \quad \rightarrow l = \text{奇数}$$

$$\Phi_{S=0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad \rightarrow l = \text{偶数}$$

➤ nn, pp より pn の方が引力が強い理由?

$$\Phi_{S=1} = |\uparrow\uparrow\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle), |\downarrow\downarrow\rangle \quad \rightarrow l = \text{奇数}$$

$$\Phi_{S=0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad \rightarrow l = \text{偶数}$$

理論的な説明: 核力は中心力と非中心力の和

テンソル力(非中心力)

$$v_{\text{tensor}} = v_T(r)S_{12}, \quad S_{12} = 3\frac{(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r)}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2$$

$$S_{12}|S=0\rangle = 0, \quad S_{12}|S=1\rangle \neq 0$$

基底状態は多分  $l=0$

nn, pp: フェルミオン同種粒子(反対称化)  $\rightarrow l=0$  なら  $S=0$

np:  $S=0$  も  $S=1$  も可能  $\rightarrow S=1$  に組んでテンソル力をかせぐ

➤  $^{14}\text{N}$  のスピン(整数)、統計(ボソン)はどうやって実験で分かった?

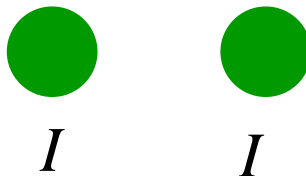
● ボソンのとき

$\Phi_{\text{spin}} \rightarrow \Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{偶数}$ 、 $\Phi_{\text{spin}} \rightarrow -\Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{奇数}$

● フェルミオンのとき

$\Phi_{\text{spin}} \rightarrow \Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{奇数}$ 、 $\Phi_{\text{spin}} \rightarrow -\Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{偶数}$

同核2原子分子(窒素分子など)

 原子核のスピンを  $I$  とすると、全部で  $(2I+1)*(2I+1)$  個のスピン状態:  $|IM_1\rangle|IM_2\rangle$  の数

✓  $M_1=M_2$  となる数が  $2I+1$  個(必ず対称)

✓ 残り  $2I*(2I+1)$  個の状態のうち、  
 $|IM_1\rangle \pm |IM_2\rangle$   $I*(2I+1)$  個が対称、 $I*(2I+1)$  個が反対称

➤  $^{14}\text{N}$  のスピン(整数)、統計(ボソン)はどうやって実験で分かった?

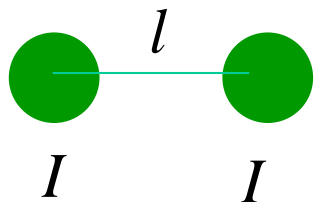
● ボソンのとき

$\Phi_{\text{spin}} \rightarrow \Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{偶数}$ 、 $\Phi_{\text{spin}} \rightarrow -\Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{奇数}$

● フェルミオンのとき

$\Phi_{\text{spin}} \rightarrow \Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{奇数}$ 、 $\Phi_{\text{spin}} \rightarrow -\Phi_{\text{spin}}$  なら  $l = \text{偶数}$

同核2原子分子(窒素分子など)



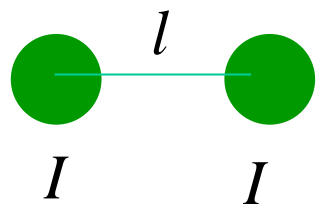
スピン波動関数:  
 $(I+1)*(2I+1)$  個の状態が対称、  
 $I*(2I+1)$  個の状態が反対称

	原子核がボソン	原子核がフェルミオン
偶数 $l$	$(I+1)*(2I+1)$ 個	$I*(2I+1)$ 個
奇数 $l$	$I*(2I+1)$ 個	$(I+1)*(2I+1)$ 個

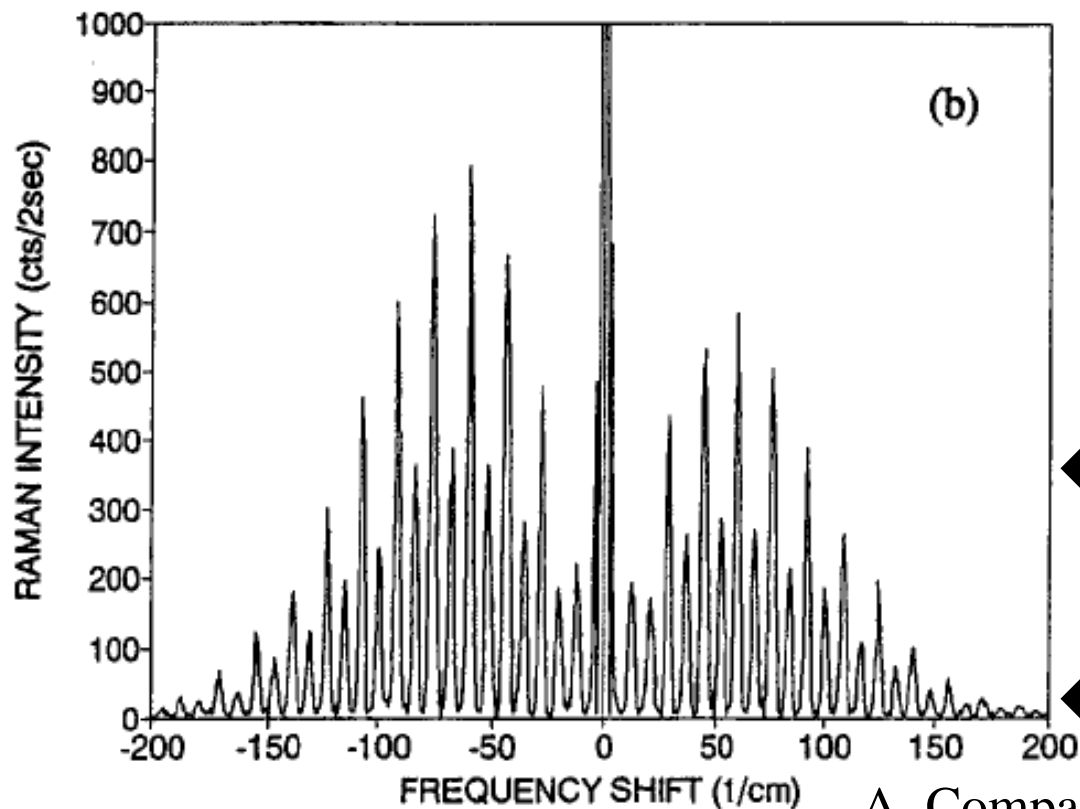


➤  $^{14}\text{N}$  のスピン(整数)、統計(ボソン)はどうやって実験で分かった?

同核2原子分子(窒素分子など)



	原子核がボソン	原子核がフェルミオン
偶数 $l$	$(I+1)*(2I+1)$ 個	$I*(2I+1)$ 個
奇数 $l$	$I*(2I+1)$ 個	$(I+1)*(2I+1)$ 個



分子の回転励起の遷移強度

✓  $l \rightarrow l+2$

✓  $l+1 \rightarrow l+3$

で遷移強度が違う

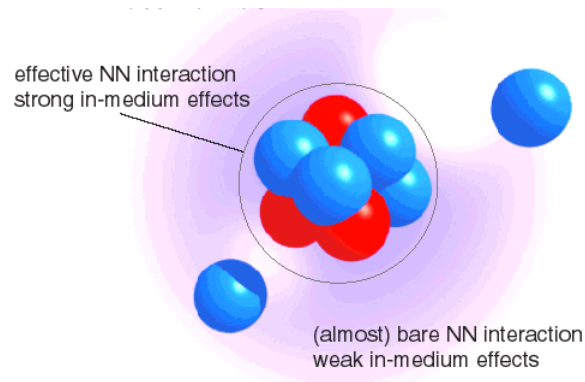
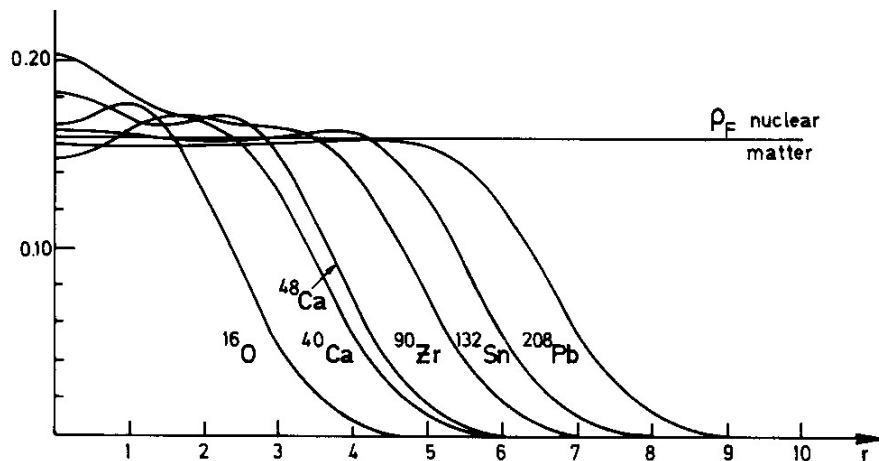
◆ 偶数が大きくなるか奇数が大きくなるかで原子核の統計性がわかる。

◆ 強度の比から  $I$  が分かる。

## ➤ 原子核の中で陽子と中性子はどのように分布しているのか？

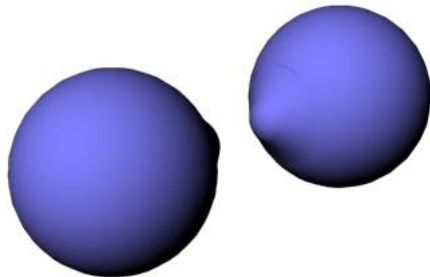
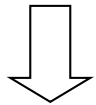
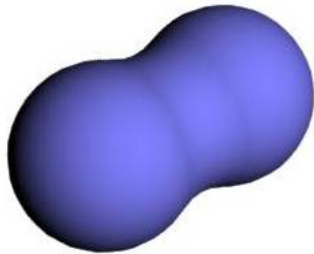
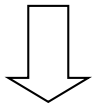
安定核では大体同じような分布  
(対称エネルギー)

中性子過剰核では中性子  
だけが伸びているような構造も。



ハロー構造

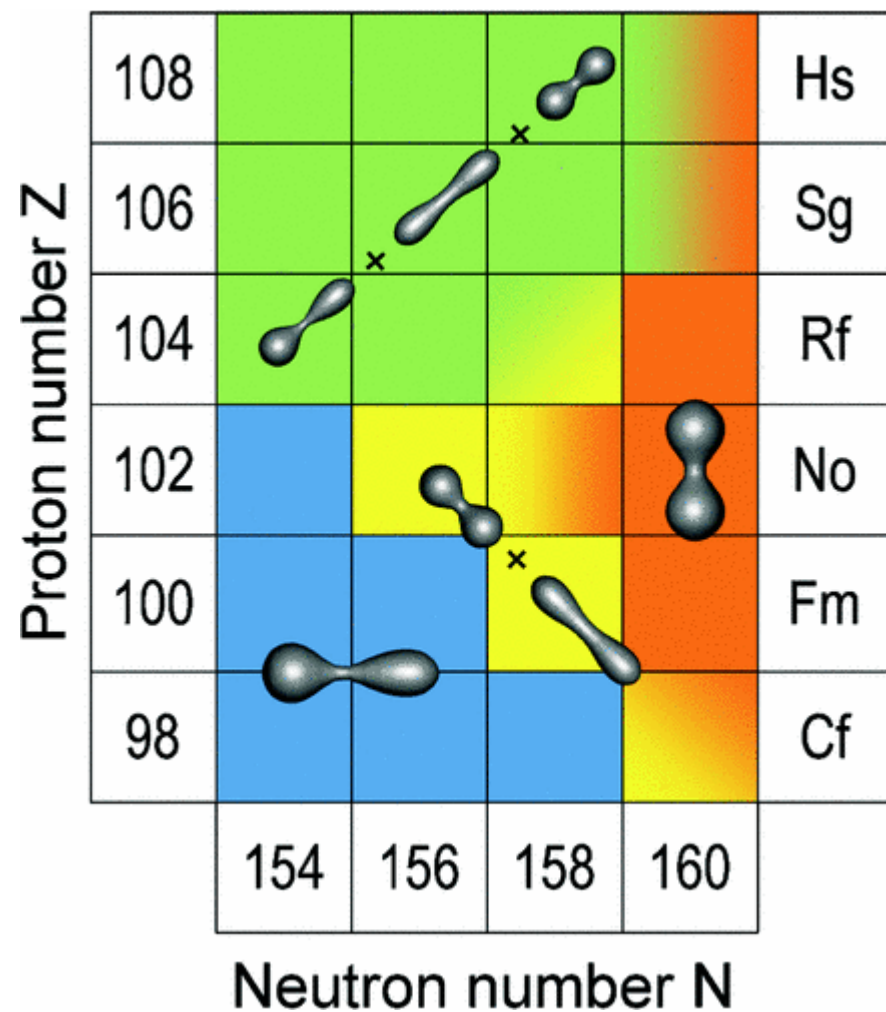
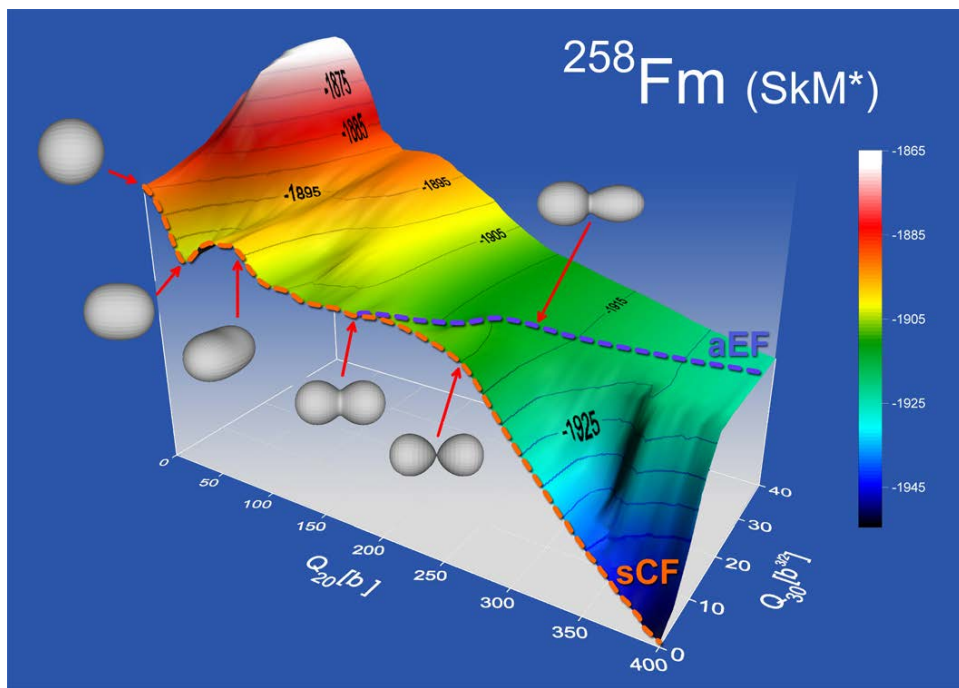
➤ 核分裂で  $N/Z$  の比が同じになるように分裂するのはなぜ？



陽子と中性子になるべく同じ形になろうとする。

(一様に核子が分布していて、陽子と中性子の比を保ったまま箱の形だけ変わる)

➤ 核分裂でどうやってできる原子核が決まるの？



A. Staszczak, A. Baran, J. Dobaczewski,  
and W. Nazarewicz, PRC80 ('09) 014309

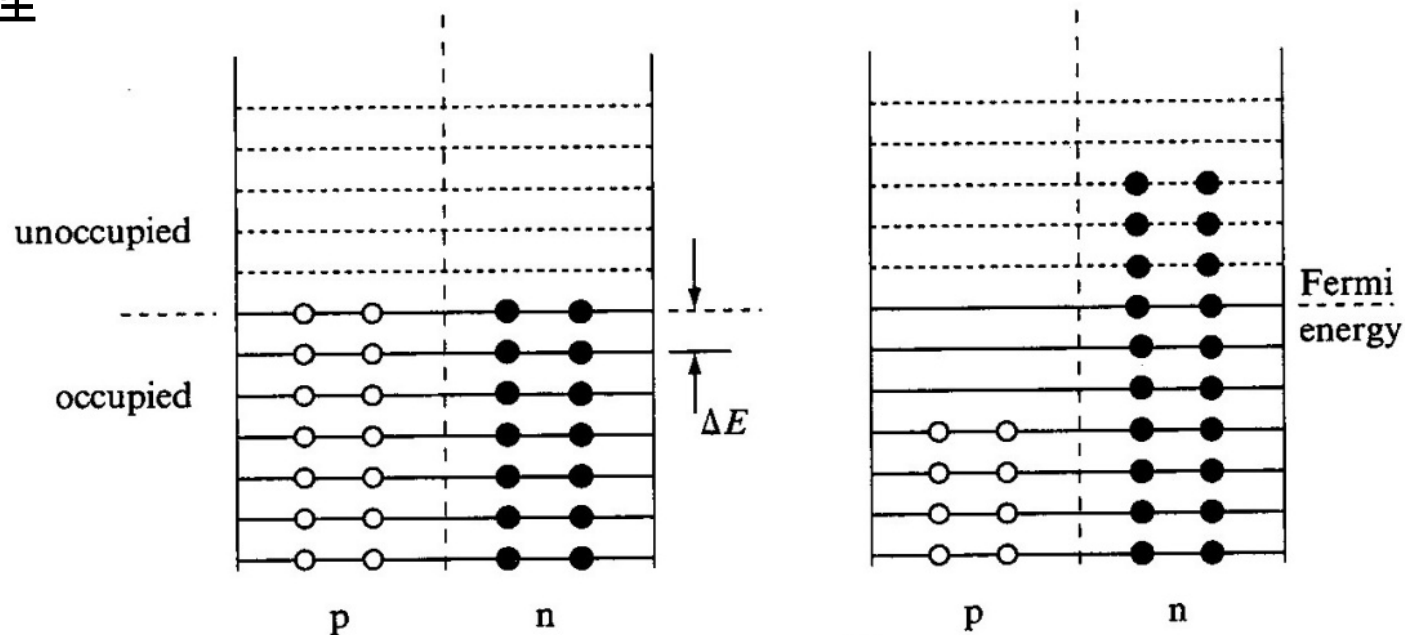
そんなにちゃんと分かっているわけではない

## ➤ N~Z になる理由でパウリ原理のところをもう一度

### 2つの理由

1. 中性子間力や陽子間力よりも中性子－陽子間力の方が強い  
cf. 重陽子

2. パウリ原理



両方とも(同じ  $A = N+Z$  であれば)  $N \sim Z$  にした方が得する

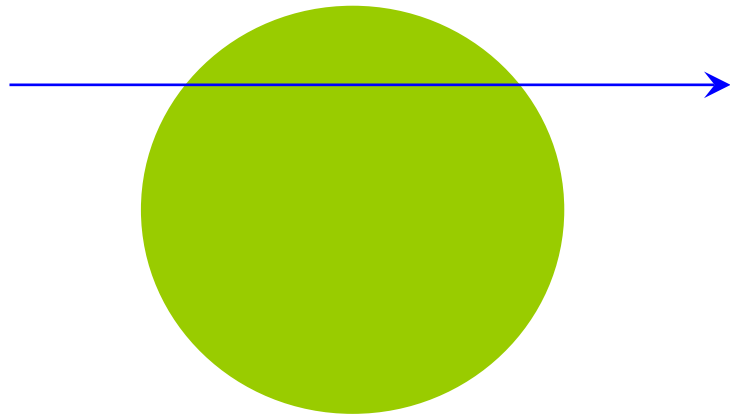
準位エネルギーが  $E_k = k \Delta E$  で与えられ、各準位の縮退度が 2 だとすると、

$$\begin{aligned} E &= \sum_{k=1}^{N/2} 2k \Delta E + \sum_{k=1}^{Z/2} 2k \Delta E \\ &= 2\Delta E \left( \sum_{k=1}^{N/2} k + \sum_{k=1}^{Z/2} k \right) \\ &= \frac{\Delta E}{2} \left( \frac{N^2 + Z^2}{2} + N + Z \right) \\ &= \frac{\Delta E}{2} \left( \frac{A^2}{4} + A + \frac{1}{4} \cdot (N - Z)^2 \right) \end{aligned}$$

- ラザフォード散乱: 当時の技術でどのくらい厳密に測定されたのか?

原論文を見る必要があるけど、それほど精度は悪くなかったのではないか。

- ブドウパン模型での散乱角度の見積もりはどうやって計算した?



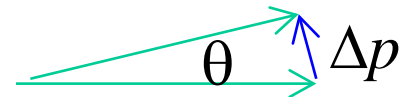
半径  $R$  の一様帯電球を  $\alpha$  粒子が通過する

力の大きさ  $F = \frac{2Ze^2r}{R^3}$

通過時間  $T \sim R/v$

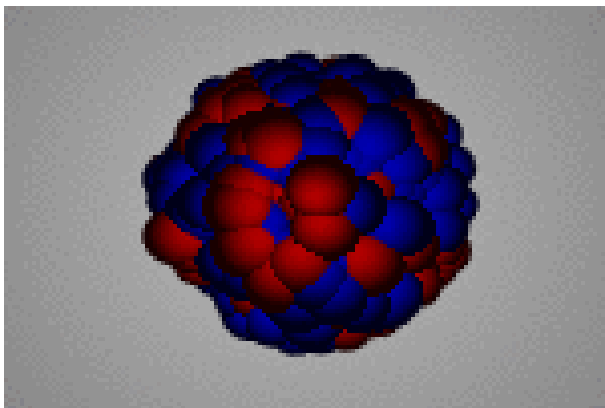


力積:  $\Delta p = FT$



\*詳しくは、高田健次郎「インターネットセミナー」2-4-A 章を参照のこと

- 原子核の集団運動で陽子と中性子がまとまって運動しているのはなぜ?



アイソスピンの対称性

2つの運動モード

$|p\rangle + |n\rangle$  : アイソスカラー型

$|p\rangle - |n\rangle$  : アイソベクトル型

- 復元力は何?

対称エネルギー: 陽子と中性子はなるべくくっついていたい。

- 集団性はどこから出る?

核子間の相関から。



➤ アイソスピンの説明を復習して欲しい

ベータ崩壊の講義のときにでも。

➤ 核内で核子の速さが光速の30% と言っていた根拠は？

(多分)今日の授業で。

➤ 核子系を考えるときに熱力学を使うことはある？

原子核の高励起状態を考える時には、統計力学の手法を使うことも。

➤ Feが最も安定ということだったが、星の中で Fe 以降は核融合しない？

その通り！それ以降は、核融合ではなく中性子の吸収。  
(この話を聞きたい？)

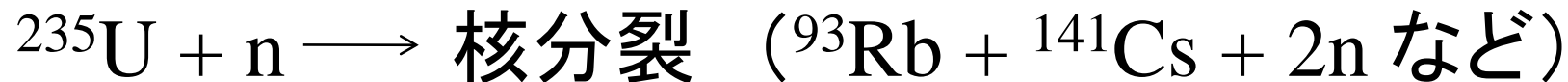
➤ なぜ Fe なのか？

(多分)今日の授業で。

➤ 核子間の相互作用だけではなく、他の粒子(ハイペロンなど)の相互作用は?

ハイパー核研究の大きな研究動機の一つ。

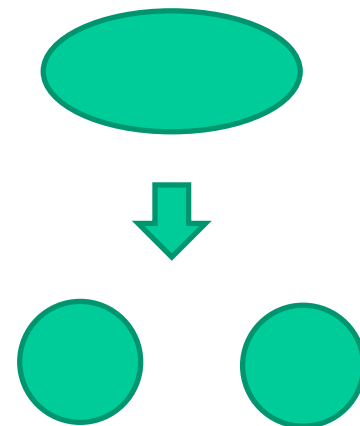
▶ 前回の授業で最後の部分をもう一度聞きたい



さっきの復習:

- $Z \sim 20$  くらいまでは  $N \sim Z$
- $Z > 20$  になると  $N > Z$

$^{236}\text{U}$  ( $Z = 92, N = 144$ ) では:  $N/Z = 1.565$



核分裂片も、この  $N/Z$  比を反映する(核分裂片は中性子過剰):

$^{93}\text{Rb}$  ( $Z = 37, N = 56$ ) では:  $N/Z = 1.514$

$^{141}\text{Cs}$  ( $Z = 55, N = 86$ ) では:  $N/Z = 1.564$

$^{235}\text{U} + \text{n}$       核分裂    ( $^{93}\text{Rb} + ^{141}\text{Cs} + 2\text{n}$  など)

さっきの復習:

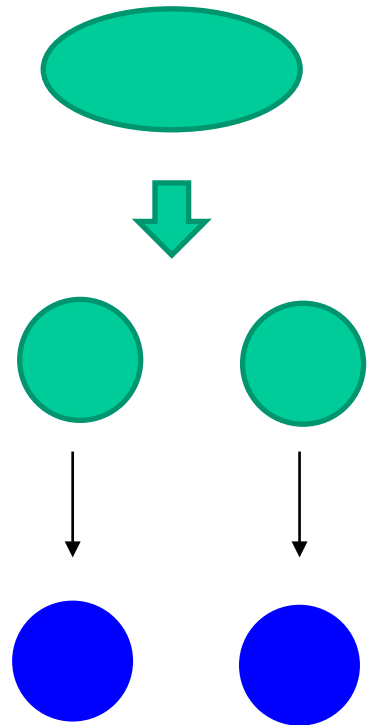
- $Z \sim 20$  くらいまでは  $N \sim Z$
- $Z > 20$  になると  $N > Z$

$^{236}\text{U}$  ( $Z = 92, N = 144$ ) では:  $N/Z = 1.565$

核分裂片も、この  $N/Z$  比を反映する:

$^{93}\text{Rb}$  ( $Z = 37, N = 56$ ) では:  $N/Z = 1.514$

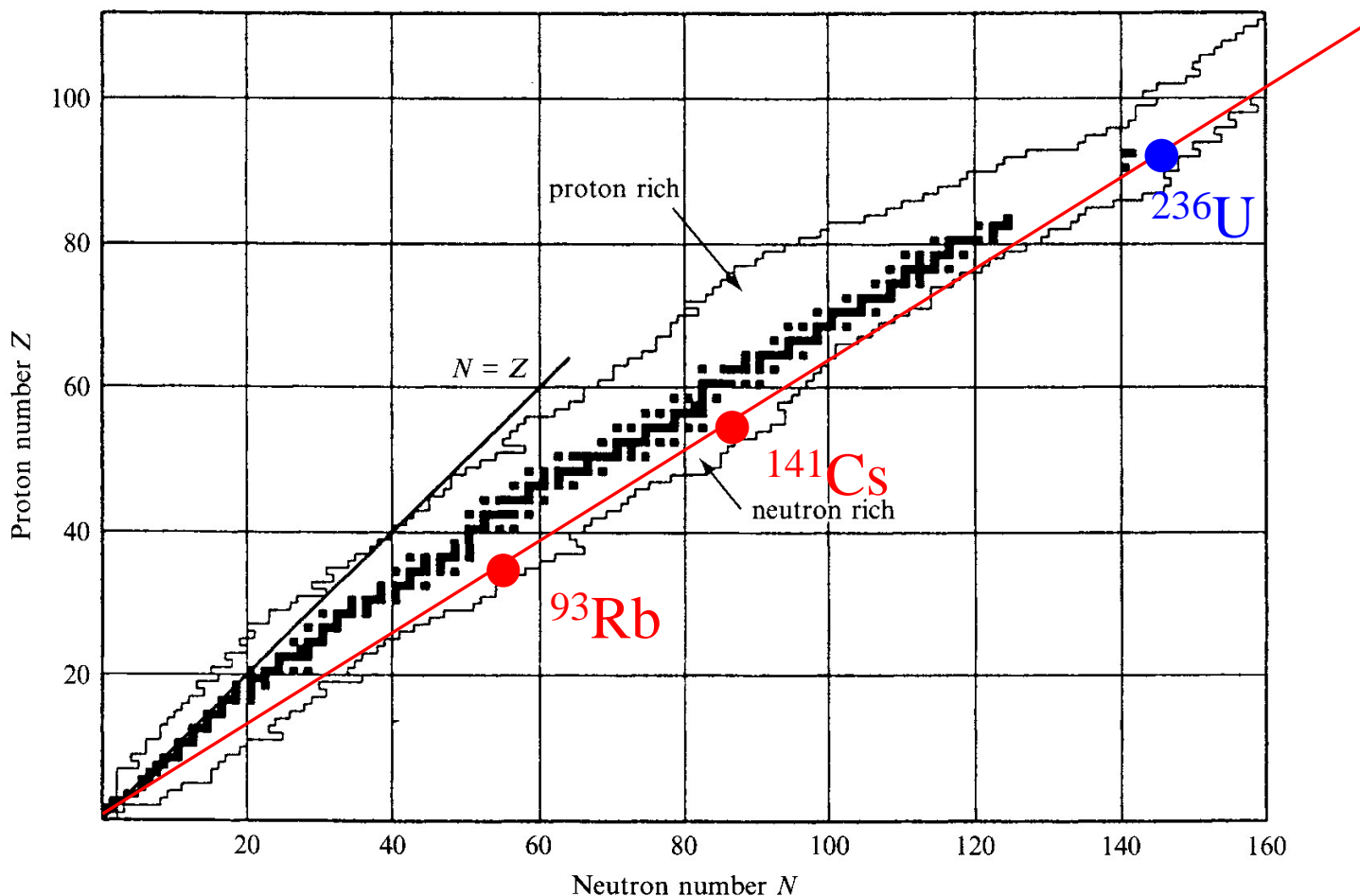
$^{141}\text{Cs}$  ( $Z = 55, N = 86$ ) では:  $N/Z = 1.564$



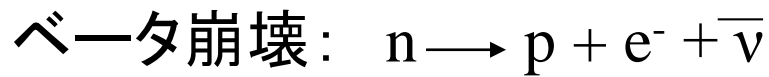
一方、安定な Cs や Rb は  $^{133}\text{Cs}$  ( $N/Z = 1.418$ ) や  $^{85}\text{Rb}$  ( $N/Z = 1.297$ ) など

➡ 核分裂片が安定になろうとして他の原子核に変わる時に放射線を出す

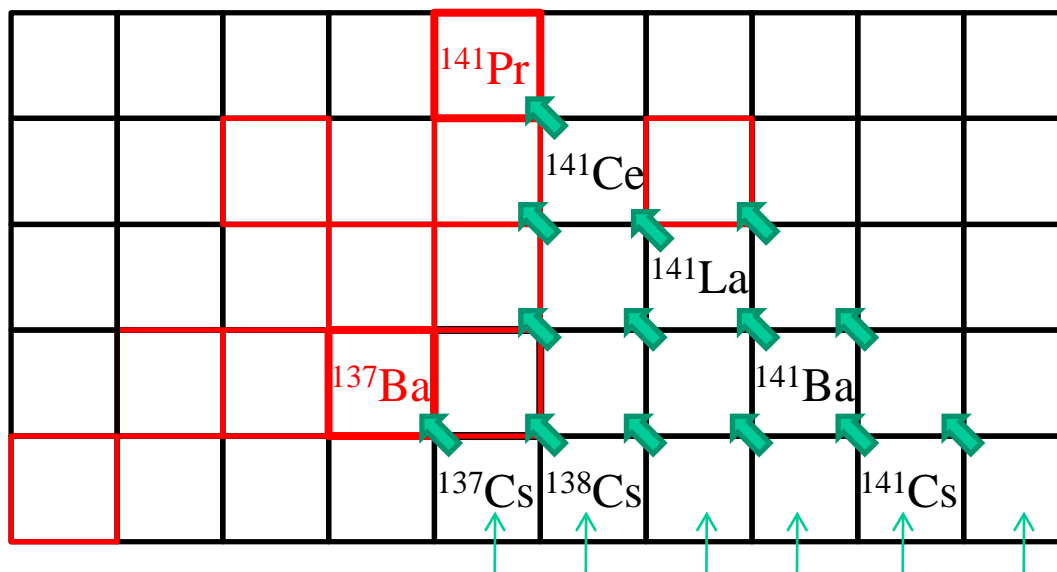
# 核図表



横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ  
(■は地球上に存在する安定な原子核)

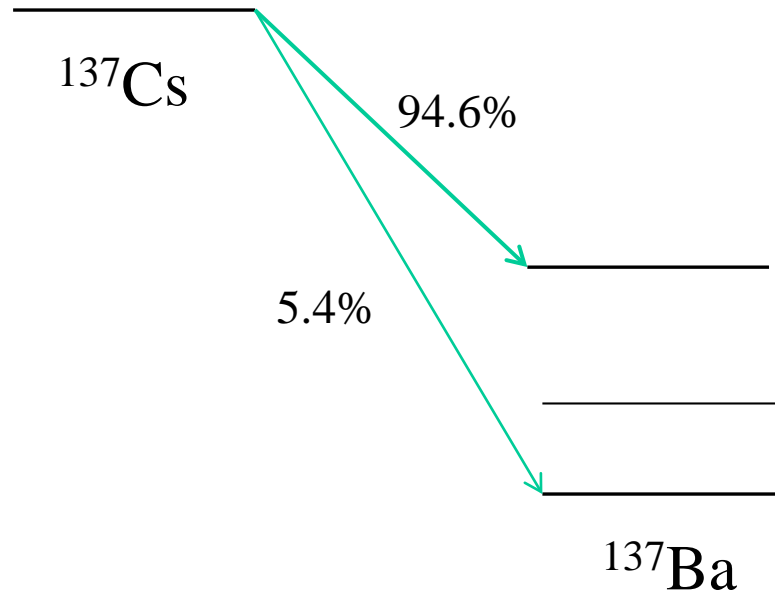


↑  
ベータ線

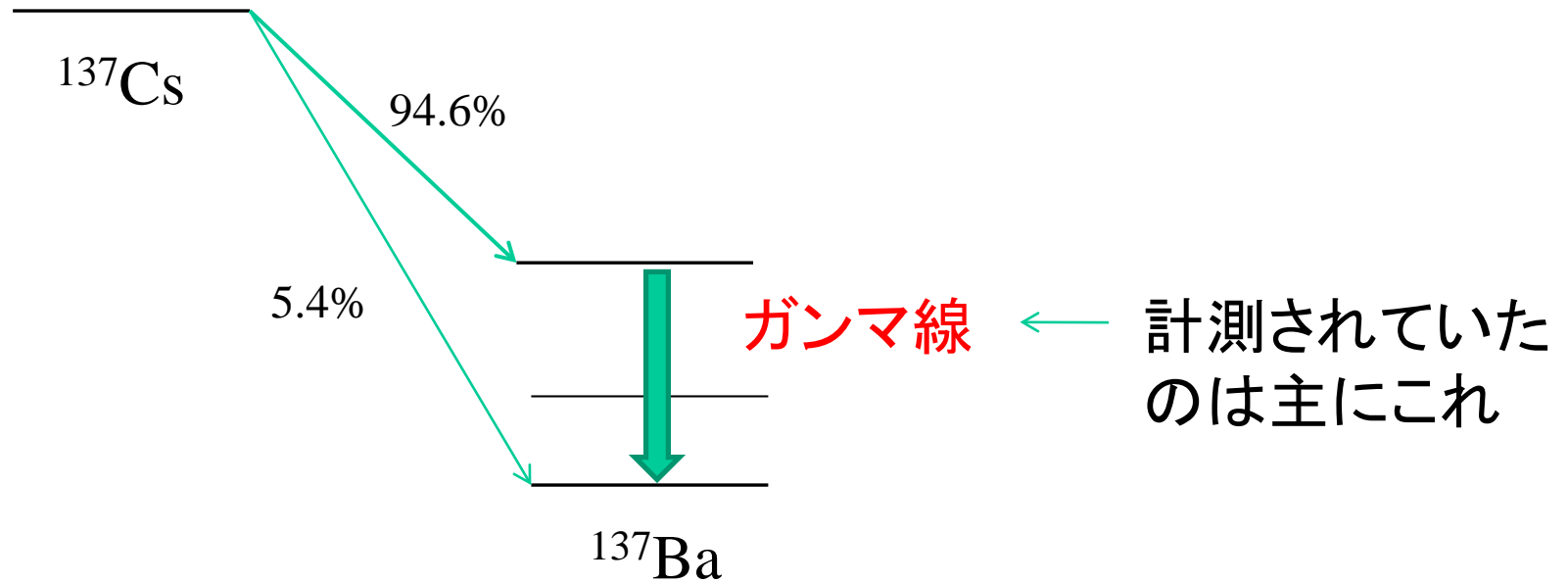


$^{235}\text{U} + n$  の核分裂

さらに、ベータ崩壊する時に励起状態へ遷移すると



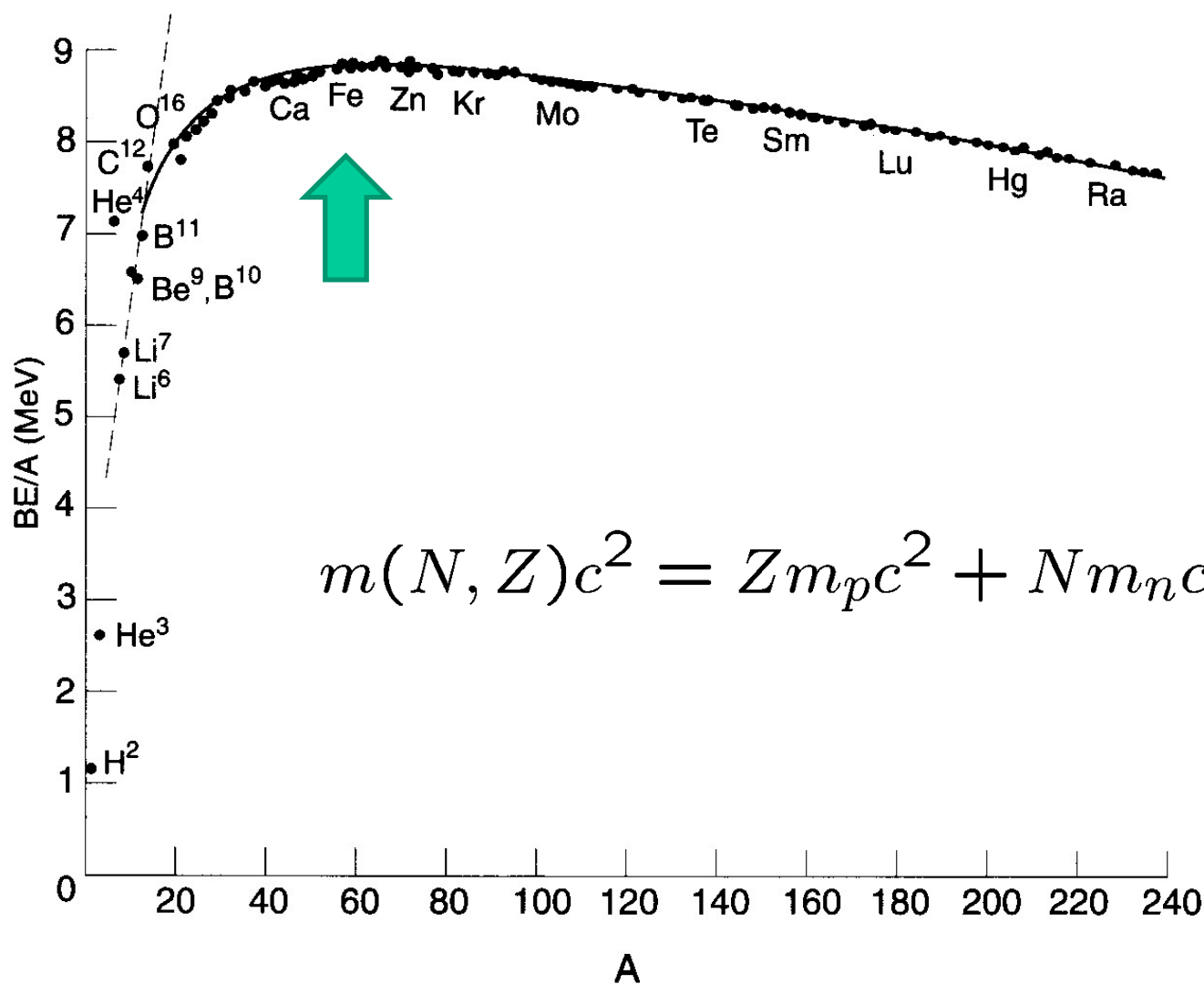
さらに、ベータ崩壊する時に励起状態へ遷移すると







## 前回のおさらい: 束縛エネルギーの実験データ

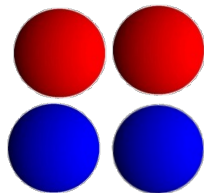


$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

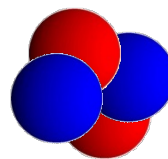
\* 何故このような関数になるのか?

# 原子核の質量

どっちの方が重い？

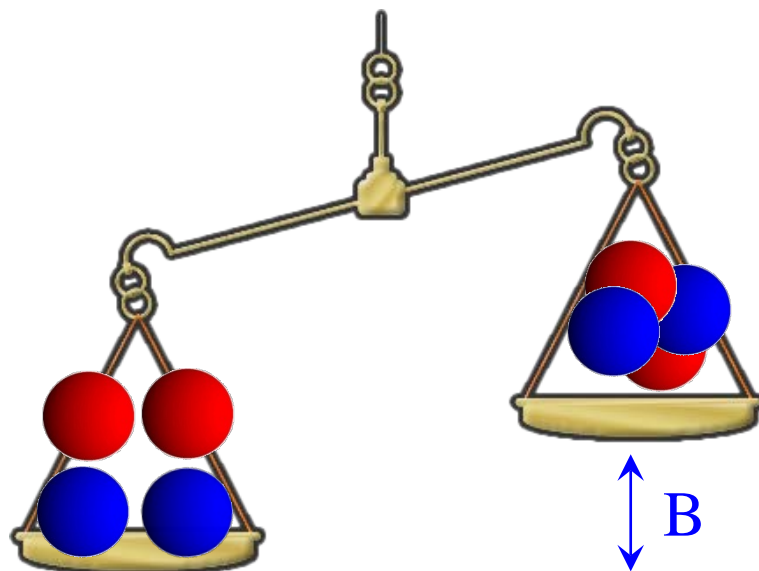


核子ばらばら



原子核

# 原子核の質量

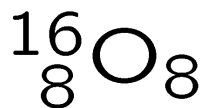
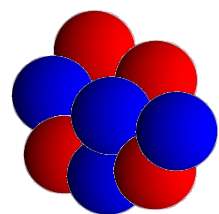


$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

束縛エネルギー

\* 束縛エネルギーが大きいほど安定(質量が軽い)

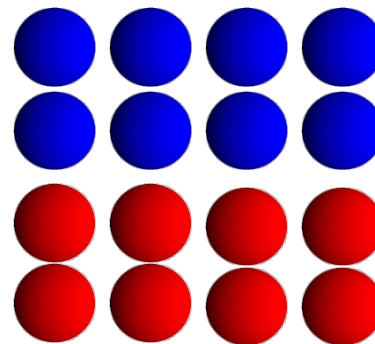
# 原子核の質量



$$8p + 8n$$

$B$   
束縛エネルギー

核子をバラバラにするのに必要な  
エネルギー



$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

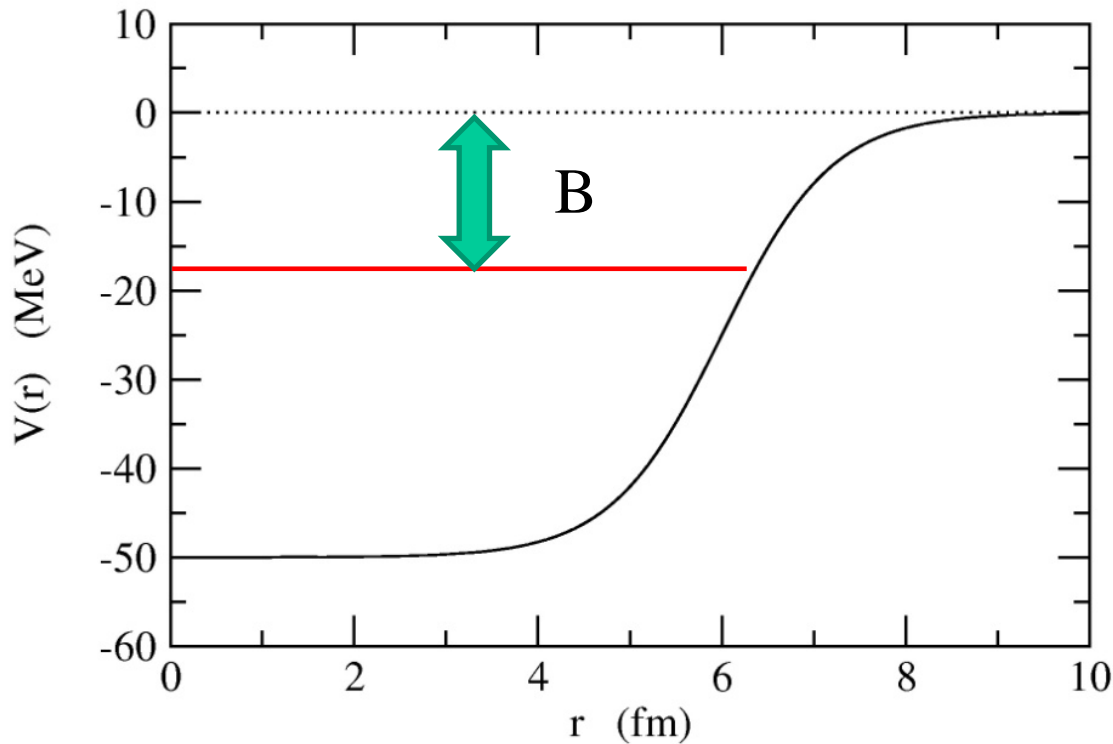
束縛エネルギー

\* 束縛エネルギーが大きいほど安定(質量が軽い)

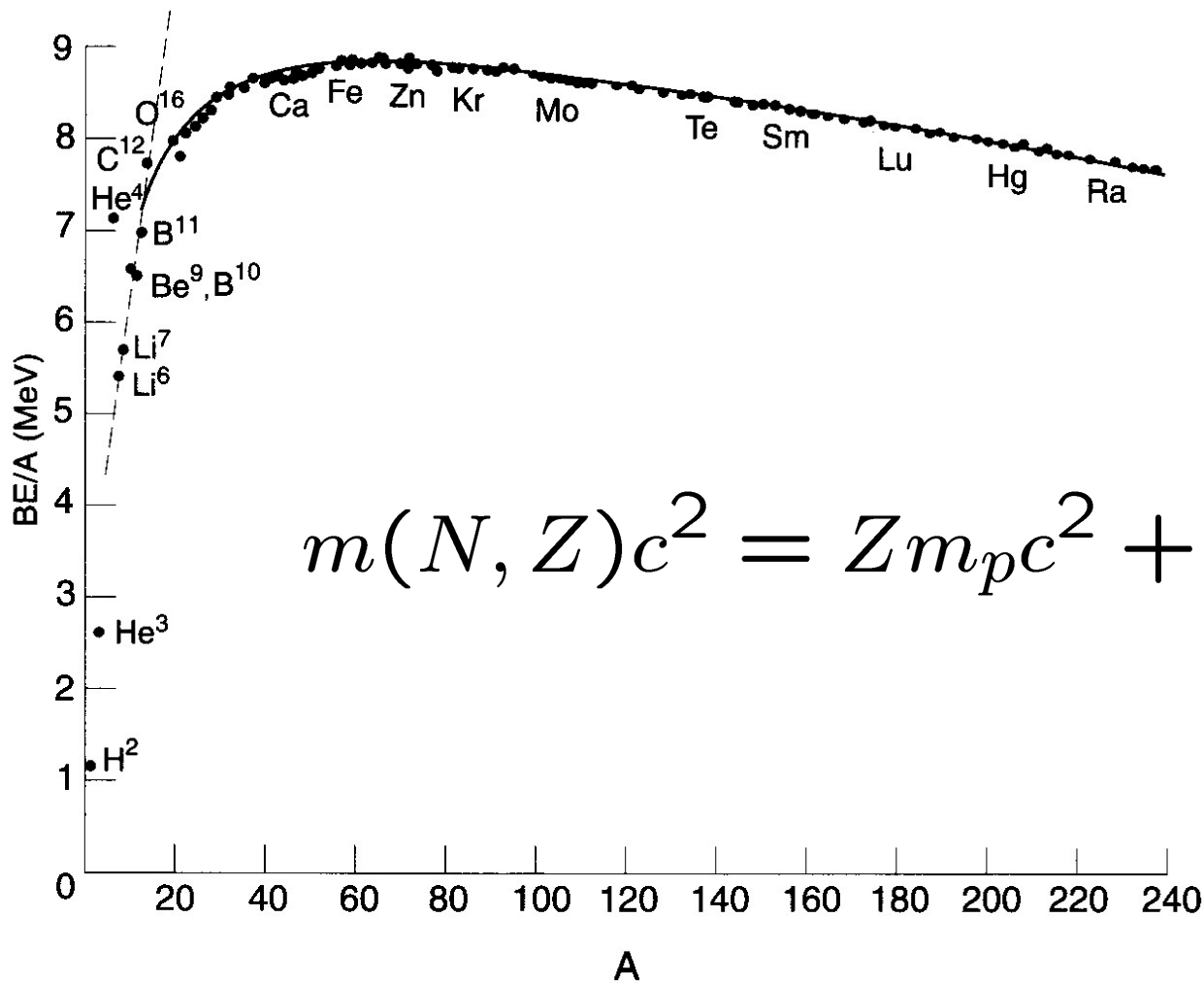
cf. 2粒子系の場合(例えば重陽子=陽子+中性子):



$$M c^2 = m_1 c^2 + m_2 c^2 - B$$



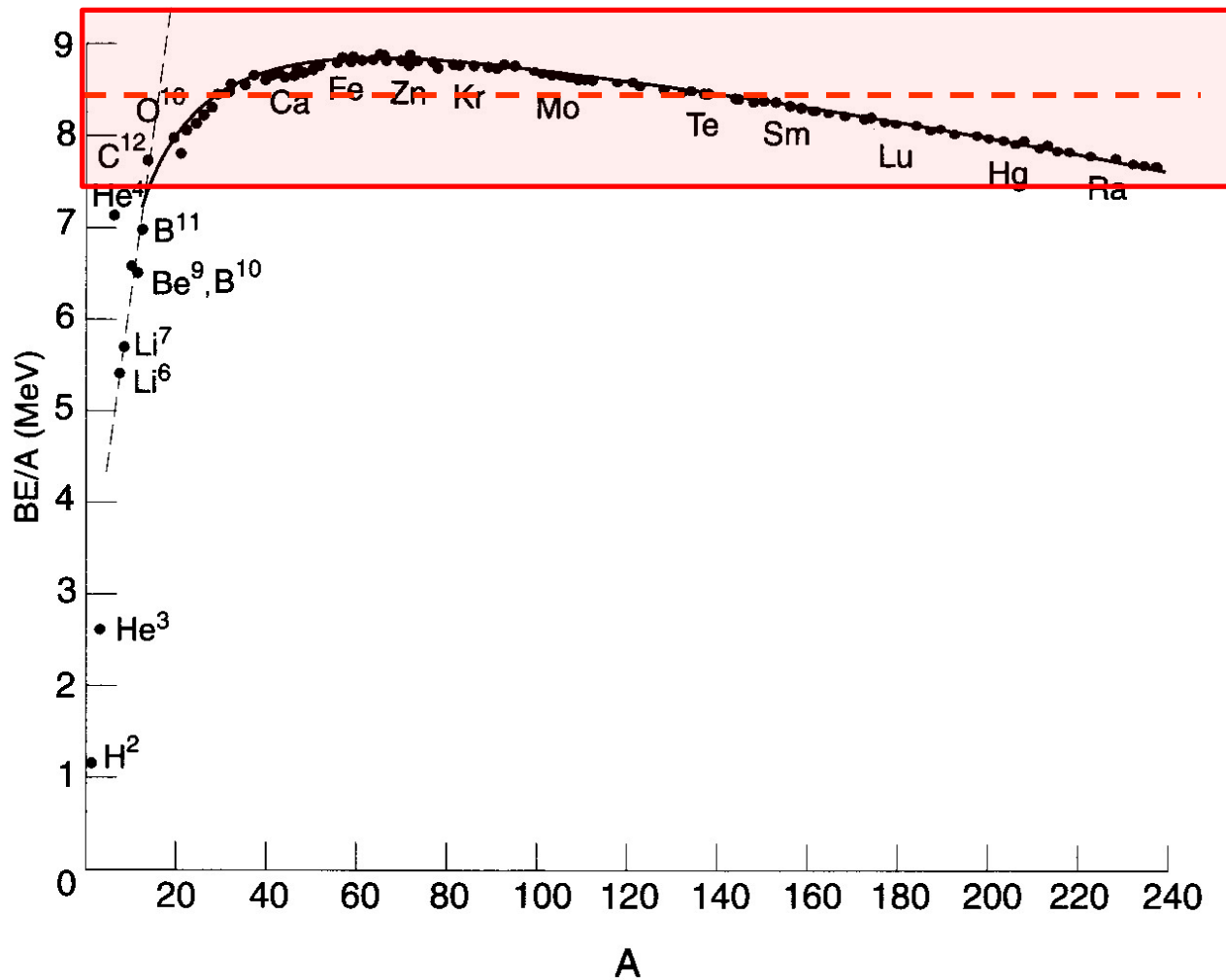
2粒子がバラバラの状態に比べて  $B$  だけエネルギーが下がる(束縛している)



$$m(N, Z)c^2 = Zm_p c^2 + Nm_n c^2 - B$$

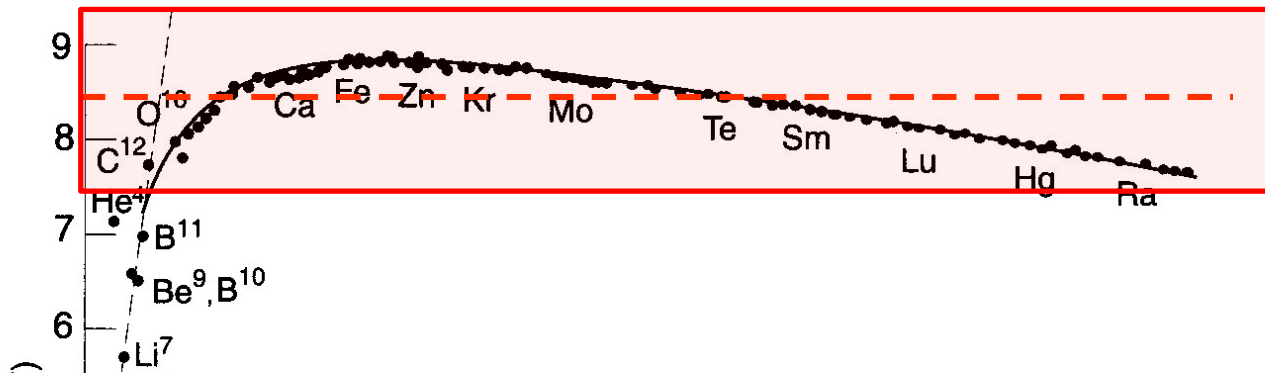
束縛  
エネルギー

$B/A$  (核子1つあたりの平均的な束縛エネルギー)  
の実験データ



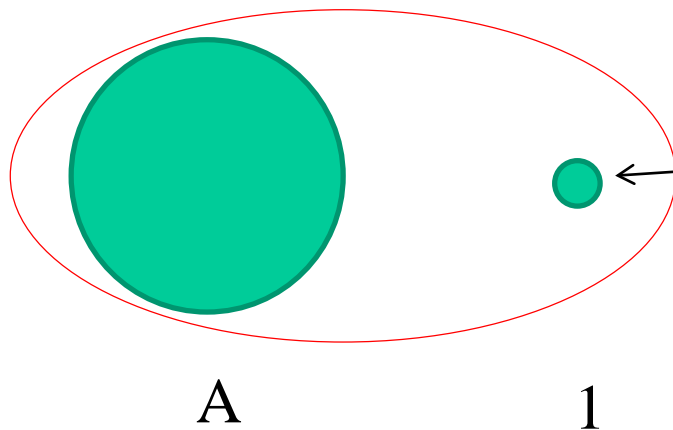
1.  $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$  短距離力(核子間相互作用)  
 (ほぼ一定)





## 1. $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12)$

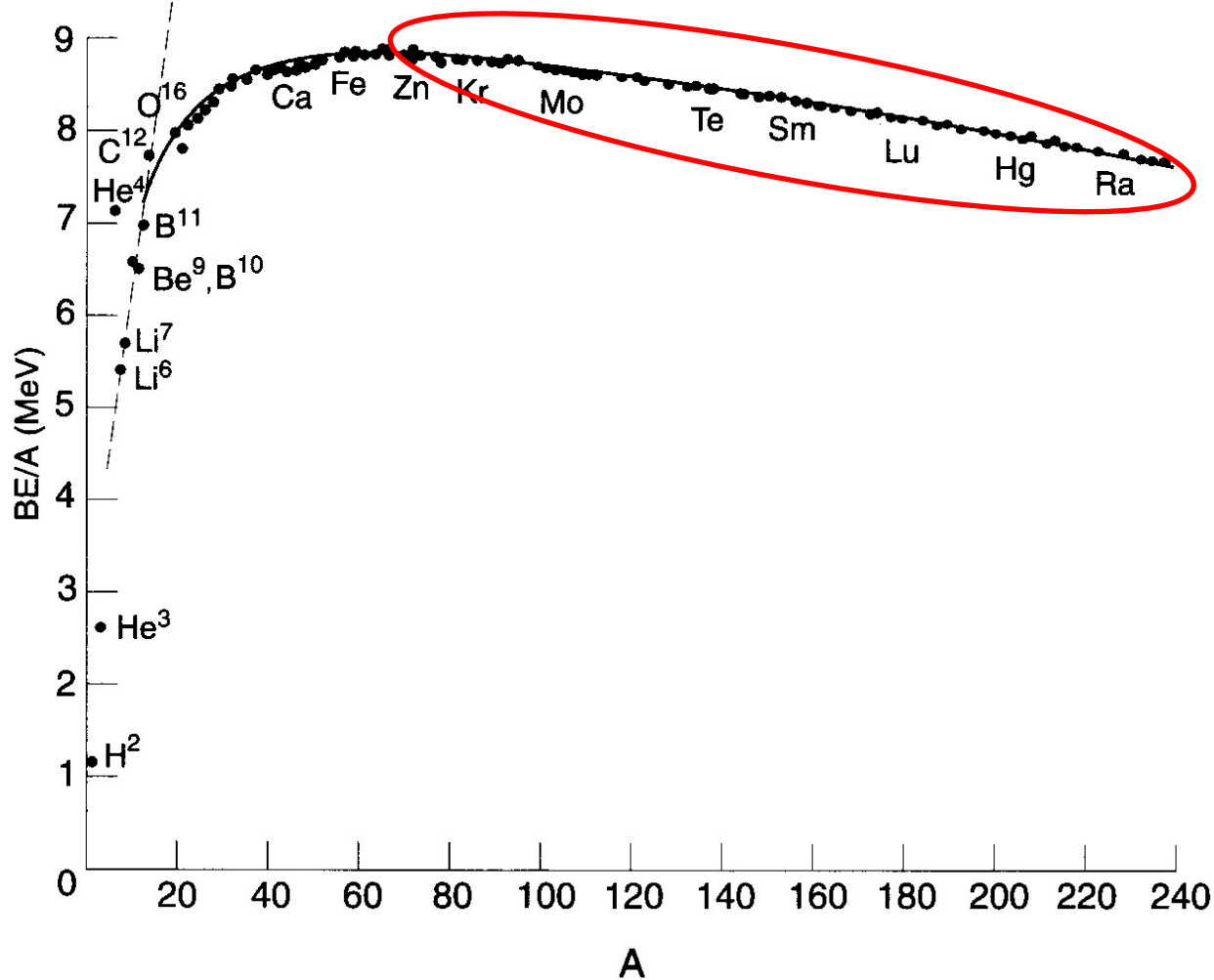
これは、粒子を1つ増やすと、束縛エネルギーは一定の量 ( $\sim 8.5 \text{ MeV}$ )しか増えないことを意味している。



この核子は決まった個数の核子としか相互作用しない (短距離力)

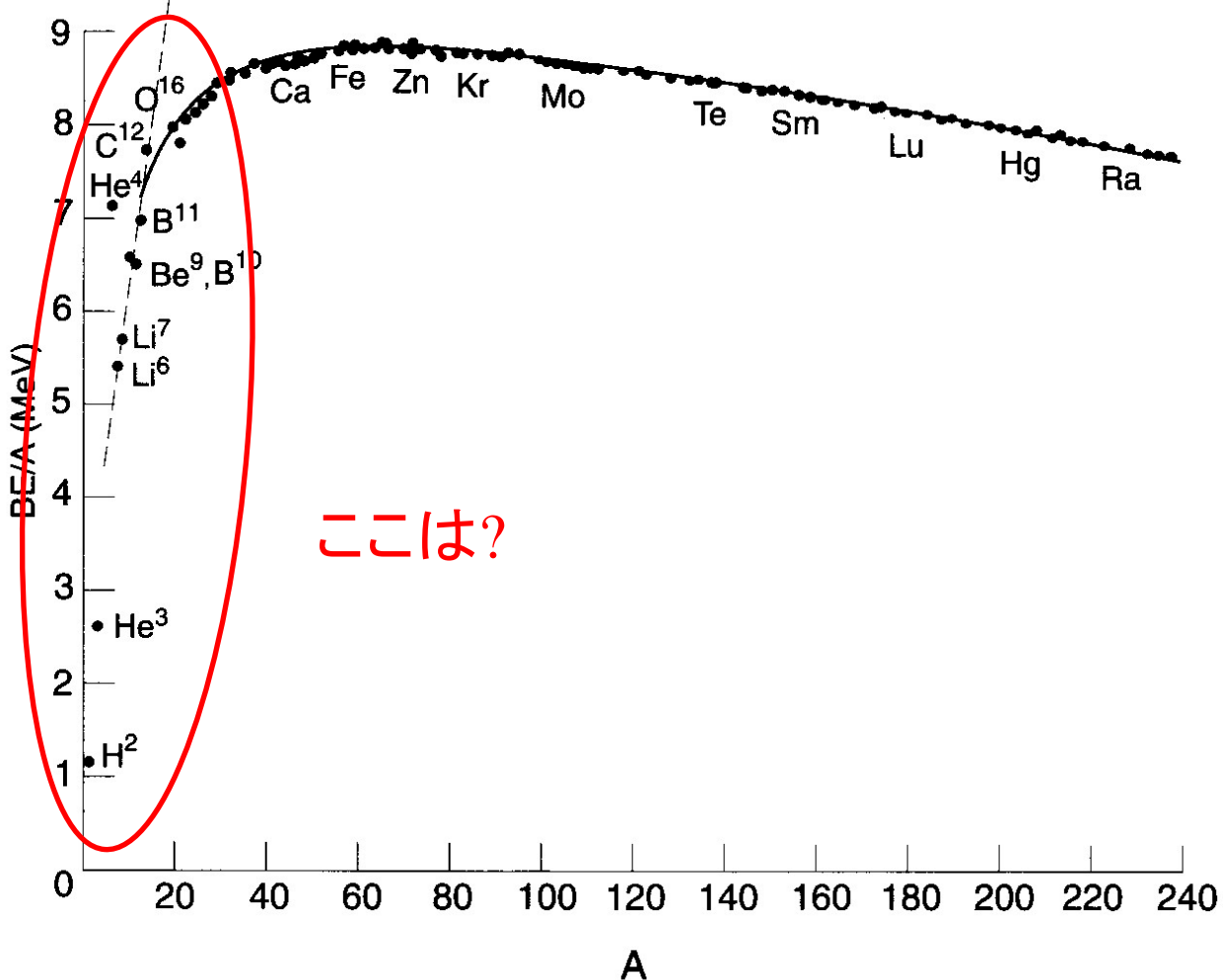
もし全ての核子と相互作用するとすると (長距離力)

$$B/A \propto A \quad \text{となるはず。。。。}$$



1.  $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV}$  ( $A > 12$ )  $\Leftrightarrow$  短距離力(核子間相互作用)
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

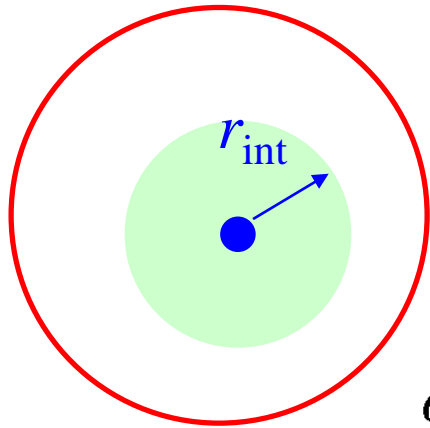
←  $B/A$  が  $A$  に比例して減少  
 (長距離力(クーロン力)がはたらいっている証拠)



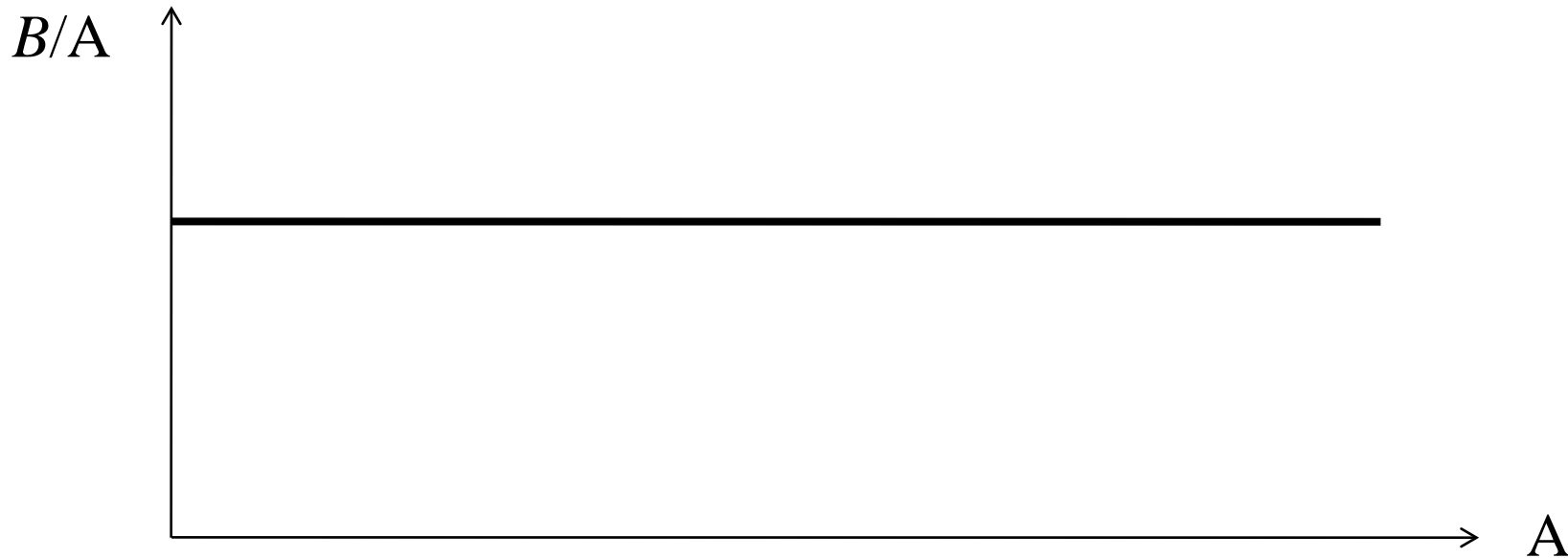
1.  $B(N,Z)/A \sim 8.5 \text{ MeV} (A > 12) \iff$  短距離力(核子間相互作用)
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響
  - ←  $B/A$  が  $A$  に比例して減少  
(長距離力(クーロン力)がはたらいっている証拠)

もし、それぞれの核子が近くの $\alpha$ 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

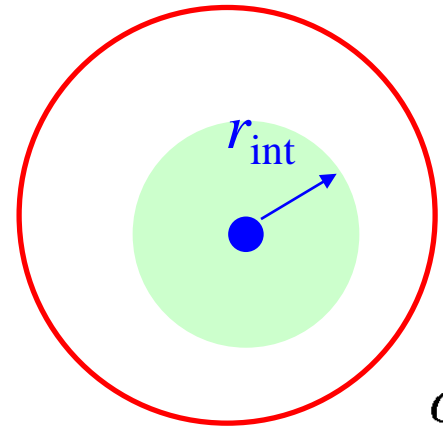


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$



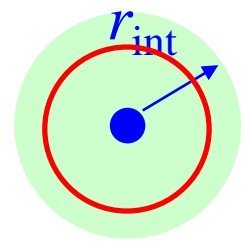
もし、それぞれの核子が近くの $\alpha$ 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

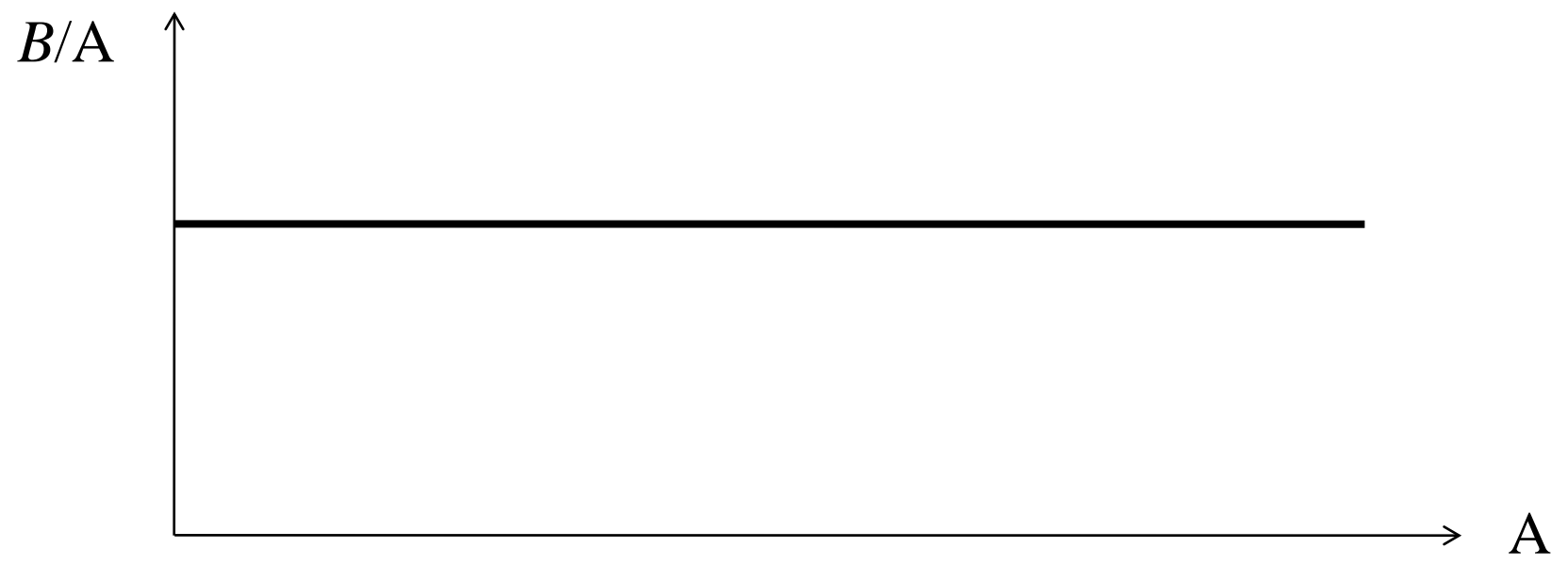


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

小さな原子核だと

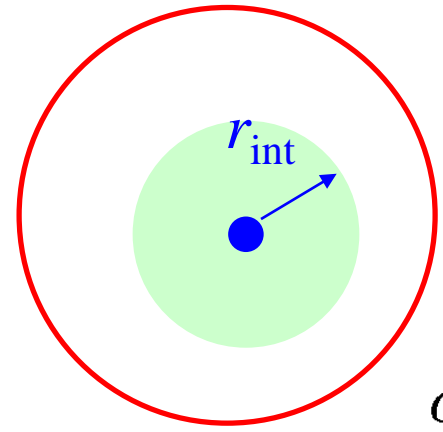


$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



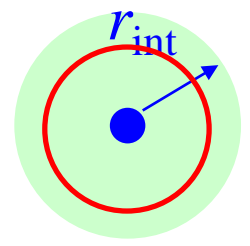
もし、それぞれの核子が近くの $\alpha$ 個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

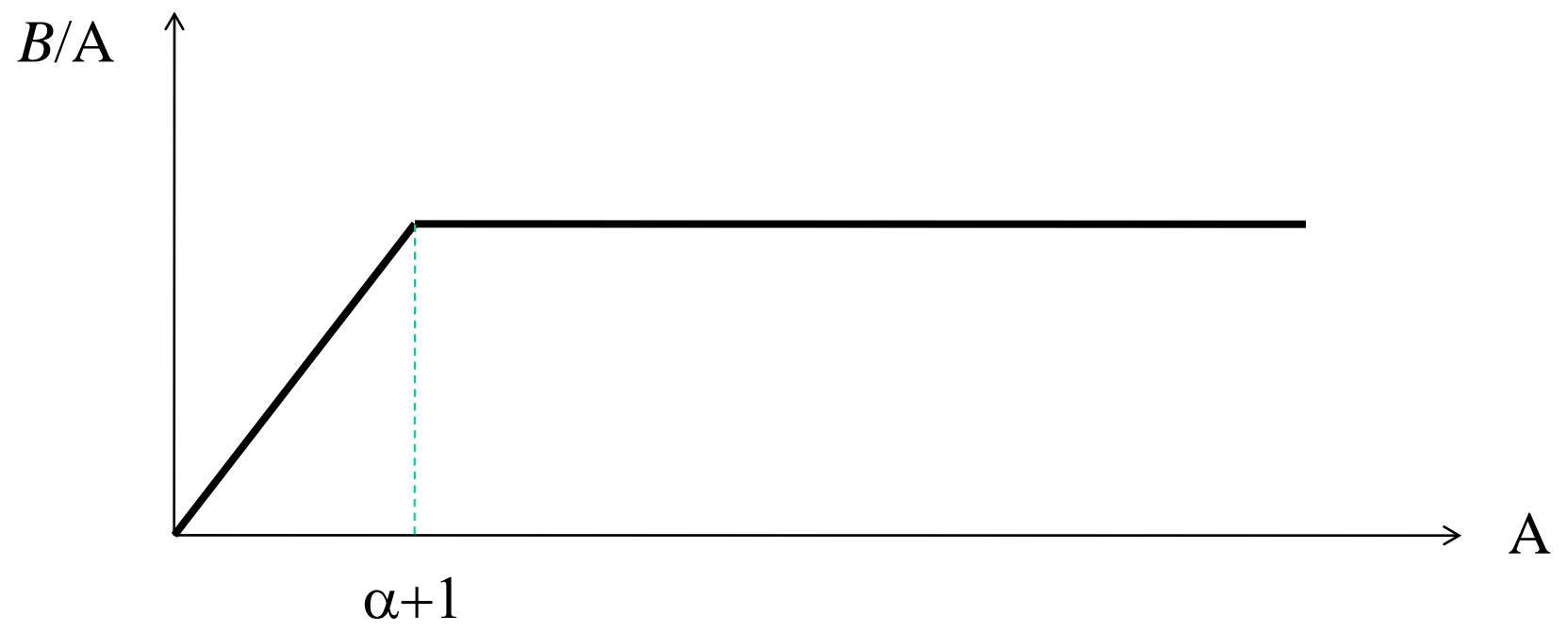


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\text{int}}^3 \cdot \rho$$

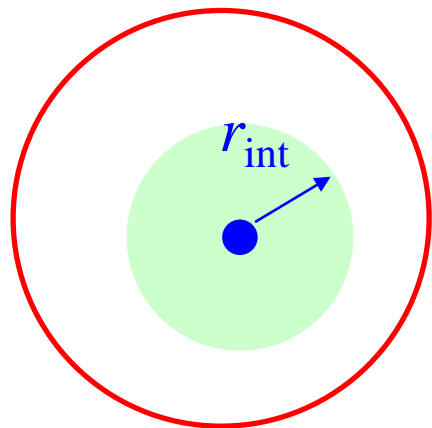
小さな原子核だと



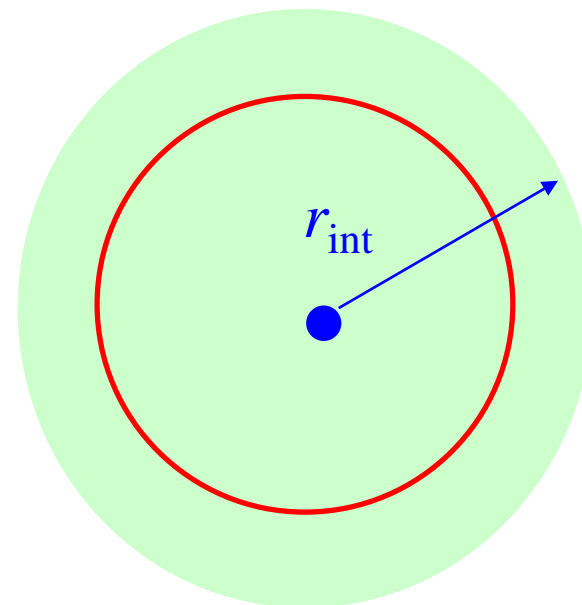
$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



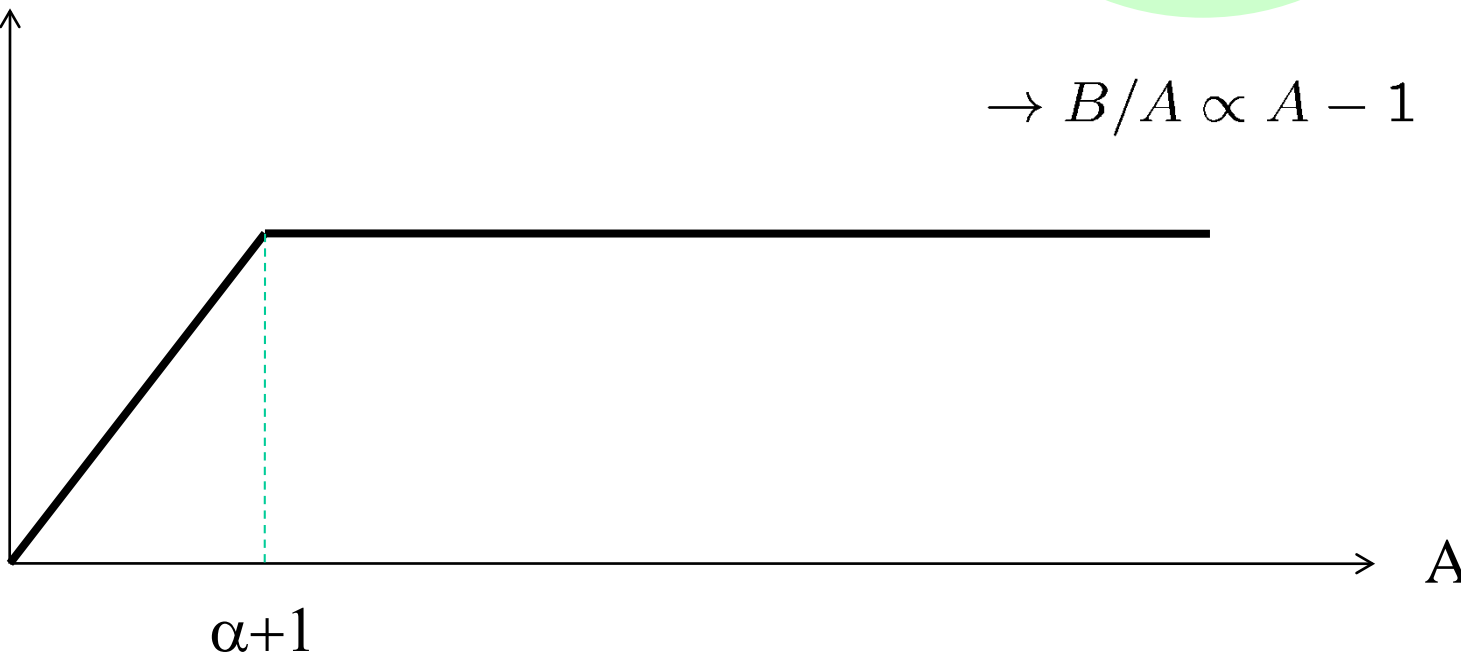
核力



クーロン力

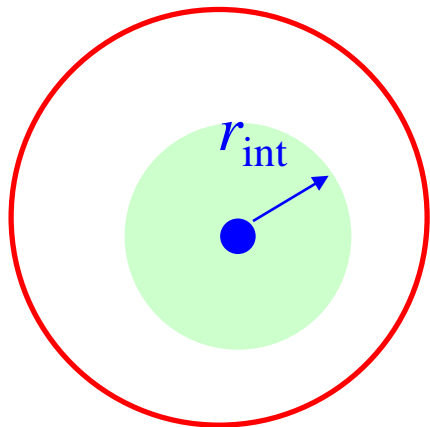


$B/A$

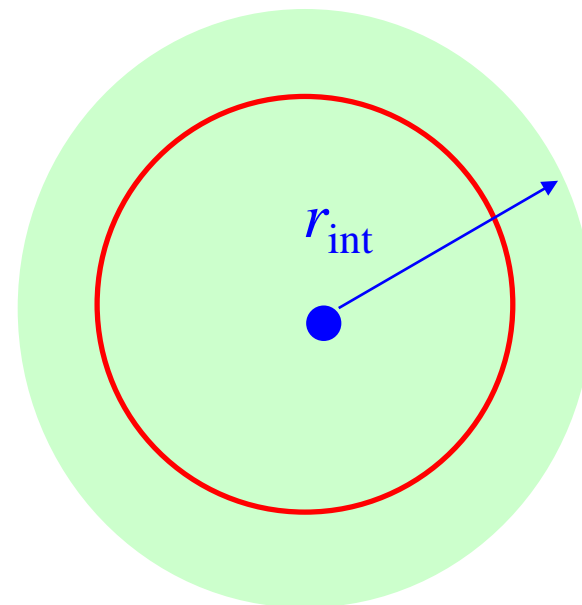


$\rightarrow B/A \propto A - 1$

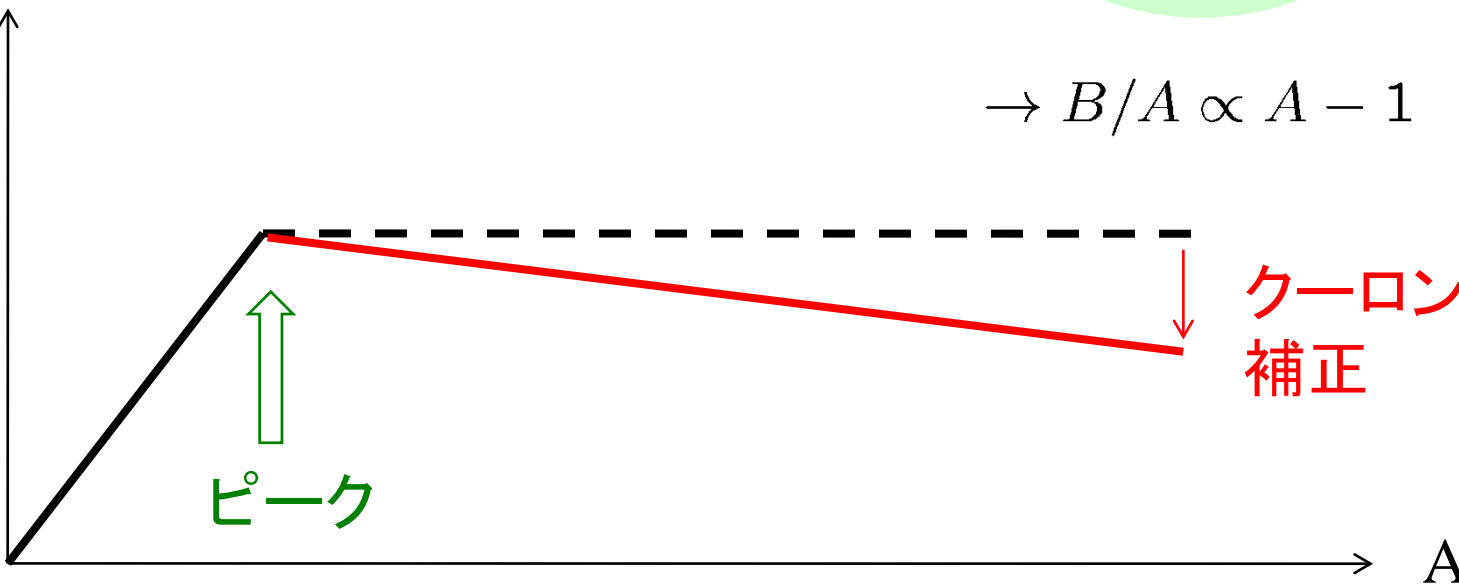
核力



クーロン力



$B/A$



$\rightarrow B/A \propto A - 1$

クーロンによる補正

ピーク

$A$



## 出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

この授業に関して、**質問**や**疑問**を自由に何でも書いて下さい  
(質問が特になければ**感想**でも可)

- 例)
- ・今日の授業で面白かったこと
  - ・自分にとって発見だったこと
  - ・今日の授業でわかりずらかったこと  
(もう一度説明して欲しいこと)
  - ・今日の授業を聞いて疑問に思ったこと
  - ・**授業への要望等でもOK**

などなど

**来週(4月24日)は休講、再来週(5月1日)はGW**