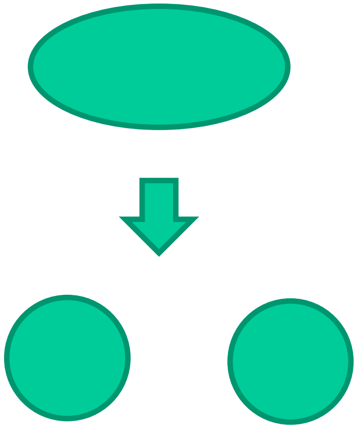
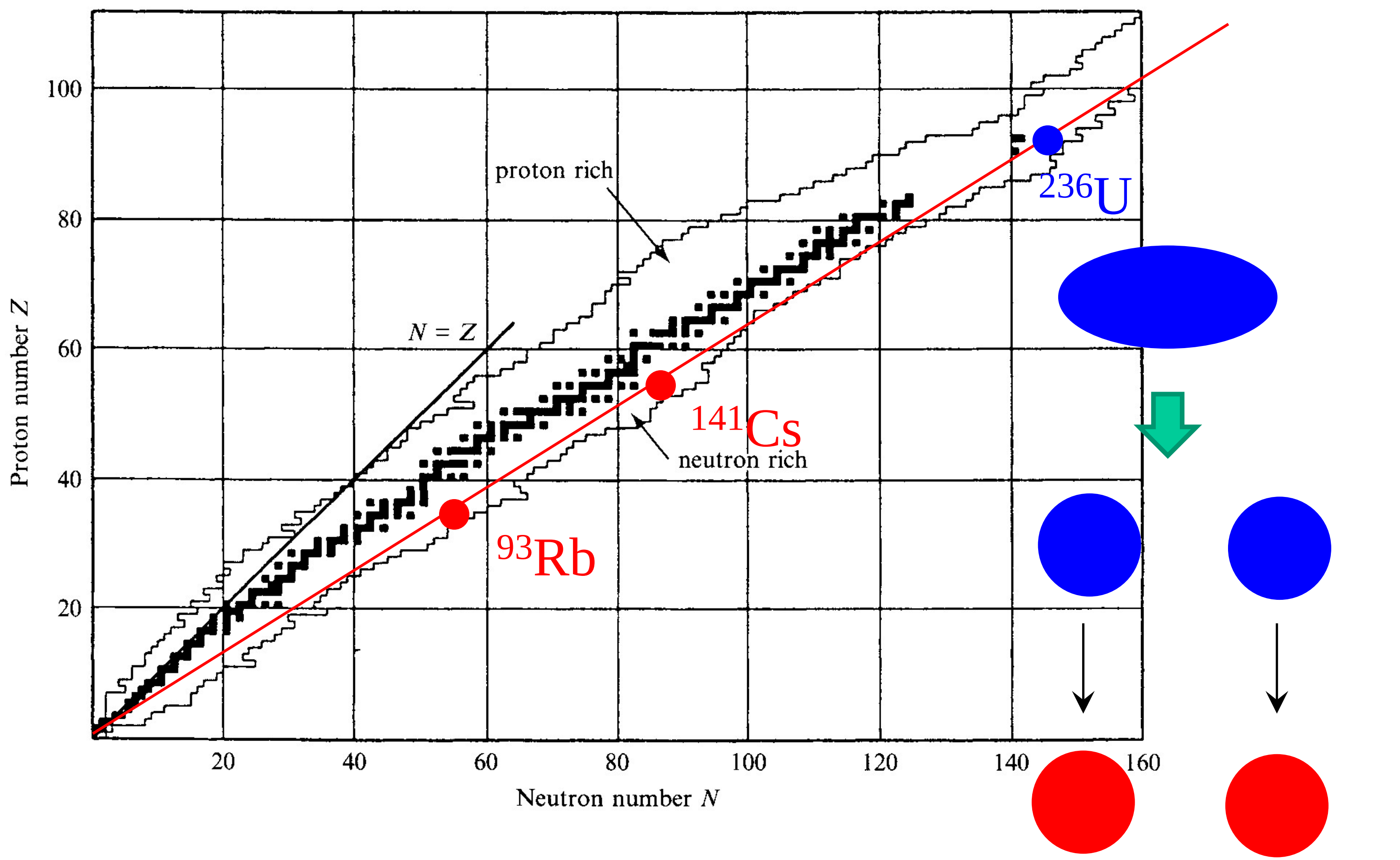
- 前々回の授業で最後の部分をもう一度聞きたい
（前回できなかった分）

$^{235}U + n \longrightarrow$ 核分裂 （$^{93}Rb + {}^{141}Cs + 2n$ など）



$^{235}U + n \longrightarrow$ 核分裂　（$^{93}Rb + ^{141}Cs + 2n$ など）

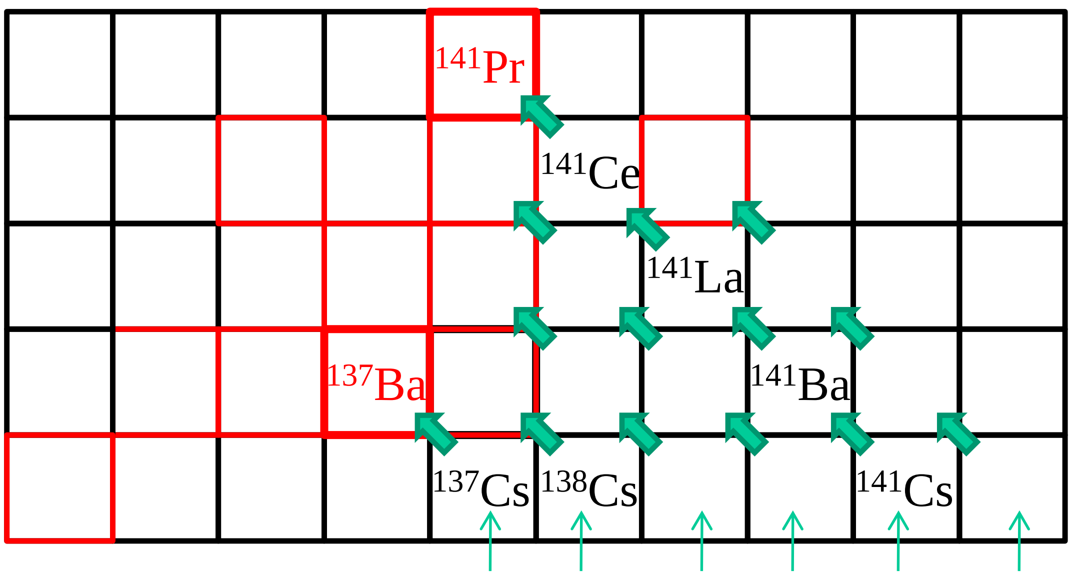


横軸を中性子の数、縦軸を陽子の数にとった2次元マップ
（■は地球上に存在する安定な原子核）

ベータ崩壊:　$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$

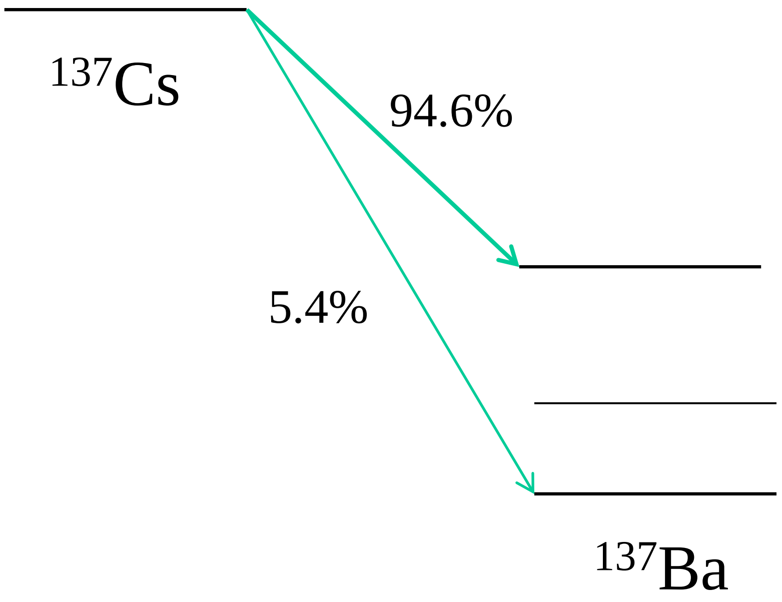
ベータ線

これが核内で起こると、$(N,Z) \longrightarrow (N\text{-}1,Z+1) + e^- + \bar{\nu}$

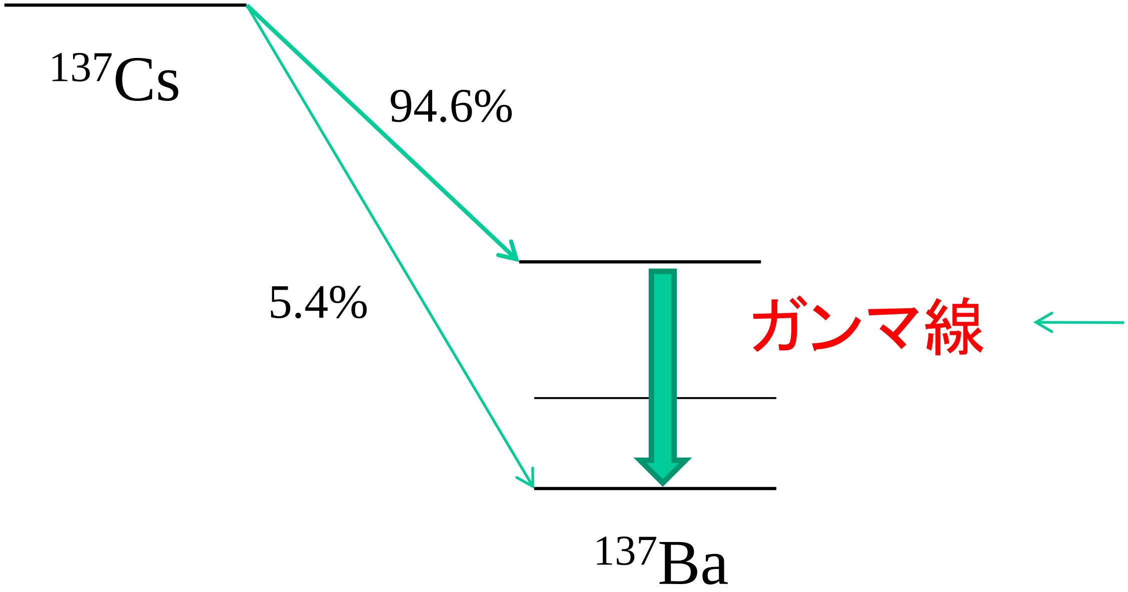


^{235}U + n の核分裂

さらに、ベータ崩壊する時に励起状態へ遷移すると

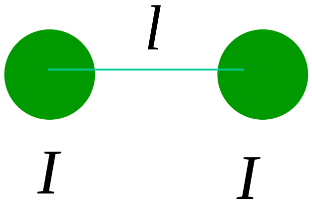


さらに、ベータ崩壊する時に励起状態へ遷移すると

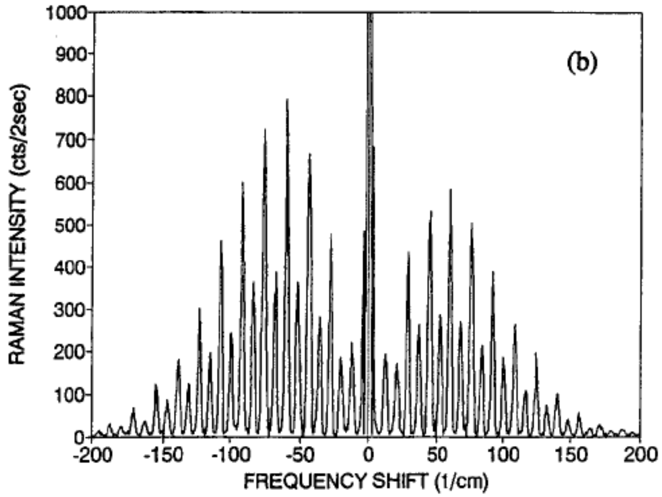


計測されていたのは主にこれ

➢ ^{14}N のスピン、統計について。他の原子核も同様の方法で実験されていたのか?



	原子核がボソン	原子核がフェルミオン
偶数 l	$(I+1)*(2I+1)$ 個	$I*(2I+1)$ 個
奇数 l	$I*(2I+1)$ 個	$(I+1)*(2I+1)$ 個



分子の回転励起の遷移強度

✓ $l \rightarrow l+2$

✓ $l+1 \rightarrow l+3$

で遷移強度が違う

→ はい、そうです。^{16}O 原子核など。

原子核を陽子＋電子だと思った時に、N_p+N_e ＝偶数ならボソン、奇数ならフェルミオンという経験則。

→ ^{14}N だけ例外。

- 原子核の統計性は計算で求められるか?
  (フェルミオンの集合がボソンになるのはスピンの合成から?)

整数スピン → ボソン
半整数スピン → フェルミオン

- ✓ 半整数を偶数個合成 → 合成スピンは整数
- ✓ 軌道角運動量 → 整数
- ✓ 整数と整数の合成 → 整数

⇩

- ボソンの集合 → ボソン
- フェルミオンの集合 → フェルミオンが偶数個ならボソン
  奇数個ならフェルミオン

＊ただし、電子のスピンが 1/2 なのは(多分)計算では求められない

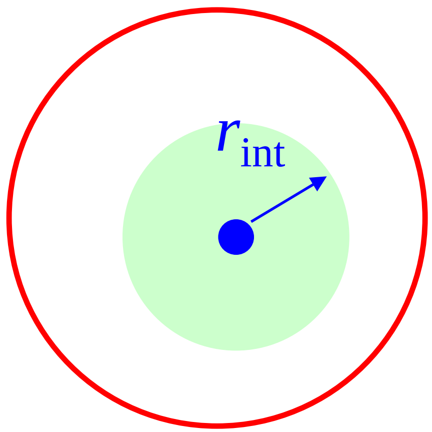
- 星の中での核融合(元素合成)の話をぜひ

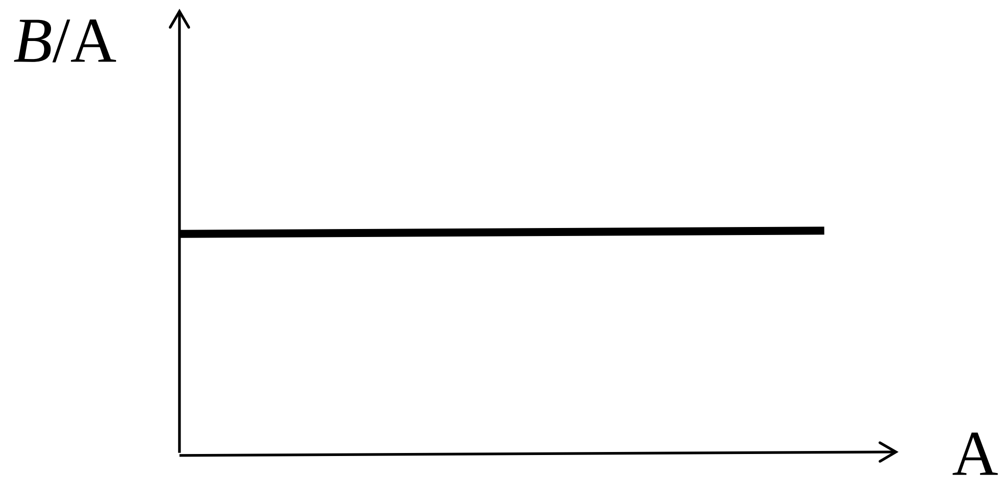
殻模型と魔法数の話が終わったあたりに入れます。

➢ 束縛エネルギーで $B \sim \alpha A/2$ の1/2 は何?

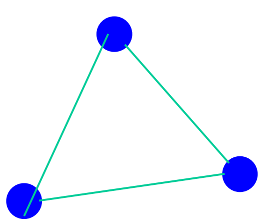
もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha\, A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$





（具体的に）A=3, α = 2 だとしたら、



ボンドの数は3 = 2 x 3 /2

核子１が核子２と相互作用
核子２が核子１と相互作用

2重にカウント

➢ テンソル力の起源は何?

テンソル力(非中心力)

$$v_{\rm tensor} = v_T(r) S_{12}, \quad S_{12} = 3\frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{r})}{r^2} - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$$

$$S_{12}|S=0\rangle = 0, \quad S_{12}|S=1\rangle \neq 0$$

→ パイ中間子の交換が起源。

場の理論的に、核子1が作るパイオン場を核子2が感じる:

$$V \propto (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \boldsymbol{\nabla})(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\nabla}) \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

微分を実行するとテンソル力が出てくる。
(詳しくは八木本の 8.3 章に)

- 核力として場の理論的にパイ粒子の交換を考えなくても量子力学的なポテンシャルを考えればそれでよい?

核子多体論：核子の自由度
（中間子交換はポテンシャルでのみ考慮）

c.f. 電子間の相互作用とフォトンの交換

ハドロン物理：クォークやグルーオンのダイナミックス

- pn結合が $l=0$ をとらないというのがよく分からなかった

基底状態は多分 $l=0$

nn, pp: フェルミオン同種粒子（反対称化）→ $l=0$ なら $S=0$

np: $S=0$ も $S=1$ も可能 → $S=1$ に組んでテンソル力をかせぐ

→ 多分、説明が悪かったかも。

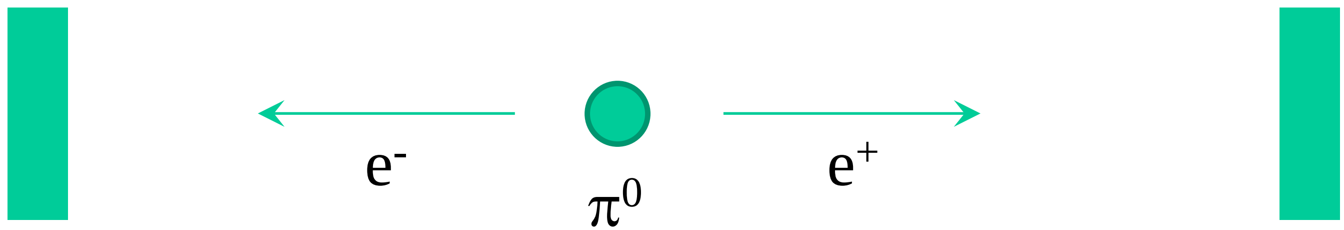
np も基底状態は多分 $l=0$

→ $S=0$ も $S=1$ も可能だが、$S=1$ に組んでテンソル力をかせぐ

- ➢ フェルミオン同種粒子がパウリ原理に従わなくなるのはどのくらい離れたとき?

→ どんなに離れていてもパウリ原理ははたらきます

<u>cf. EPRパラドックス (Einstein, Podolsky, Rosen, 1935)</u>



観測者A

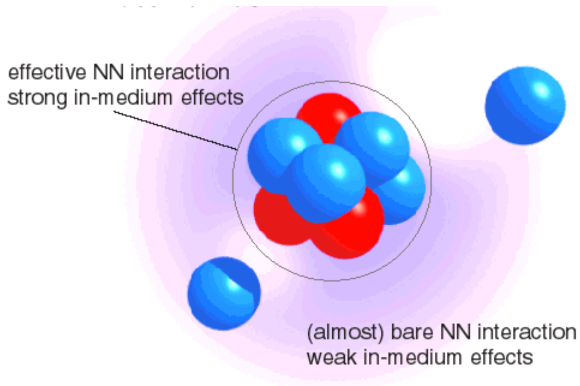
$$|S=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

観測者B

観測者Aがスピン・アップを観測すると、観測者Bはスピン・ダウンしか観測しない。

✓ AとBが十分離れているとすると、どうして情報が瞬時に伝わる?

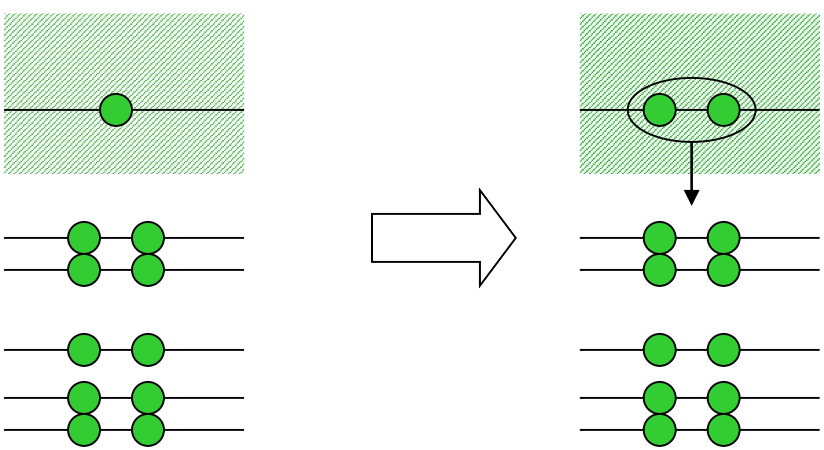
➢ 中性子ハロー構造ではどのような核子間相互作用があるのか?



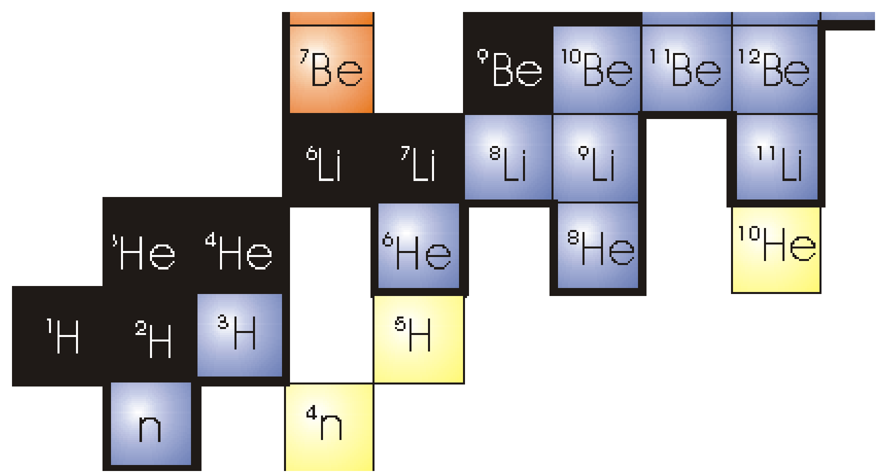
ハロー構造

→ちょっと違う回答だけど。。。

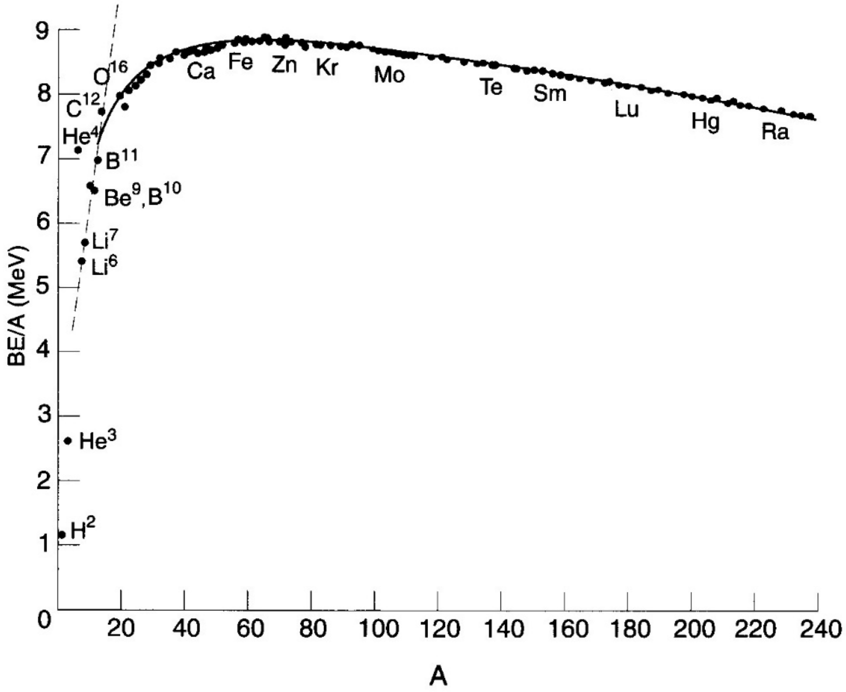
核子間相互作用 → 引力



不安定　　安定



➢ B/Aのグラフで横軸のAはどの同重体なのか?



→いい質問です！

それぞれのAで最も存在量の多いもの。
（同重体を全部考慮してもB/Aの傾向は同じ）

➢ スピンのことについて詳しく書かれている本はありますか?

- アイソスピンの説明を復習して欲しい

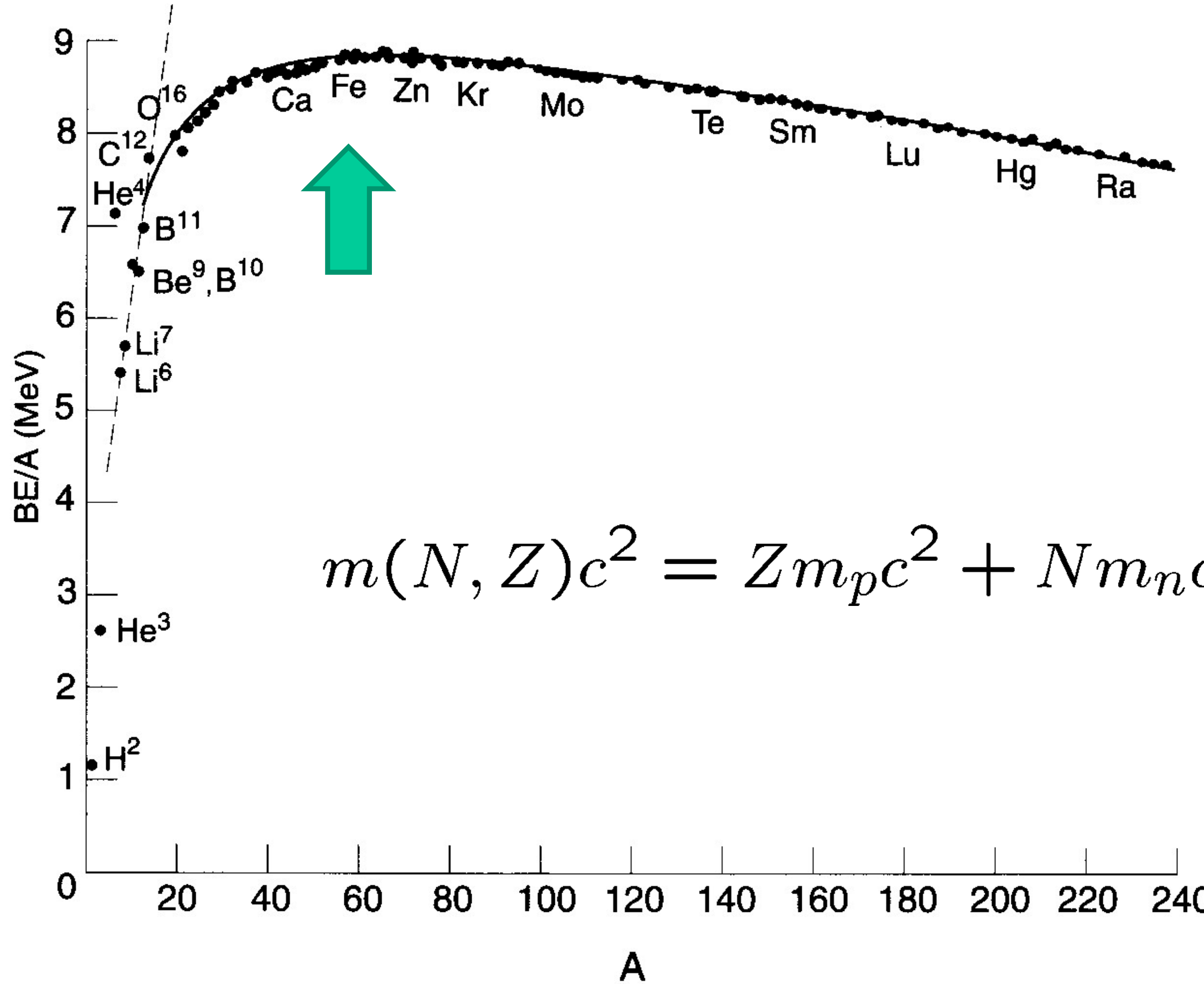
  ベータ崩壊の講義のときにでも。

- 質量公式の対称項やペアリングのところをよく聞きたい。ペアリングとpn 相互作用が強いこととは関係なさそうですが。。。。

  対称項のことは今日(か次回)の講義で。
  ペアリングのことはペアリングの回に。

  (ペアリングはnn やpp にもあります。)

前回のおさらい：束縛エネルギーの実験データ

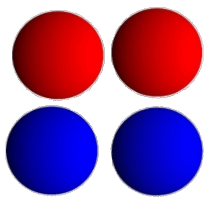


$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

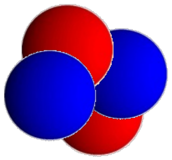
＊何故このような関数になるのか?

原子核の質量

どっちの方が重い?

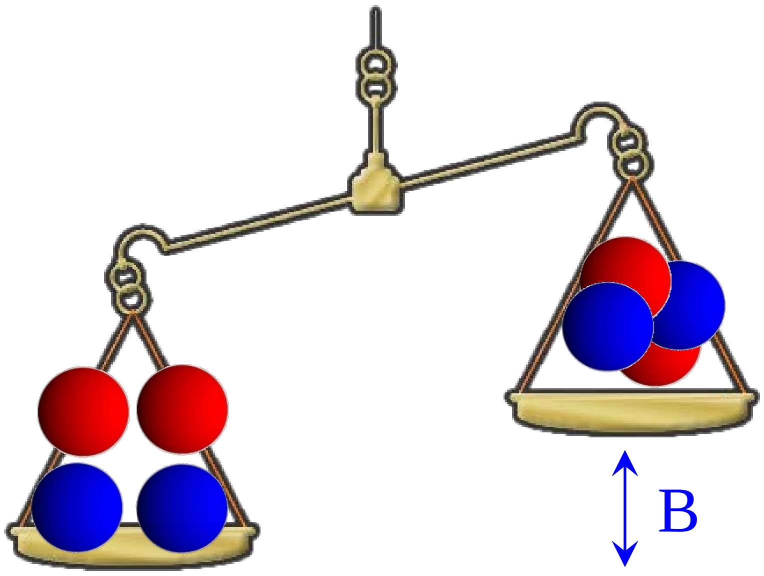


核子ばらばら



原子核

原子核の質量

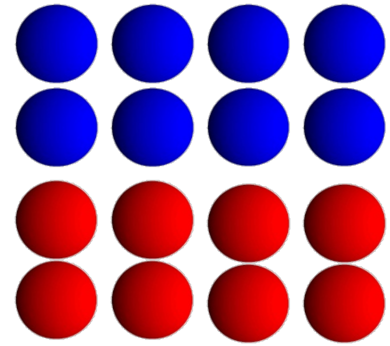


$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

束縛エネルギー

＊束縛エネルギーが大きいほど安定（質量が軽い）

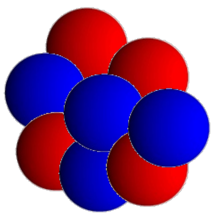
原子核の質量



8p ＋ 8n

B

束縛エネルギー



$^{16}_{8}\mathrm{O}_{8}$

核子をバラバラにするのに必要なエネルギー

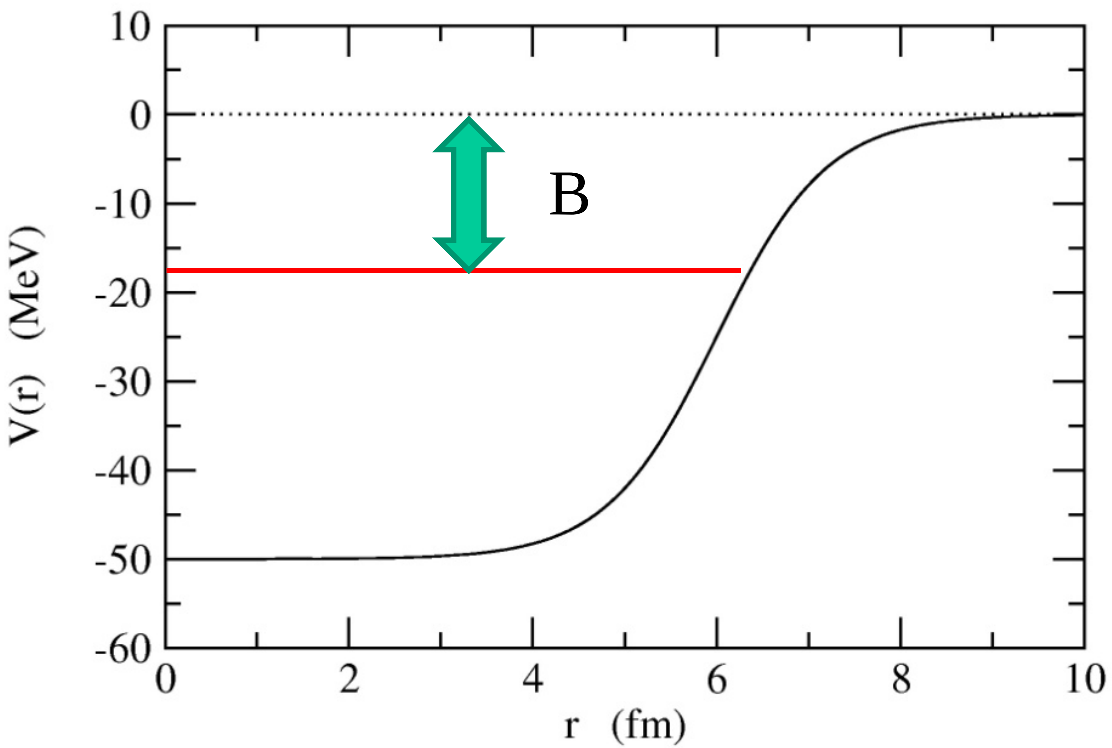
$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

束縛エネルギー

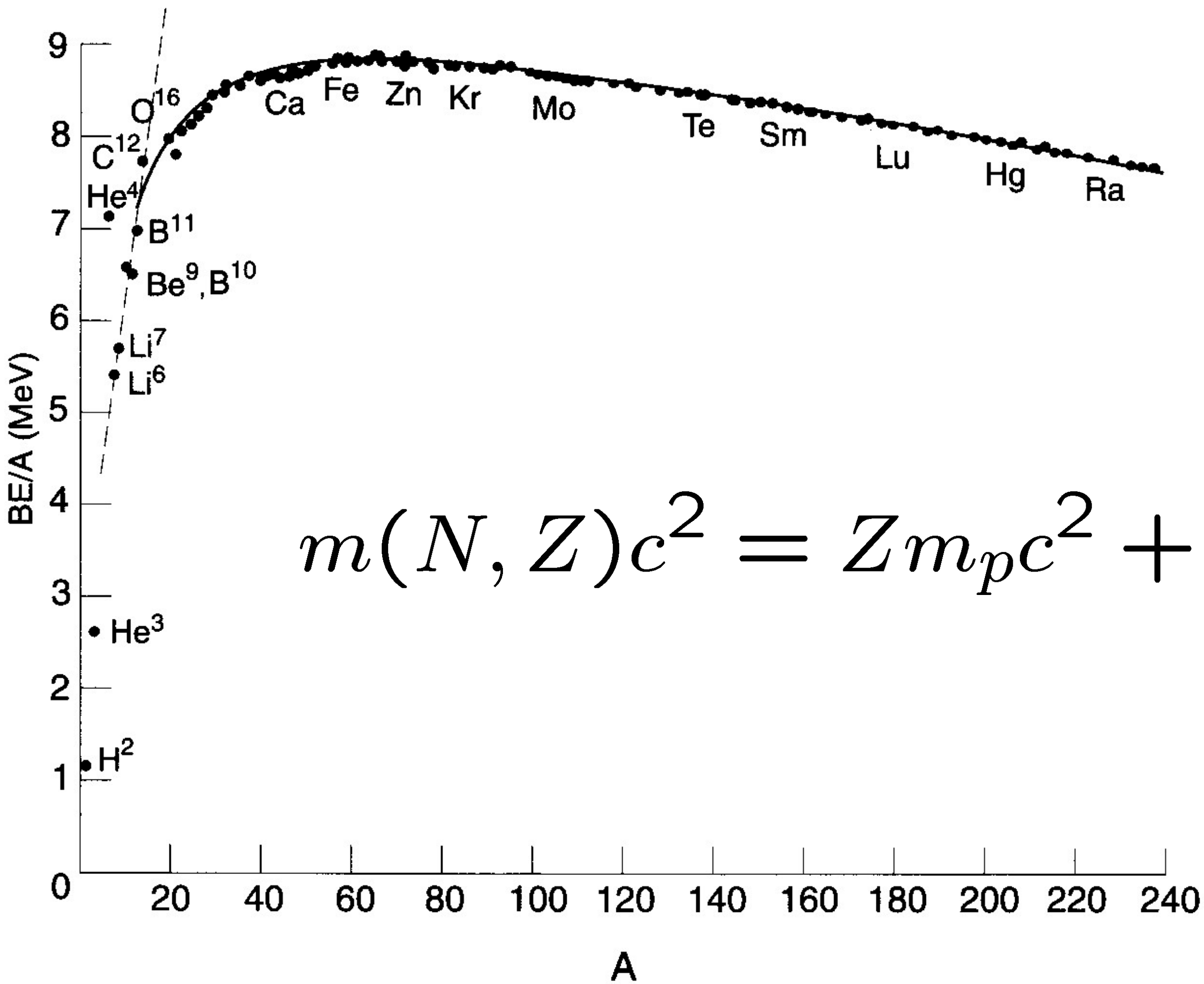
＊束縛エネルギーが大きいほど安定（質量が軽い）

cf. 2粒子系の場合（例えば重陽子＝陽子＋中性子）:

$$M c^2 = m_1c^2 + m_2c^2 - B$$



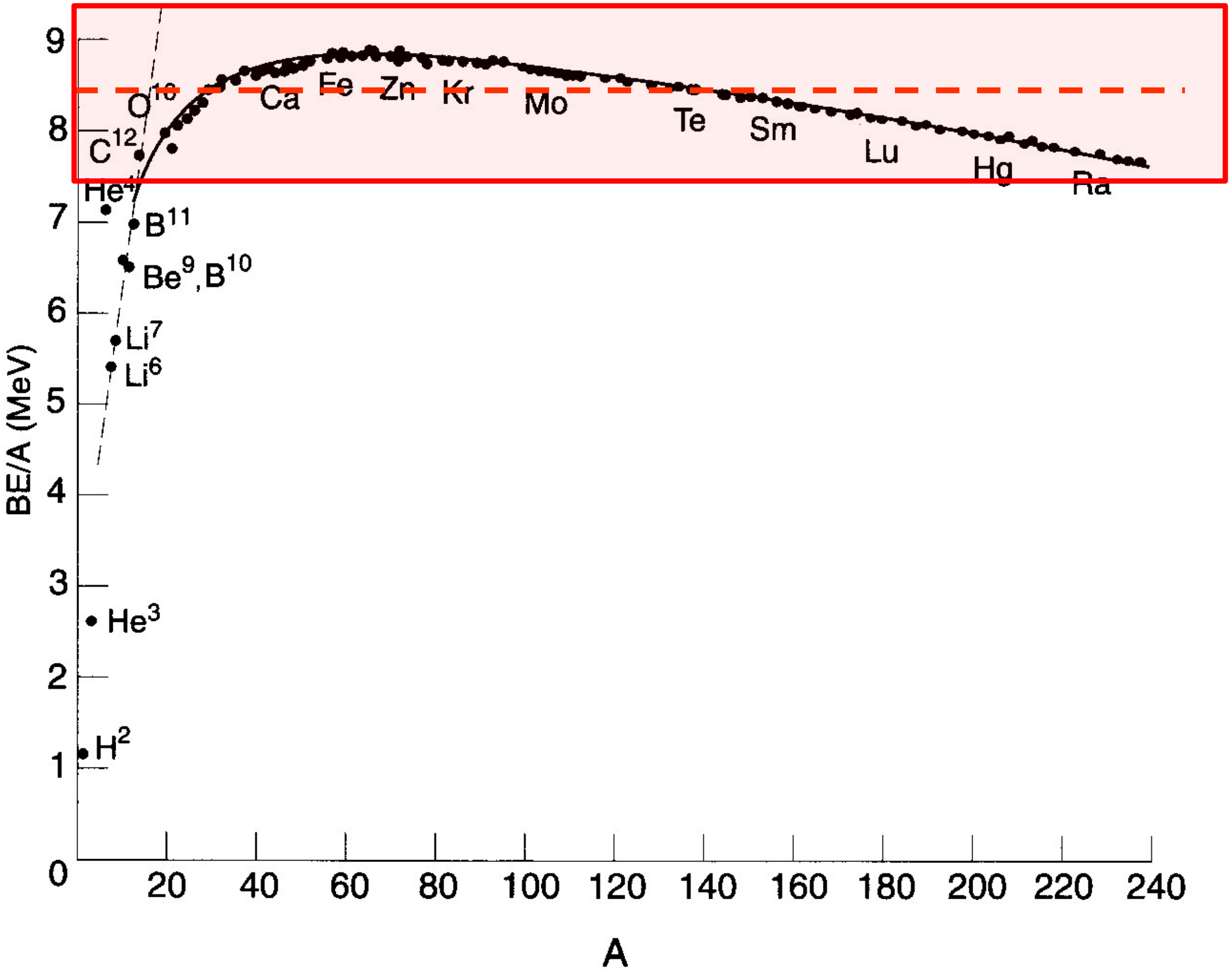
2粒子がバラバラの状態に比べて B だけエネルギーが下がる（束縛している）



$$m(N,Z)c^2 = Zm_pc^2 + Nm_nc^2 - B$$

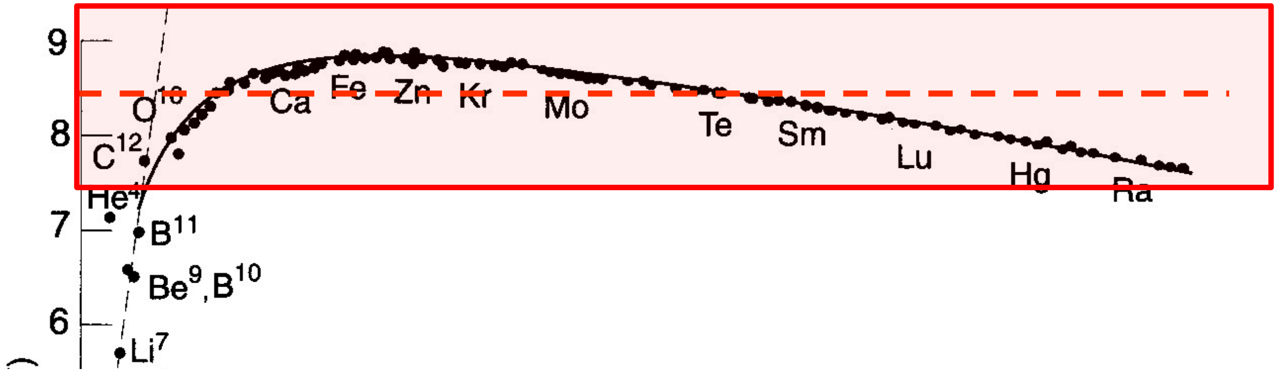
束縛
エネルギー

B/A（核子1つあたりの平均的な束縛エネルギー）
の実験データ



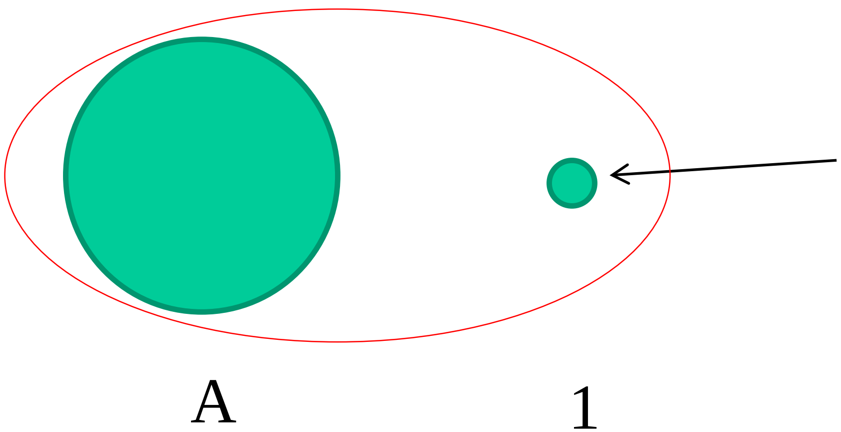
1. $B(N,Z)/A \sim 8.5$ MeV (A > 12) ⟺ 短距離力（核子間相互作用）

（ほぼ一定）



1. $B(\mathrm{N,Z})/A \sim 8.5$ MeV (A > 12)

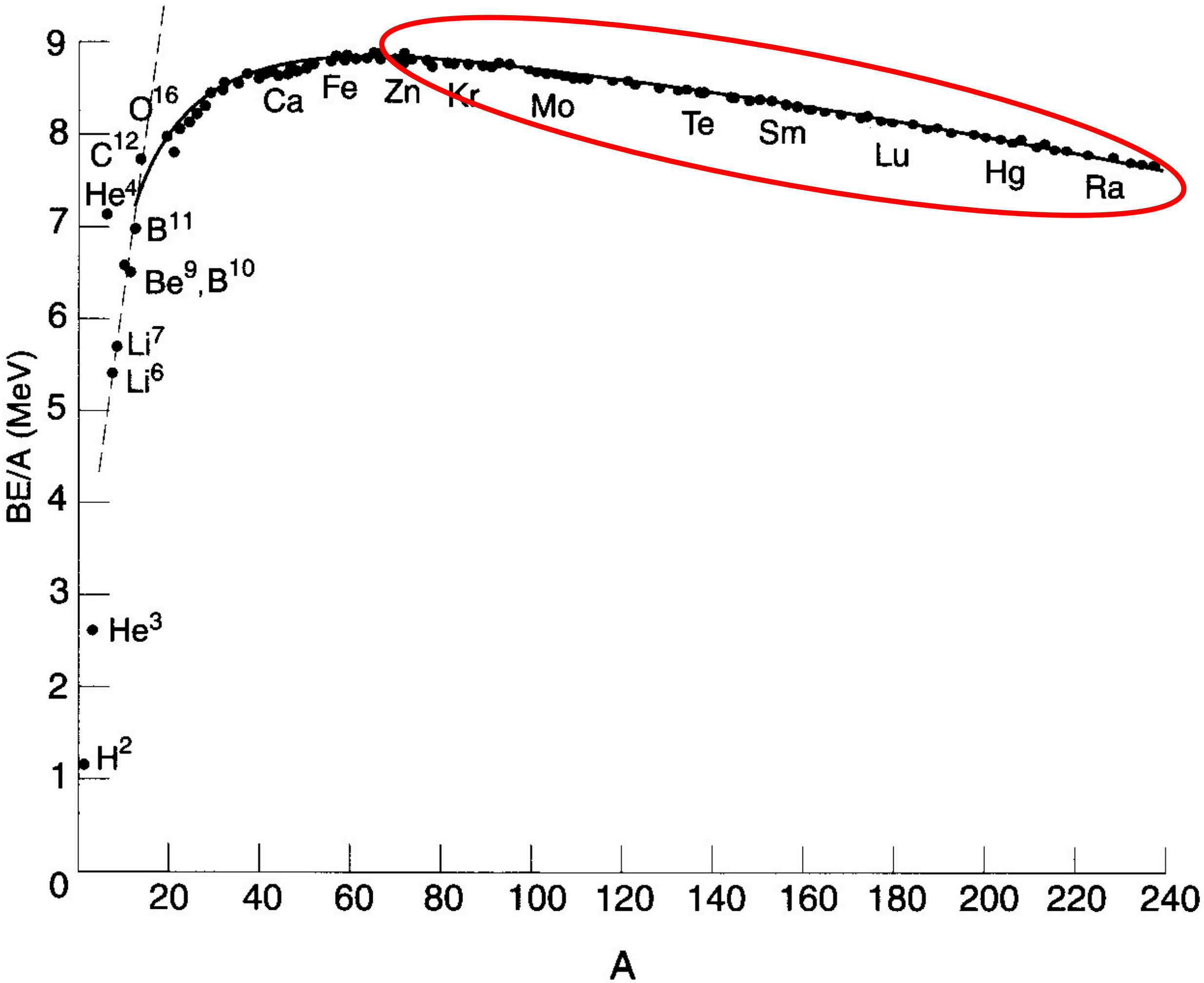
これは、粒子を1つ増やすと、束縛エネルギーは一定の量（～8.5 MeV）しか増えないことを意味している。



この核子は決まった個数の核子としか相互作用しない（短距離力）

もし全ての核子と相互作用するとすると（長距離力）

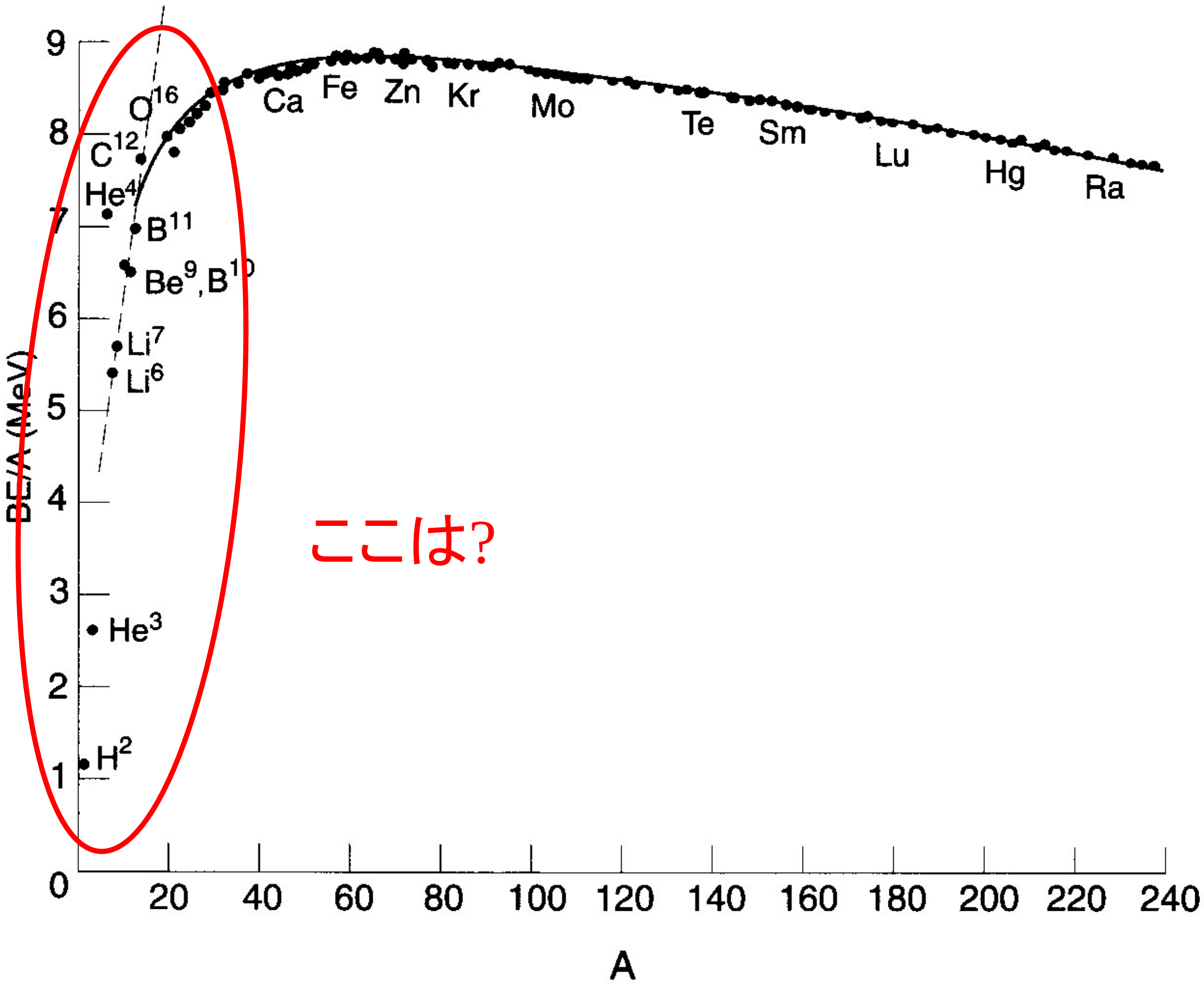
$B/A \propto A$　　となるはず。。。。



1. $B(N,Z)/A \sim 8.5$ MeV ($A > 12$) $\Longleftrightarrow$ 短距離力（核子間相互作用）
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

$\longleftarrow$ B/A が A に比例して減少

（長距離力（クーロン力）がはたらいている証拠）



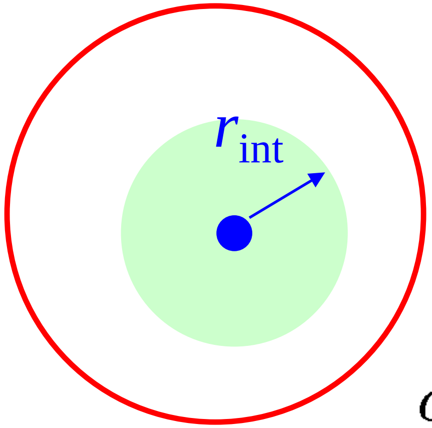
1. $B(N,Z)/A \sim 8.5$ MeV ($A > 12$) ⟺ 短距離力（核子間相互作用）
2. 重い原子核に対してはクーロン力の影響

⟵ B/A が A に比例して減少

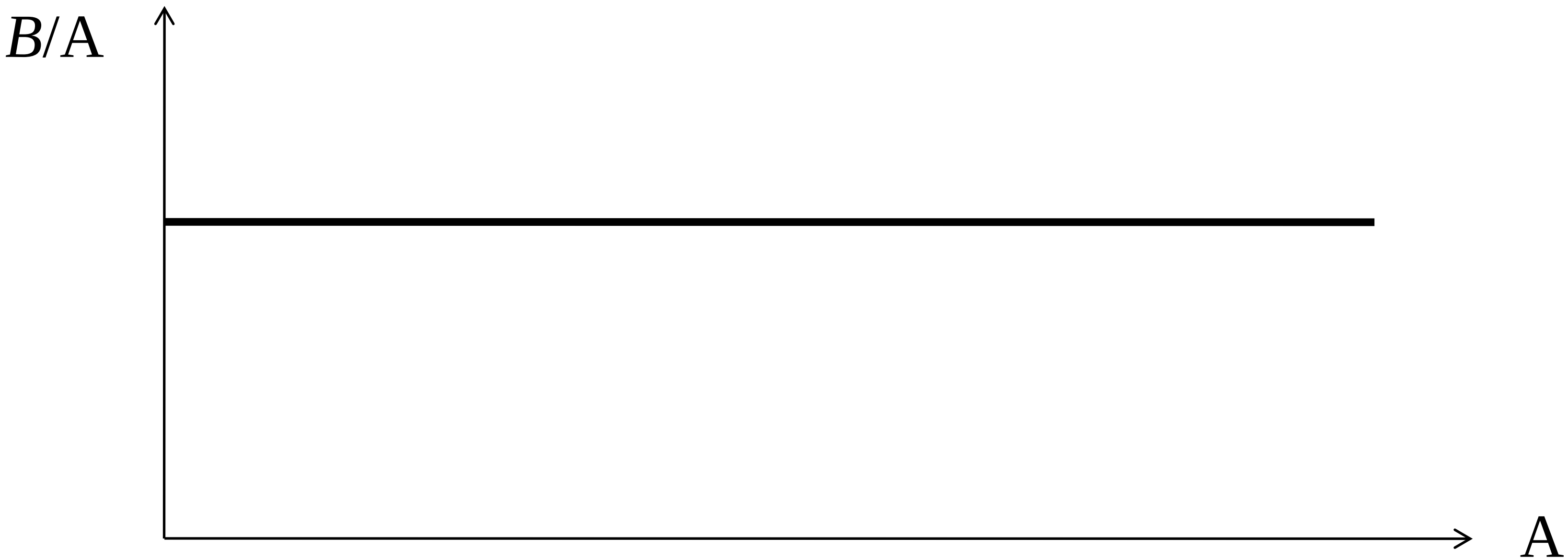
（長距離力（クーロン力）がはたらいている証拠）

もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$B \sim \alpha\, \mathrm{A}/2 \longrightarrow B/\mathrm{A} \sim \alpha/2$ (const.)

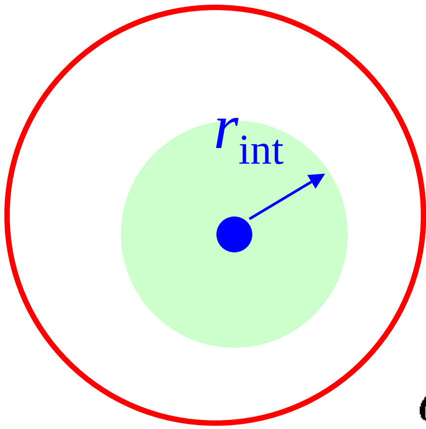


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\mathrm{int}}^3 \cdot \rho$$

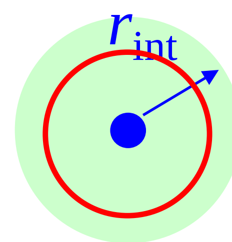


もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2$ (const.)

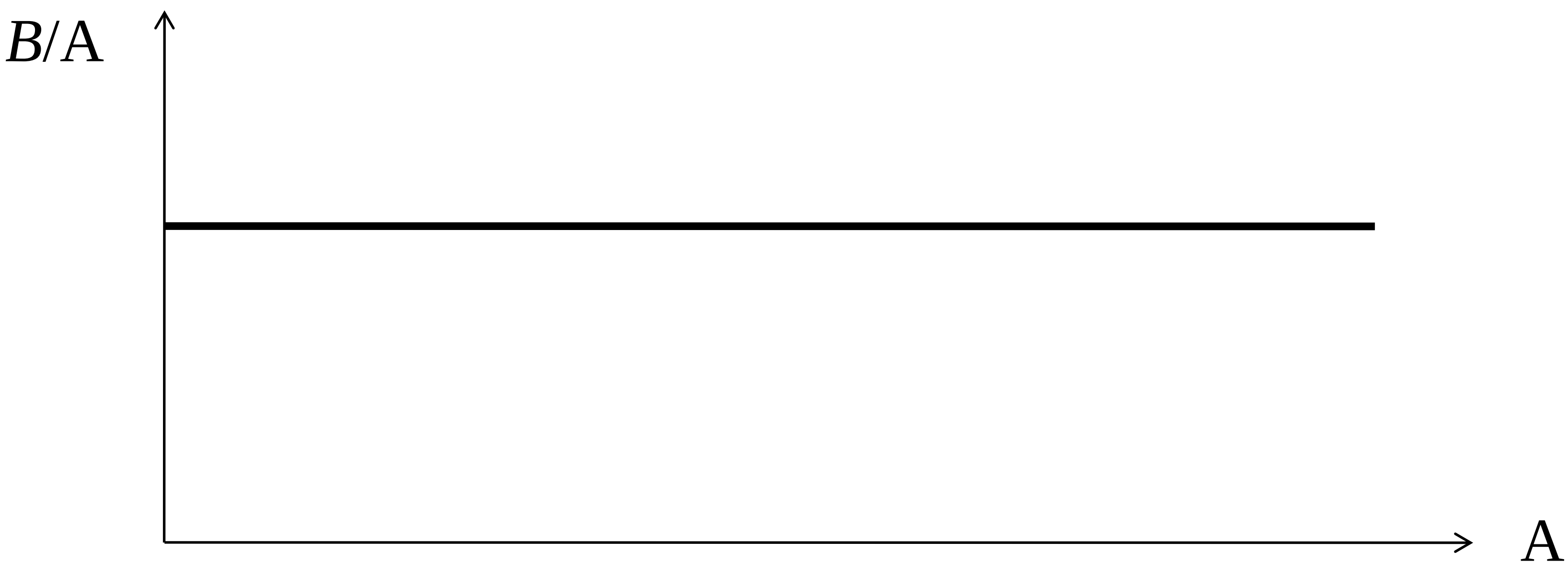


小さな原子核だと



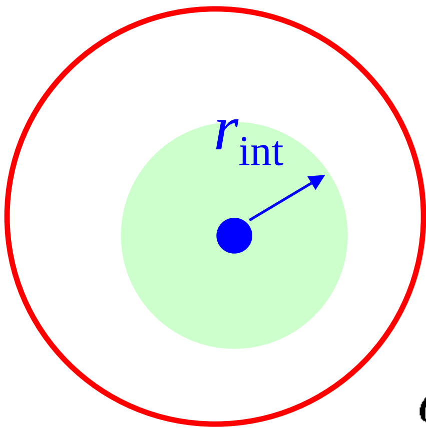
$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\rm int}^3 \cdot \rho$$

$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$

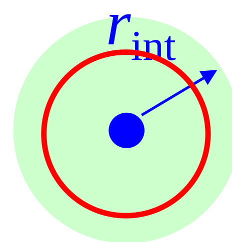


もし、それぞれの核子が近くのα個の粒子とだけ相互作用するとしたら:

$$B \sim \alpha A/2 \longrightarrow B/A \sim \alpha/2 \text{ (const.)}$$

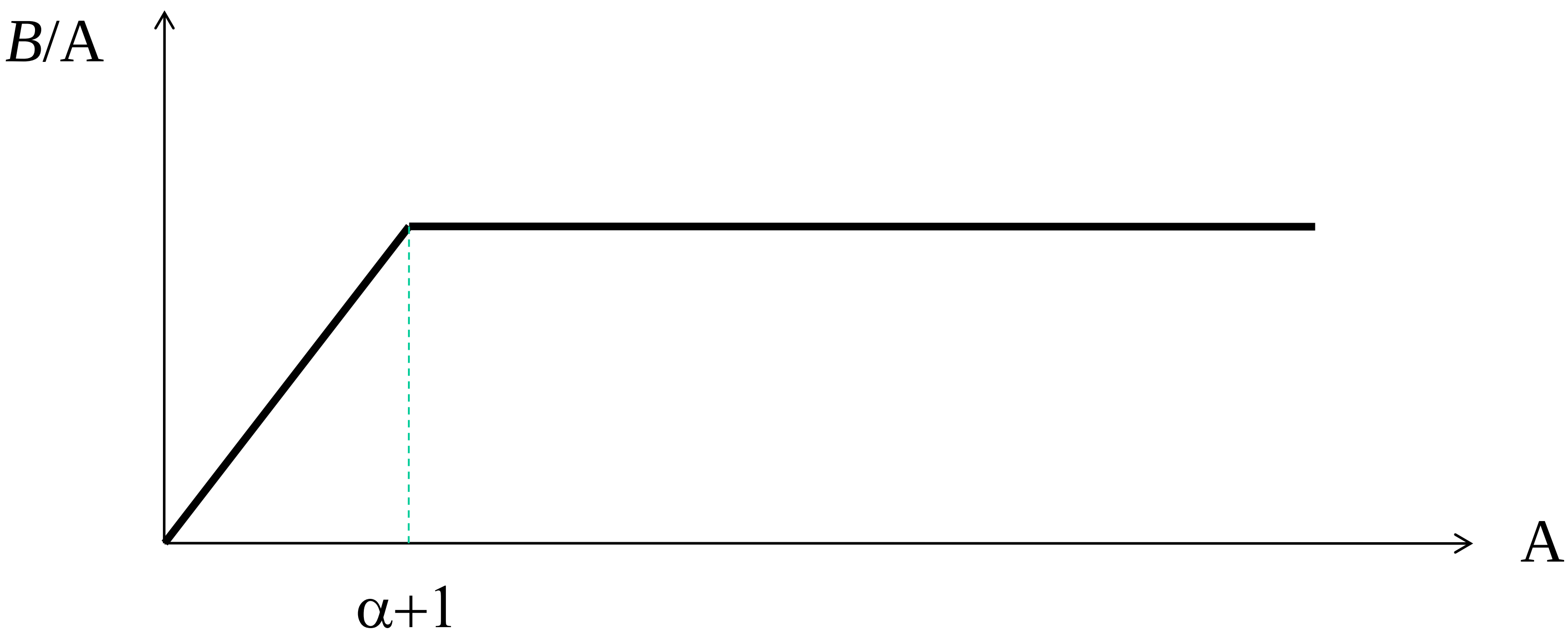


小さな原子核だと

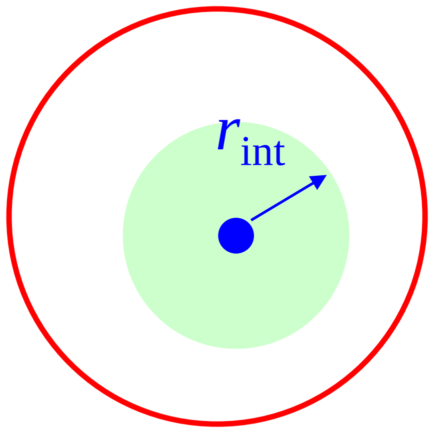


$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\rm int}^3 \cdot \rho$$

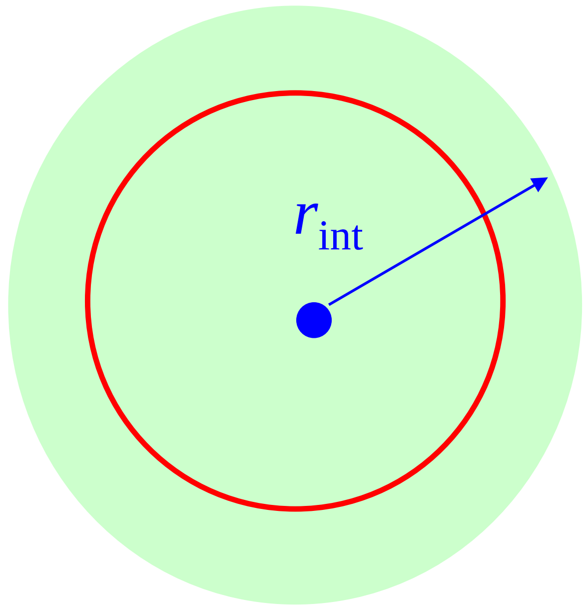
$$\rightarrow B/A \propto A-1$$



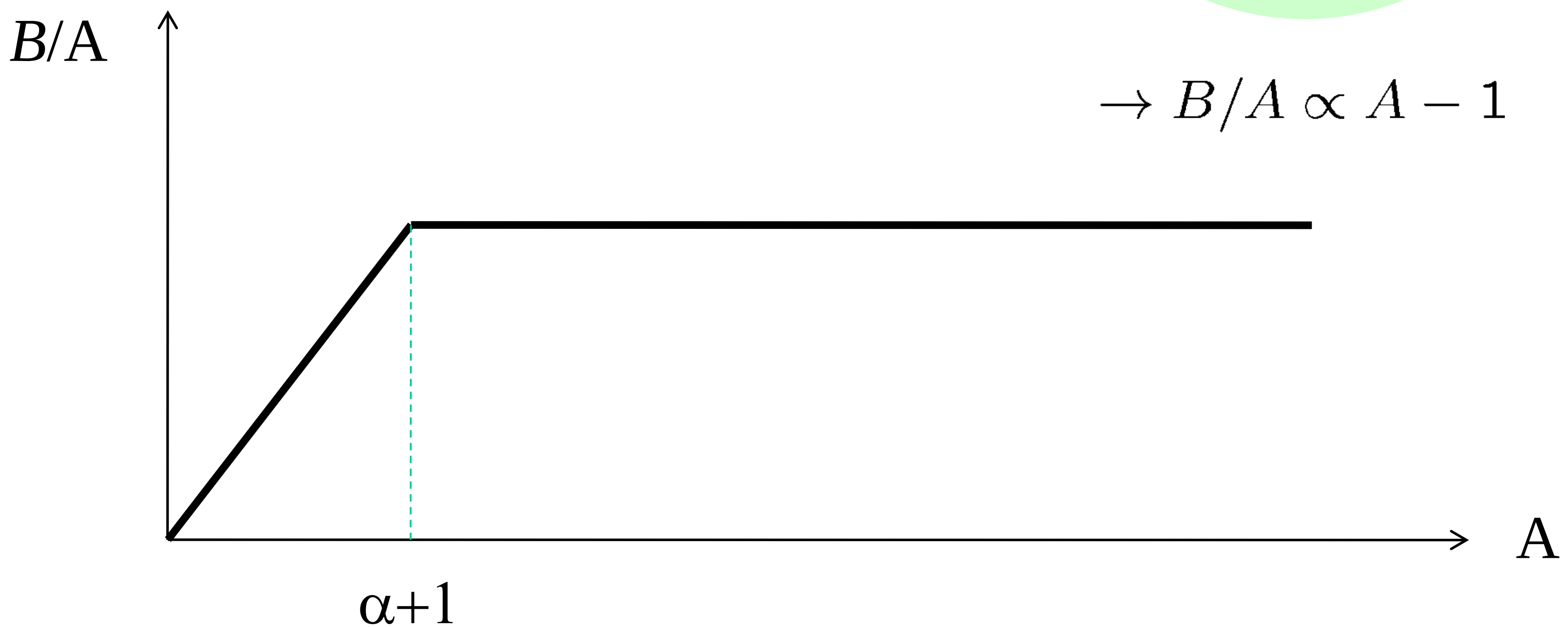
核力

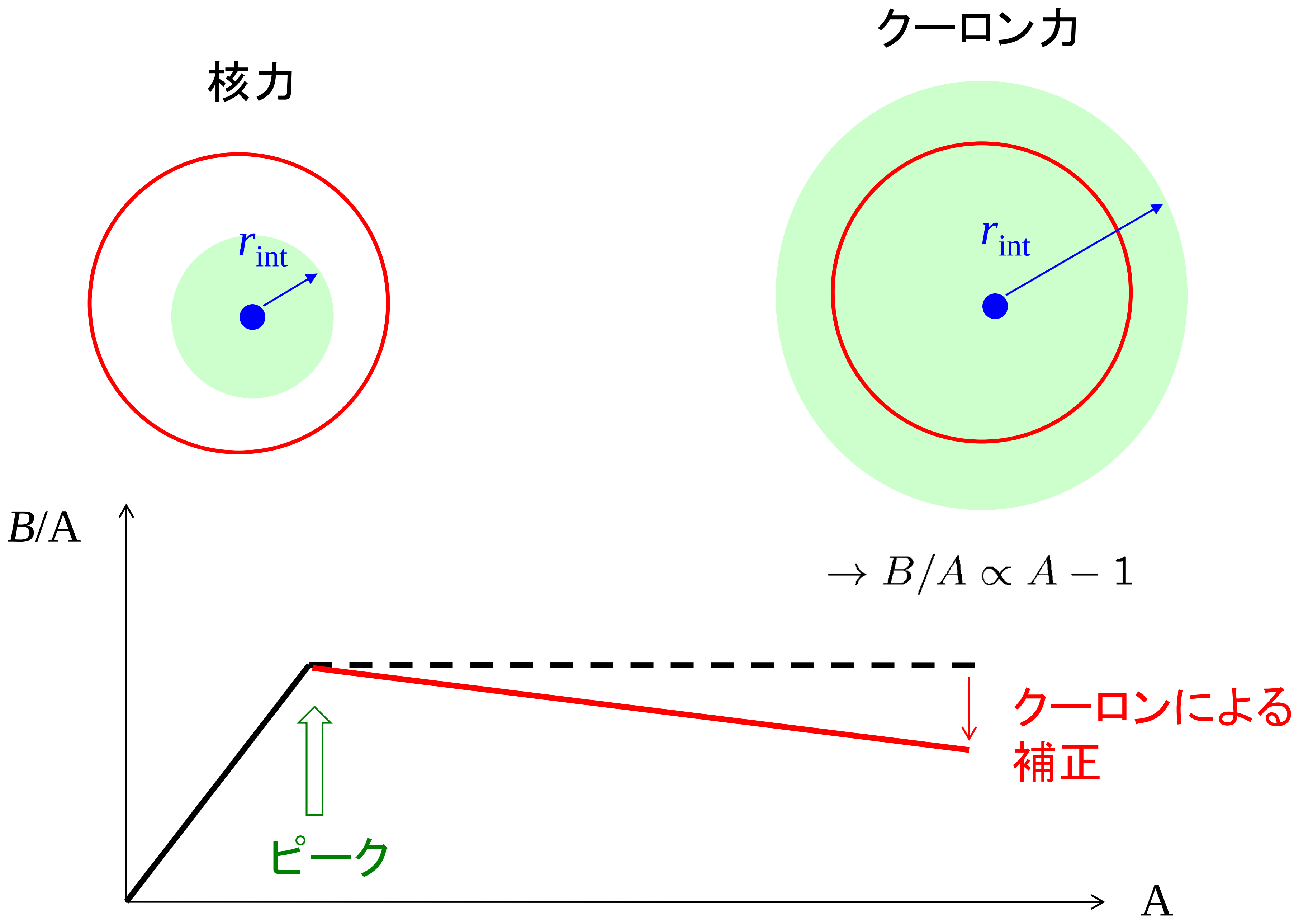


クーロン力



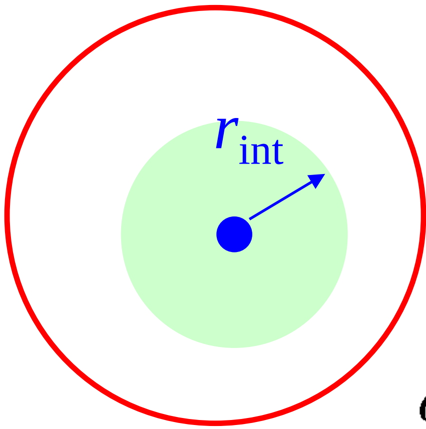
$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$



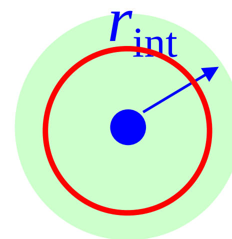


核力
クーロン力
r_{int}
r_{int}
B/A
$\rightarrow B/A \propto A-1$
クーロンによる
補正
ピーク
A

核力のレンジの見積もり

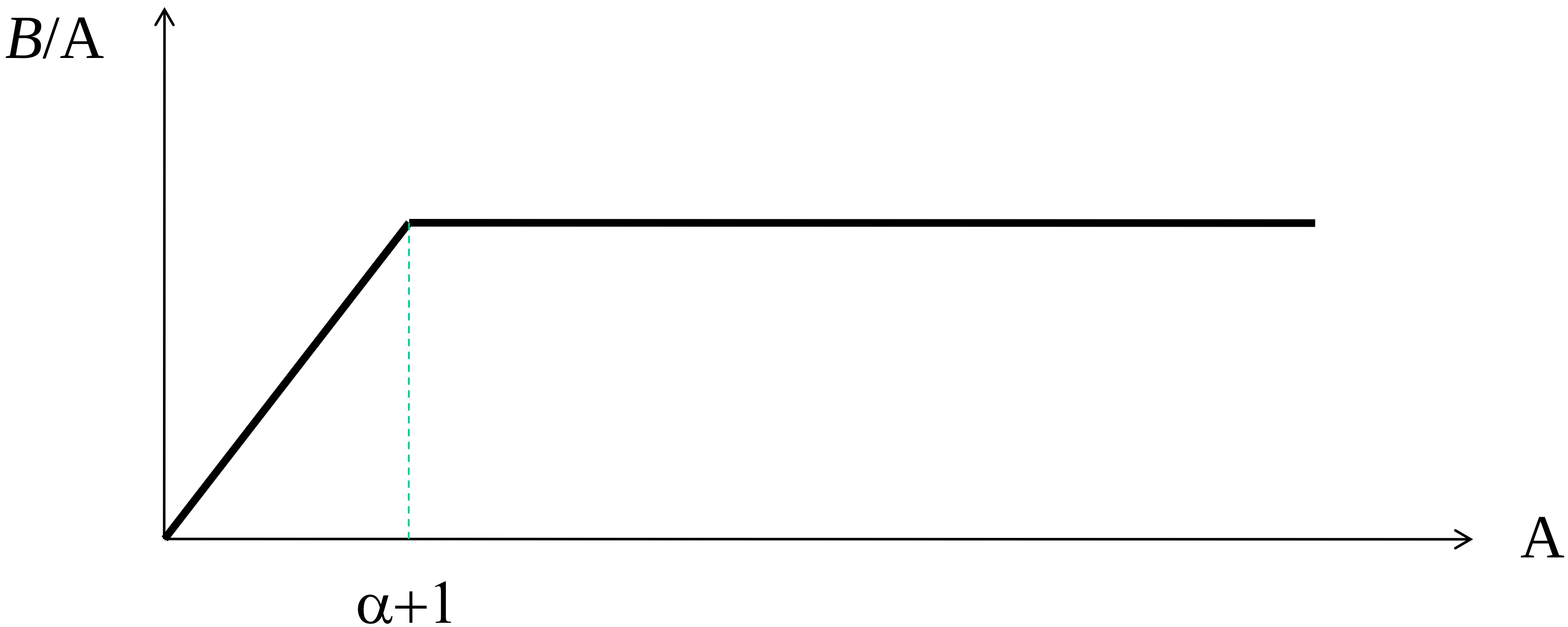


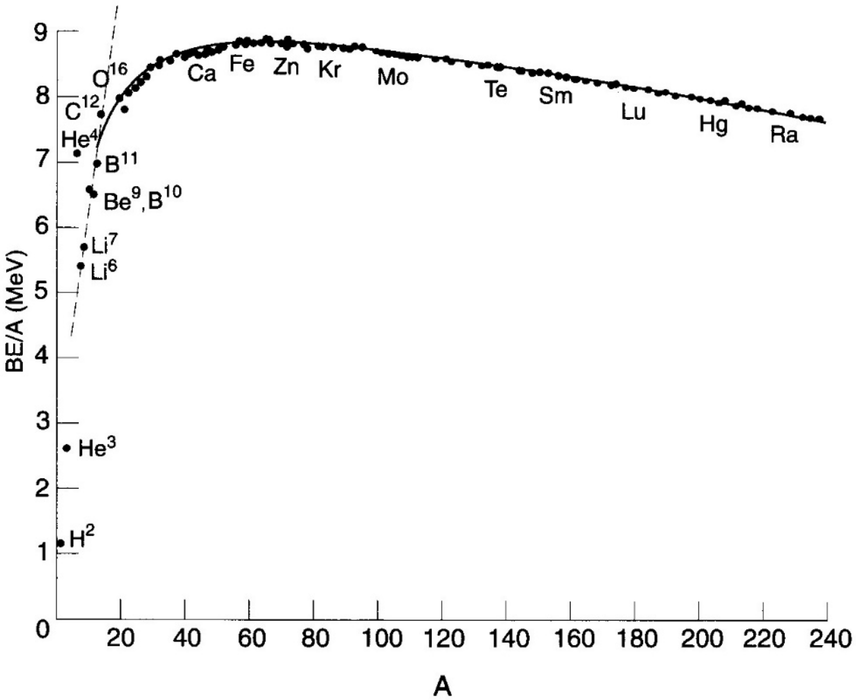
小さな原子核だと



$$\alpha = \frac{4\pi}{3} r_{\mathrm{int}}^3 \cdot \rho$$

$$\rightarrow B/A \propto A - 1$$





この図からα の値を読み取ると、
α ~ 10 くらい。

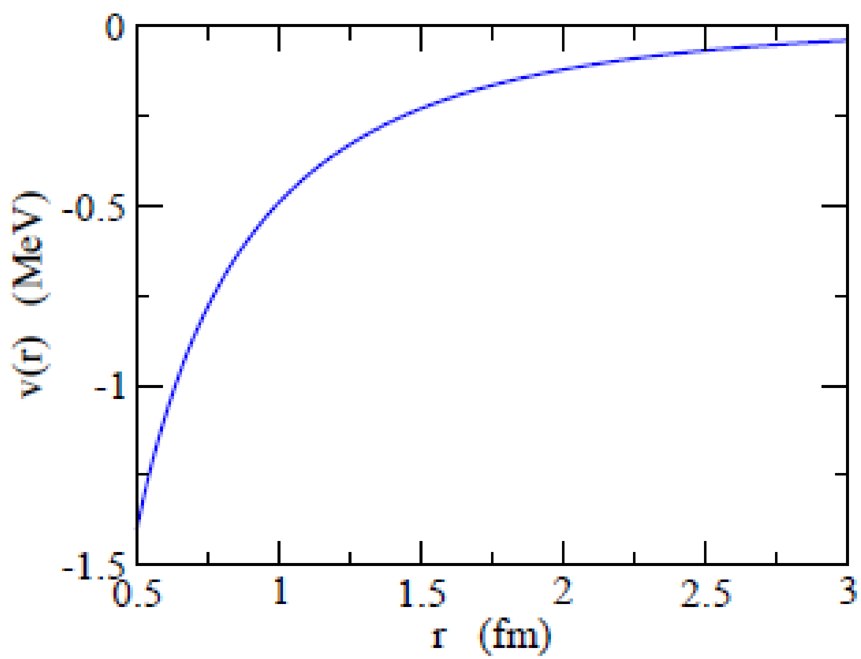
↓

核力の到達距離は、
1.1 x 10^{1/3} = 2.37 fm 程度。

湯川相互作用:

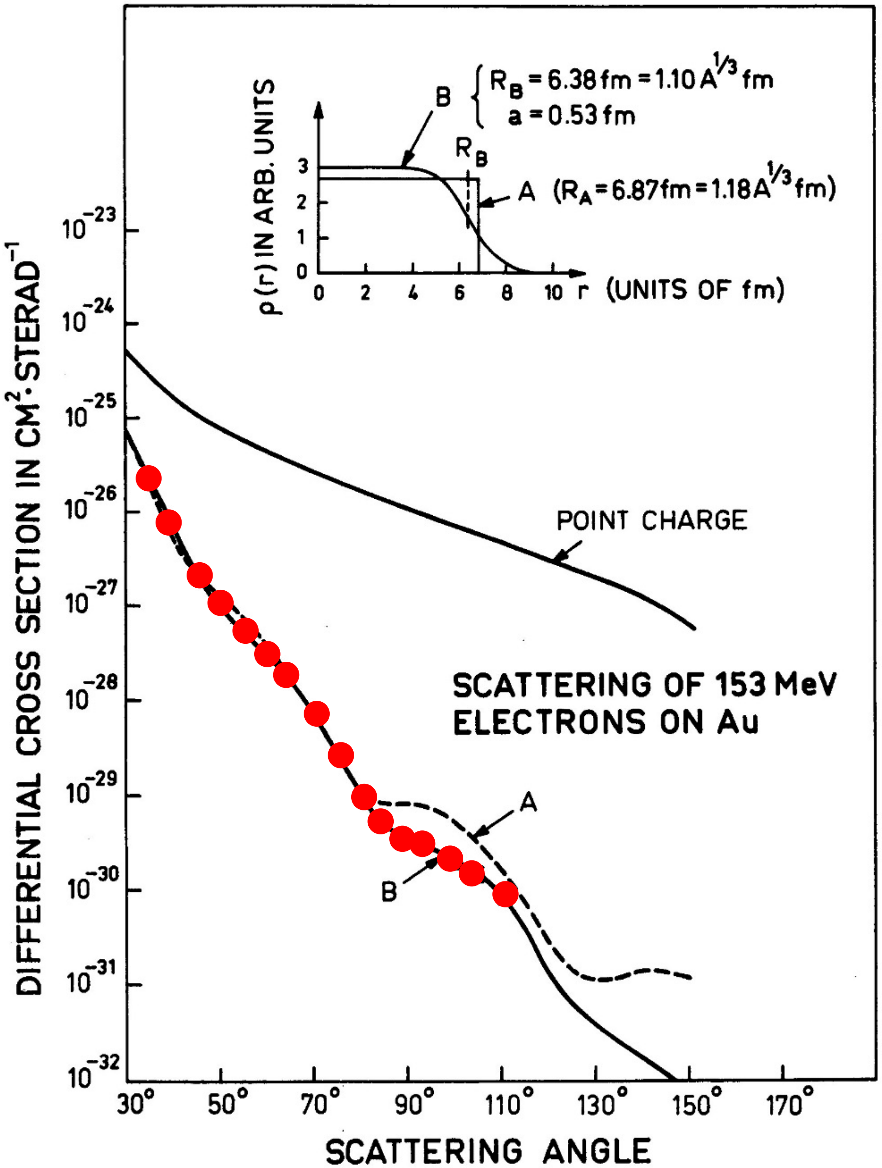
$$v(r) = -g\frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{m_\pi c} = 1.41 \text{ fm}$$

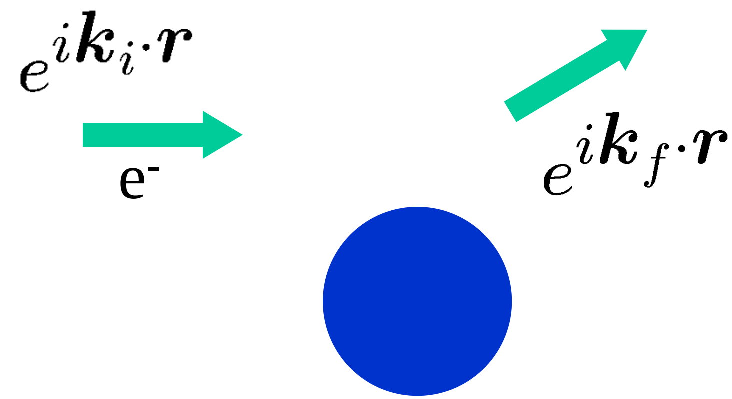


電荷分布：$R \sim 1.1A^{1/3}$ fm の根拠

高エネルギー電子散乱



ボルン近似:

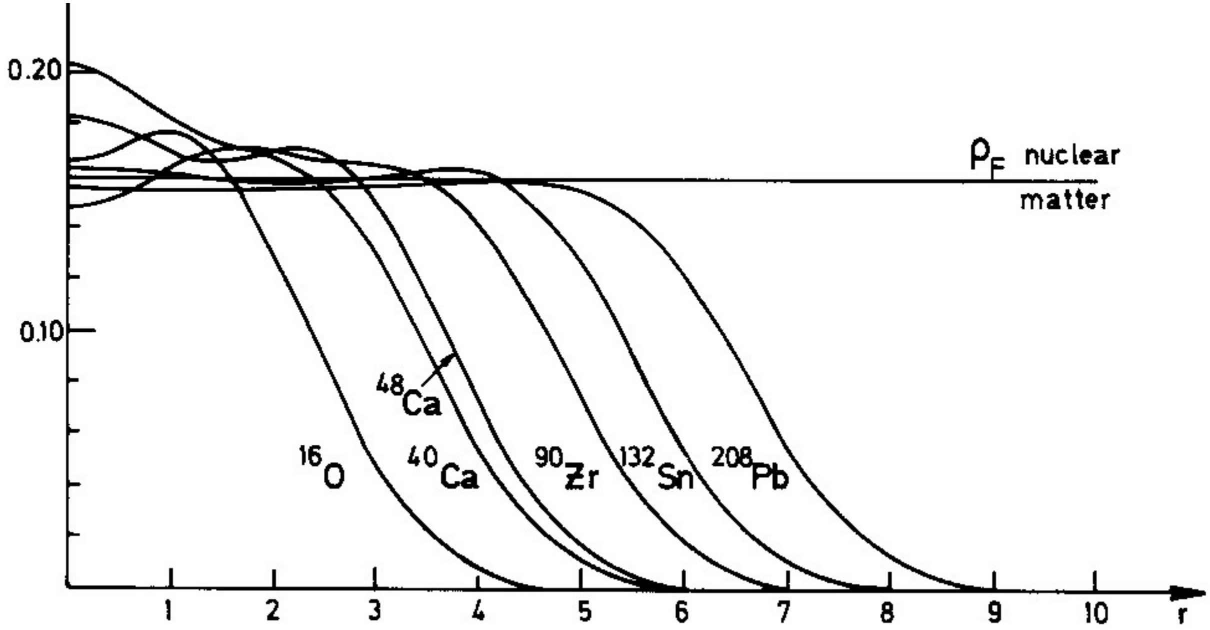


$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_P^2 e^4}{(4E\sin^2\theta/2)^2}|F(\boldsymbol{q})|^2$$

形状因子（form factor）

$$F(\boldsymbol{q}) = \int e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}\,\rho(\boldsymbol{r})\,d\boldsymbol{r}$$

(密度のフーリエ変換)



フェルミ分布

$$\boxed{\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+\exp[(r-R_0)/a]}}$$

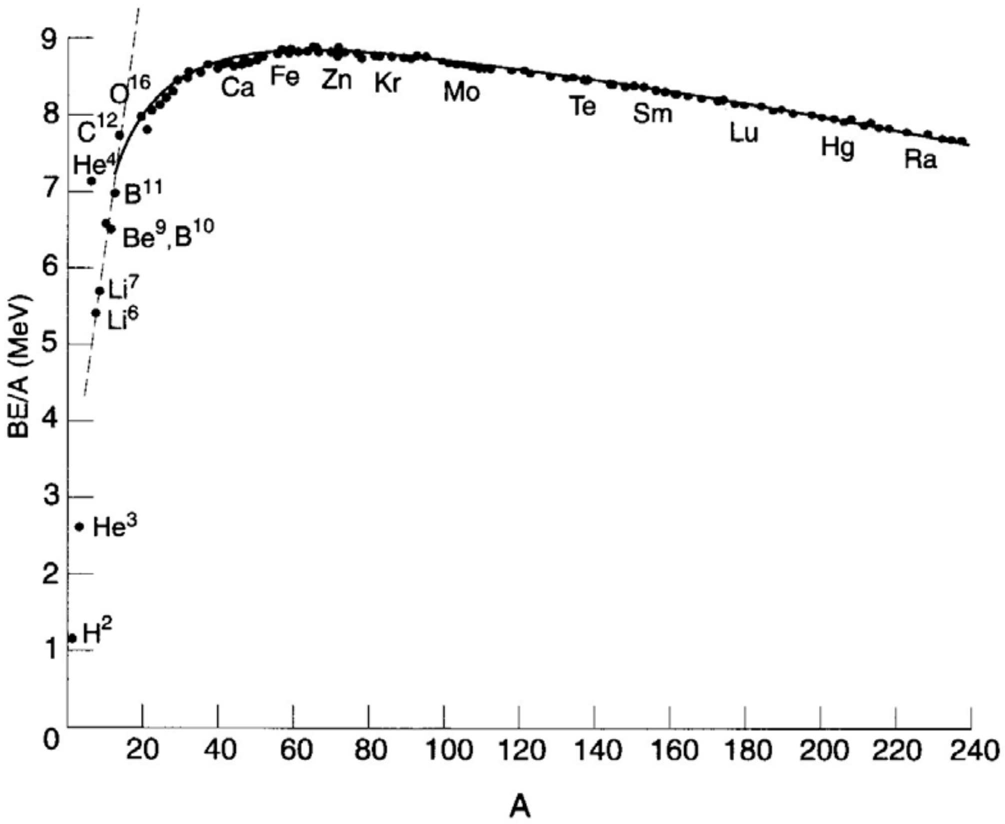
$$\rho_0 \sim 0.17 \quad (\mathrm{fm}^{-3})$$

原子核の飽和性

$$R_0 \sim 1.1 \times A^{1/3} \ (\mathrm{fm})$$

$$a \sim 0.57 \quad (\mathrm{fm})$$

半経験的質量公式



Aの関数としてどのように振る舞うか?

- ✓経験的
- ✓半経験的
- ✓非経験的

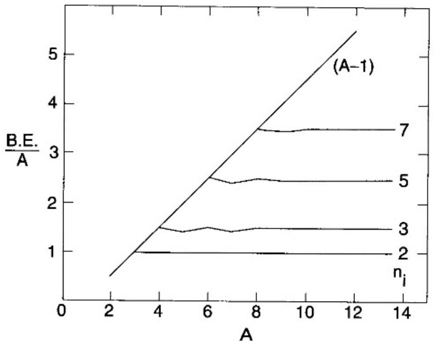
$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\}$ アプローチ

半経験的質量公式

(Bethe-Weizacker 質量公式: 液滴模型)

$$B(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\rm sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

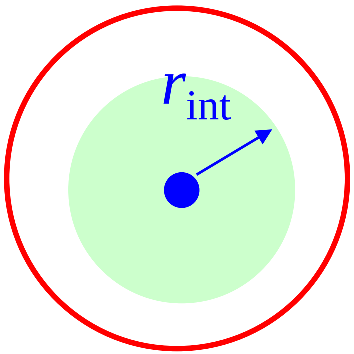
- 体積エネルギー: $a_v A$

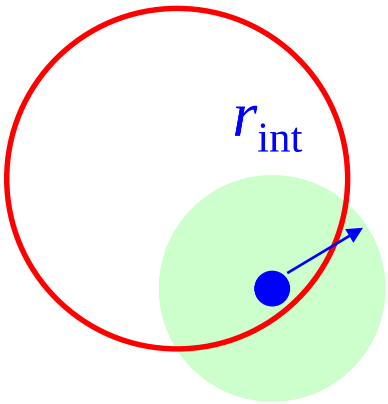


$$R_0 \sim 1.1 \times A^{1/3} \ \rightarrow \ V \propto A$$

$$S \propto A^{2/3}$$

中心部にある核子　表面にある核子





- 表面エネルギー: $-a_s A^{2/3}$

表面付近の核子は少ない数の核子と相互作用する。

$$B(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\rm sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

• クーロン・エネルギー: $-a_C\, Z^2/A^{1/3}$

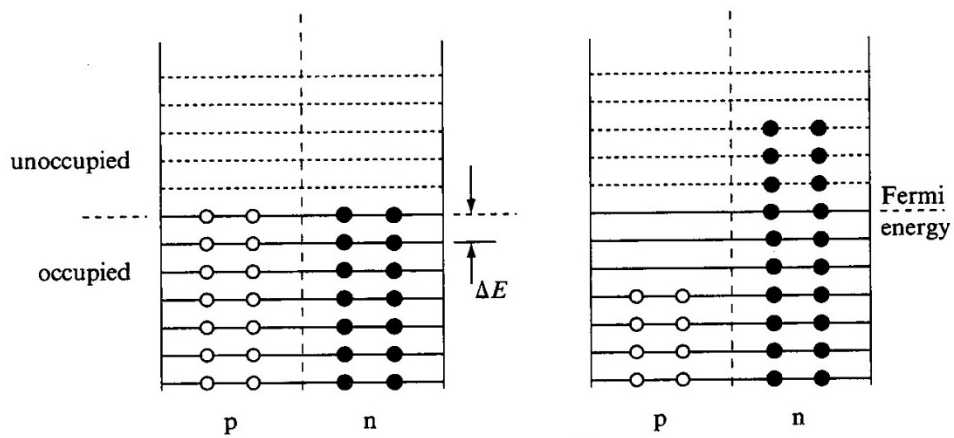
$$E_C = \frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R_C}$$ （一様帯電球のクーロン・エネルギー）

• 対称エネルギー: $-a_{\rm sym}\,(N-Z)^2/A$

ポテンシャル・エネルギー $v_{nn} = v_{pp} = v, \quad v_{np} \sim 2v$

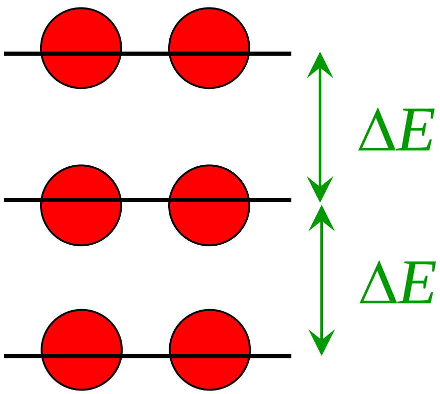
運動エネルギー

パウリ原理

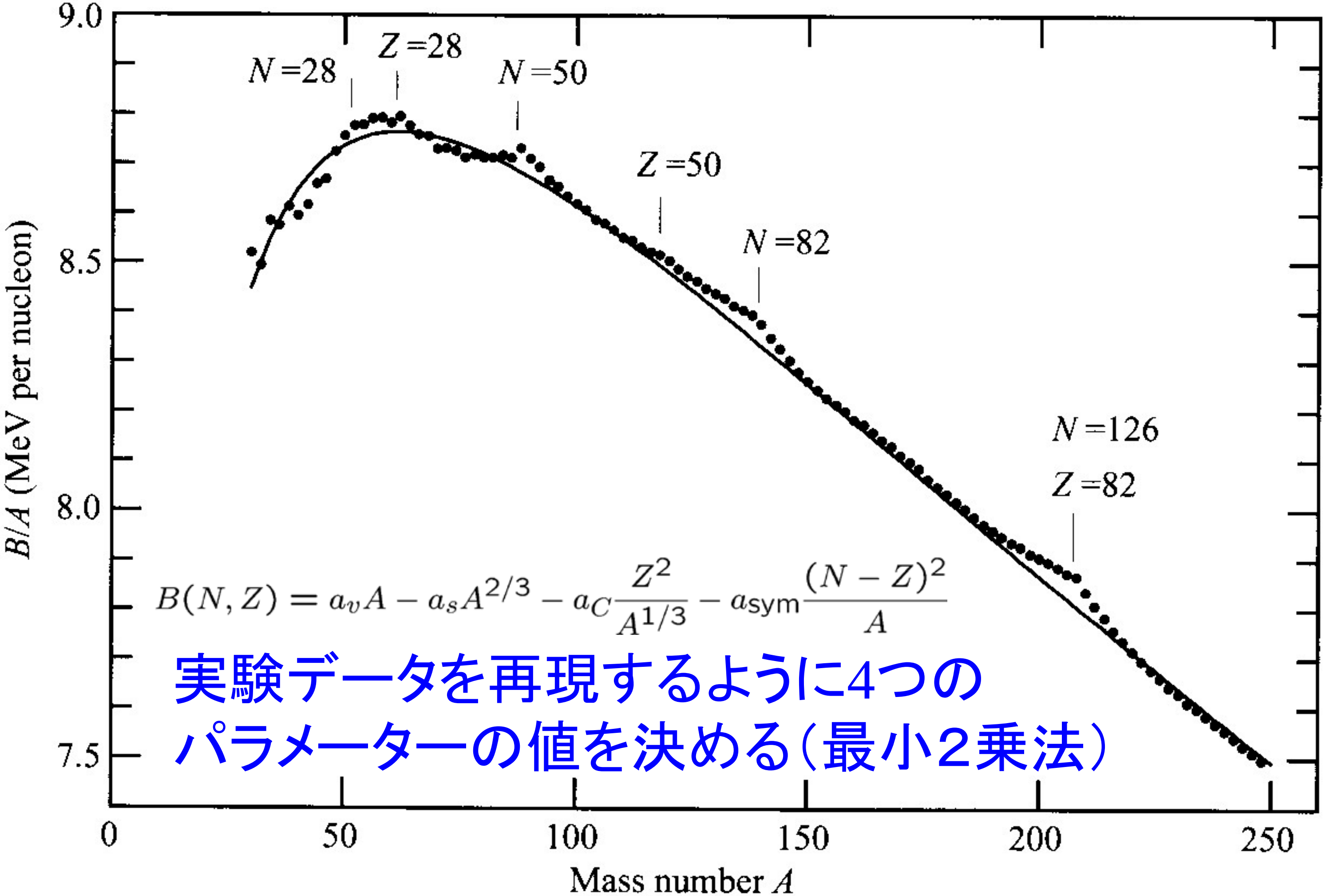


準位エネルギーが $E_\mathrm{k} = k\,\Delta E$ で与えられ、各準位の縮退度が 2 だとすると、

$$
\begin{aligned}
E &= \sum_{k=1}^{N/2} 2k\Delta E + \sum_{k=1}^{Z/2} 2k\Delta E \\
&= 2\Delta E \left(\sum_{k=1}^{N/2} k + \sum_{k=1}^{Z/2} k \right) \\
&= \frac{\Delta E}{2} \left(\frac{N^2 + Z^2}{2} + N + Z \right) \\
&= \frac{\Delta E}{2} \left(\frac{A^2}{4} + A + \frac{1}{4} \cdot (N - Z)^2 \right)
\end{aligned}
$$



どのくらい実験を再現するか？



実験データを再現するように4つのパラメーターの値を決める（最小2乗法）

✓ 大体OK、だけど所々にずれ

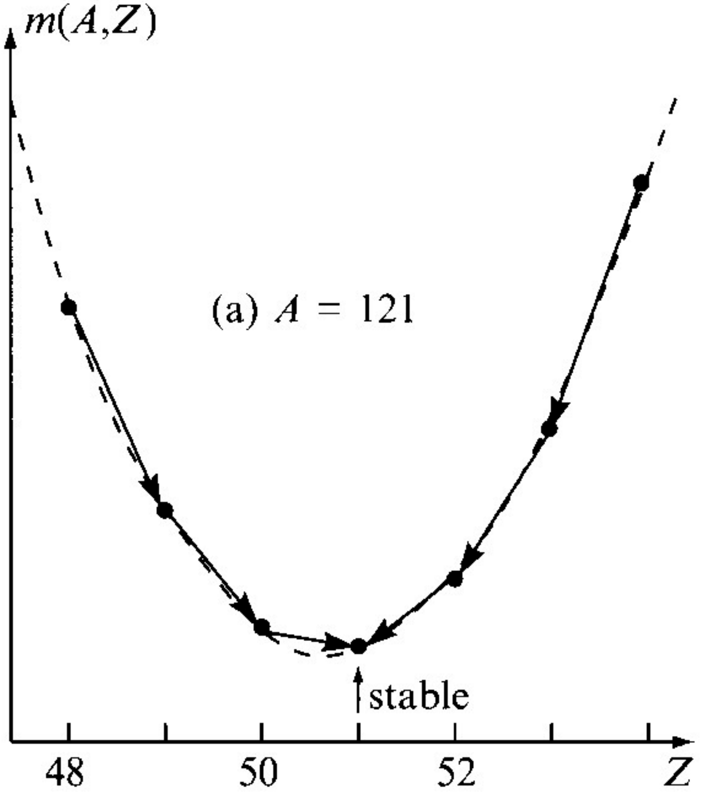
✓ N,Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (魔法数)に対して束縛エネルギー大

⟶ 「殻構造」 （あとで）

β-安定線

$$B(N,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\rm sym} \frac{(N-Z)^2}{A}$$

$$\boxed{m(A,Z) = f(A) + a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_{\rm sym} \frac{(A-2Z)^2}{A}}$$



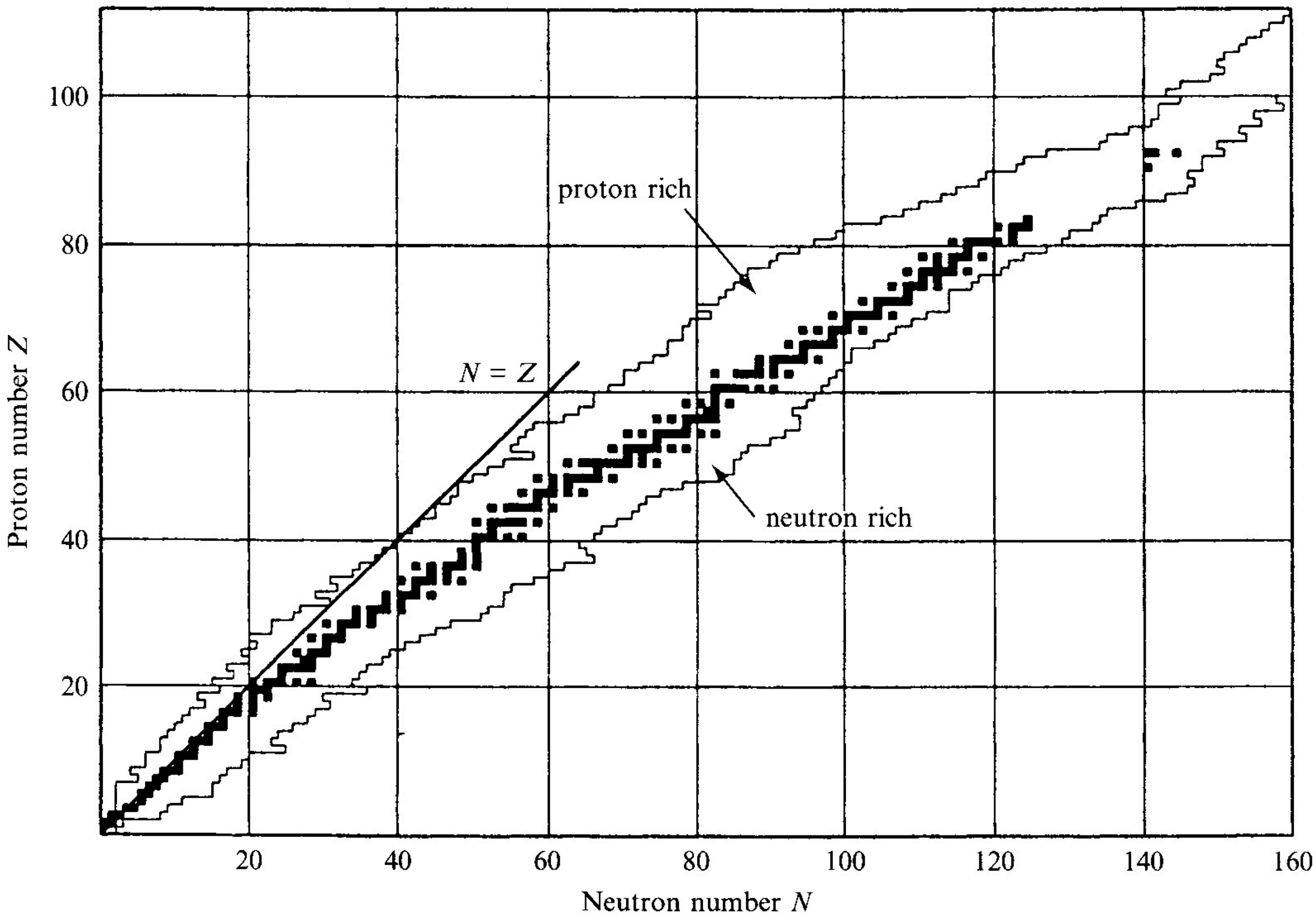
安定核 (beta-安定線)

$$\left.\frac{\partial m}{\partial Z}\right|_{A=const.} = 0$$

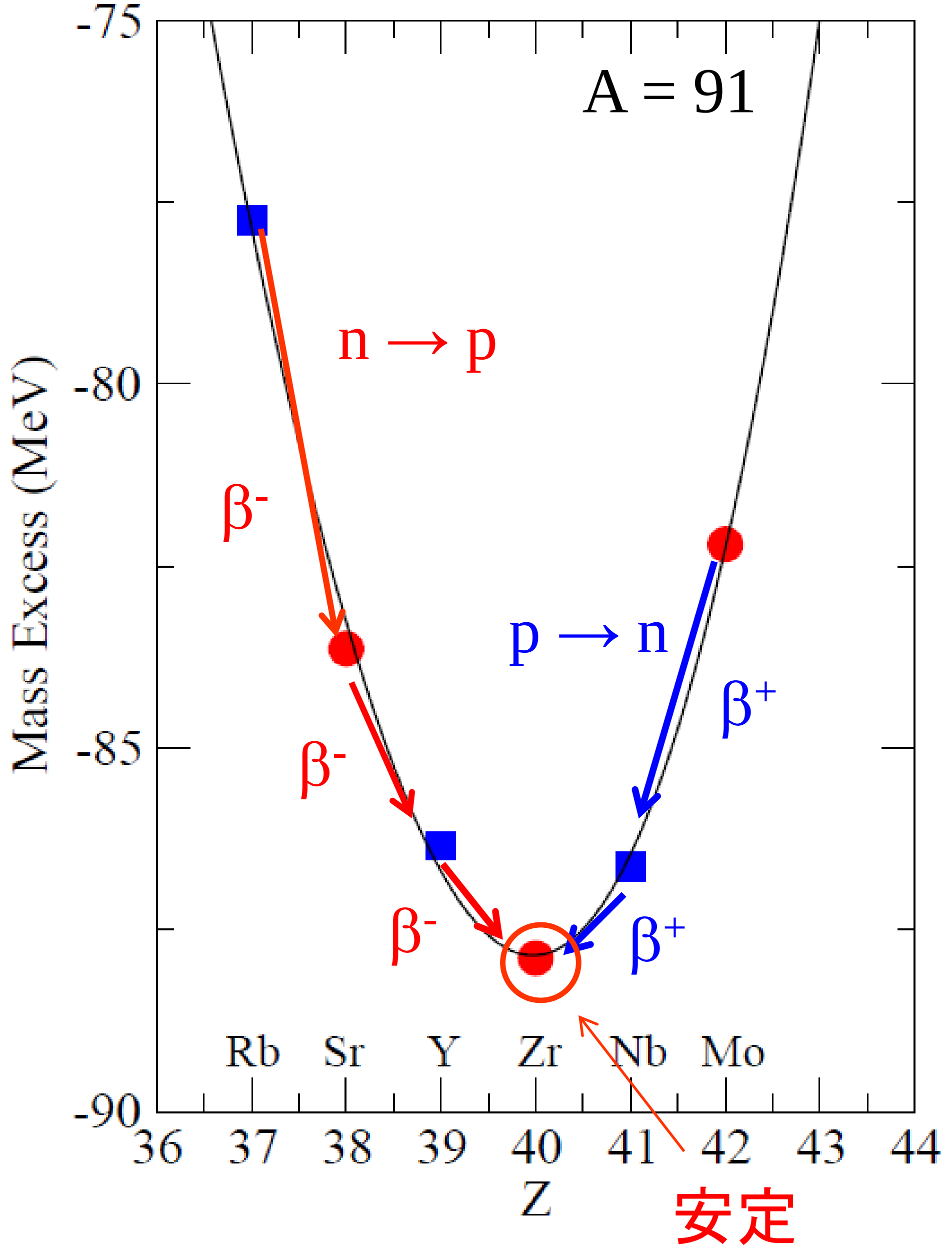
$$Z = \frac{4a_{\rm sym}}{2a_C/A^{1/3} + 8a_{\rm sym}/A}$$

⇨ Z < A/2

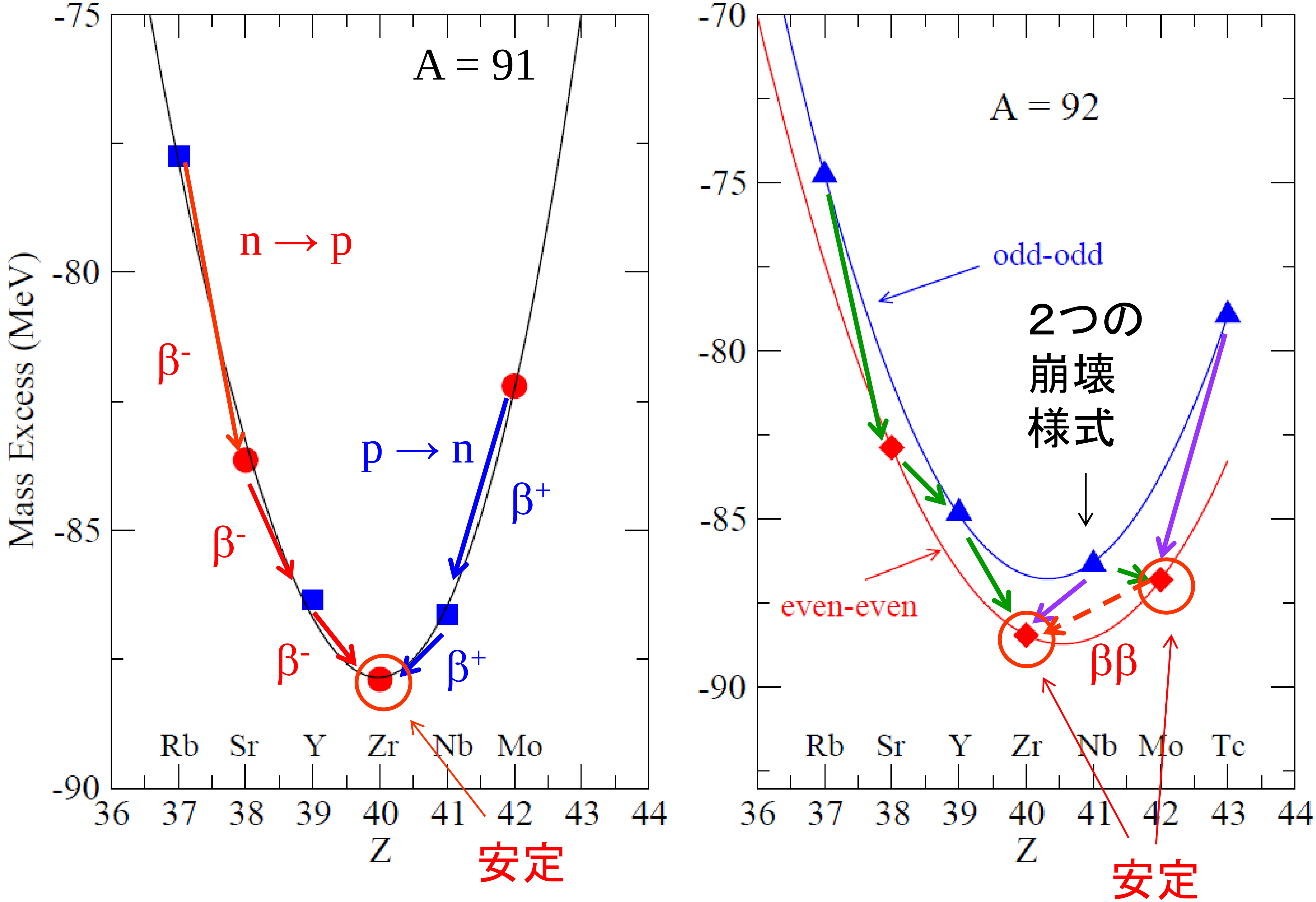
核図表



安定核: $N \geq Z$



A = 91
n → p
p → n
β-
β-
β-
β+
β+
Rb
Sr
Y
Zr
Nb
Mo
-75
-80
-85
-90
36
37
38
39
40
41
42
43
44
Z
Mass Excess (MeV)
安定


A = 91
n → p
p → n
β-
β+
Mass Excess (MeV)
-75
-80
-85
-90
36 37 38 39 40 41 42 43 44
Rb Sr Y Zr Nb Mo
Z
安定
A = 92
odd-odd
even-even
2つの
崩壊
様式
ββ
-70
Rb Sr Y Zr Nb Mo Tc
安定

出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室（所属大講座）

この授業に関して、質問や疑問を自由に何でも書いて下さい
（質問が特になければ感想でも可）

例）
- 今日の授業で面白かったこと
- 自分にとって発見だったこと
- 今日の授業でわかりずらかったこと
（もう一度説明して欲しいこと）
- 今日の授業を聞いて疑問に思ったこと
- 授業への要望等でもOK

などなど