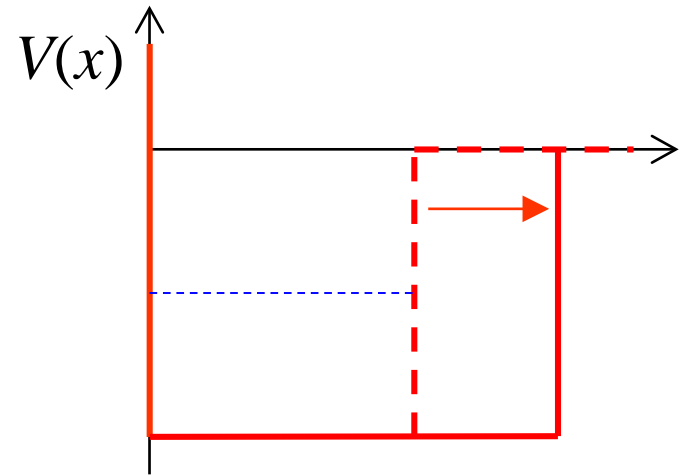
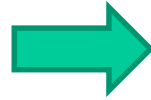
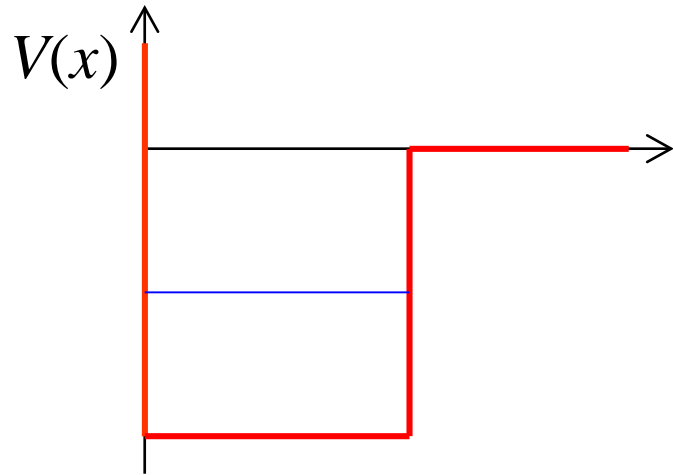


1次元井戸型ポテンシャル



先々週のアンケートより
(r-プロセス元素合成)

▶ ビッグバン以降も β 崩壊などで陽子が作られたのではないのですか？

「僕たちの体の中の水素は138億歳。つまり、ビッグバンの時にできた水素が巡り巡って僕たちの体の中にある。」

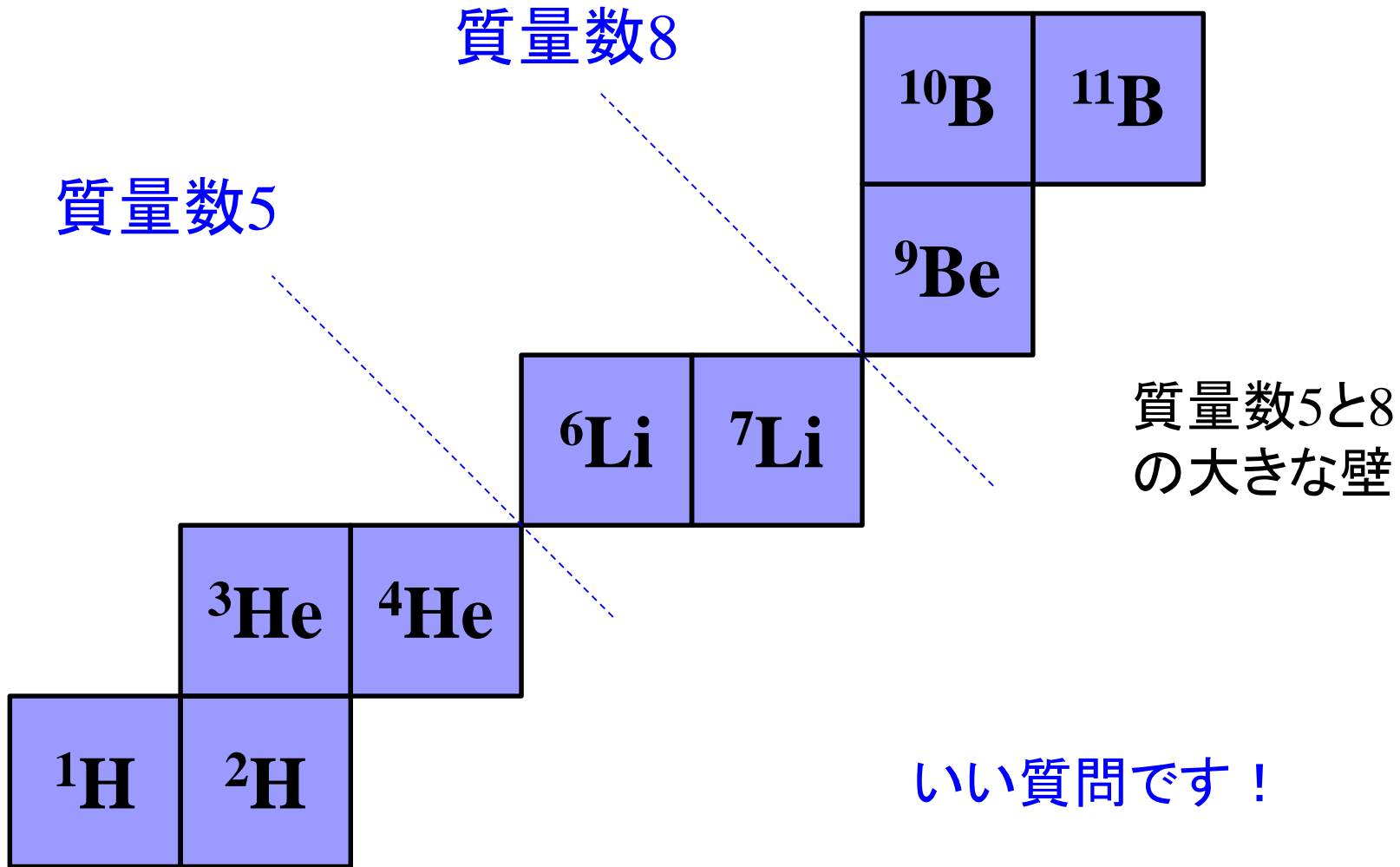
✓ 確かにその通りですね。でも、大量の水素ができたのはビッグバンの時だけ。



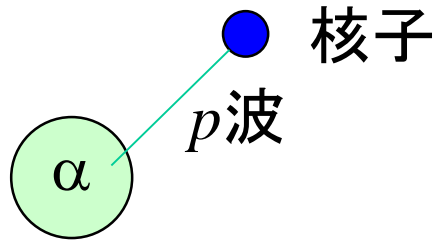
「知ろうとすること。」
早野龍五、糸井重里 著
新潮文庫

➤ 質量数5と8に壁がある理論的な理由は？

B(ホウ素)までの安定な原子核



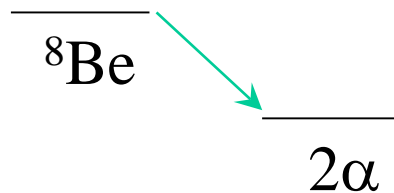
✓ $A=5$ の原子核は「 α +陽子」または「 α +中性子」



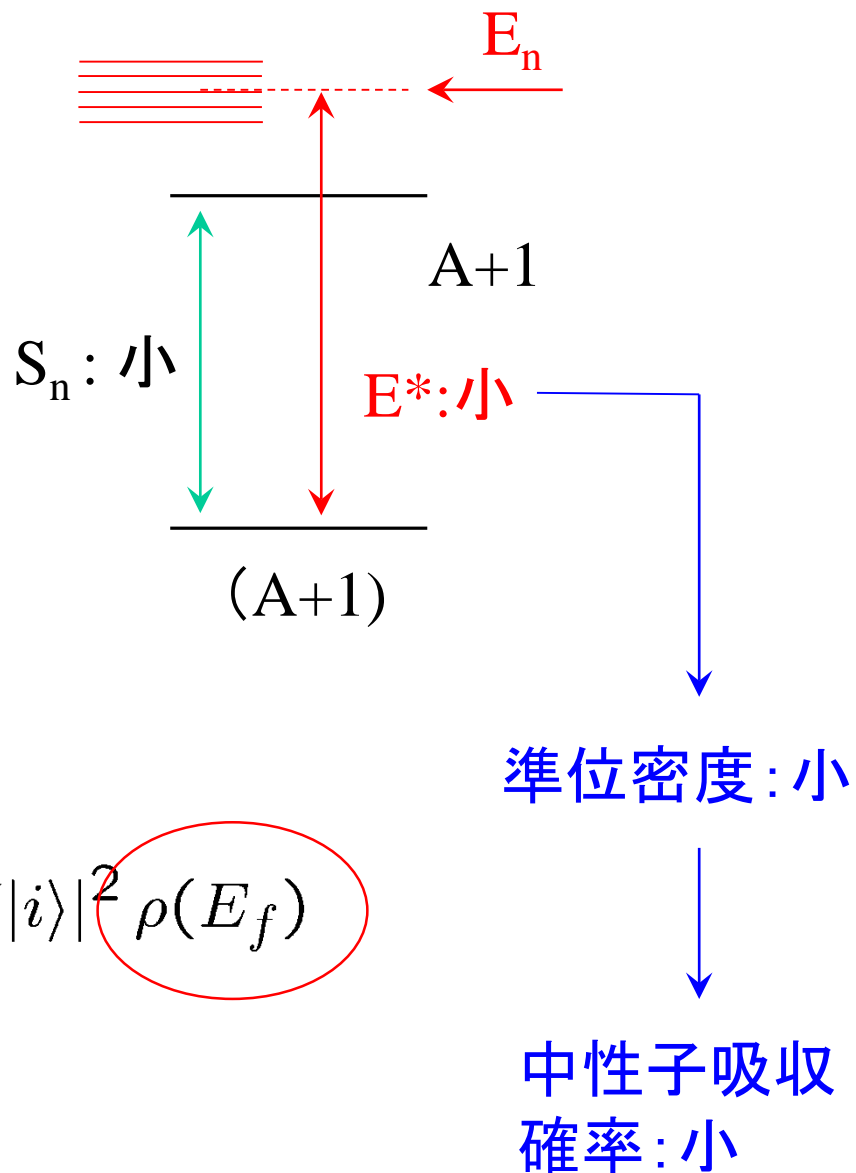
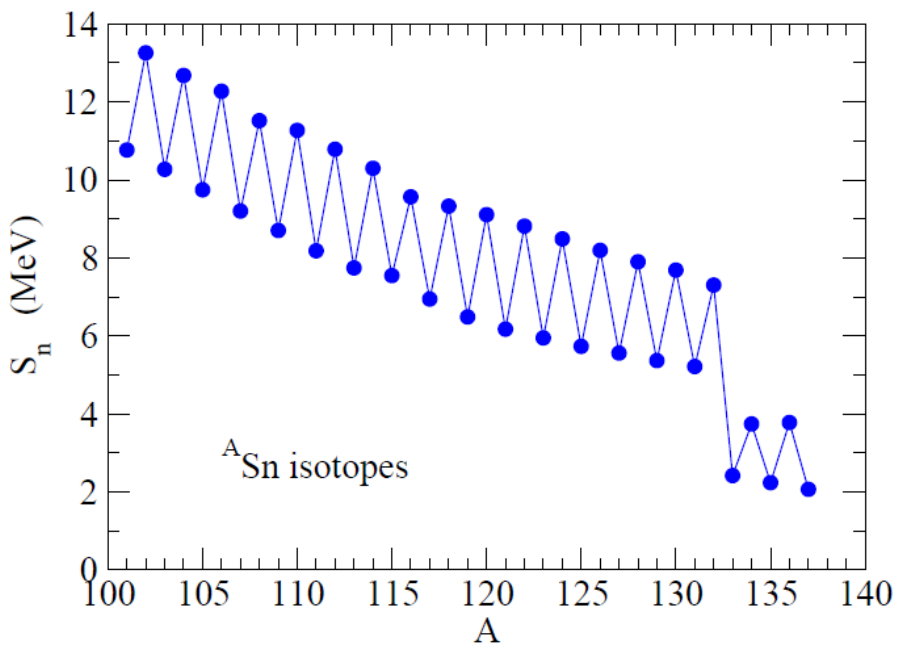
アルファ粒子は小さいので、
アルファ-核子ポテンシャルが十分深く
ならない
→ p 波の束縛状態を作らない

✓ $A=8$ で安定になりそうなのは ${}^8\text{Be}$ ($Z=4$, $N=4$)

α 粒子がとても安定なので、 ${}^8\text{Be}$ より 2α の方がエネルギーが小

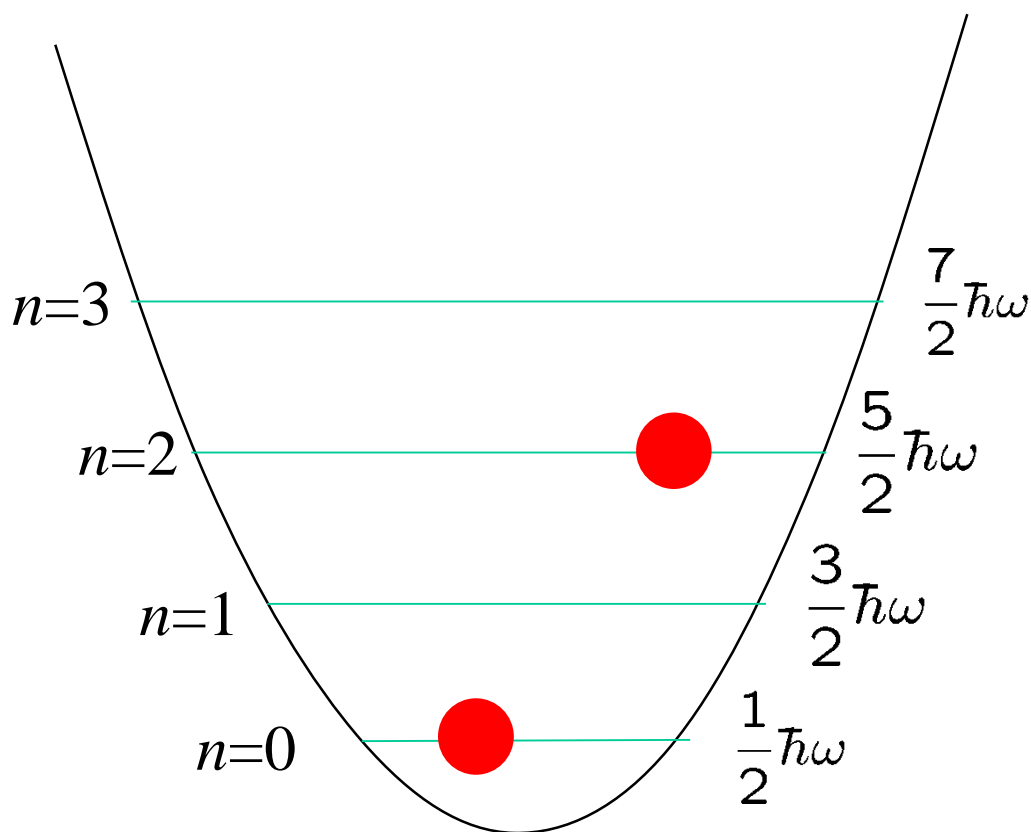


➤ 励起エネルギーが小さいと準位密度が小さくなるところをもう一度



$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | V | i \rangle|^2 \rho(E_f)$$

* 励起エネルギーが大きいと、そのエネルギーを作る組み合わせが多くなる → 準位密度が大きくなる

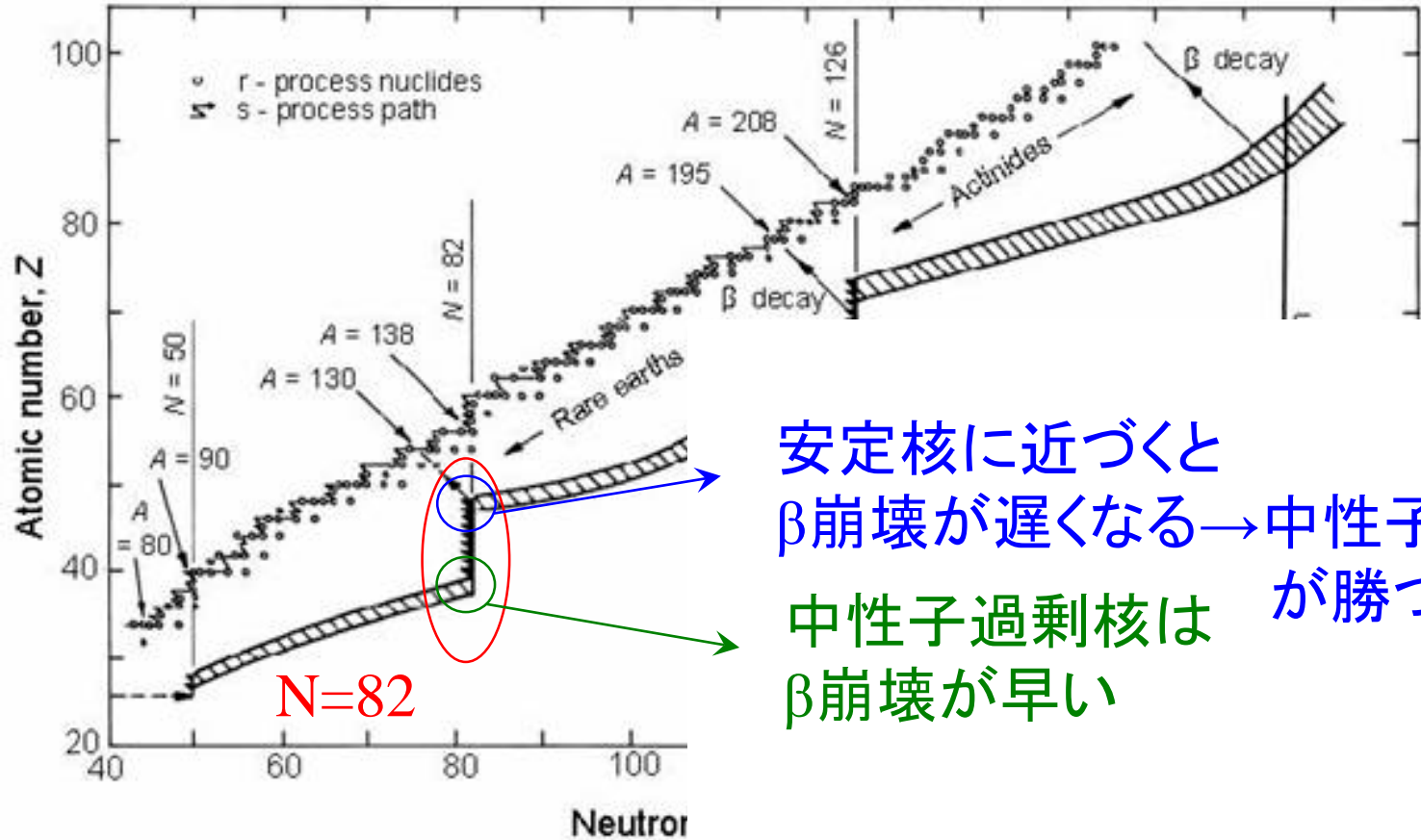


$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega$$

例えば、2つの(異種)粒子の全エネルギー

n_1+n_2	(n_1, n_2)
0	(0,0)
1	(0,1), (1,0)
2	(0,2), (1,1), (2,0)
3	(0,3), (1,2), (2,1), (2,2)
4	(0,4), (1,3), (2,2), (3,1), (4,0)

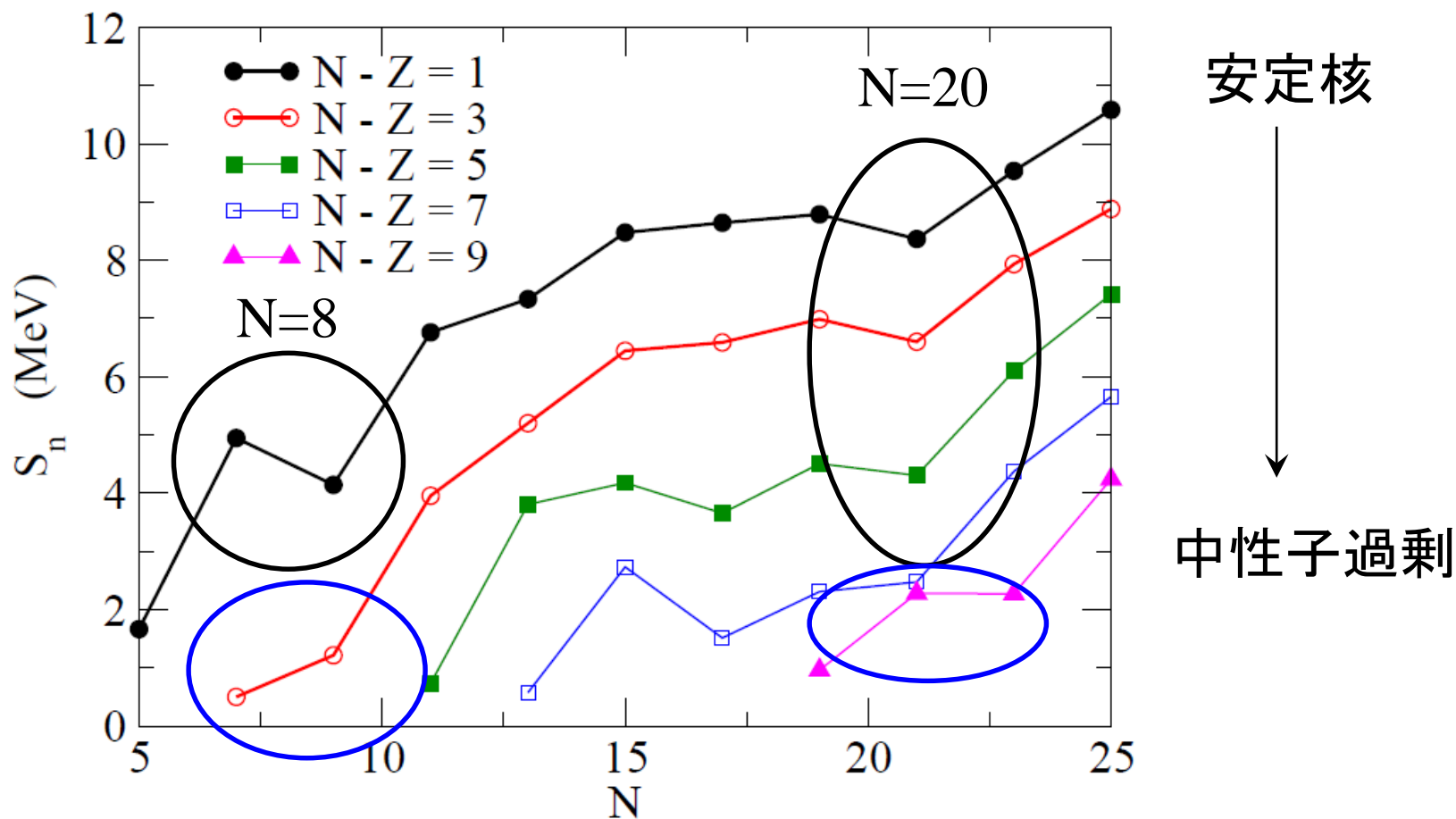
➤ 滞留の終わりではなにが起きているのか？



安定核に近づくともβ崩壊が遅くなる→中性子吸収が勝つ

中性子過剰核はβ崩壊が早い

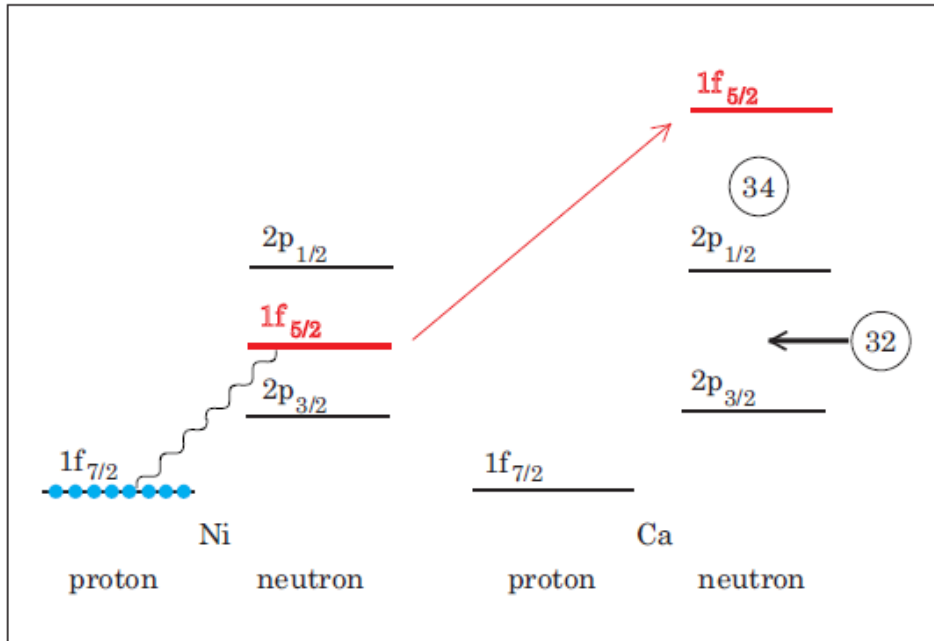
➤ $N-Z$ が $N/2$ くらいになったときに魔法数が消えているように見えるけど何故か？



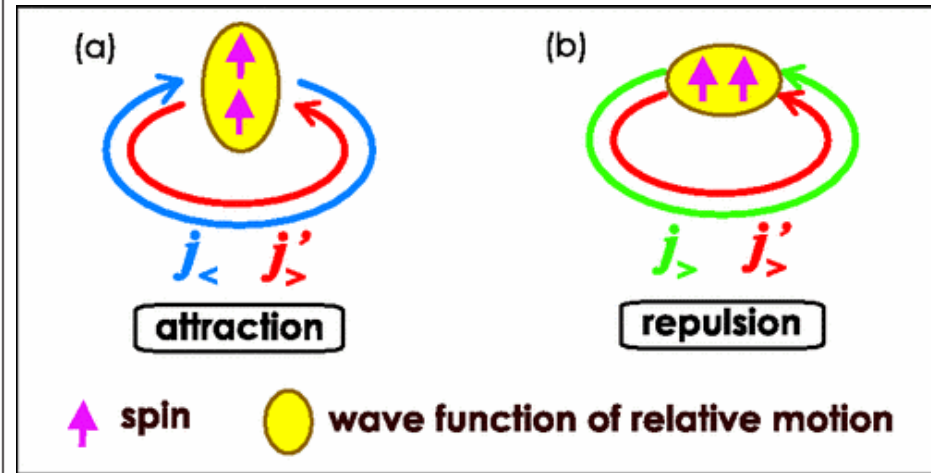
✓ 多分、偶然だと思います。
 (軽い原子核では、そのくらいになると存在限界がくるため)

➤ 中性子過剰核で魔法数が変化するメカニズムは？

✓ pn 間のテンソル力の効果ではないかと言われています。



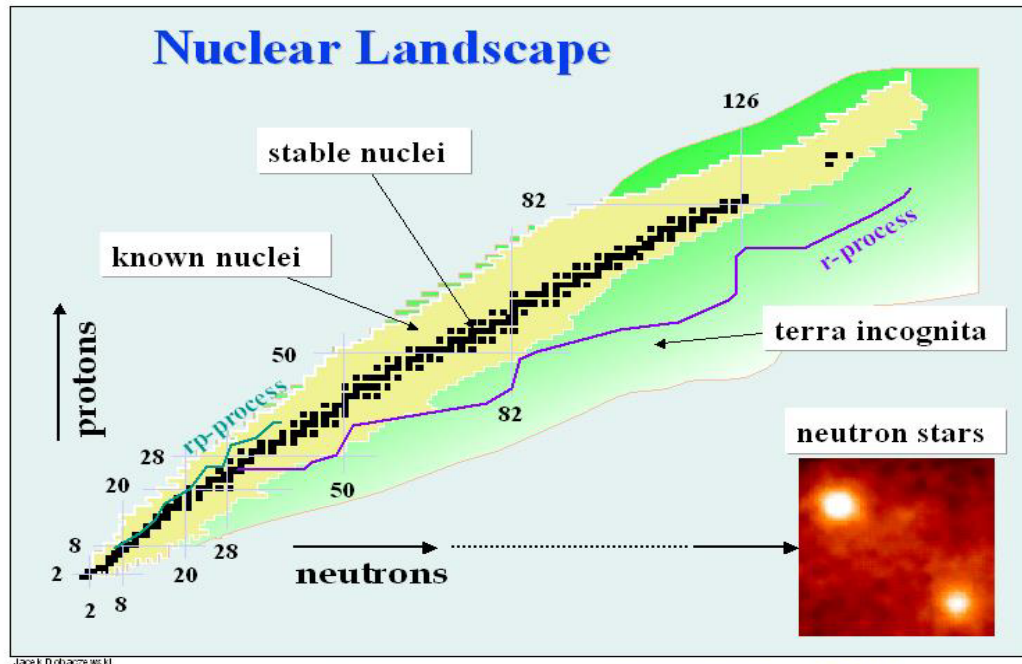
T. Otsuka et al.,
arXiv:1805.06501



T. Otsuka et al.,
PRL95 ('05) 232502

* 魔法数が重い中性子過剰核で変化するかどうかはまだ
分かっていない
→ rプロセスのシミュレーションでも考慮されていない

➤ 核図表で原子核の存在限界(ドリップ線)はどのように決めるのですか？



いい質問です！

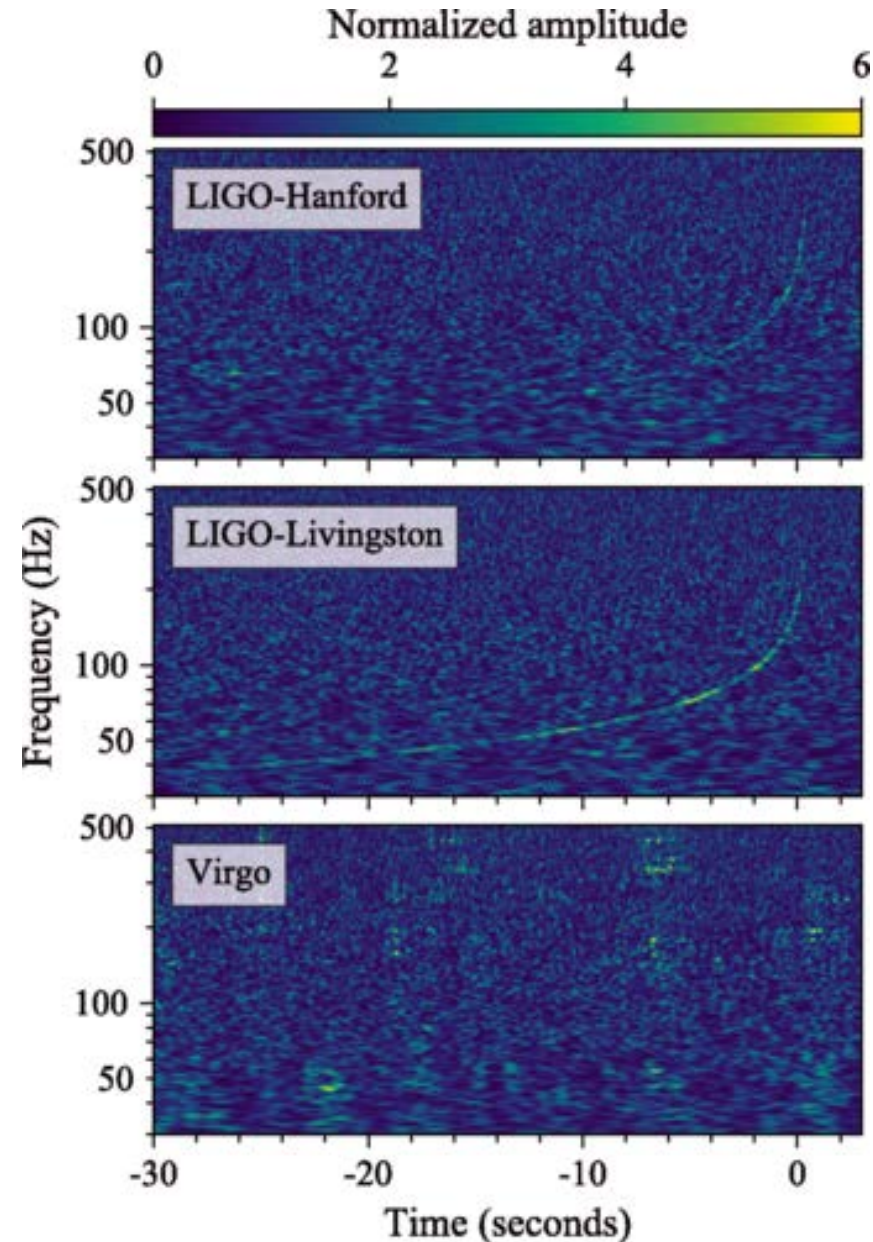
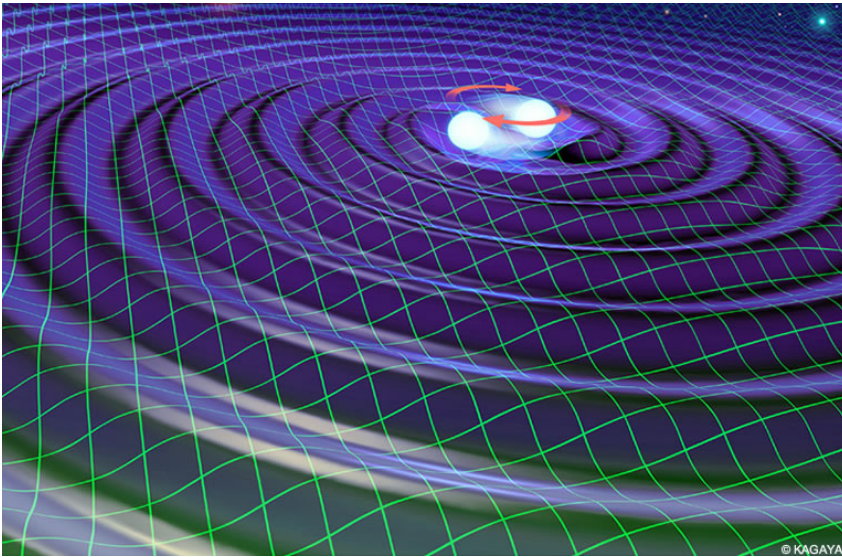
原子核の質量を微視的に求める

- 液滴模型 + 殻補正
- 平均場理論

など。

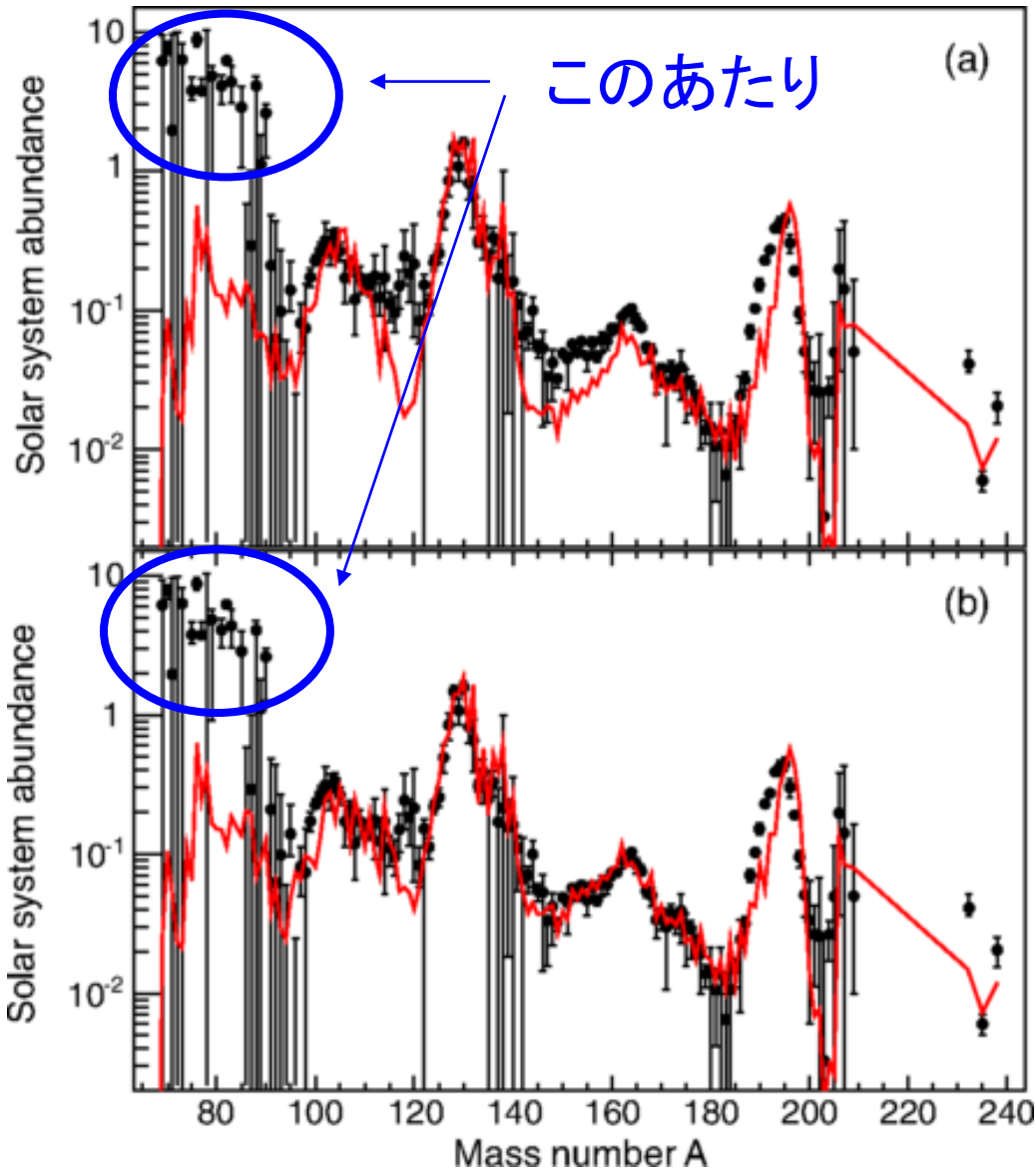
$M(N+1, Z) > M(N, Z) + M_n$ になったら中性子が束縛しない

➤ 重力波の観測から中性子星の合体が分かったということだが、これは理論との比較からですか？



✓ その通り。
数値相対論による計算との
比較。

➤ r-プロセスの計算で $A \sim 80$ のあたりが合っていないようですが。。。



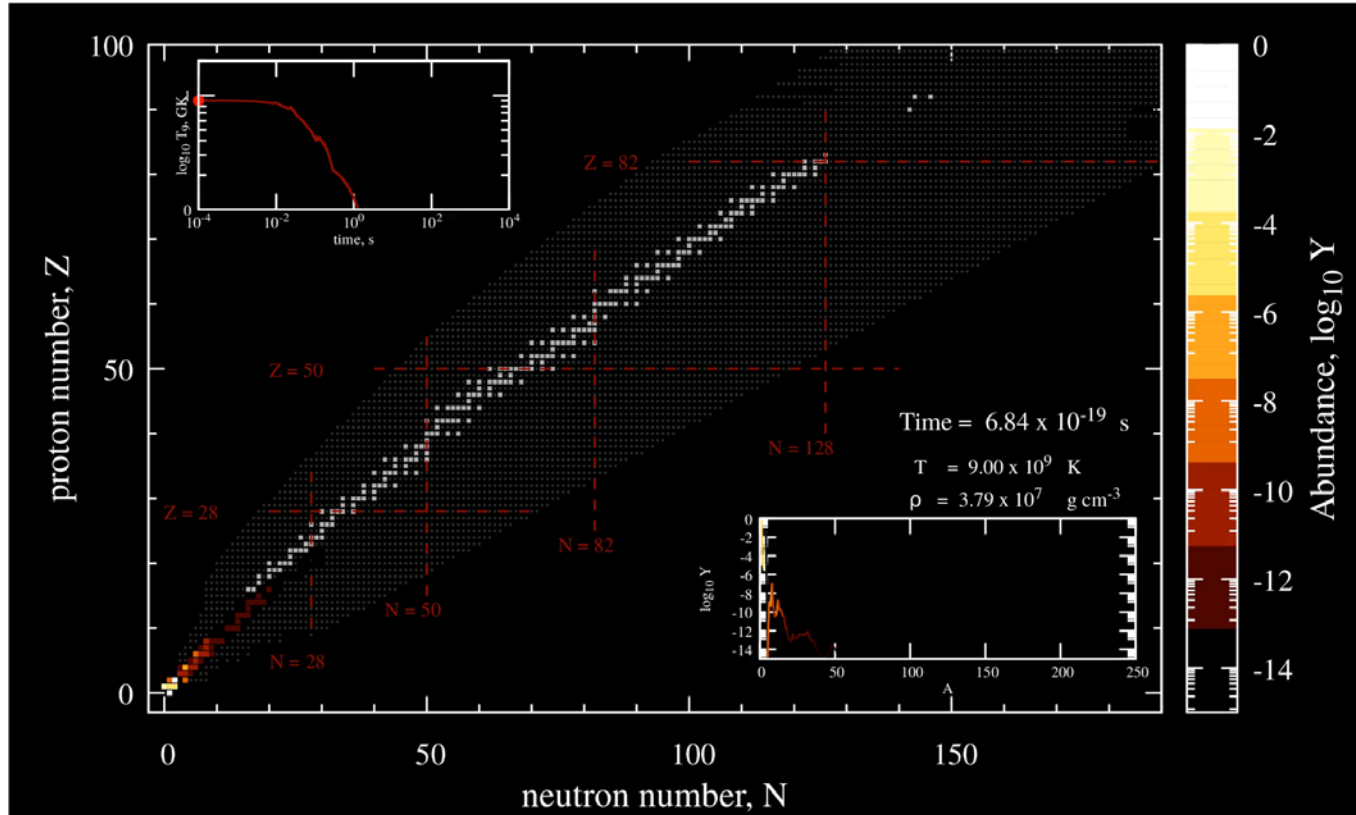
✓ そうですね。

やはり、r-プロセスはまだ完全に理解されているわけではない。

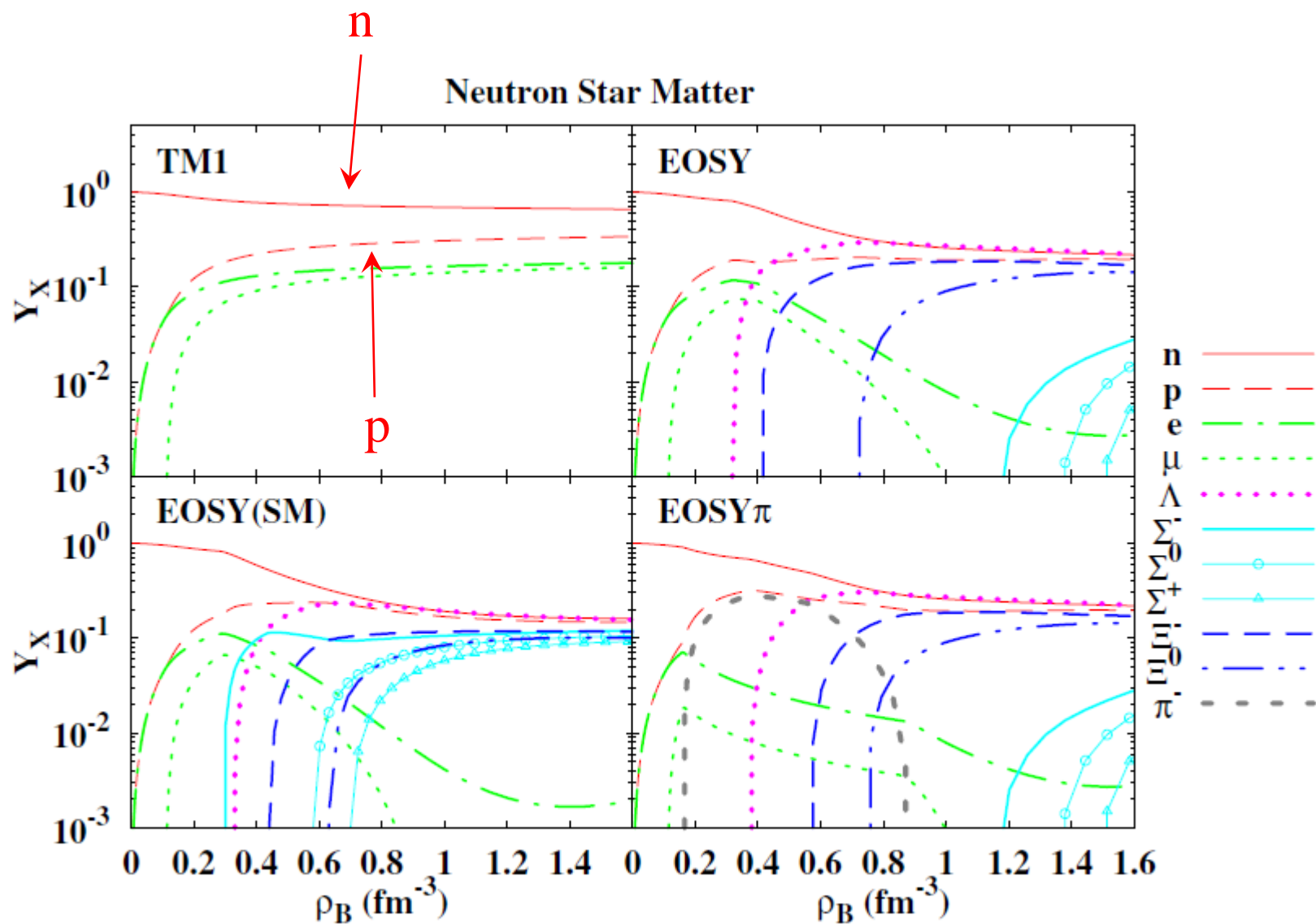
➤ rp-プロセスって何ですか？

中性子ではなく陽子を吸収するプロセス。陽子がいっぱいあると起きる。

- 中性子星ってほとんど中性子のはずなのに、どうしてrプロセスが起こるのか?



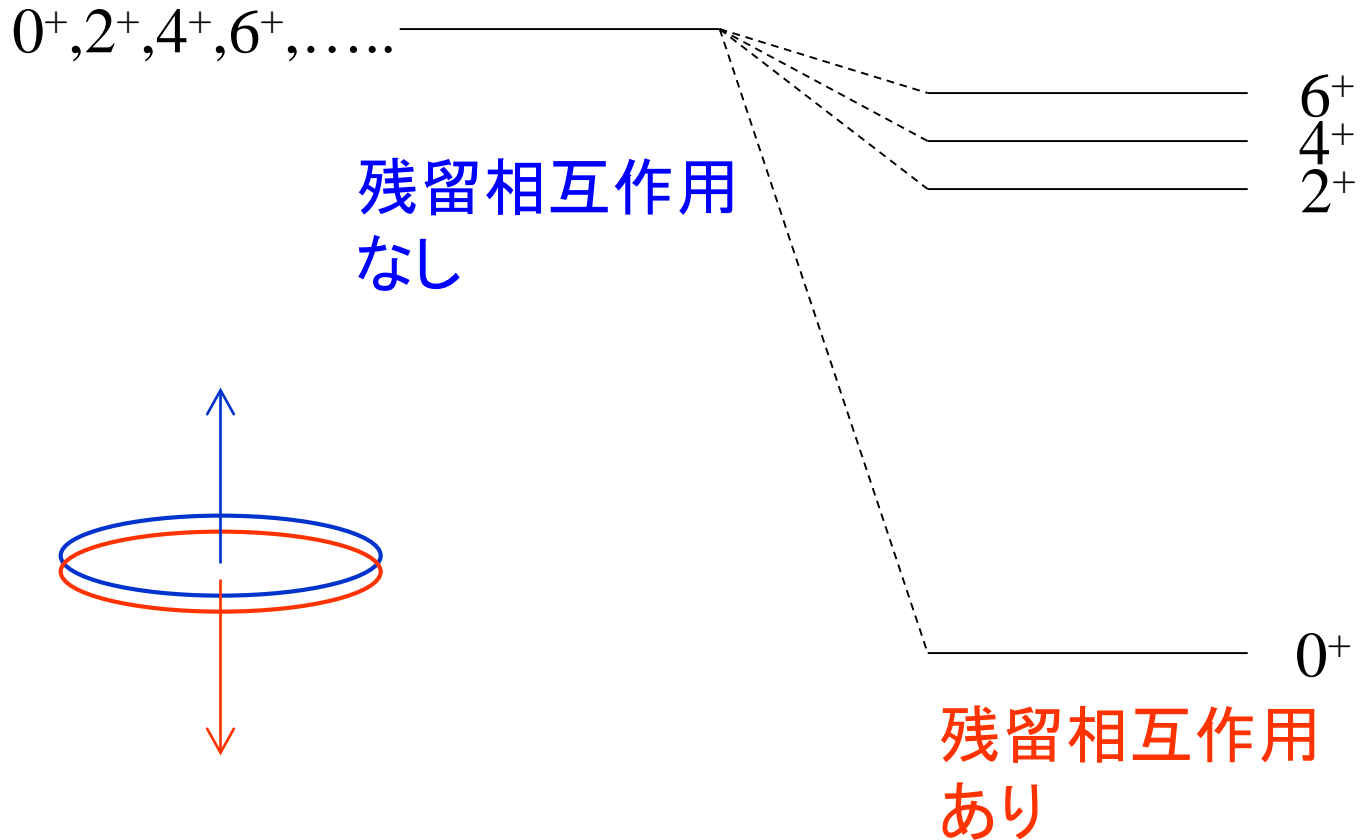
✓ 中性子星の中心部には割と多くの陽子がいるかもしれない



先週のアンケートより (対相関)

その前に、復習を兼ねて、先週話せなかったこと

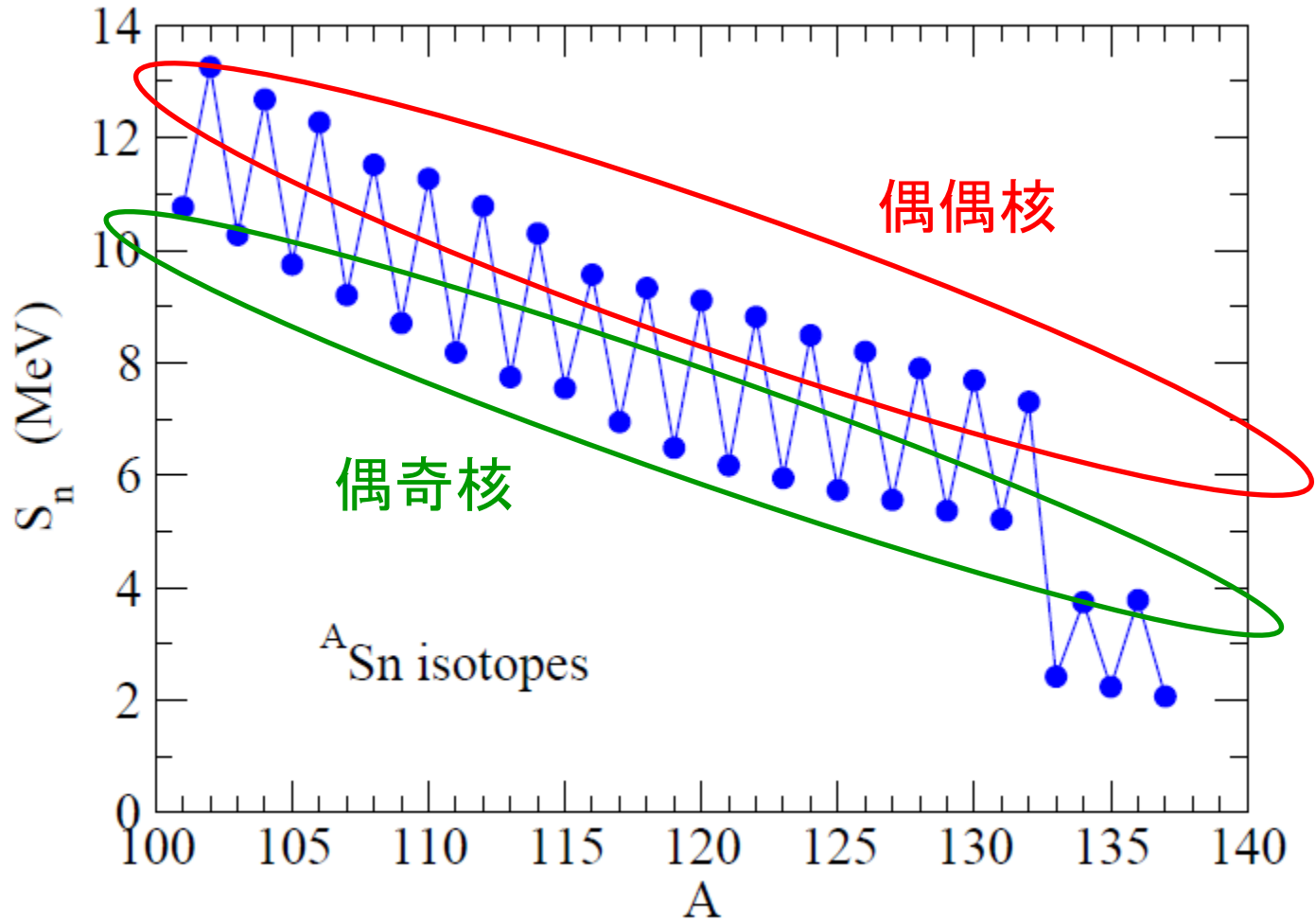
対相関の帰結 (1): 基底状態のスピン、パリティ



原子核の基底状態のスピン

➤ 偶偶核: 0^+

対相関の帰結 (2): 分離エネルギーにおける偶奇効果



1n separation energy: $S_n (A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$

対相関の帰結 (3): 中性子誘起核分裂

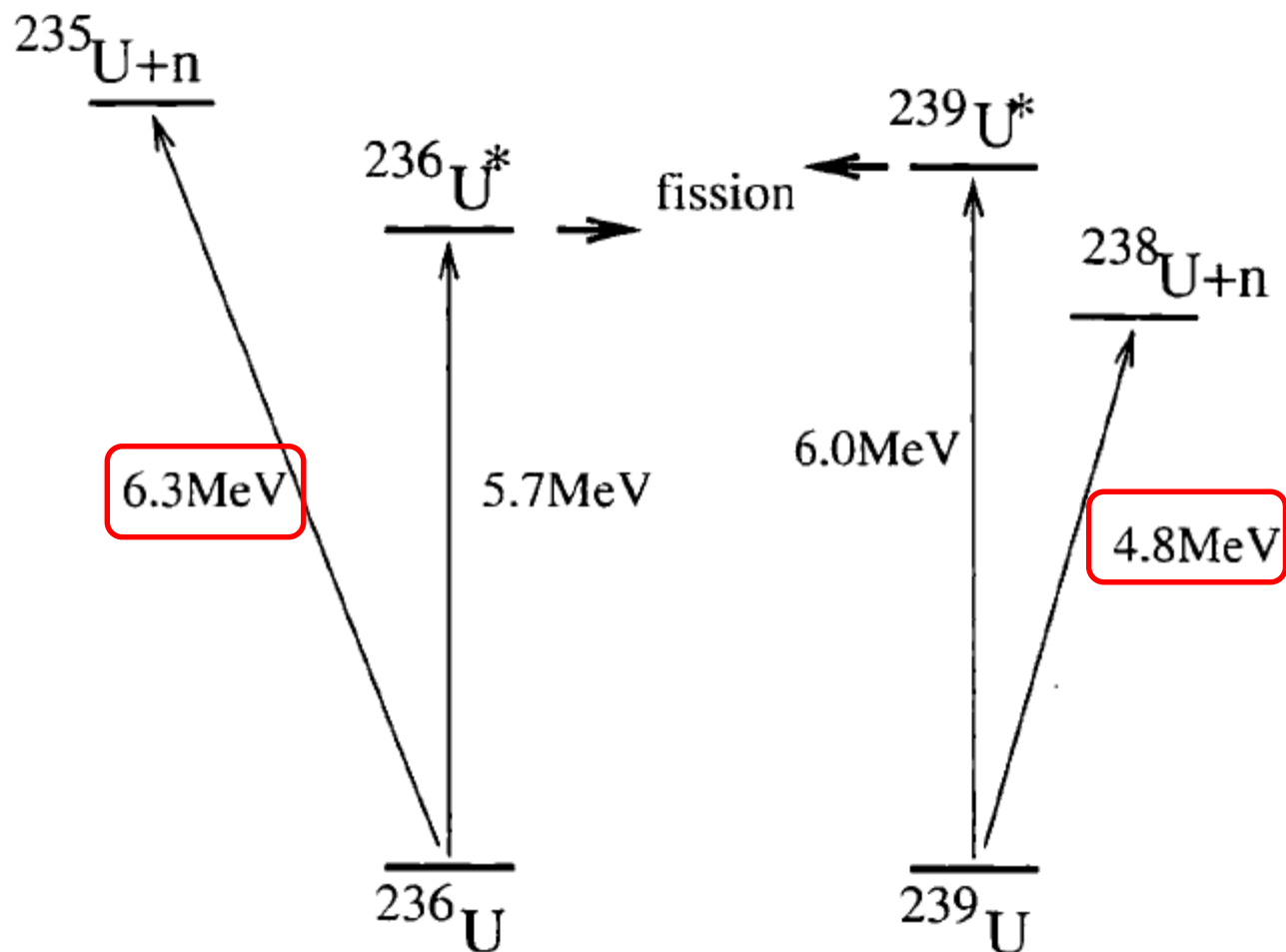
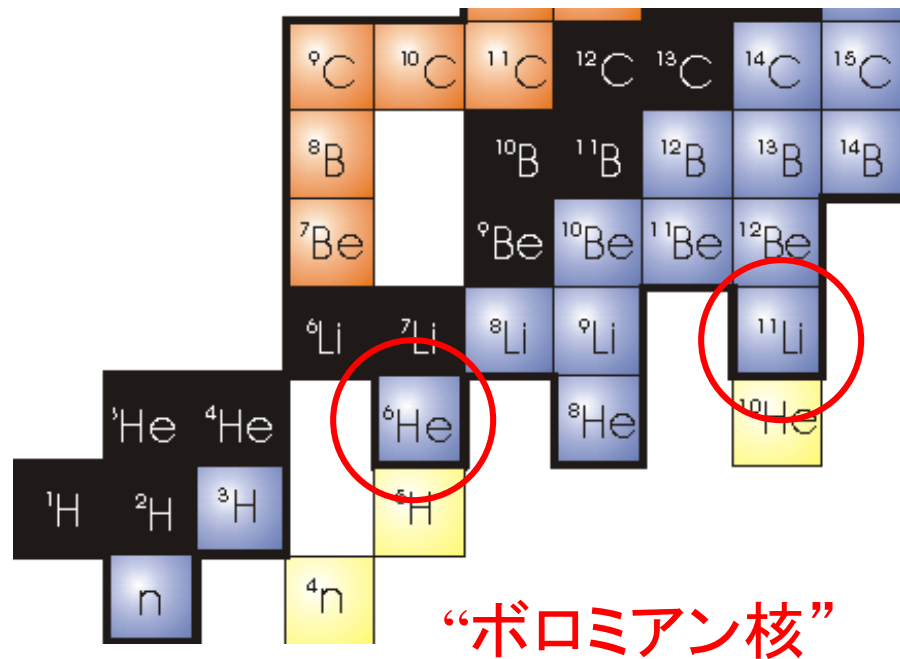
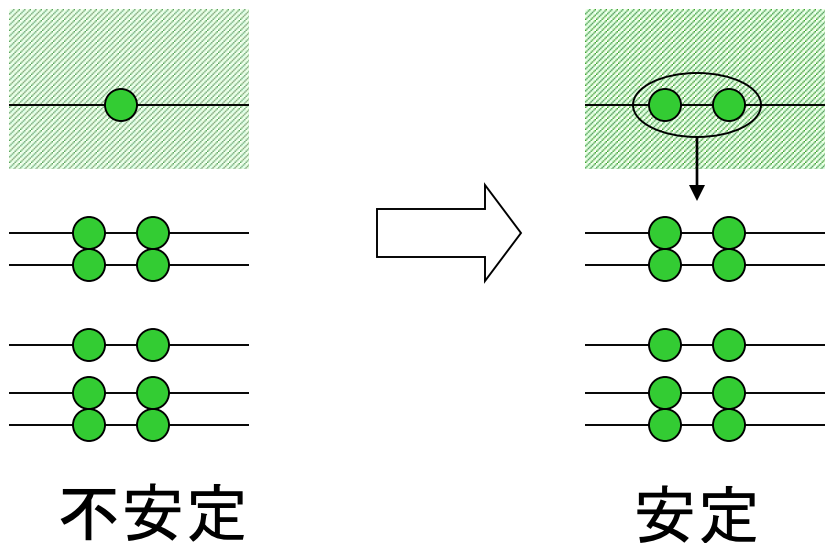


Fig. 6.6. Levels of the systems $A = 236$ and $A = 239$ involved in the fission of ^{236}U and ^{239}U . The addition of a motionless (or thermal) neutron to ^{235}U can lead to the fission of ^{236}U . On the other hand, fission of ^{239}U requires the addition of a neutron of kinetic energy $T_n = 6.0 - 4.8 = 1.2\text{MeV}$.

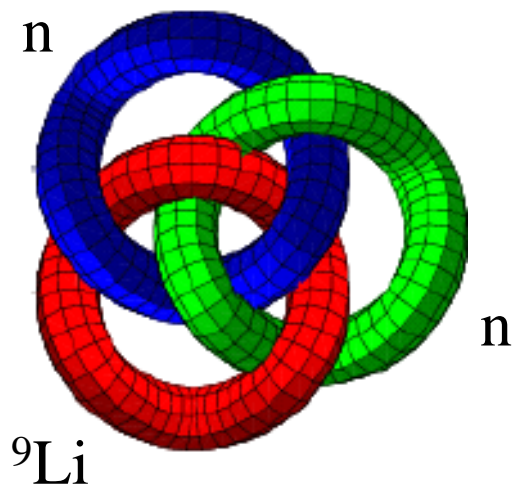
対相関の帰結 (4): 中性子過剰核

残留相互作用 → 引力



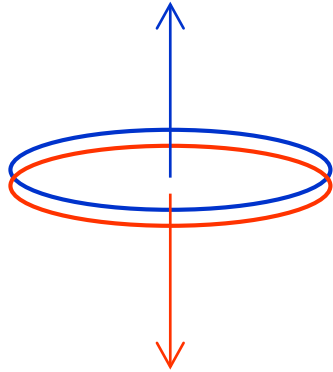
「ボロミアン・リング」

3つの輪はつながっているけど、どれか1つをはずすとバラバラになる



先週のアンケートより
(対相関)

- 中性子同士の対相関の話になっていましたが、陽子同士の対相関は考えなくてもいいのですか？



✓ 対相関 → 核力が短距離力であることが重要

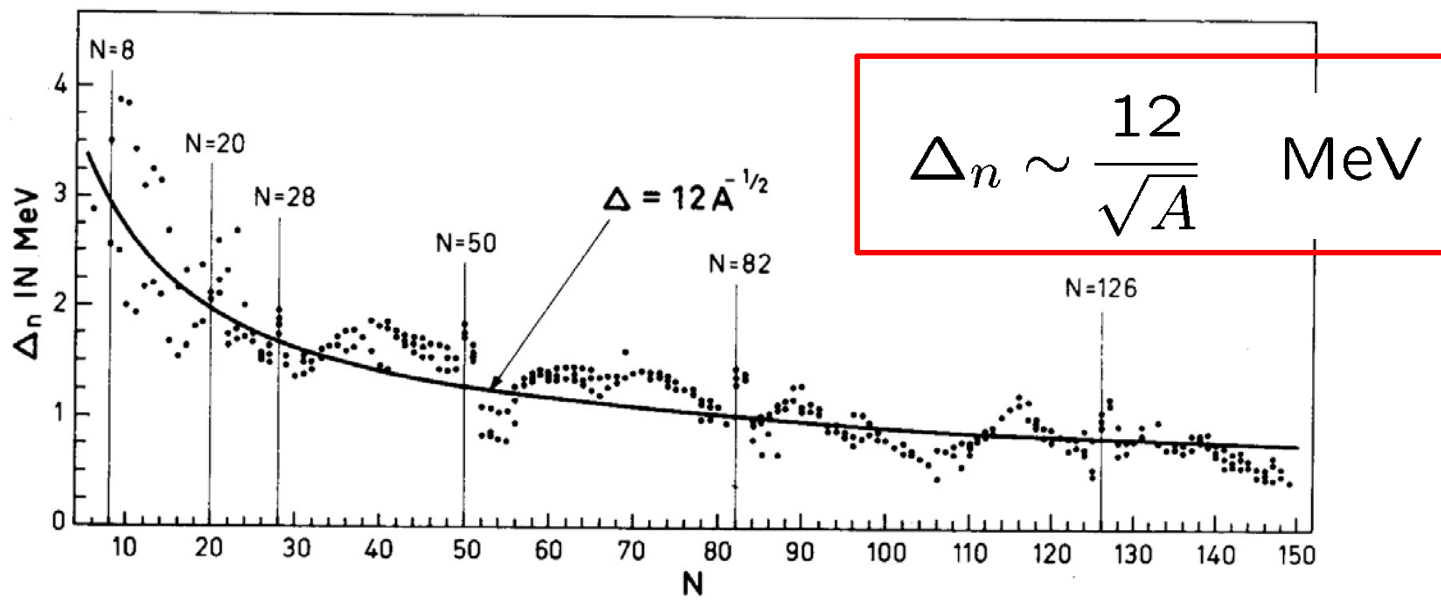
➡ 陽子同士にも対相関がはたらきます

- 対相関はデルタ関数型の核力の場合のみですか（実際の系でも同じ性質を示すのですか）？
 - ✓ 短距離力であれば、デルタ関数でなくてもよい。（ただし、デルタ関数だといろいろ楽になる）
- 残留相互作用をデルタ関数にした根拠は何ですか？
 - ✓ 短距離力の極端な場合（超短距離力）

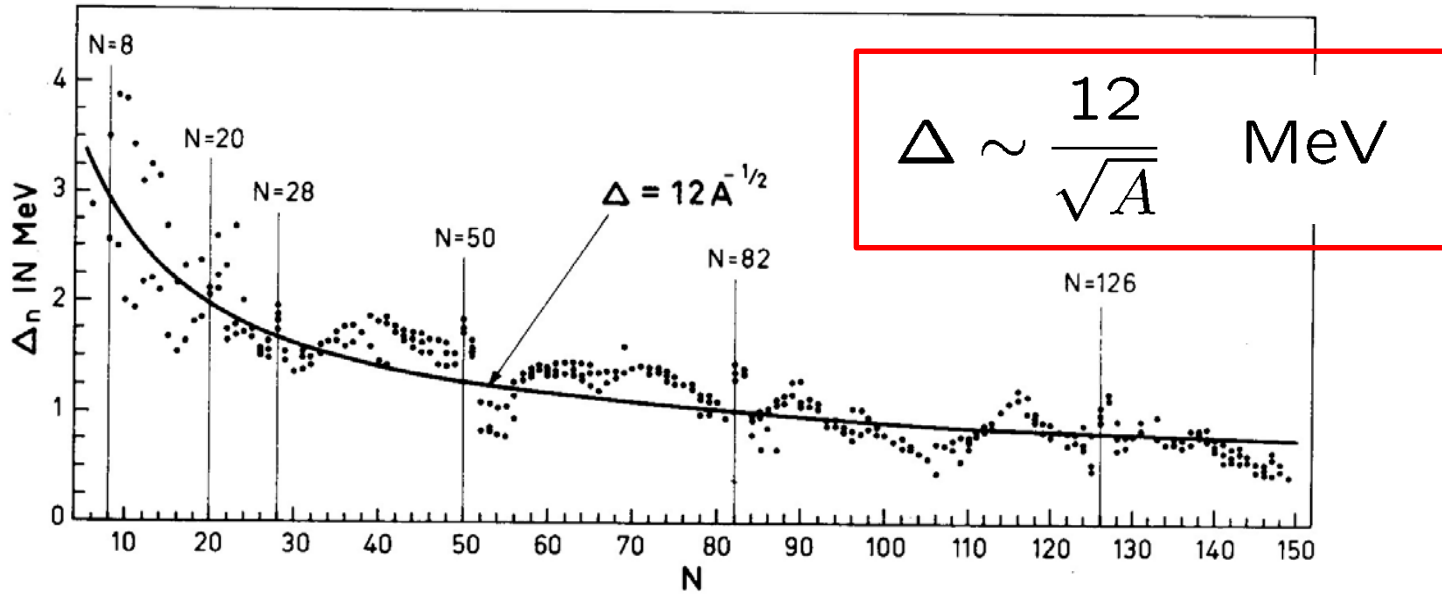
➤ 質量公式の中で、 B_{pair} が偶偶と奇奇で同じになるのは何ですか？

$$\begin{aligned}
 B_{\text{pair}} &= \Delta && \text{(for even - even)} && \text{偶偶} \\
 &= 0 && \text{(for even - odd)} && \text{偶奇 or 奇偶} \\
 &= -\Delta && \text{(for odd - odd)} && \text{奇奇}
 \end{aligned}$$

✓ 経験的に、陽子の Δ も中性子の Δ も A が同じであれば大体同じなため



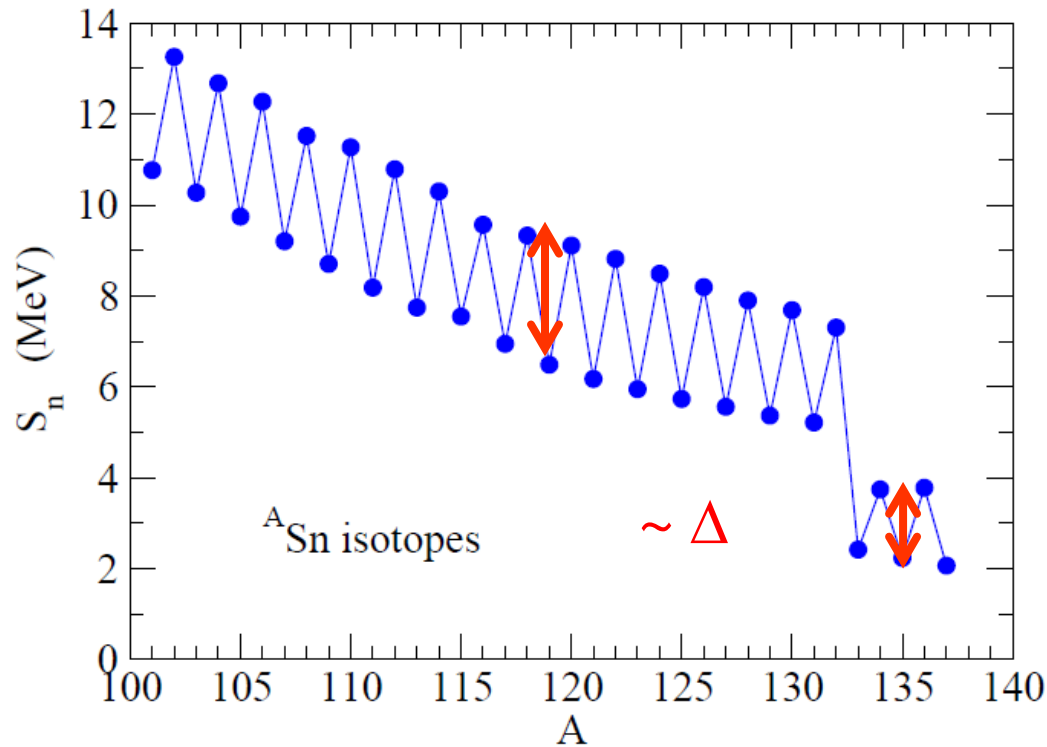
➤ この式に理論的な根拠はあるのか？



✓ いい質問です！

多分ないです(現象論的なフィッティング)

➤ Sn の同位体で $N=82$ の前後で Δ の値が変わっているのは何故？



✓ いい質問です！

$A = 133$ ($N=83$) 以降は、束縛準位の数小さい

(ただし、理論的には、連続状態との結合も重要になる)

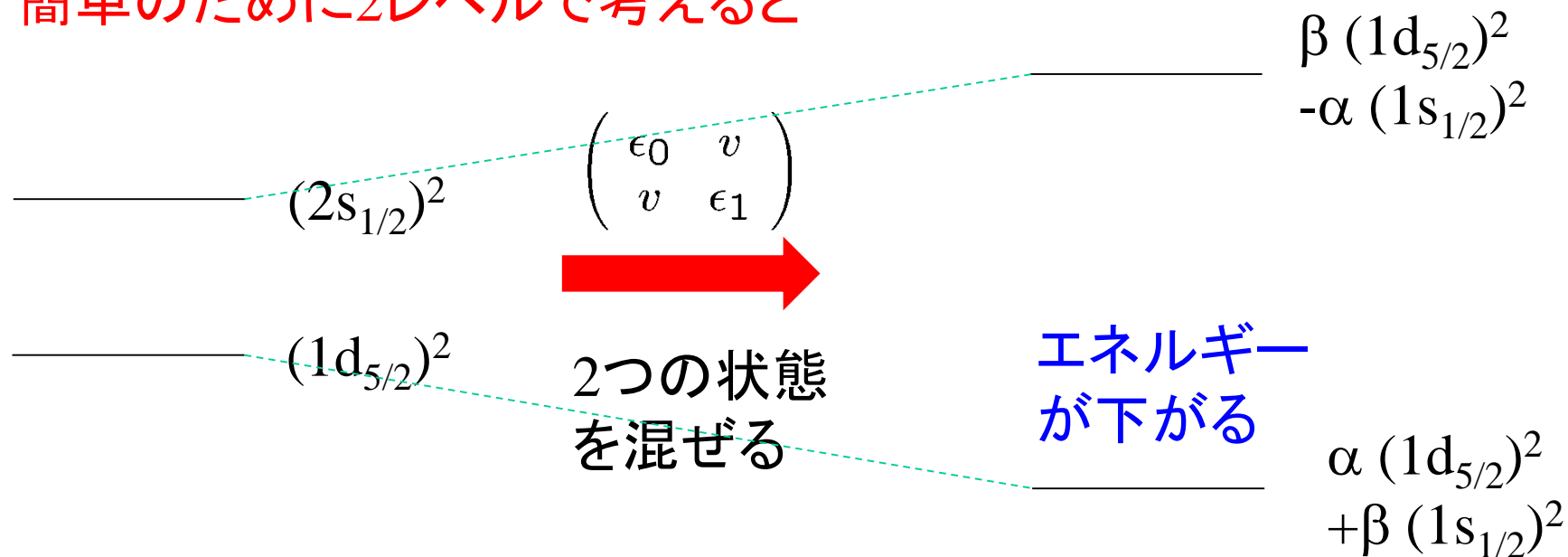
▶ 波動関数のところをもう一度説明して欲しい

$$|\Psi_{\text{g.s.}}\rangle =$$

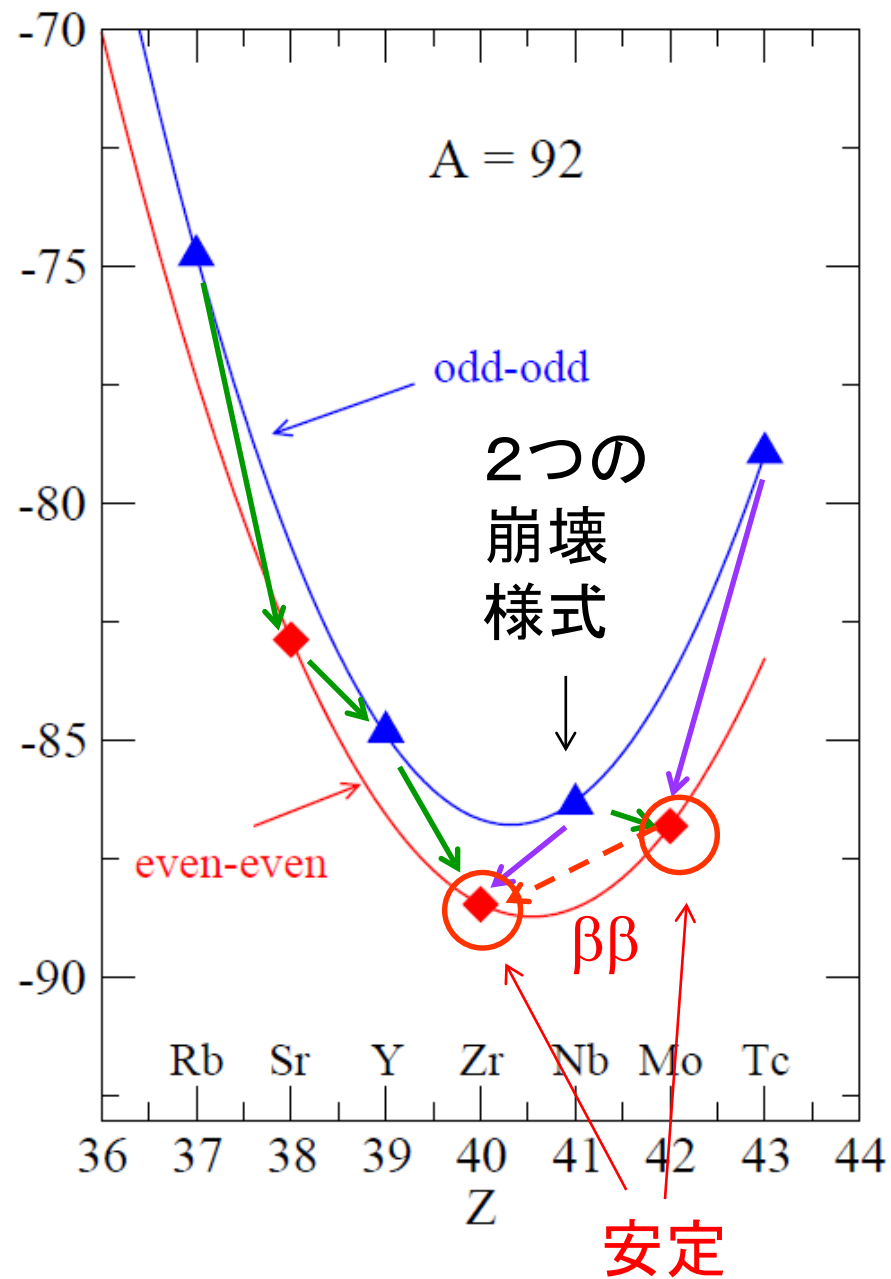
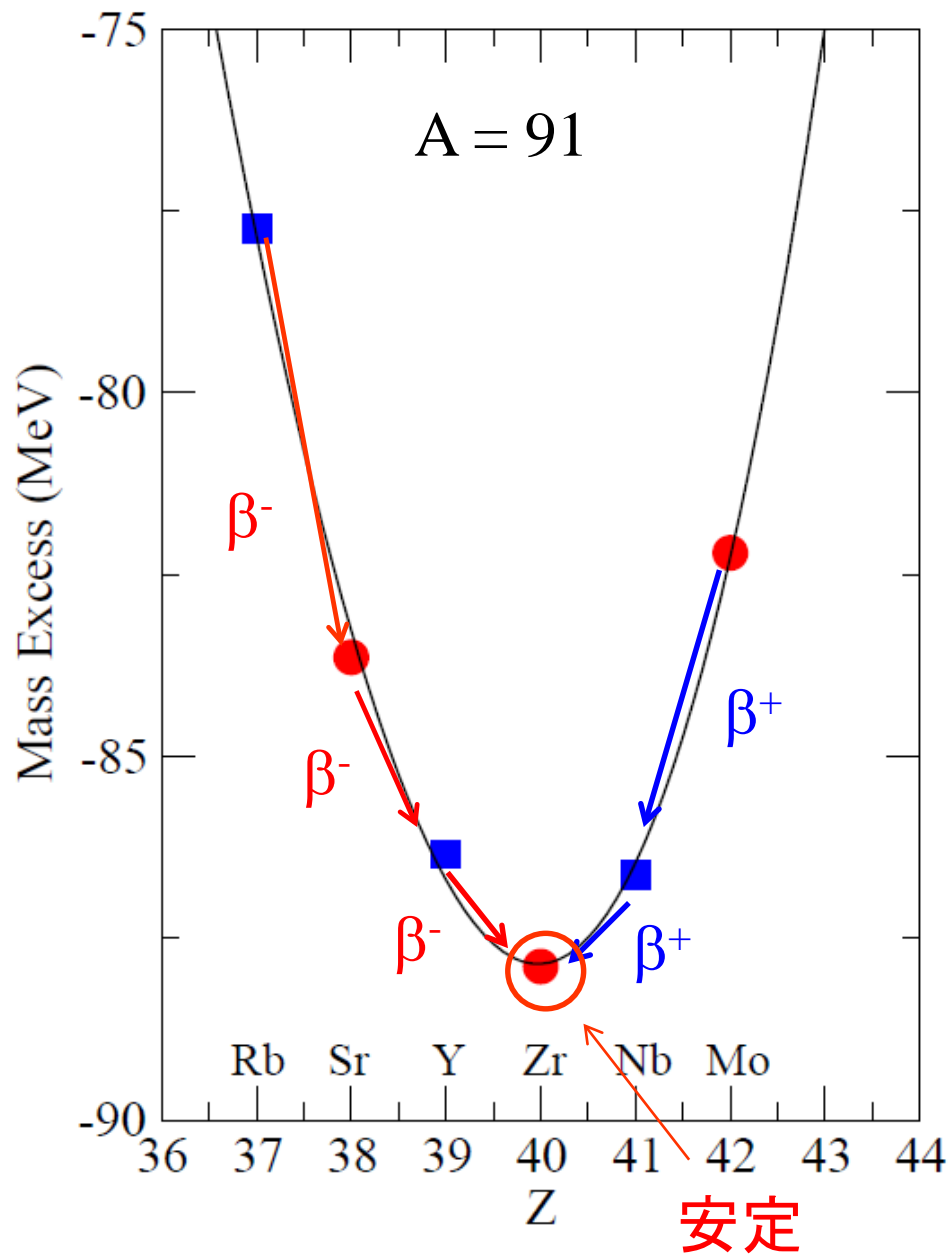
$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} 2s_{1/2} \\ 1d_{5/2} \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} 1d_{3/2} \\ 2s_{1/2} \\ 1d_{5/2} \end{array} + \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} 1d_{3/2} \\ 2s_{1/2} \\ 1d_{5/2} \end{array} + \dots$$

いろいろな配位を混ぜることによって対相関エネルギーを稼ぐ

✓ 簡単のために2レベルで考えると



➤ 2重β崩壊についてもう少し知りたい



➤ 2重β崩壊についてもう少し知りたい

➤ A が大きくなると Δ が小さくなる
ので 2重β崩壊は起きにくくなる？

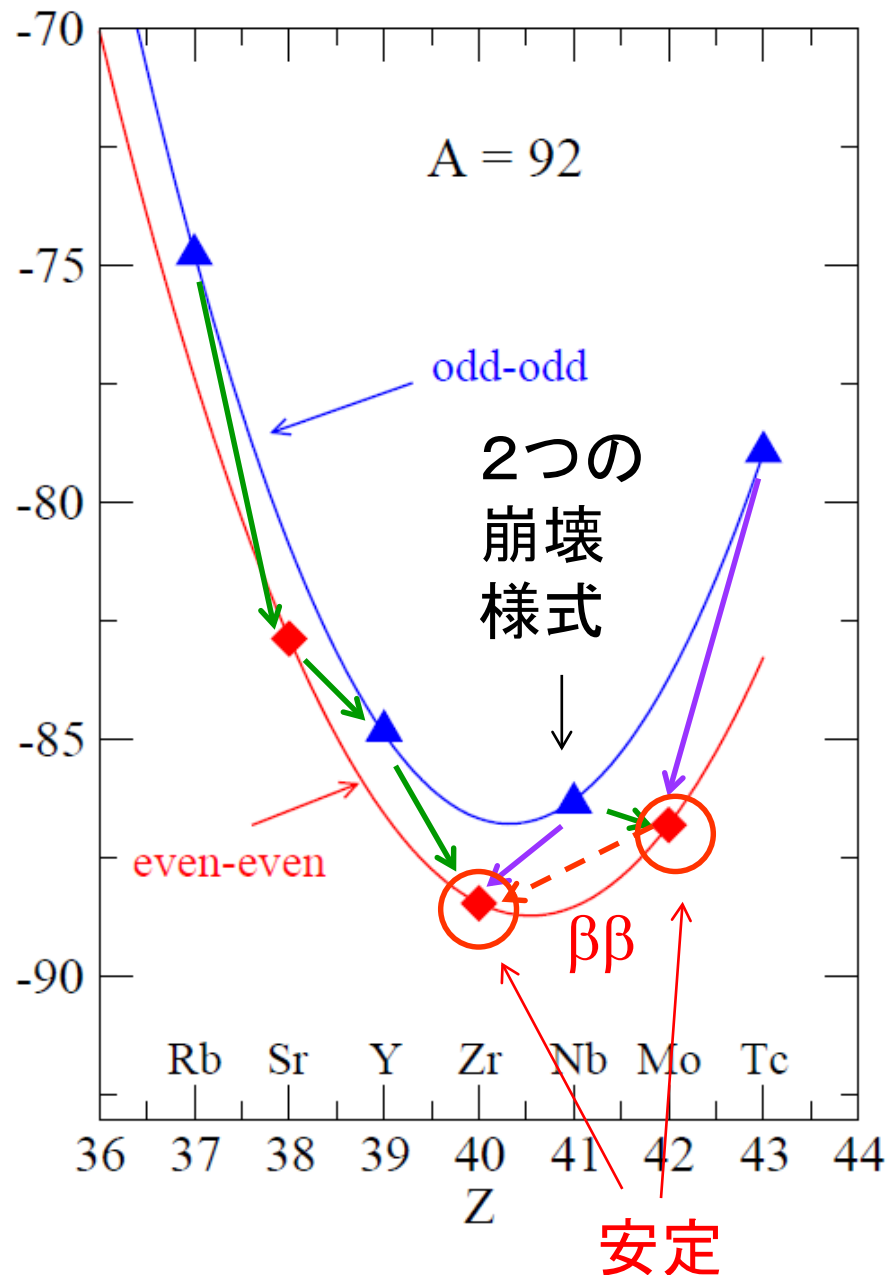
✓ 原子核質量には他のことも関係
してくるので一概には言えない。

例えば、質量の関係だけを見ると
 ^{238}U も2重β崩壊核。

$$M(^{238}_{92}\text{U}_{146}) < M(^{238}_{93}\text{Np}_{145})$$

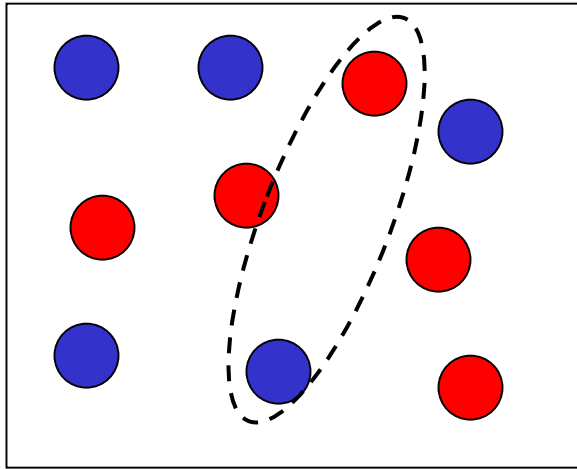
$$M(^{238}_{94}\text{Pu}_{144}) < M(^{238}_{92}\text{U}_{146})$$

(ただし、 ^{238}U は2重β崩壊を
する前に α 崩壊をする。)

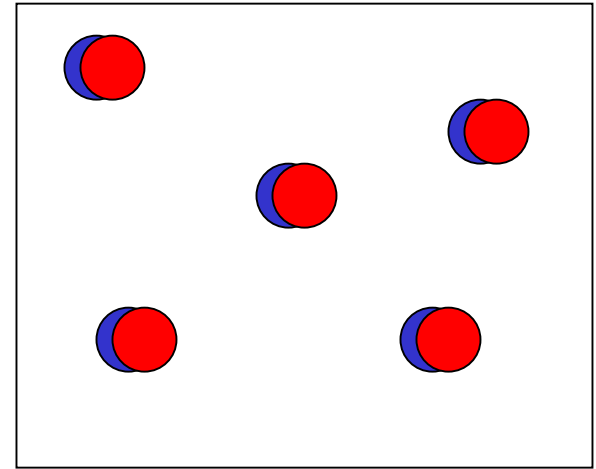


➤ BCS理論とBECの関係は何ですか？

BCS-BEC クロスオーバー(連続的につながる)



$|v_{\text{pair}}| \rightarrow \infty$
→
クロスオーバー



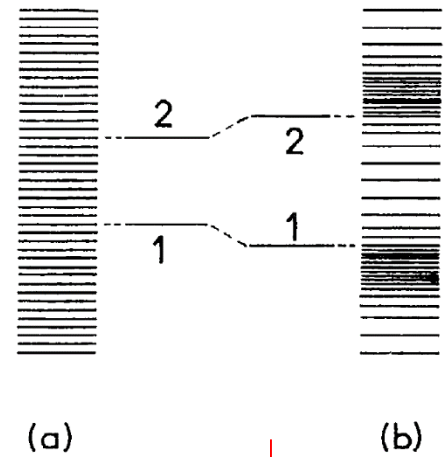
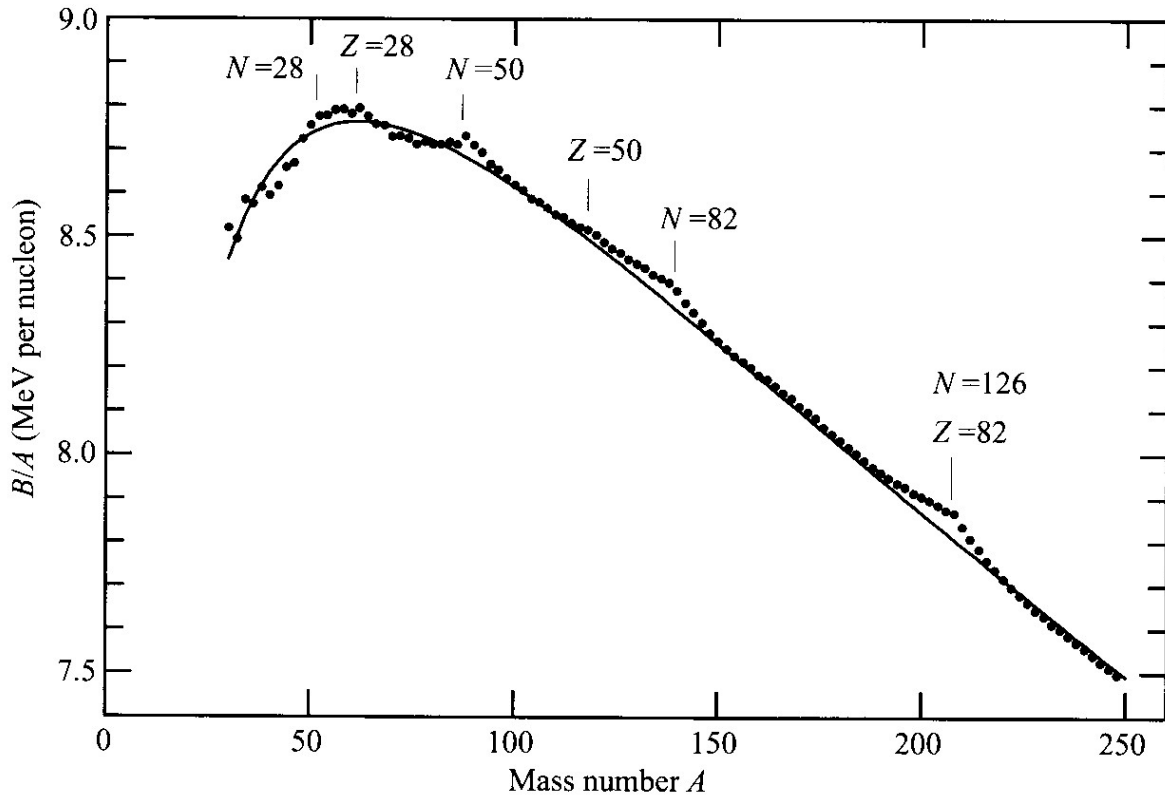
BCS (weak coupling)

フェルミオンの相関
ペアのサイズ大

BEC (strong coupling)

束縛系が弱く相互作用

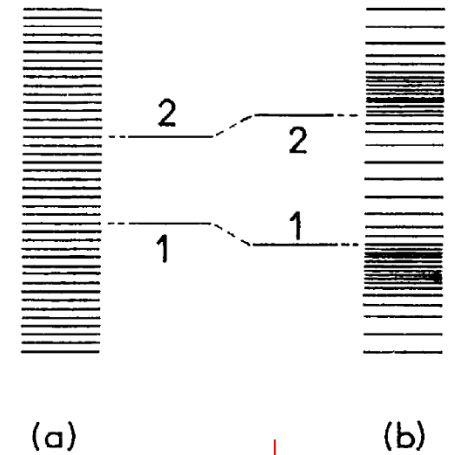
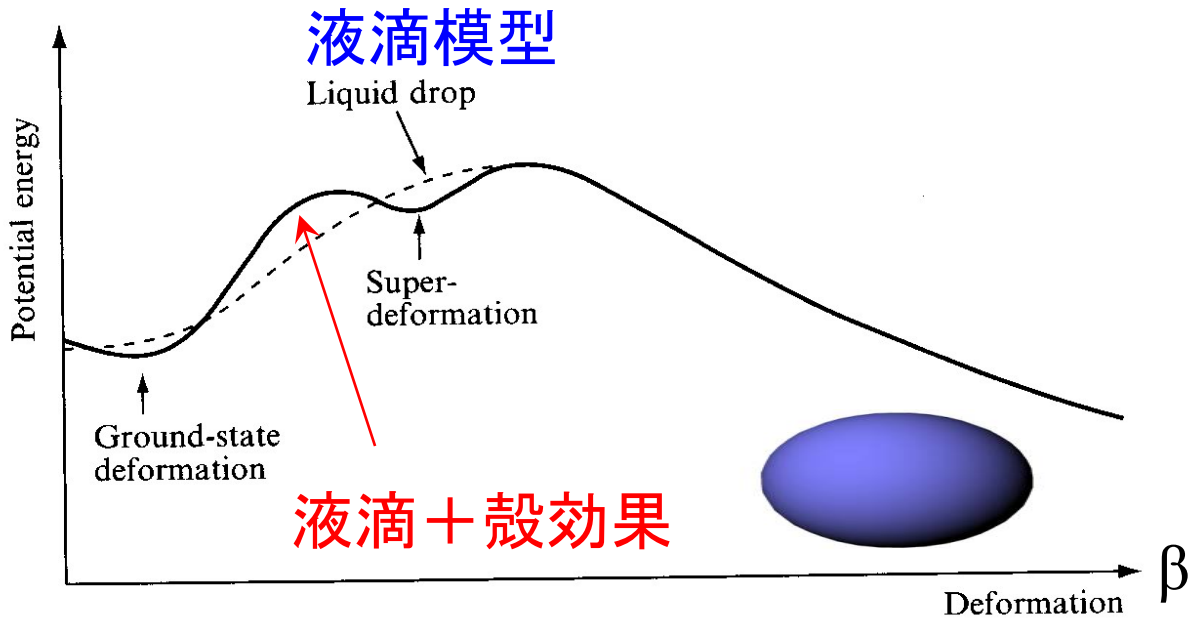
殻効果



準位にギャップ
が開くと原子核が
安定になる

$$E = E_{LDM} + E_{\text{shell}}$$

殻構造の帰結：原子核の変形



準位にギャップが開くと原子核が安定になる

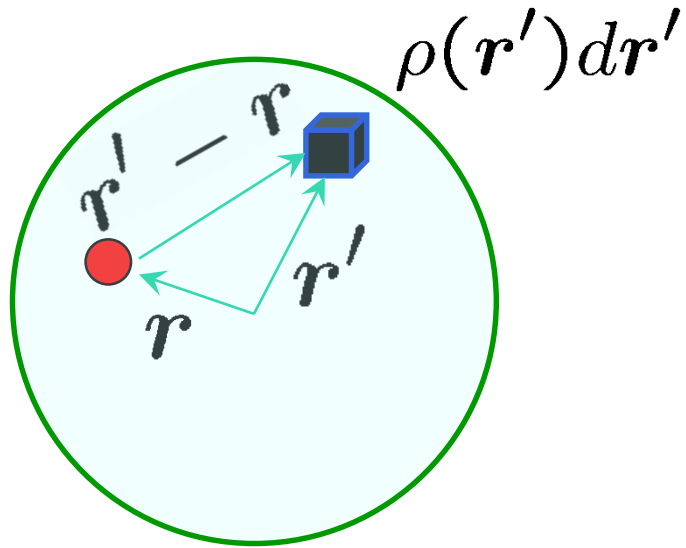
$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{shell}(\beta)$$

原子核が変形

→ 核子が感じるポテンシャルも変形

→ 変形度によって異なる量子力学的補正(殻効果)

核子の感じるポテンシャル:



$$V(\mathbf{r}) \sim \int v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

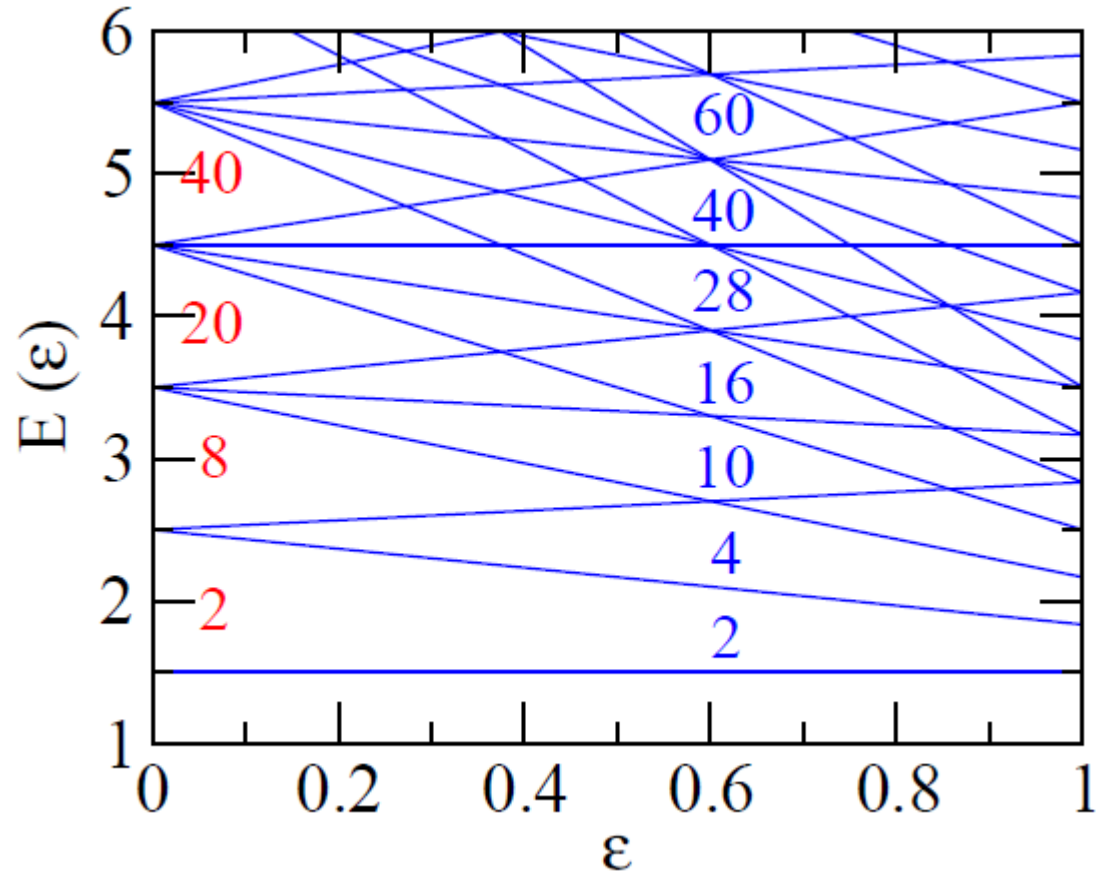
$$v(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

$$\rightarrow V(\mathbf{r}) = -g\rho(\mathbf{r})$$

例) 3次元調和振動子

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2)$$

$$E = (n_z + \frac{1}{2})\hbar\omega_z + (n_x + n_y + 1)\hbar\omega_{\perp}$$



球形のときとは異なる殻構造



殻補正エネルギーは変形に依存する

$$E(\epsilon) = E_{LDM}(\epsilon) + E_{shell}(\epsilon)$$

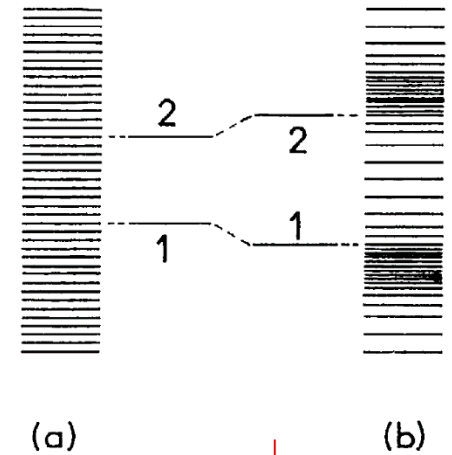
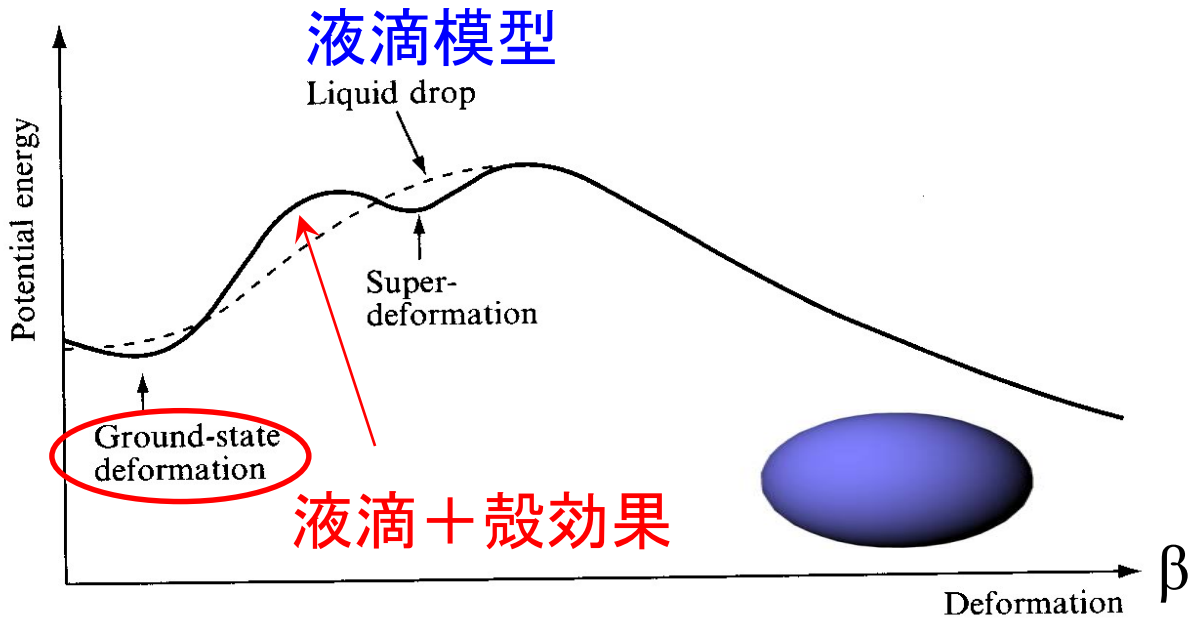


最も安定な ϵ を変え得る (原子核の変形)

$$\omega_{\perp} = \omega_0(1 + \frac{\epsilon}{3})$$

$$\omega_z = \omega_0(1 - \frac{2}{3}\epsilon)$$

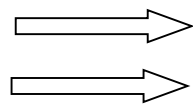
殻構造の帰結：原子核の変形



準位にギャップが開くと原子核が安定になる

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{shell}(\beta)$$

液滴模型
殻効果



必ず球形
変形状態が基底状態になる場合あり

→ 実験的証拠はあるか?

原子核の変形の証拠

^{154}Sm の励起スペクトル

0.903 ————— 8^+
(MeV)

0.544 ————— 6^+

0.267 ————— 4^+

0.082 ————— 2^+

0 ————— 0^+

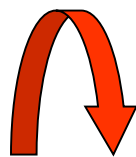
^{154}Sm

$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

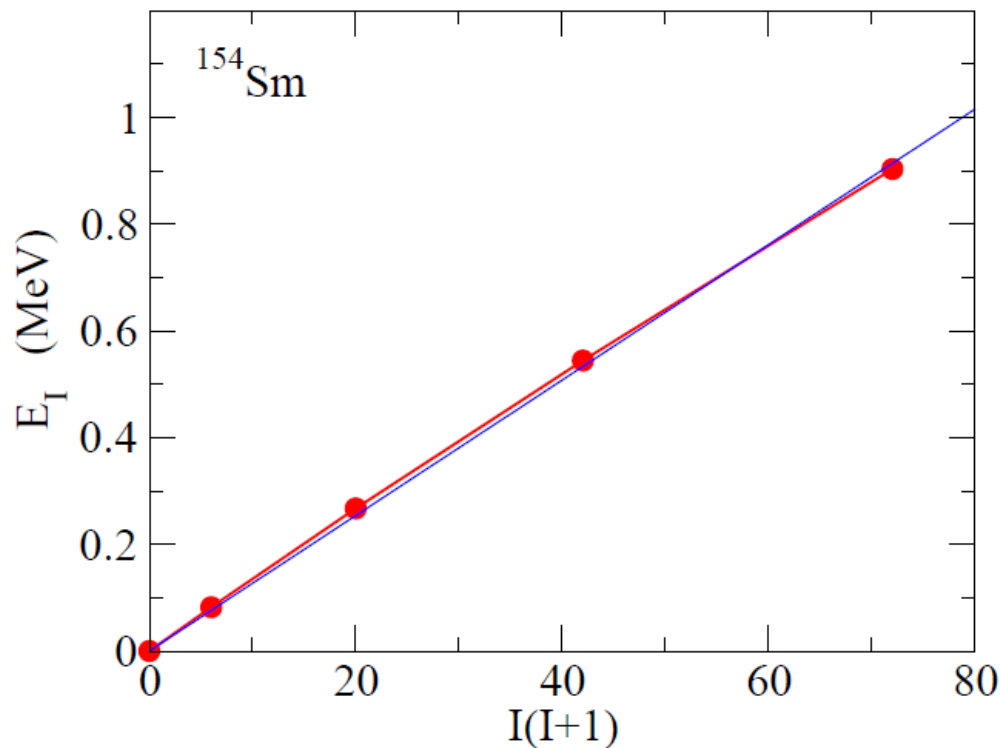
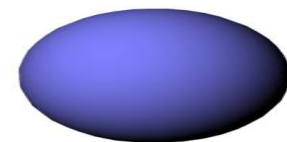
cf. 剛体の回転エネルギー(古典力学)

$$E = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 = \frac{I^2}{2\mathcal{J}}$$

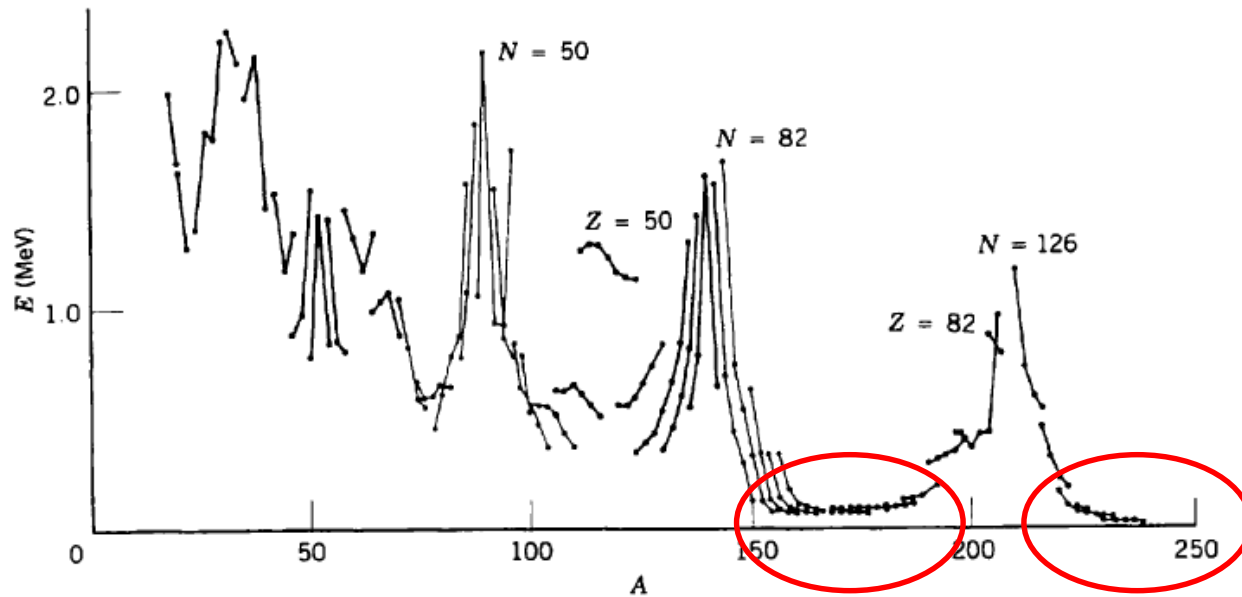
$$(I = \mathcal{J}\omega, \omega = \dot{\theta})$$



^{154}Sm は変形している



偶偶核の 2^+ 状態のエネルギー

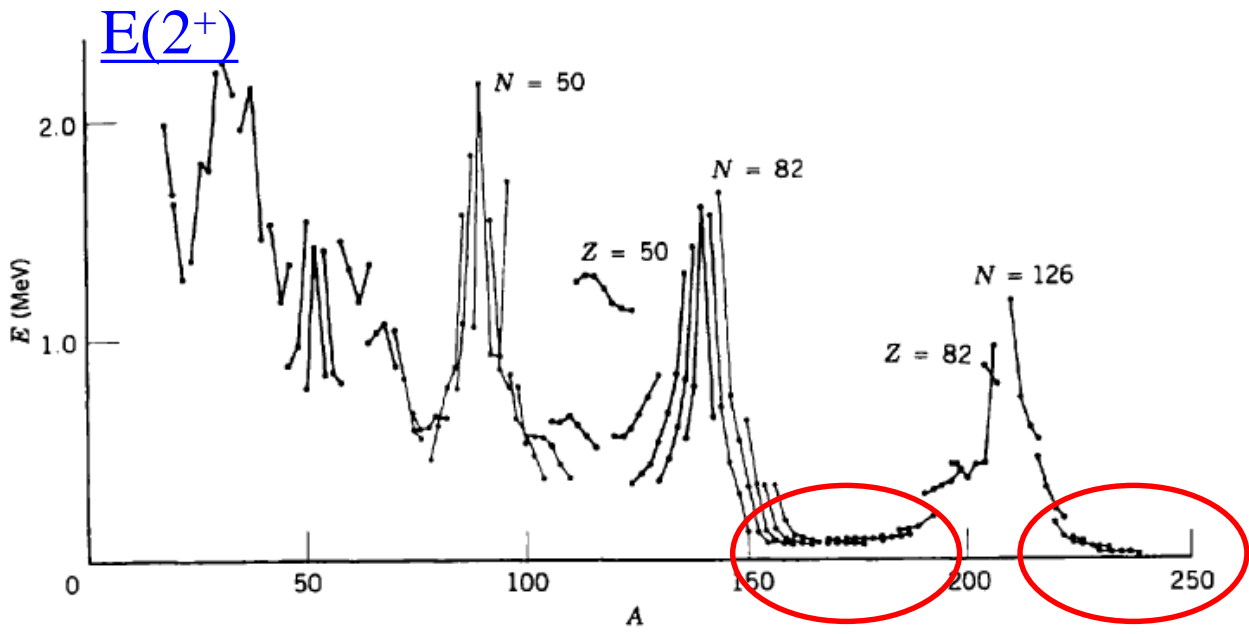


変形核

K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"

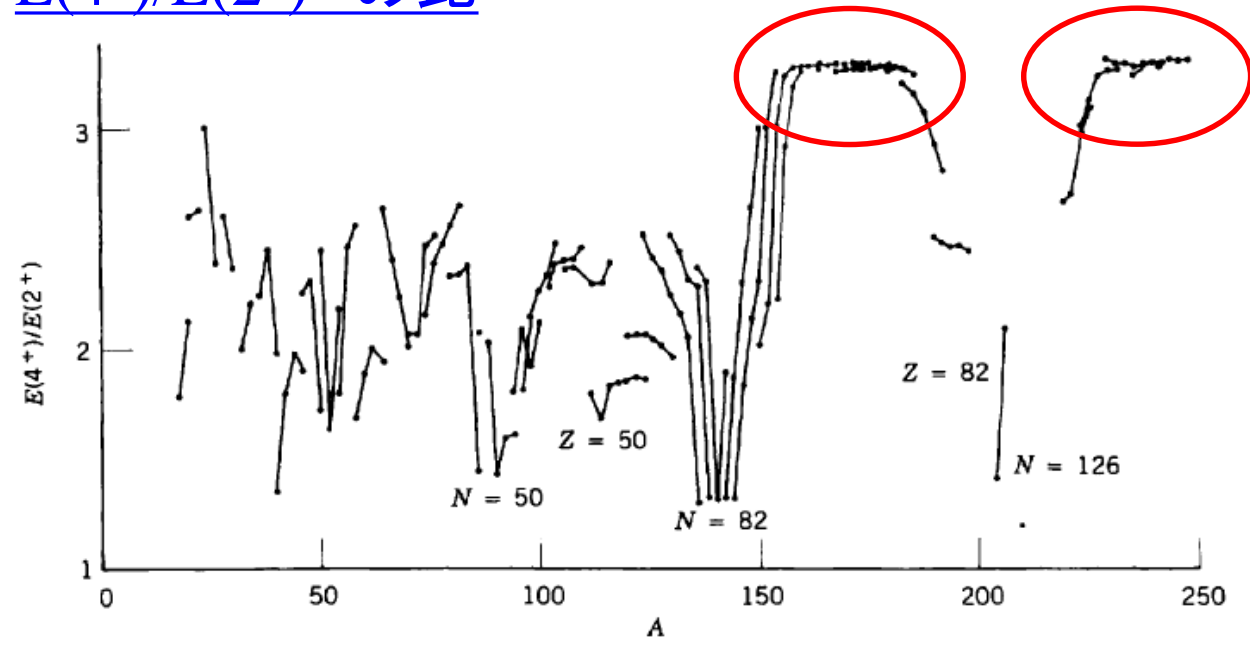
原子核が変形すると励起エネルギーが小さくなる

↔ 原子核の変形: 対称性の自発的破れ
(ゼロ・モードの発生)



変形核

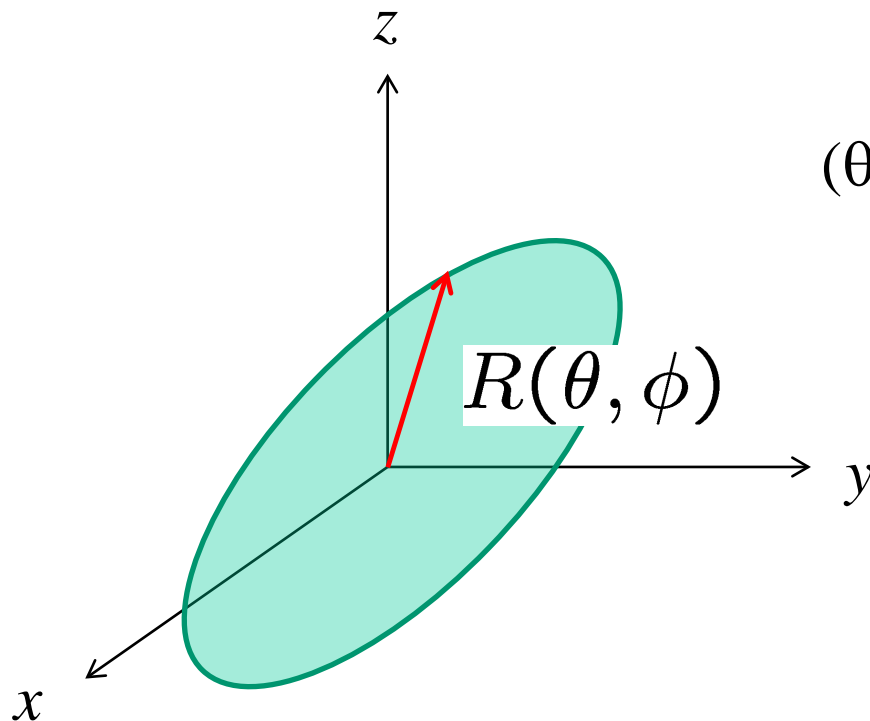
$E(4^+)/E(2^+)$ の比



変形核なら
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 3.3$

球形核なら
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 2$

変形パラメーター



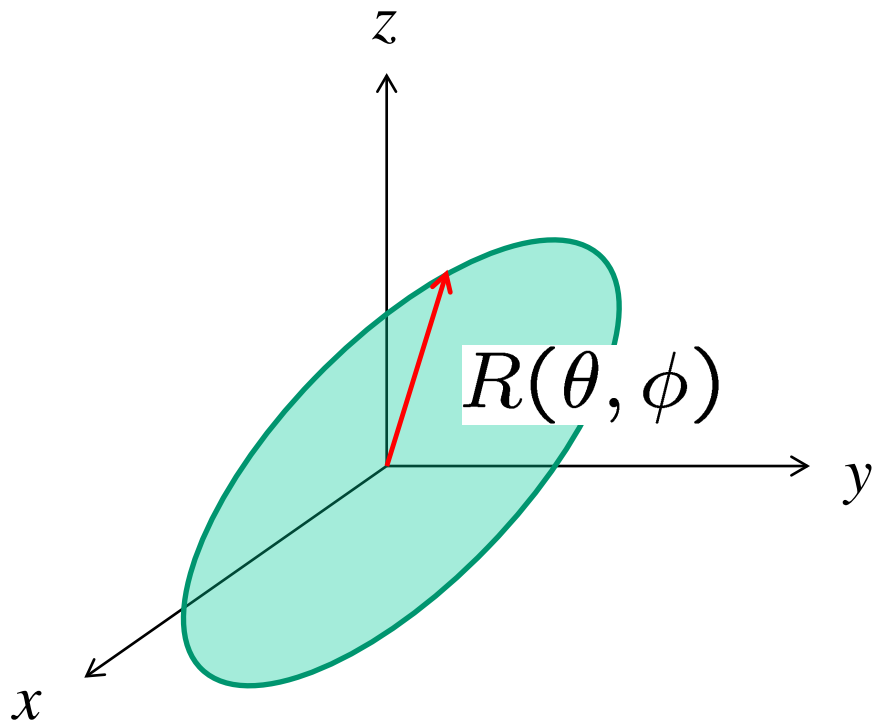
(θ, ϕ) 方向の半径: $R(\theta, \phi)$

任意の関数は球面調和関数で展開できる:

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

$\alpha_{\lambda\mu}$: 変形パラメーター

変形パラメータ



$$R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

最も重要な変形は $\lambda = 2$
(四重極変形)

$\lambda = 0$: R_0 に吸収

$\lambda = 1$: 重心の位置を変えるだけ

(原点を適当にとれば

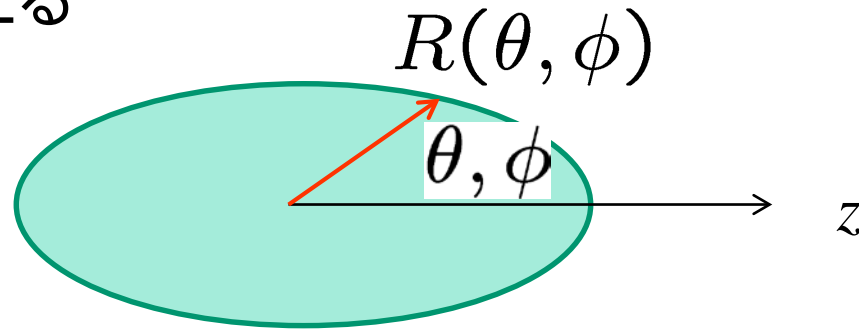
$\alpha_{1\mu} = 0$ とすることができる)

$\lambda = 2$: 楕円体型の変形

以下、 $\lambda = 2$ に話を限定

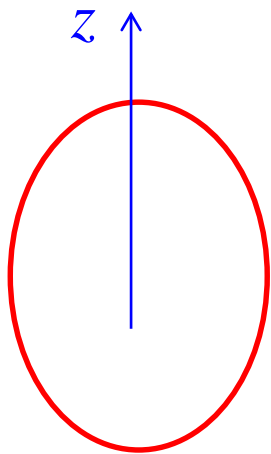
$$R(\theta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_{2\mu}^*(\theta, \phi) \right)$$

- ✓軸対称変形
- ✓対称軸を z 軸にとる

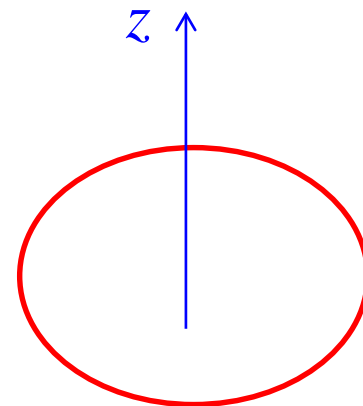


$$R(\theta, \phi) = R_0 [1 + \beta Y_{20}(\theta)]$$

半径は ϕ によらない: z 軸まわりの軸対称 (回転楕円体)



$\beta > 0$
プロレート変形



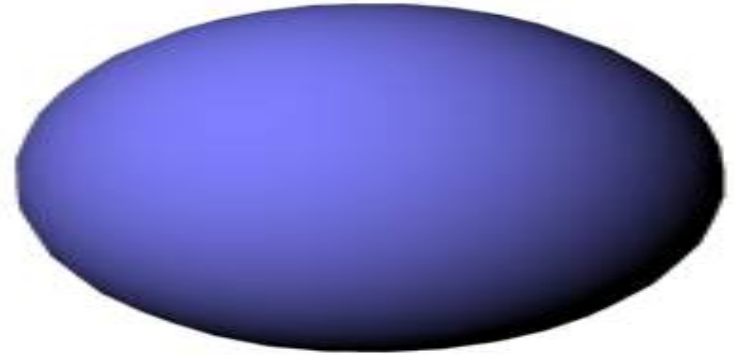
$\beta < 0$
オブレート変形

変形ポテンシャル中の一粒子運動

原子核の変形→核子が感じるポテンシャルも変形



$V(r)$



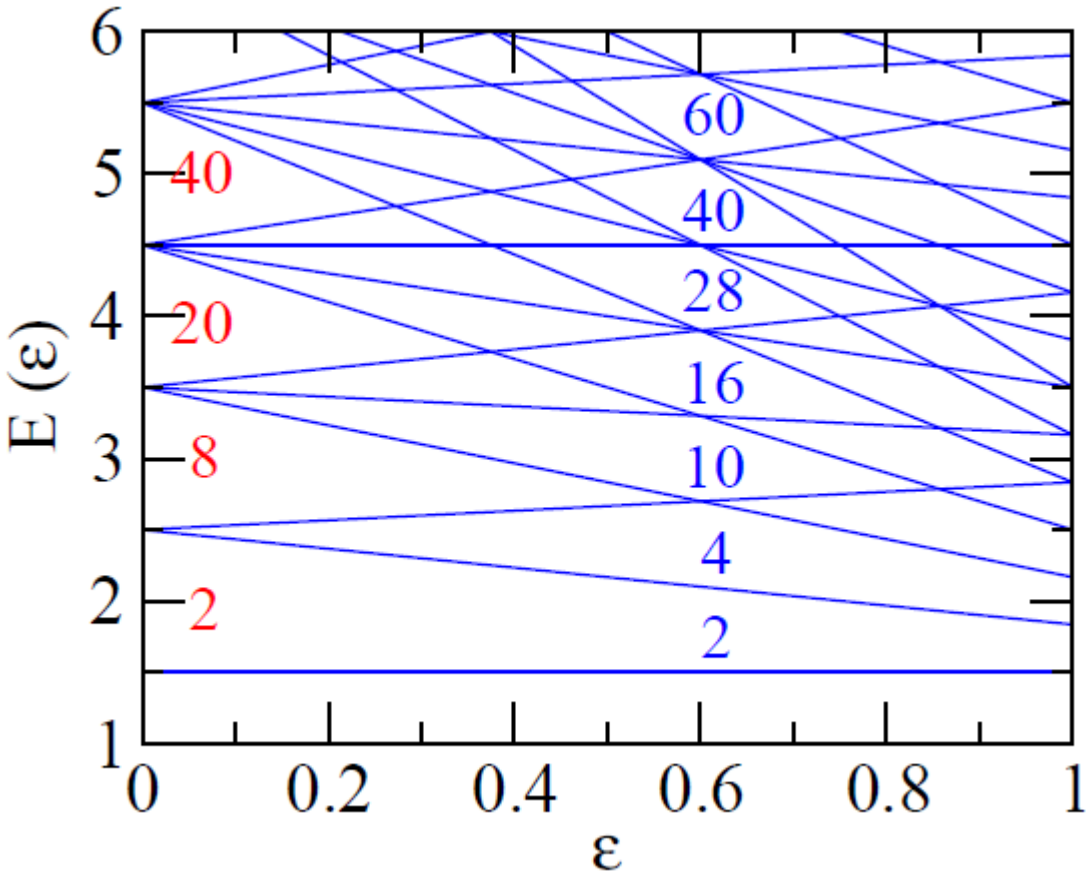
$V(r, \theta)$

ポテンシャル球対称でなくなる
→ エネルギー固有値はどう変わる？

例) 3次元調和振動子

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2)$$

$$E = (n_z + \frac{1}{2})\hbar\omega_z + (n_x + n_y + 1)\hbar\omega_{\perp}$$

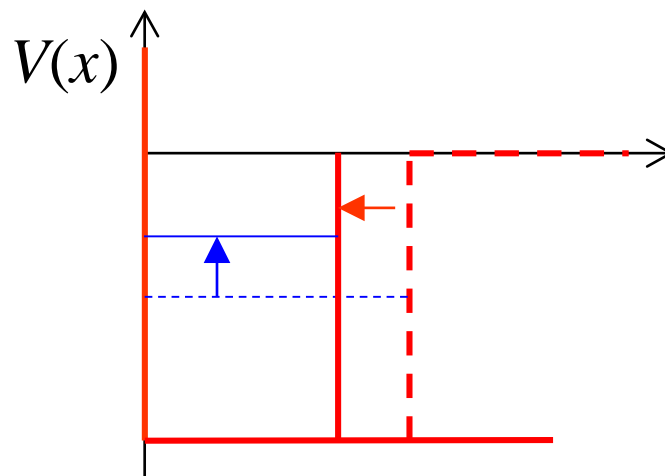
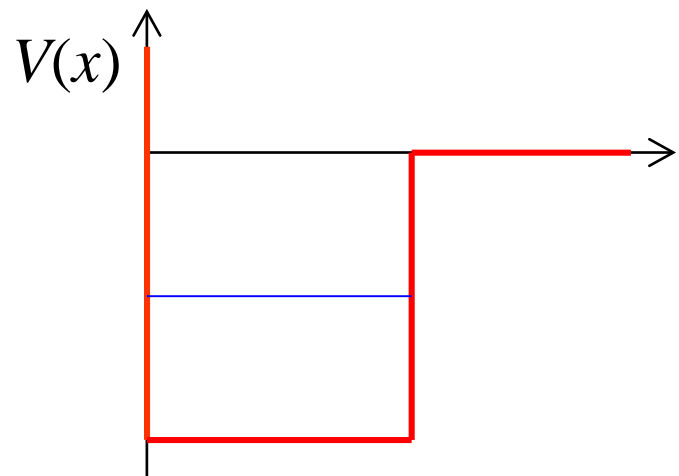
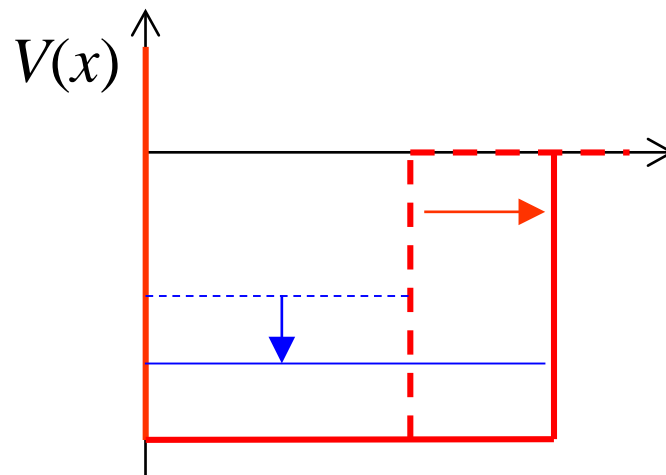
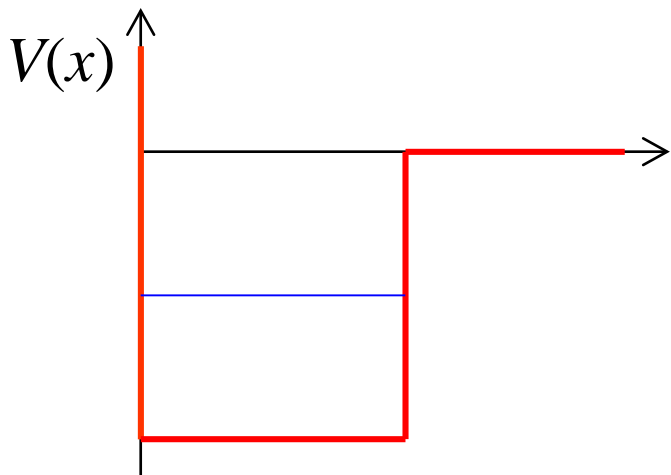


$$\omega_{\perp} = \omega_0(1 + \frac{\epsilon}{3})$$

$$\omega_z = \omega_0(1 - \frac{2}{3}\epsilon)$$

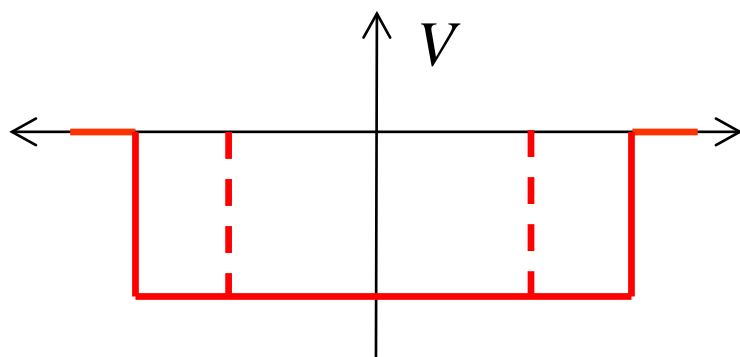
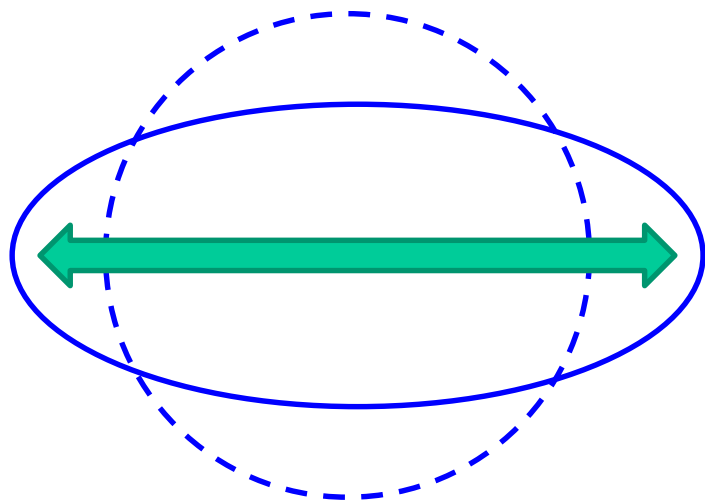
どのように縮退がとけるか理解してみる

(準備) 1次元井戸型ポテンシャル



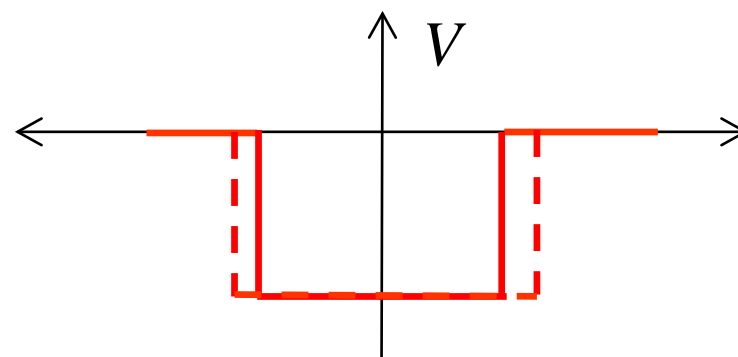
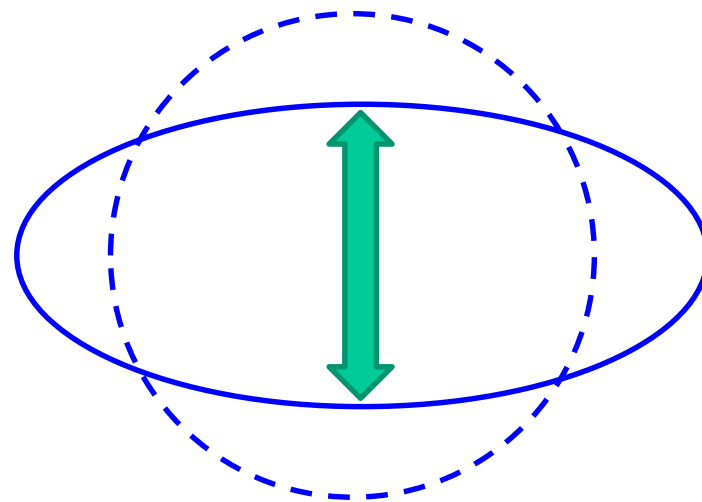
変形ポテンシャル中の一粒子運動

長軸に沿った運動



$E \rightarrow$ 小

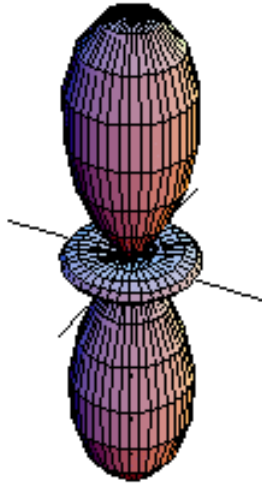
短軸に沿った運動



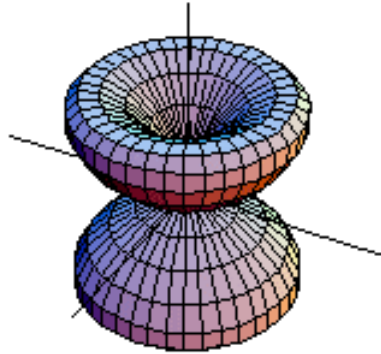
$E \rightarrow$ 大

$l = 2$

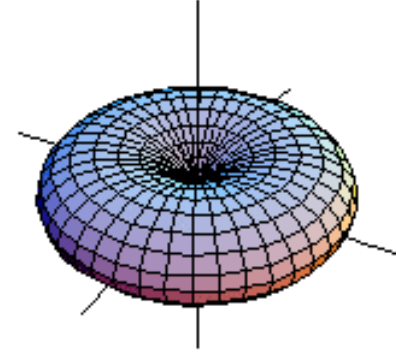
z



$r = Y_{20}$
($l_z = 0$)

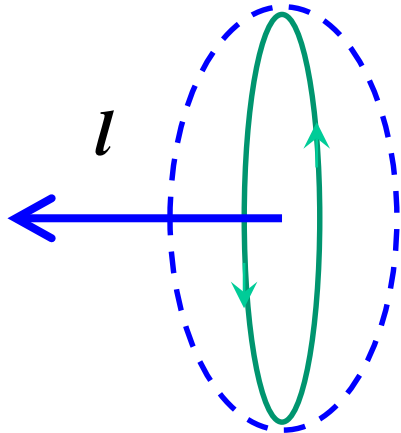


$r = Y_{21}$
($l_z = 1$)

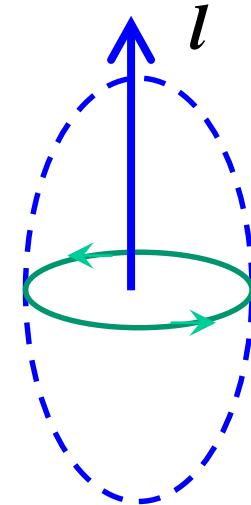


$r = Y_{22}$
($l_z = 2$)

ポテンシャルが
z 軸方向に伸び
ているとしたら



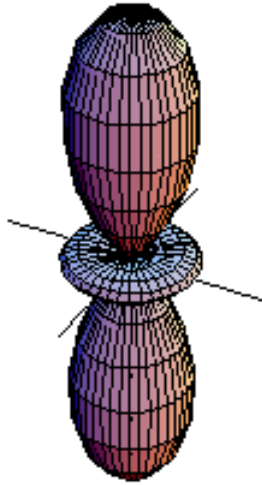
$E \rightarrow$ 小



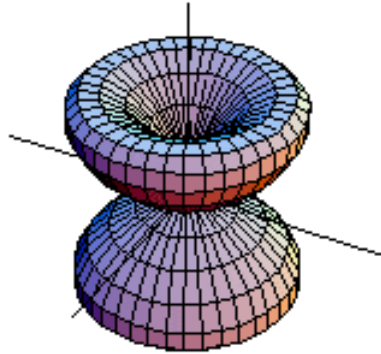
$E \rightarrow$ 大

$l = 2$

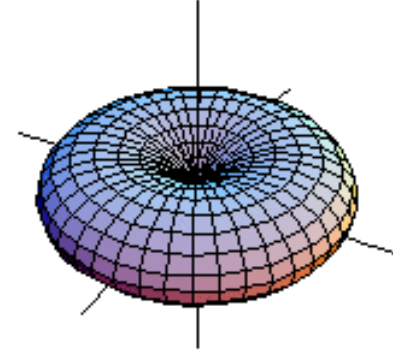
z



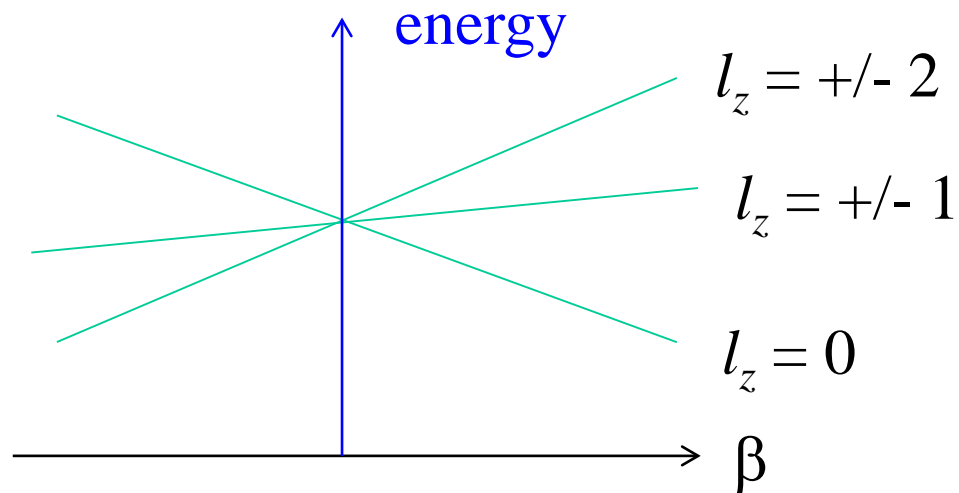
$r = Y_{20}$
($l_z = 0$)



$r = Y_{21}$
($l_z = 1$)



$r = Y_{22}$
($l_z = 2$)



軸対称変形核の回転運動

^{154}Sm の励起スペクトル

0.903 ————— 8^+
(MeV)

0.544 ————— 6^+

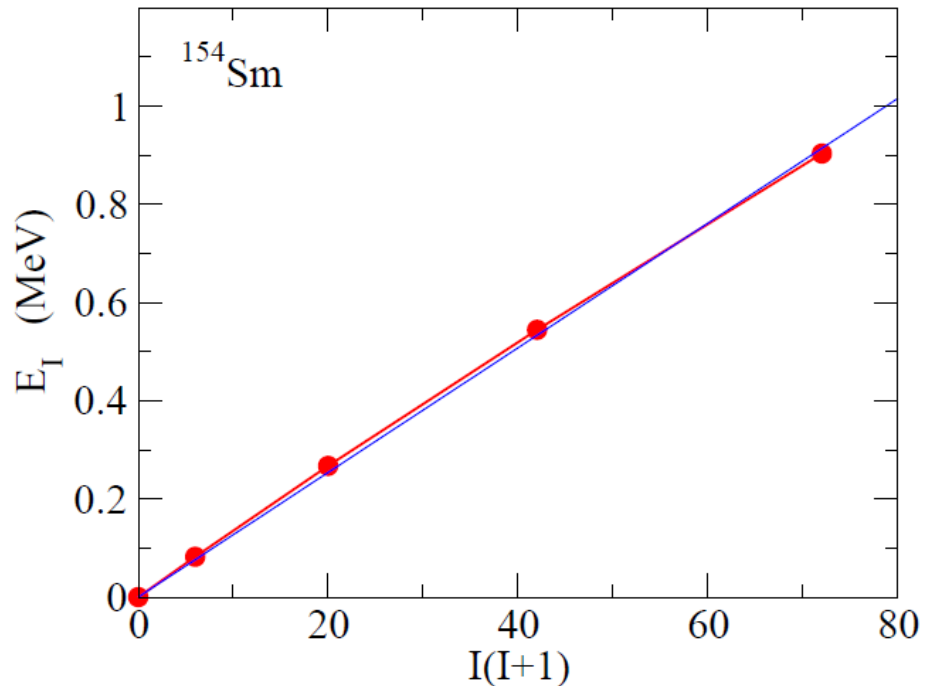
0.267 ————— 4^+

0.082 ————— 2^+

0 ————— 0^+

^{154}Sm

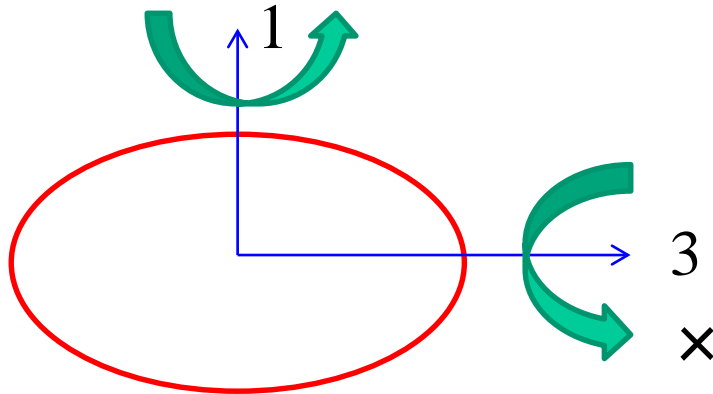
$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$



なぜ偶数スピンのみなのか？

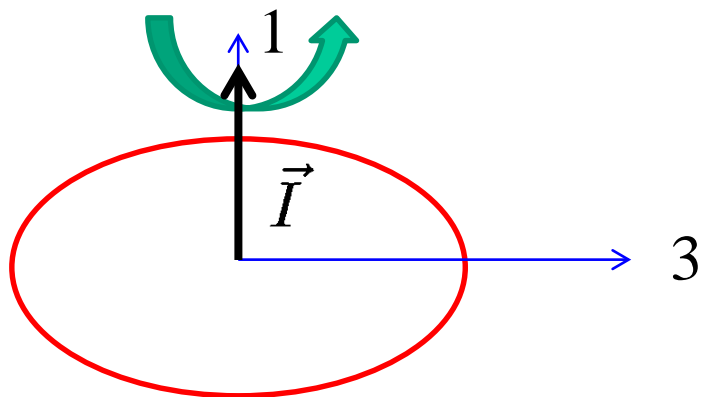
軸対称変形核の回転運動

軸対称変形核を考える(対称軸は3軸)



量子力学的には対称
軸周りの回転は存在
しない(波動関数全体の
位相が変わるだけ)

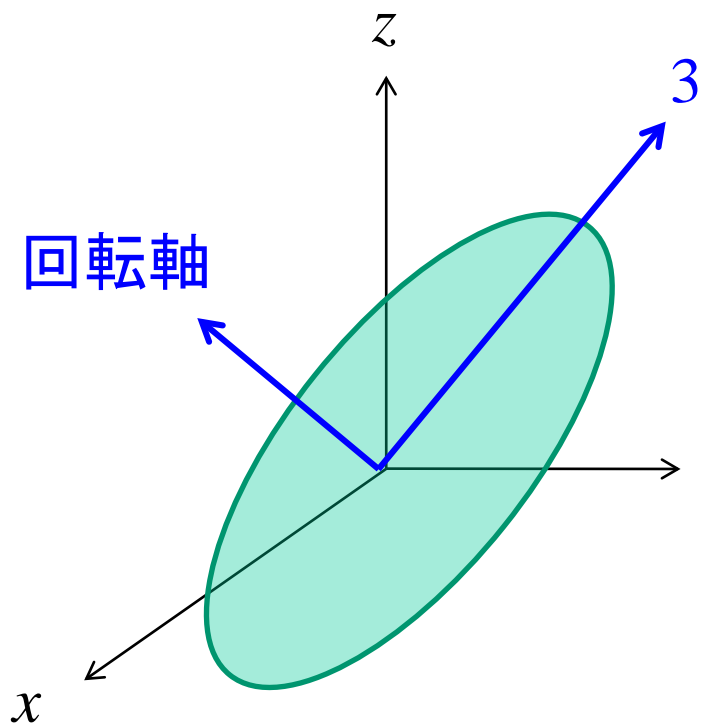
$K = 0$ のとき



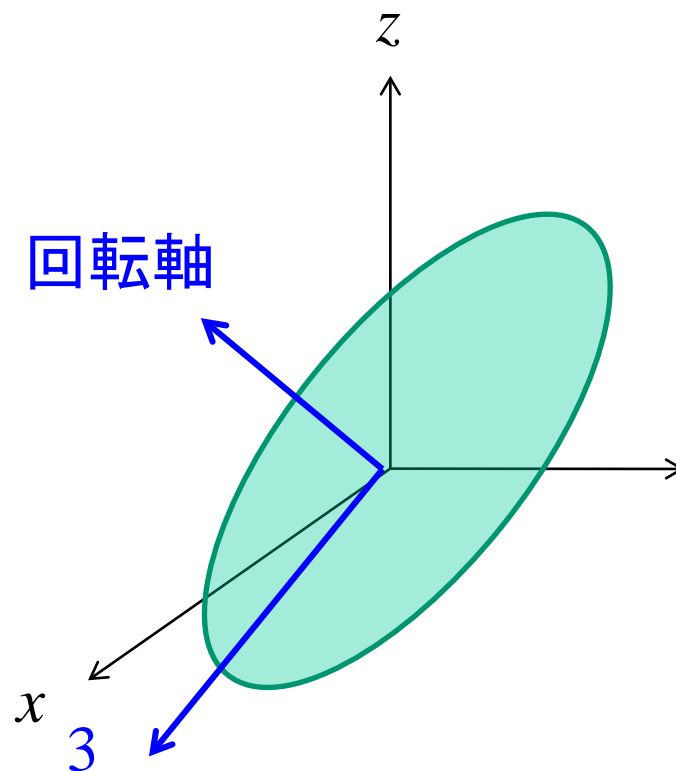
対称軸に垂直な軸のまわりの回転

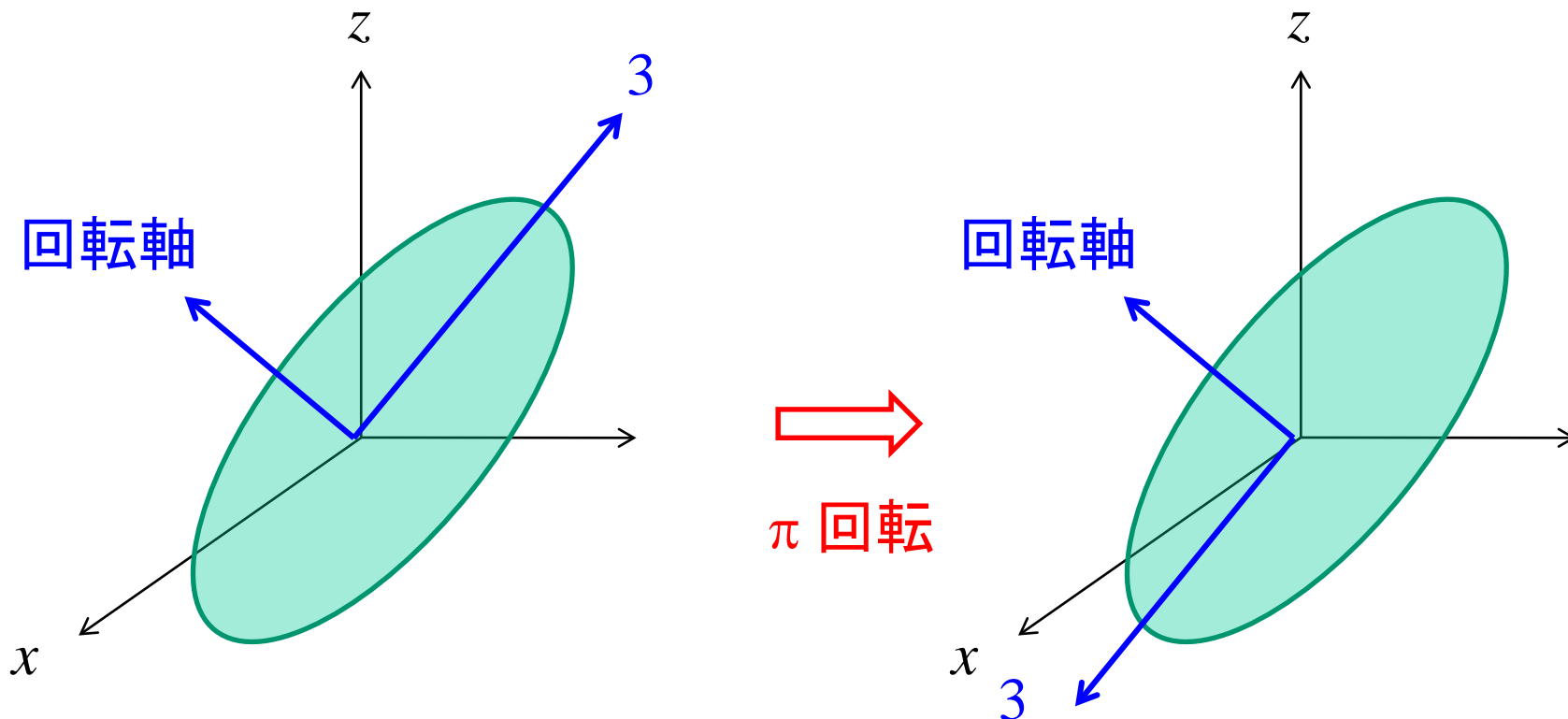
π 回転に対して対称

→ 偶数角運動量のみが現れる



→
 π 回転





これは空間反転(パリティ変換)と同じ

$$Y_{IM}(\hat{r}) \rightarrow Y_{IM}(-\hat{r}) = (-)^I Y_{IM}(\hat{r})$$

波動関数が変わらないためには I は偶数(偶パリティ状態の場合)

^{154}Sm の励起スペクトル

0.903 ————— 8^+
(MeV)

0.544 ————— 6^+

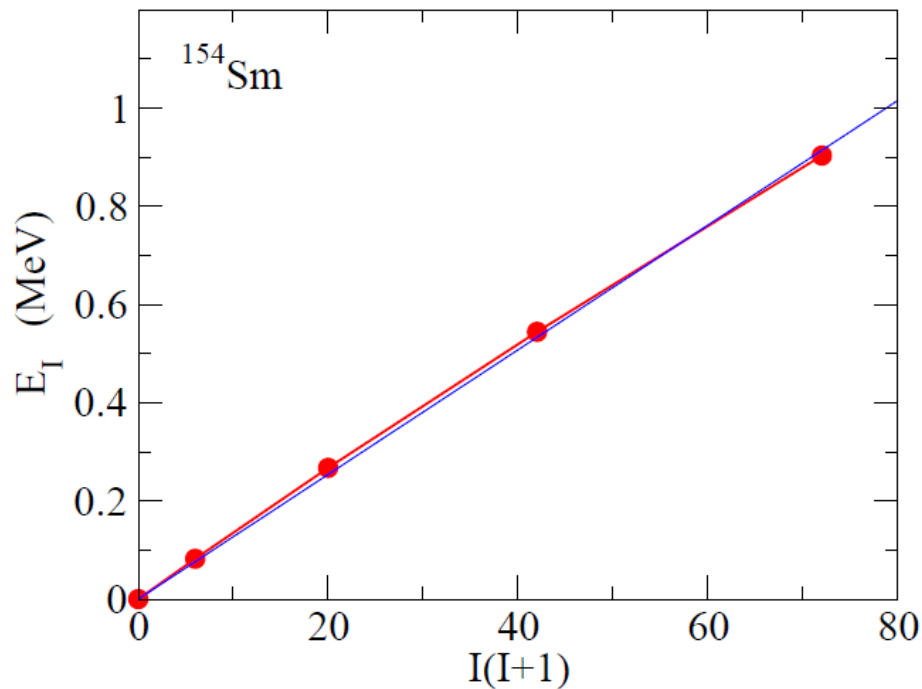
0.267 ————— 4^+

0.082 ————— 2^+

0 ————— 0^+

^{154}Sm

$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$



出席の代わりに授業アンケート

学籍番号、名前、所属研究室(所属大講座)

この授業に関して、**質問**や**疑問**を自由に何でも書いて下さい
(質問が特になければ**感想**でも可)

- 例)
- ・今日の授業で面白かったこと
 - ・自分にとって発見だったこと
 - ・今日の授業でわかりずらかったこと
(もう一度説明して欲しいこと)
 - ・今日の授業を聞いて疑問に思ったこと
 - ・**授業への要望等でもOK**

などなど