

次の 1- 12 の問題の内、5 問以上選んで答えよ。(最低 5 問、できる人はそれ以上答えても可。ただし、問題 13 はアンケートなので解答にはカウントしません。)

提出先：理学総合棟 1047 号室 (萩野) またはメール (hagino@nucl.phys.tohoku.ac.jp)、
メールの場合は Subject 欄を「原子核物理学 II レポート」とすること。

提出期限：8 月 28 日 (金) まで (厳守)

その他：氏名、学籍番号、所属を明記のこと

1. 液滴模型に基づく半経験的な質量公式を用いると、原子核の束縛エネルギー (binding energy) は

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\text{sym}} \frac{(N - Z)^2}{A} \quad (1)$$

で与えられる。但し、 N , Z はそれぞれ中性子数、陽子数であり、 $A = Z + N$ は原子核の質量数である。各項の意味と起源を説明せよ。

2. スピン・軌道力 $V_{ls} = \xi \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ が働くと、軌道角運動量 l を持つ準位は全角運動量の値によって $j = l + 1/2$ と $j = l - 1/2$ の 2 本のレベルに分離する。ここで、 $j = l + s$ は全角運動量 (s はスピン角運動量) であり、 j はその大きさを表す。この分離した 2 本のレベルのエネルギーを、それぞれの状態の縮退度を掛けて足し合わせて平均すると、その値は ξ の大きさに依らないことを示せ。
3. (a) 3 次元調和振動子 $V(r) = 1/2 \cdot m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2) = 1/2 \cdot m\omega^2 r^2$ の固有値は $E_{nl} = (2n + l + 3/2)\hbar\omega$ で与えられる。但し、 l は軌道角運動量である。基底状態を含め、下から 3 本のレベルのエネルギーと縮退度を答えよ。
- (b) (a) の 3 次元調和振動子ポテンシャルに加えて、 $V_{ls} = \xi \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ で与えられるスピン・軌道力が働く場合を考える。但し、 s はスピン角運動量であり、 $\xi < 0$ とする。(a) で答えた各レベルの縮退はどのように分離するか答えよ (図示せよ)。スピン・軌道力が働いている場合の各レベルの縮退度を答え、魔法数との関係性を述べよ。
4. 原子核 ^{154}Sm は変形していることが知られている。その証拠を 1 つ挙げよ。
5. 集団振動模型を用いると、球形の偶偶核の第一励起 2^+ 状態は 1 フォノン状態であり、その波動関数は $b_{2\mu}^\dagger |0\rangle$ で与えられる。ここで、 $b_{2\mu}^\dagger$ はフォノンの生成演算子であり、 μ は角運動量の z 成分である ($\mu = -2, -1, 0, 1, 2$)。また、 $|0\rangle$ は真空状態を表す。2 フォノン状態はこの演算子を 2 回真空に演算することによって得られる。そのようにして出来る 2 フォノン状態の持ち得る角運動量の大きさを全て答えよ (理由も記せ)。

6. 核分裂における fissility parameter とは何か答えよ。定義及びその物理的意味を答えよ。
7. アルファ崩壊においては、半減期 $T_{1/2}$ が $\log_{10} T_{1/2} \sim a + b Z_d / \sqrt{Q_\alpha}$ で表されることが経験的に知られている (Geiger-Nuttall の法則)。ここで、 a, b は定数、 Z_d は娘核 (アルファ崩壊した後の原子核) の電荷、 Q_α は出ていくアルファ粒子のエネルギーを表す。クーロン障壁の透過確率に対する WKB 公式

$$P(E) = \exp \left[-2 \int_{R_0}^{R_1} dr \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} \left(\frac{2Z_d e^2}{r} - Q_\alpha \right)} \right] \quad (2)$$

を用いて、この経験式を証明せよ。ここで、 R_0, R_1 は古典的な転回点であり ($R_0 < R_1$)、 $V(R_0) = 2Z_d e^2 / R_0 = Q_\alpha$ を満たす。

8. ^{234}U , ^4He , ^{230}Th の束縛エネルギーはそれぞれ 1778.6, 28.3, 1755.1 MeV で与えられる。これらの値を用いて ^{234}U のアルファ崩壊で出てくるアルファ粒子の運動エネルギー Q_α の値を答えよ。
9. 荷電交換 (p,n) 反応と核内でのベータ崩壊との関係を述べよ。
10. 崩壊における電子のエネルギー分布の (エネルギーに関する) 傾きが、エネルギーの最大値付近 ($E \sim E_e^{(\max)} = Q$) でゼロとなることを示せ。
11. ^6He から ^6Li への崩壊において、放出される電子の最大エネルギーは $Q = 3.510$ MeV である。このことと、実験的に知られている ^6Li の質量 $M(^6\text{Li})c^2 = 5602.95$ MeV を用いて ^6He の質量 $M(^6\text{He})c^2$ を求めよ。
12. 電氣的な遷移を起こす演算子は、ガンマ線に対する長波長近似のもとで

$$\hat{Q}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^Z r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i) \quad (3)$$

と与えられる。ここで、 λ はガンマ線の持つ全角運動量であり、 μ はその z 成分である。(このような遷移を $E\lambda$ 遷移と呼ぶ。) $I_i^\pi = 5/2^+$ 状態から $I_f^\pi = 9/2^+$ 状態への電氣的な遷移を考えたとき、可能な λ の値を全て答えよ。(パリティの変化に注意して答えよ。) また、その内で最も遷移確率が大きいものは何か答えよ。

13. (自由解答欄) 今後の授業の参考にしますので、この授業の感想や改善した方がよい点、要望など何でも書いて下さい(もしあれば)。この欄は成績等には考慮しないので、何でも率直に書いてもらって結構です。