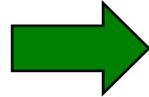
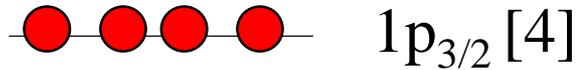


[前回の復習]:  $^{11}_4\text{Be}_7$  のレベル

球形ポテンシャルの準位で考えた場合:



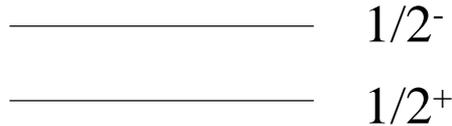
$^{11}\text{Be}$  の基底状態は  $I^\pi = 1/2^-$

かなり無理

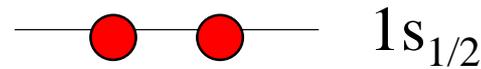
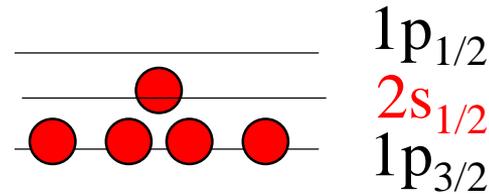
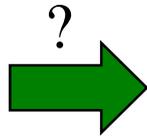


実際の  $^{11}\text{Be}$  の準位は。。。

0.32 MeV



$^{11}\text{Be}$



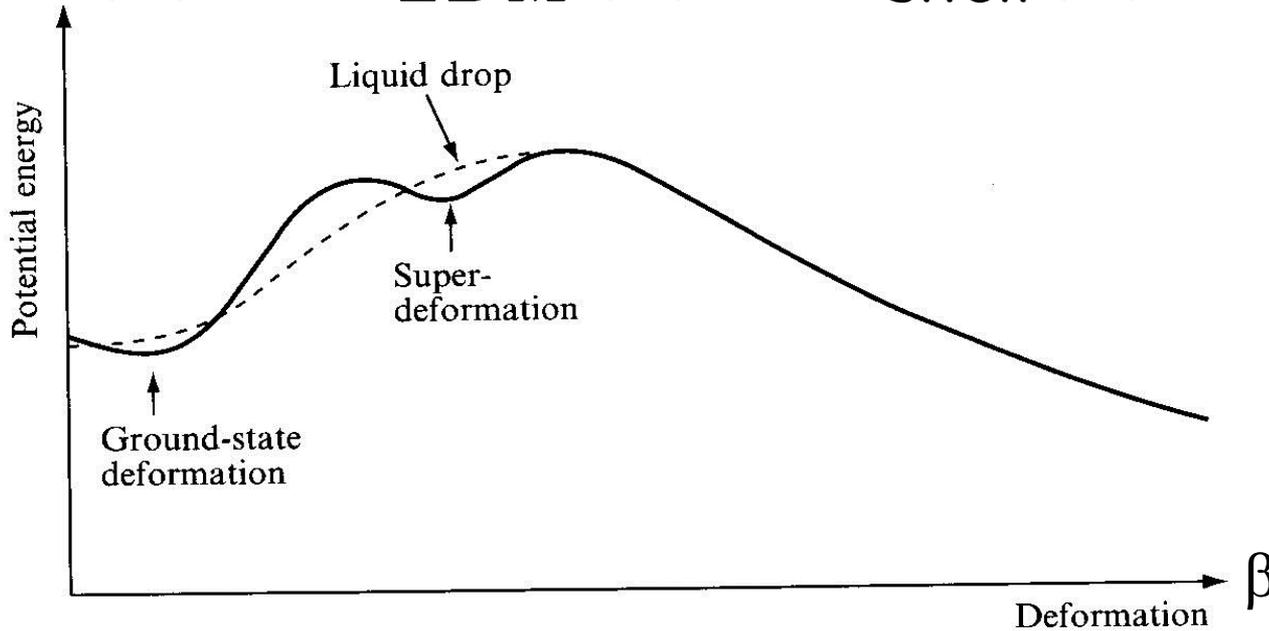
“parity inversion”

$^{11}\text{Be}$  が変形しているとするとなんになるか?

# Nuclear Deformation

Deformed energy surface for a given nucleus

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{shell}(\beta)$$

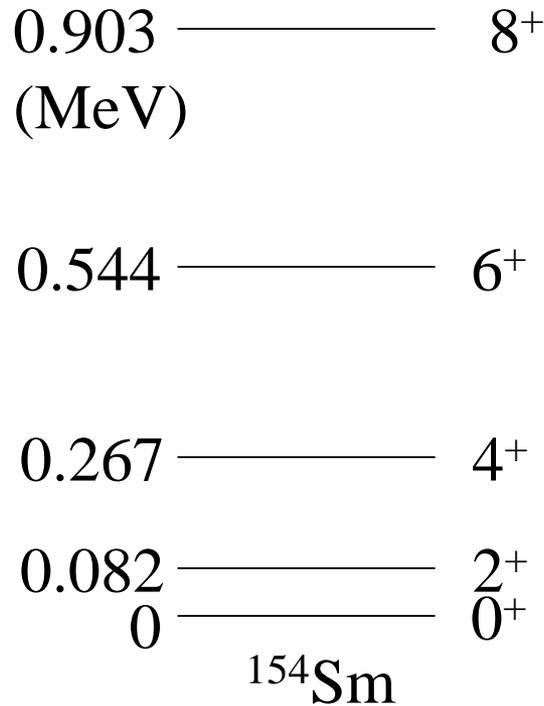


LDM only  $\longrightarrow$  always spherical ground state  
Shell correction  $\longrightarrow$  may lead to a **deformed g.s.**

\* Spontaneous Symmetry Breaking

# Nuclear Deformation

## Excitation spectra of $^{154}\text{Sm}$

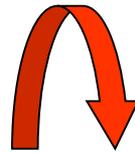


$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

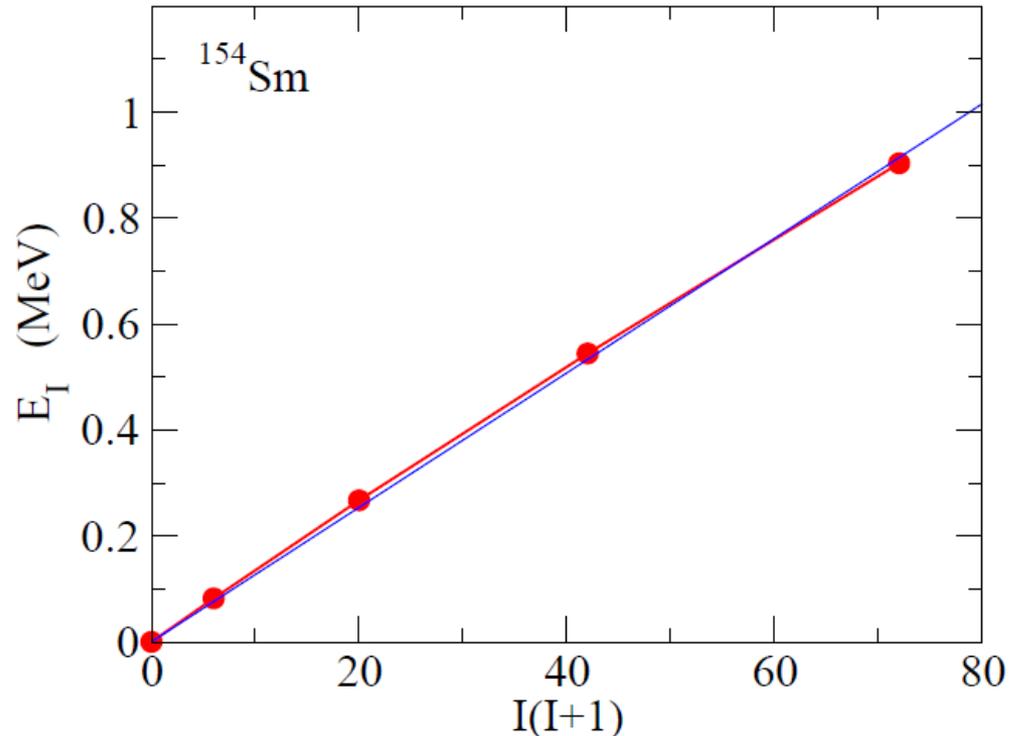
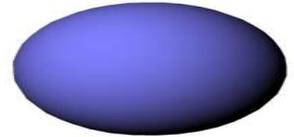
cf. Rotational energy of a rigid body  
(Classical mechanics)

$$E = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 = \frac{I^2}{2\mathcal{J}}$$

$$(I = \mathcal{J}\omega, \omega = \dot{\theta})$$



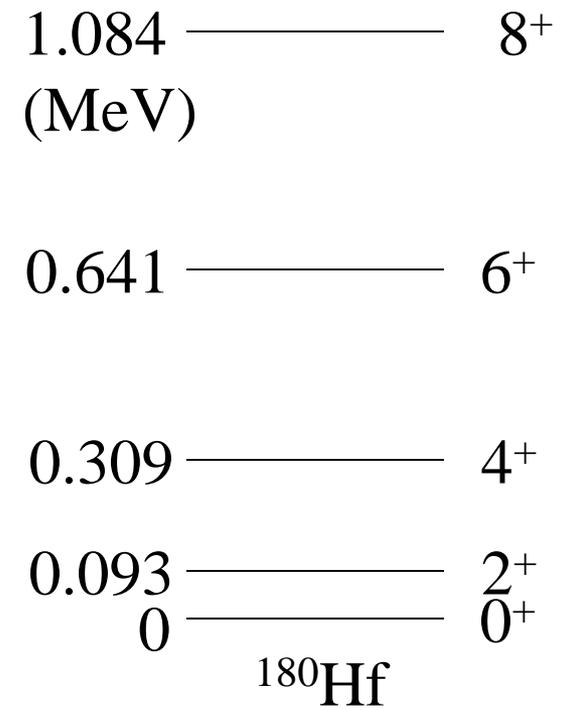
$^{154}\text{Sm}$  is deformed



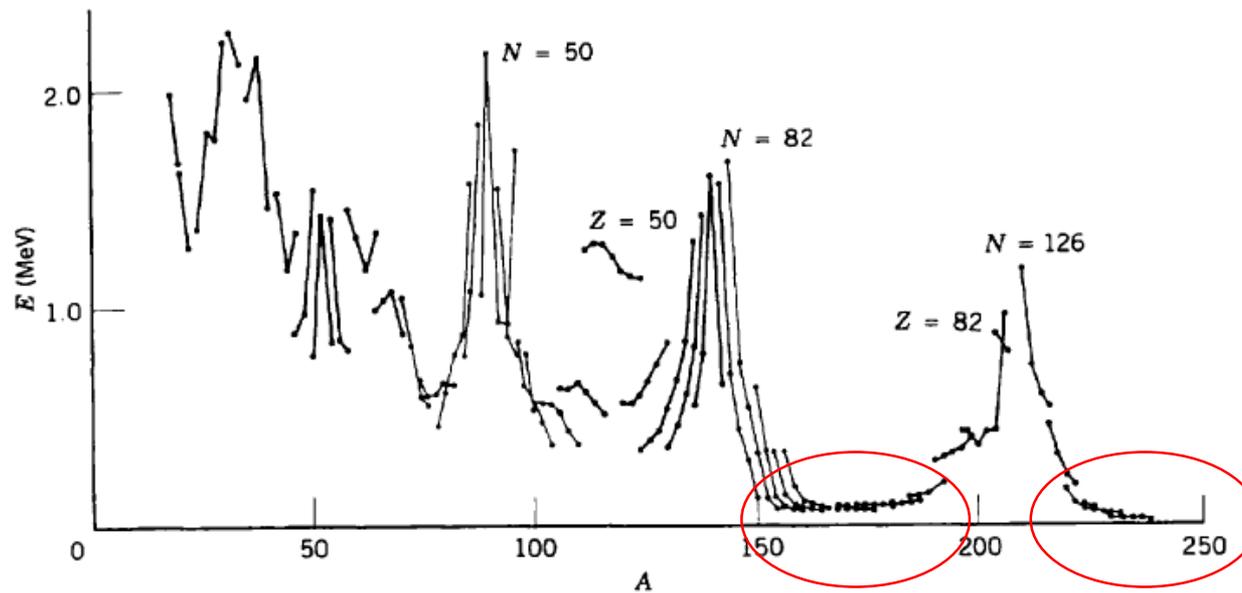
## 原子核が変形している証拠

- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I + 1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

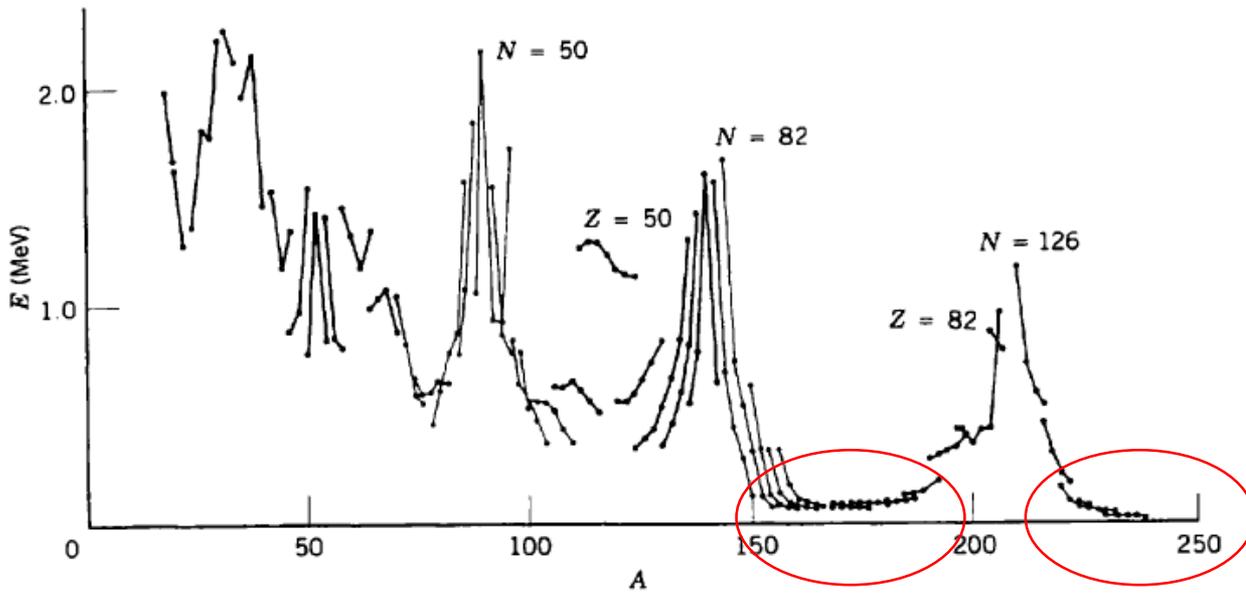


# 偶偶核の $2^+$ 状態のエネルギー



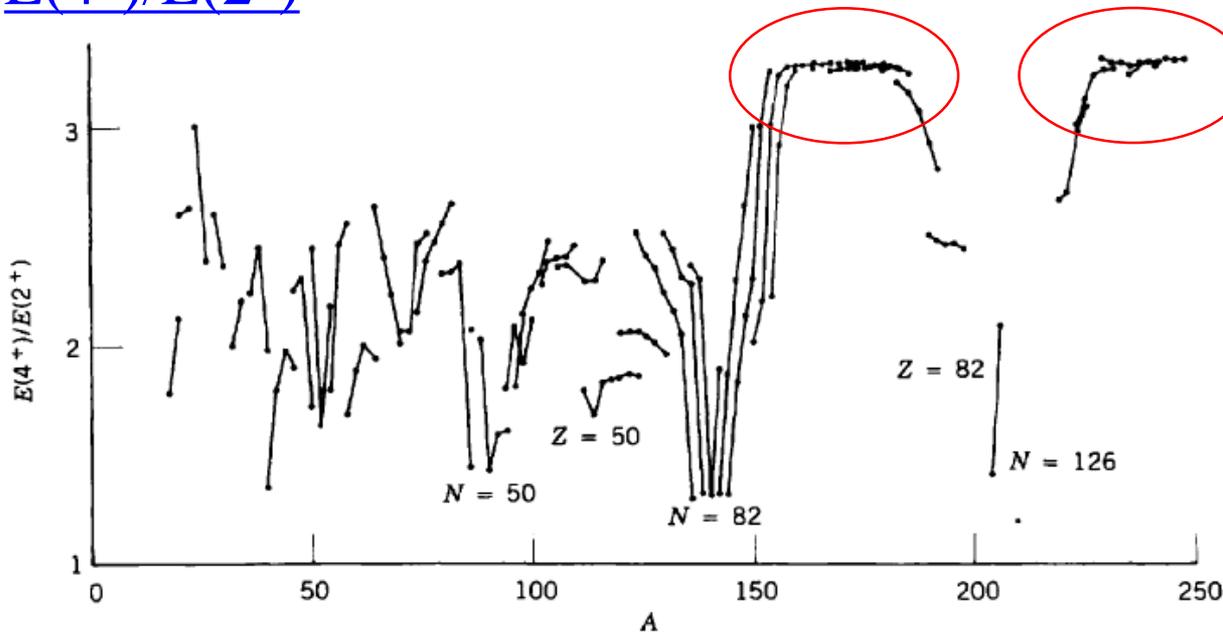
変形核

K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"



変形核

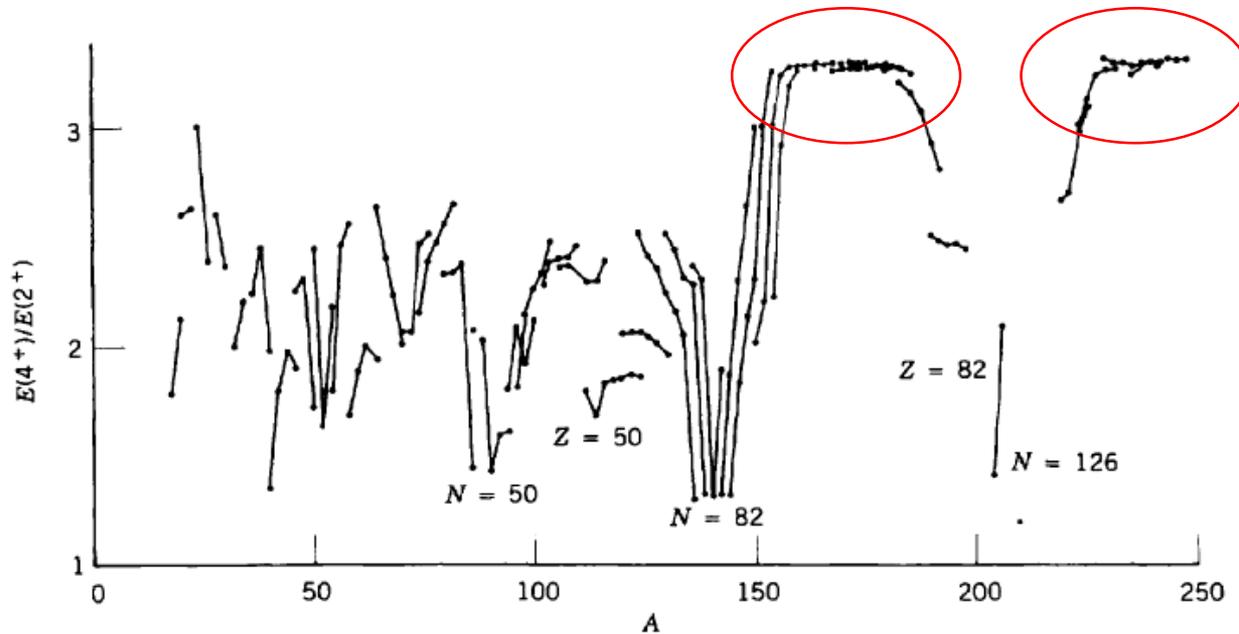
$E(4^+)/E(2^+)$



変形核なら  
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 3.3$

球形核なら  
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 2$

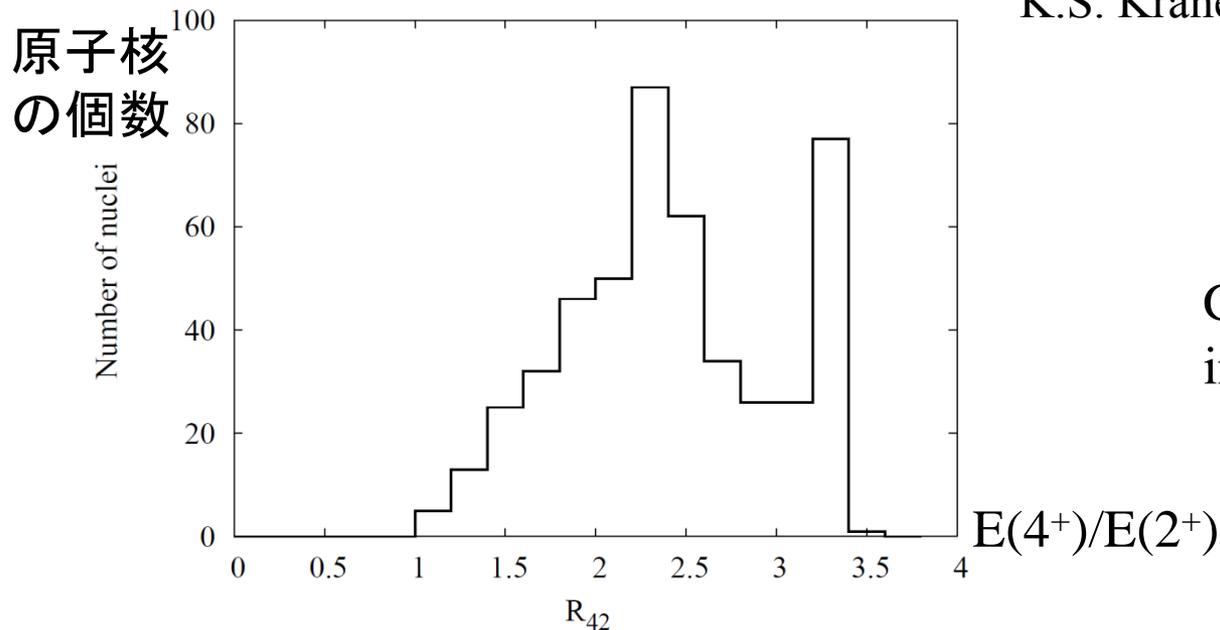
# 偶偶核における $E(4^+)/E(2^+)$



変形核なら  
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 3.3$

球形核なら  
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 2$

K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"



G.F. Bertsch,  
 in "Fifty years of nuclear BCS"

## 原子核が変形している証拠

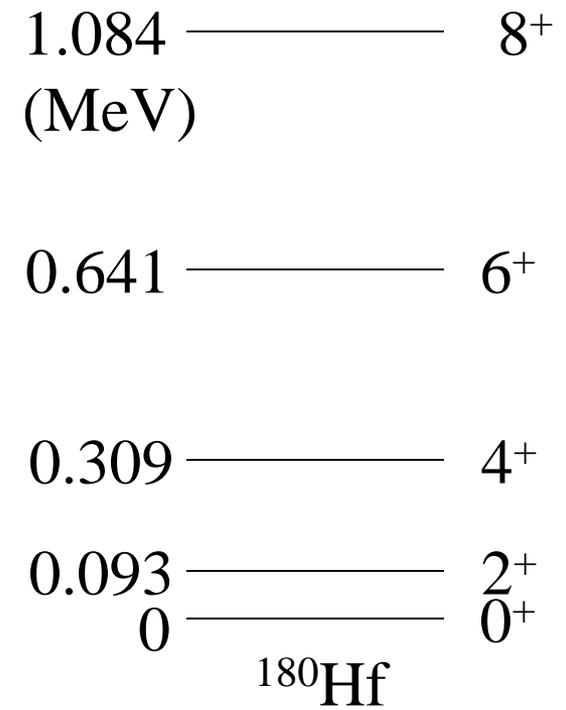
- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

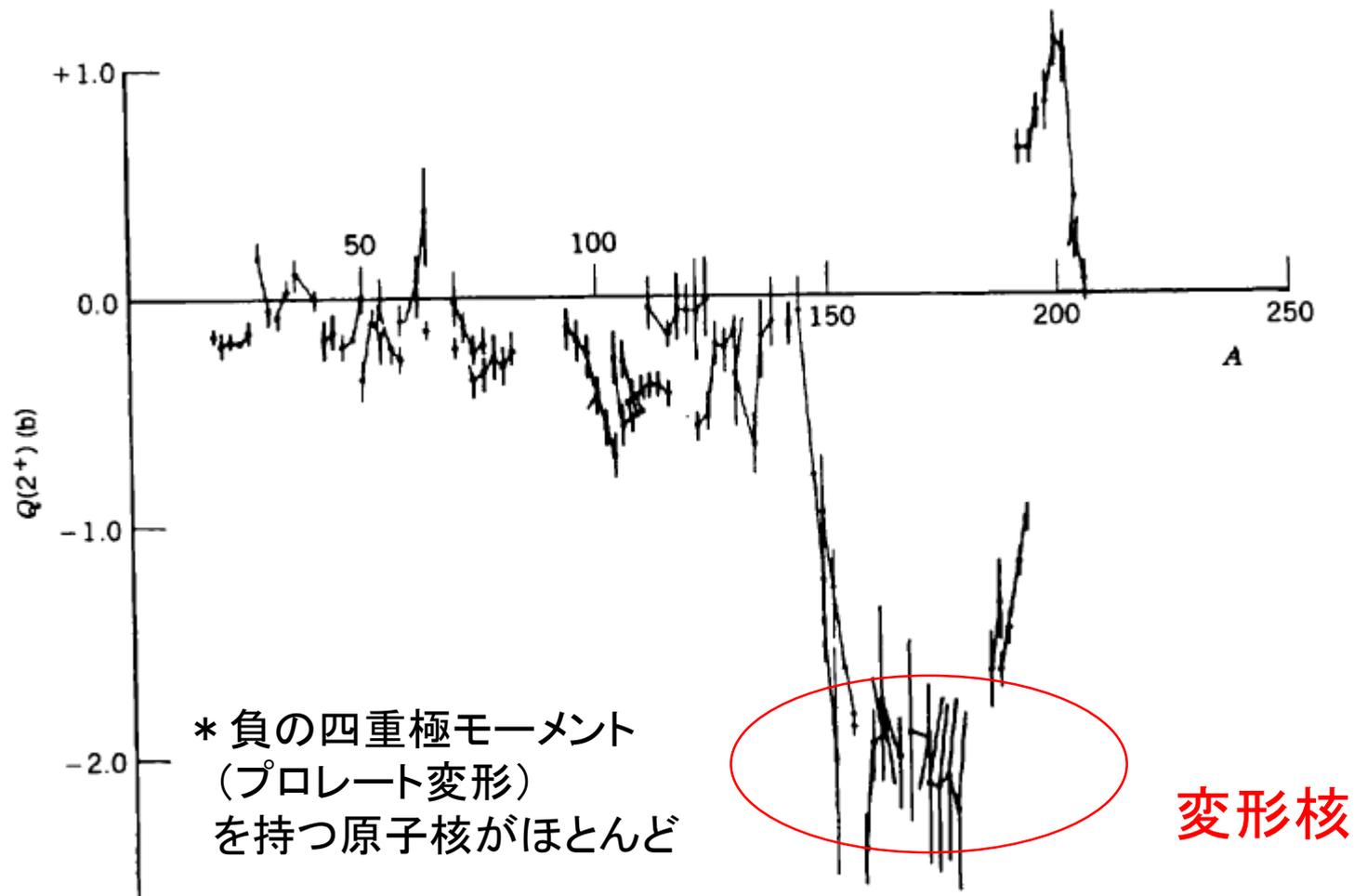
- 非常に大きな四重極モーメント  
(奇数個の核子を持つ原子核や励起状態)

$$Q = e\sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle \Psi_{II} | r^2 Y_{20} | \Psi_{II} \rangle$$

- 四重極遷移確率の増大



# 偶偶核の $2^+$ 状態の四重極モーメント



**Figure 5.16b** Electric quadrupole moments of lowest  $2^+$  states of even- $Z$ , even- $N$  nuclei. The lines connect sequences of isotopes.

## 原子核が変形している証拠

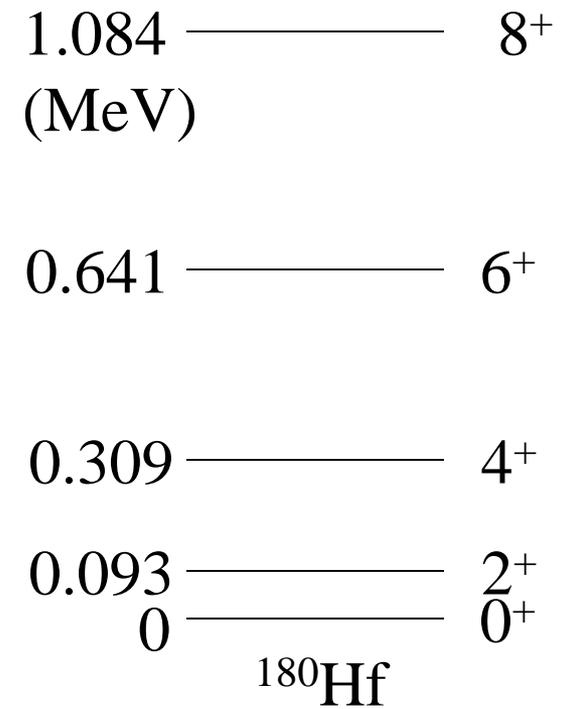
- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

- 非常に大きな四重極モーメント  
(奇数個の核子を持つ原子核や励起状態)

$$Q = e\sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle \Psi_{II} | r^2 Y_{20} | \Psi_{II} \rangle$$

- 四重極遷移確率の増大
- 一粒子スペクトル



# 原子核の変形

原子核の変形にともなうエネルギーの変化

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{\text{shell}}(\beta)$$

原子核が変形

→ 核子が感じるポテンシャルも変形

→ 変形度によって異なる量子力学的補正(殻効果)

# 変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$V(r) \sim \int v(r, r') \rho(r') dr' \sim -g\rho(r) \quad \text{if } v(r, r') = -g\delta(r - r')$$

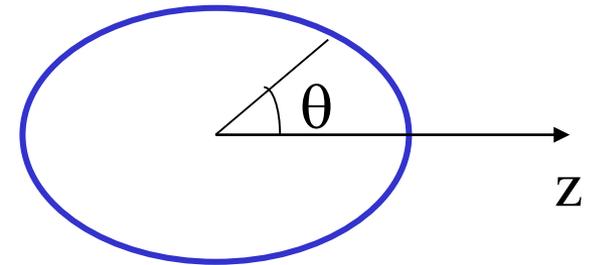
密度分布が変形すると、平均場ポテンシャルも同じように変形

(note) 軸対称な回転楕円体の半径:  $R(\theta) = R_0(1 + \beta_2 Y_{20}(\theta))$

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$

の半径  $R_0$  を  $R(\theta)$  に変えると



変形 Woods-Saxon ポテンシャル

$$\begin{aligned} V(r, \theta) &= -V_0/[1 + \exp((r - R_0 - R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a)] \\ &\sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots \end{aligned}$$

# 変形ポテンシャル中の一粒子運動

## 変形Woods-Saxon ポテンシャル

$$\begin{aligned} V(r, \theta) &= -V_0/[1 + \exp((r - R_0 - R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a)] \\ &\sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots \end{aligned}$$

ポテンシャルが回転対称性を持たない

—————→ 角運動量がいい量子数にならない  
(保存しない)

■  $Y_{20}$  の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

## (復習) 1次の摂動論

$$H = H_0 + H_1$$

$H_0$  の固有値、固有状態がわかっているとすると:

$$H_0 |\phi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} |\phi_n^{(0)}\rangle$$

$H_1$  があることによって、固有値、固有関数は次のように変化する:

$$E_n = E_n^{(0)} + \langle \phi_n^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle + \dots$$

$$|\phi_n\rangle = |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m \neq n} \frac{\langle \phi_m^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\phi_m\rangle + \dots$$

# 変形ポテンシャル中の一粒子運動

## 変形Woods-Saxon ポテンシャル

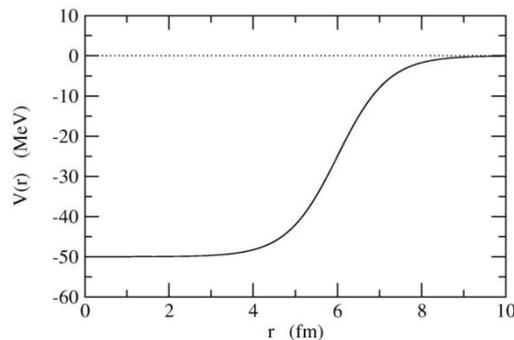
$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■  $Y_{20}$  の項の効果をも1次の摂動論を用いて考察してみよう

$\beta=0$  (球形ポテンシャル) の時の固有関数:  $\psi_{nlK}(r) = R_{nl}(r) Y_{lK}(\hat{r})$   
固有値:  $E_{nl}$  ( $K$  には依存しない)

エネルギーの変化分:

$$\begin{aligned} E_{nl} &\rightarrow E_{nl} + \langle \psi_{nlK} | \Delta V | \psi_{nlK} \rangle \\ &= E_{nl} - \beta_2 R_0 \underbrace{\left[ \int_0^\infty r^2 dr \frac{dV_0}{dr} (R_{nl}(r))^2 \right]}_{\text{正の量}} \cdot \underbrace{\langle Y_{lK} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle}_{\text{負の量}} \\ &= E_{nl} - \beta_2 R_0 \left[ \int_0^\infty r^2 dr \frac{dV_0}{dr} (R_{nl}(r))^2 \right] \cdot \underbrace{\langle Y_{lK} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle}_{-(3K^2 - l(l+1))} \end{aligned}$$



# 変形ポテンシャル中の一粒子運動

## 変形Woods-Saxon ポテンシャル

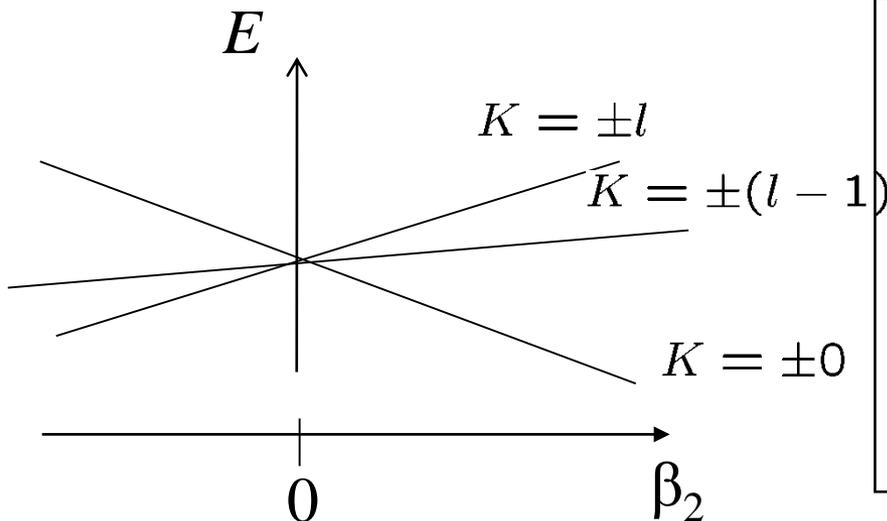
$$\psi_{nlK}(r) = R_{nl}(r)Y_{lK}(\hat{r})$$

$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■  $Y_{20}$  の項の効果をも1次の摂動論を用いて考察してみよう

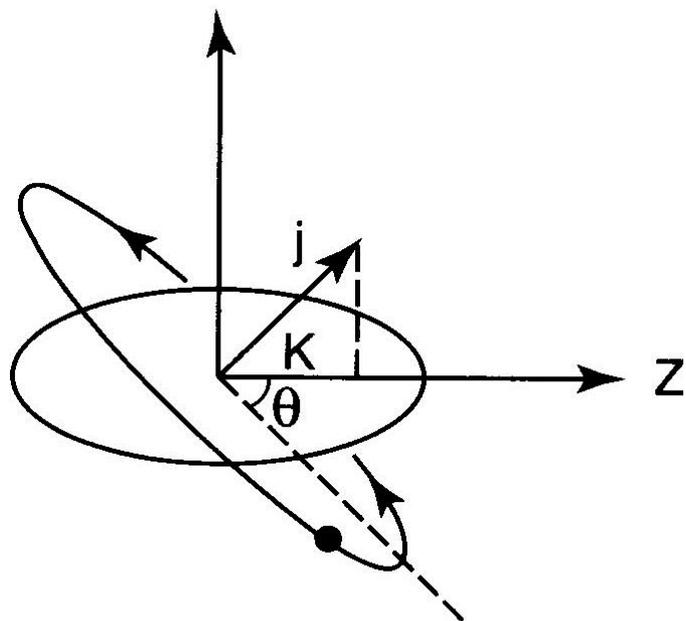
エネルギーの変化分:

$$E_{nl} \rightarrow E_{nl} + \alpha_{nl} \beta_2 (3K^2 - l(l+1)) \quad (\alpha_{nl} > 0)$$

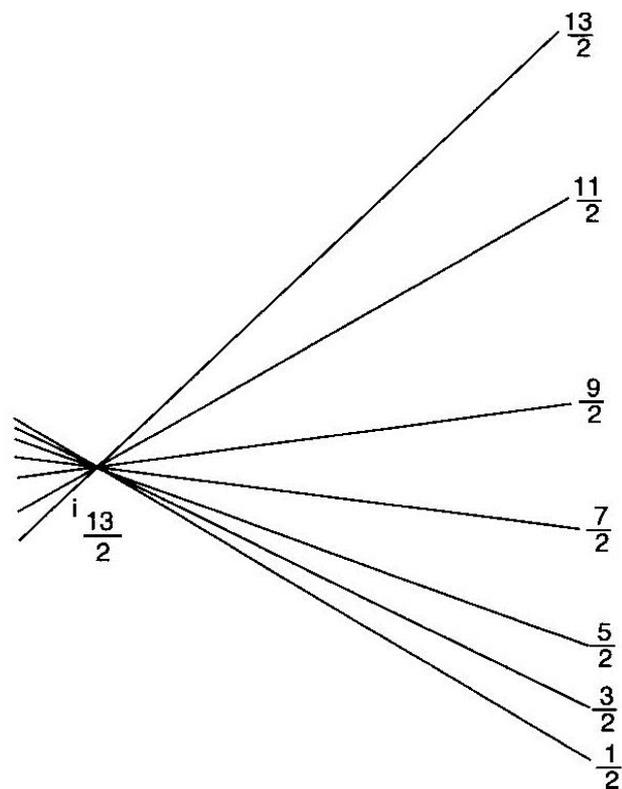


- ✓  $K$  ごとにエネルギー変化が異なる (縮退が解ける)
- ✓  $\beta_2 > 0$  では  $K$  が小さいほどエネルギーが低くなる。
- ✓  $\beta_2 < 0$  ではその逆
- ✓  $K$  と  $-K$  は縮退する

## 幾何学的解釈



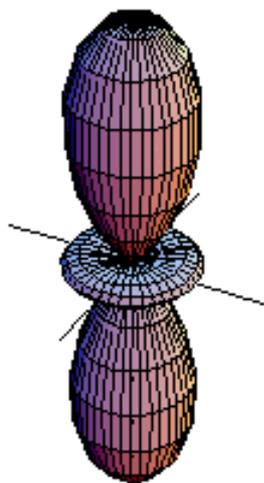
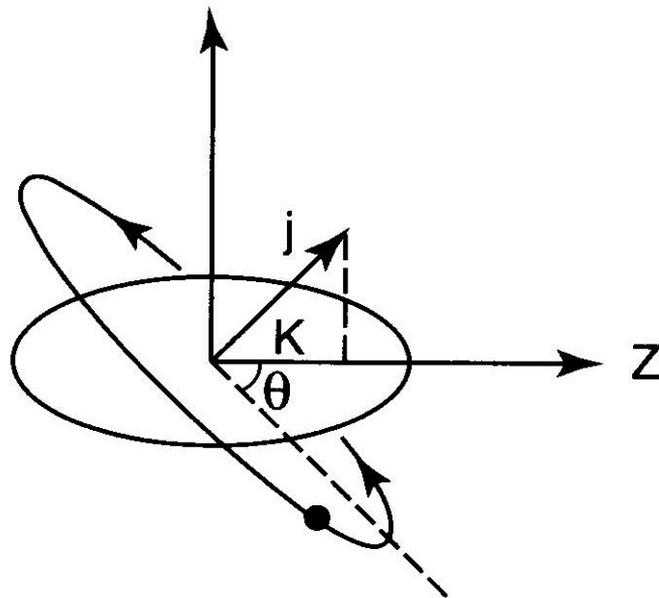
$$\sin \theta \sim K / j$$



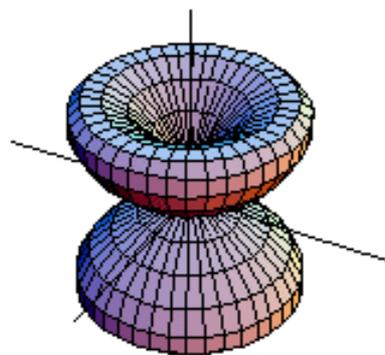
K

- $K$  は角運動量ベクトルの  $z$  軸への射影
- 核子の軌道は角運動量ベクトルに垂直な平面内
- プロレート変形の場合、小さな  $K$  ほど長軸に沿って運動。
- 従ってより引力を感じてエネルギーが下がる。
- 大きな  $K$  は短軸に沿って運動し、エネルギーを損する。

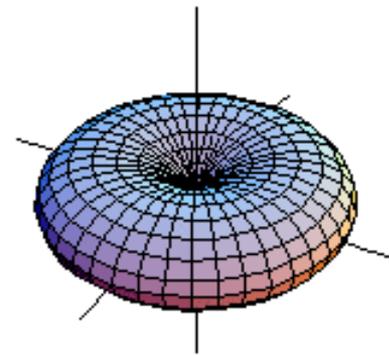
$z$



$r = Y_{20}$   
( $K=0$ )



$r = Y_{21}$   
( $K=1$ )



$r = Y_{22}$   
( $K=2$ )

## 変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■  $Y_{20}$  の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

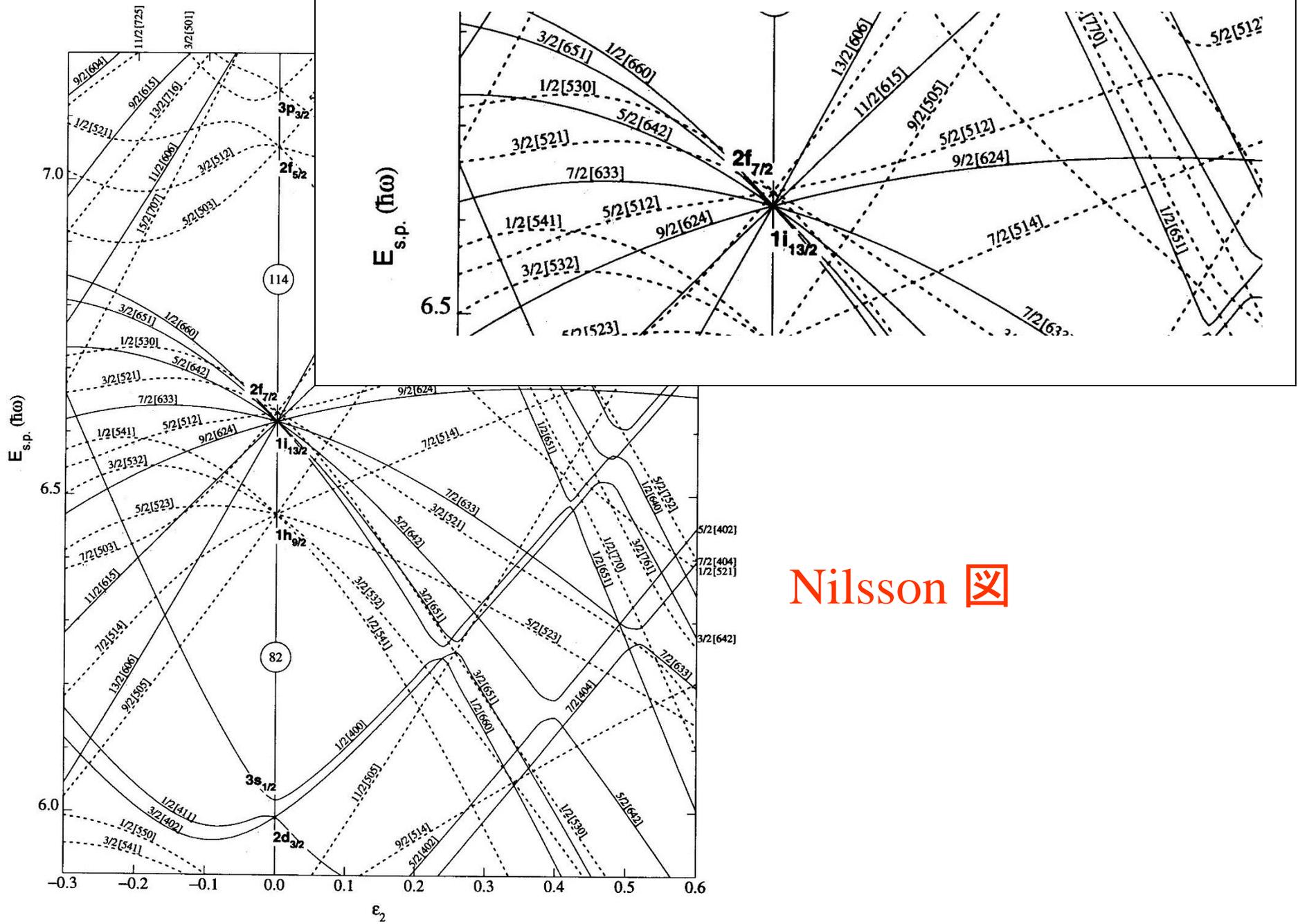
次に波動関数の変化分:  $|\phi_n\rangle = |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m \neq n} \frac{\langle \phi_m^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\phi_m\rangle + \dots$

$\beta=0$  (球形ポテンシャル) の時の固有関数:  $\psi_{nlK}(r) = R_{nl}(r) Y_{lK}(\hat{r})$

$$\psi_{nlK} \rightarrow \psi_{nlK} + \sum_{n'l'K'} \frac{\langle \psi_{n'l'K'} | \Delta V | \psi_{nlK} \rangle}{E_{nl} - E_{n'l'}} \psi_{n'l'K'}$$

  $\langle Y_{l'K'} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle$  でつながる状態が波動関数に混ざる

- $l$  は保存せず、様々な  $l$  が波動関数に混ざる
- 軸対称変形 ( $Y_{20}$ ) の場合、 $K$  は変化しない ( $K' = K$ )、すなわち保存量
- $Y_{20}$  はパリティを変えない。従って、パリティも保存量。



Nilsson 

Figure 13. Nilsson diagram for protons,  $Z \geq 82$  ( $\epsilon_4 = \epsilon_2^2/6$ ).

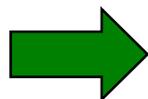
# □ 具体的な例: $^{11}_4\text{Be}_7$

球形ポテンシャルの準位で考えた場合:

—●—  $1p_{1/2}$

●●●●  $1p_{3/2}$

—●—●—  $1s_{1/2}$



$^{11}\text{Be}$  の基底状態は  $I^\pi = 1/2^-$

かなり無理

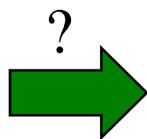


実際の  $^{11}\text{Be}$  の準位は。。。

0.32 MeV

—  $1/2^-$   
—  $1/2^+$

$^{11}\text{Be}$

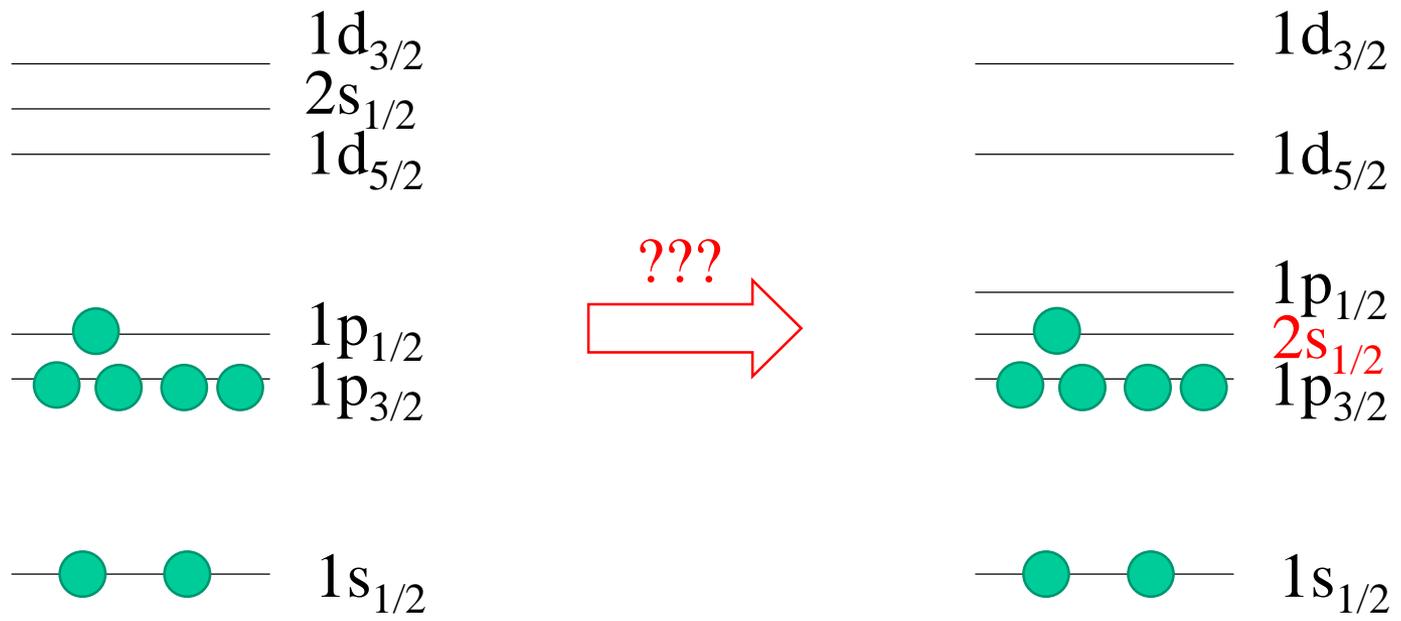


—●—  $1p_{1/2}$   
●●●●  $2s_{1/2}$   
—●—●—  $1p_{3/2}$

—●—●—  $1s_{1/2}$

“parity inversion”

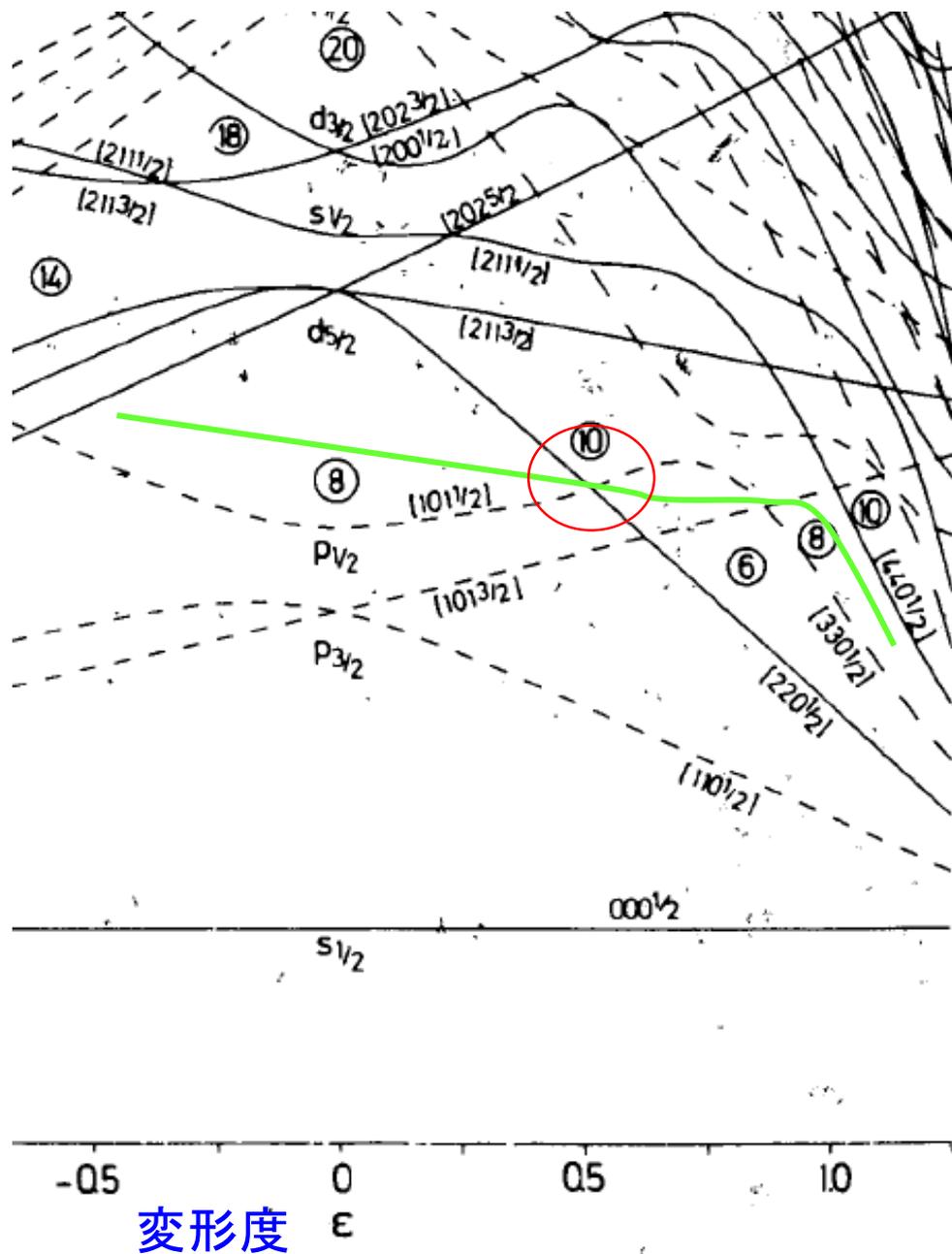
$^{11}\text{Be}$  は変形している?



とても不自然。

$^{11}\text{Be}$  が変形していると考えた方が自然に説明できる。

$^{11}_4\text{Be}_7$



0.32 MeV

\_\_\_\_\_  $1/2^-$   
\_\_\_\_\_  $1/2^+$

$^{11}\text{Be}$

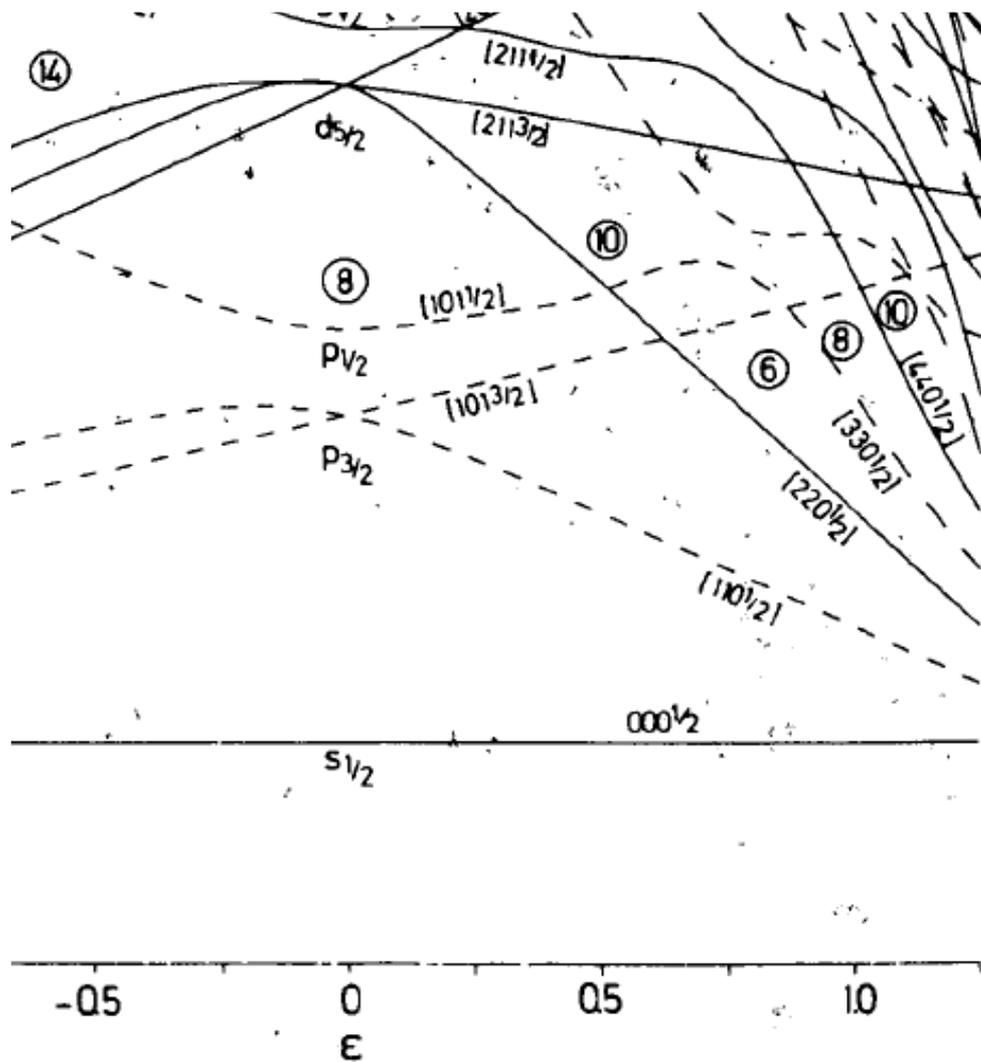
- 変形度を仮定し下のレベルから2個ずつ核子をつめる (+K と -K が縮退)
- 最外殻の核子が入るレベルを探す ( $^{11}\text{Be}$  の場合7番目のレベル)
- そのレベルの  $K^\pi$  の値を原子核全体のスピン・パリティに同定。

cf. 粒子・回転子模型



同じようにして  ${}^9_4\text{Be}_5$  のレベルを説明できるか？

cf.  ${}^{10}\text{B}(e, e'K^+){}^{10}_\Lambda\text{Be} (= {}^9\text{Be} + \Lambda)$





## 2008年のノーベル物理学賞

“for the discovery of the mechanism of spontaneous broken symmetry in subatomic physics”



南部陽一郎

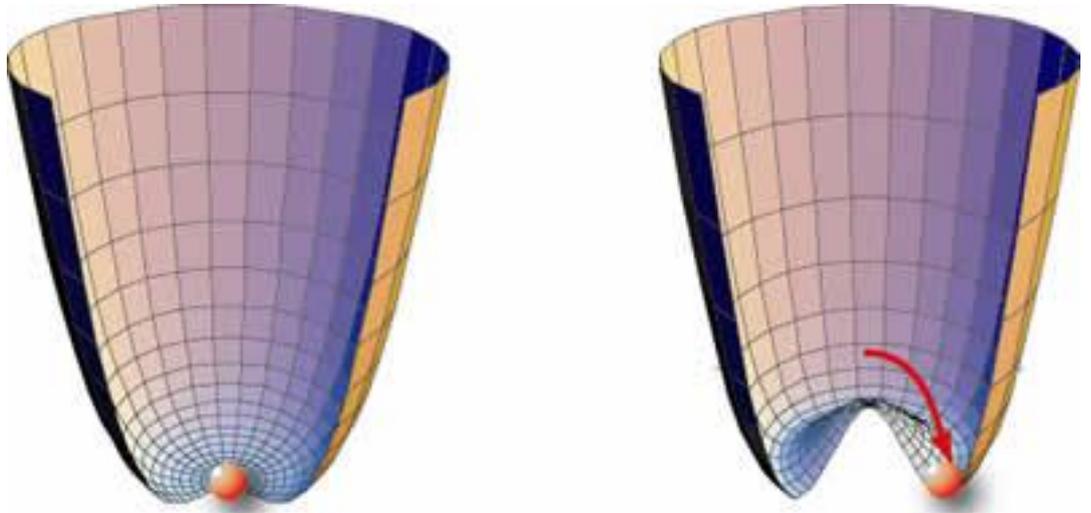
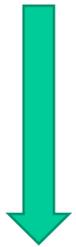


“for the discovery of the origin of the broken symmetry which predicts the existence of at least three families of quarks in nature”

小林誠、益川敏英

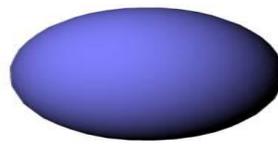
## 対称性の自発的破れ

ハミルトニアンが持つ対称性を、真空が持たない(破る)。



(対称性を回復するように  
南部・ゴールドストーン・モード(ゼロ・モード)  
が発生)

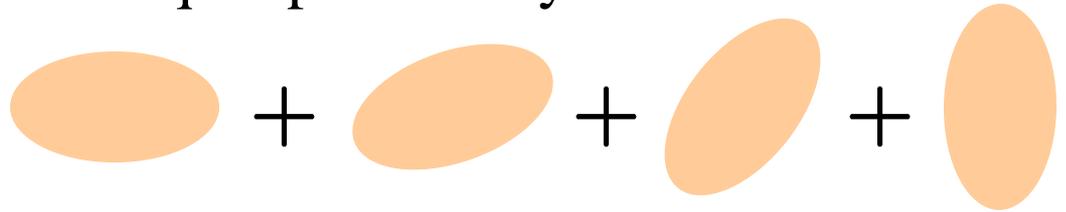
# Nuclear Deformation



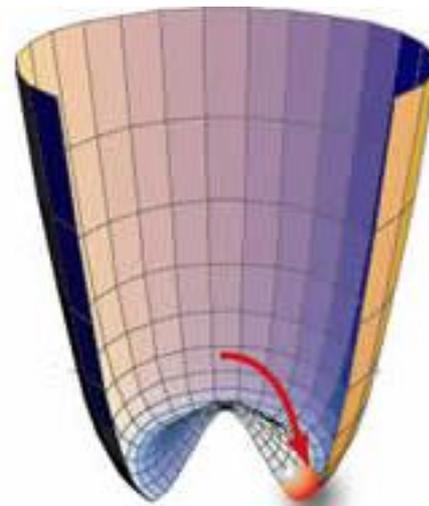
What is  $0^+$  state (Quantum Mechanics)?

$0^+$ : no preference of direction (spherical)

→ Mixing of all orientations with an equal probability



c.f. HF + Angular Momentum Projection



Excitation spectra of  $^{154}\text{Sm}$

0.903 —————  $8^+$   
(MeV)

0.544 —————  $6^+$

0.267 —————  $4^+$

0.082 —————  $2^+$   
0 —————  $0^+$

$^{154}\text{Sm}$

$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

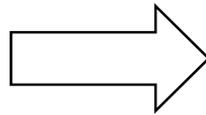
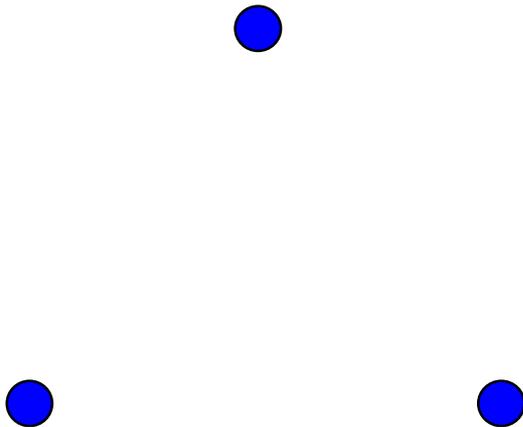
## 休憩(頭の体操)

頂点が何個かある

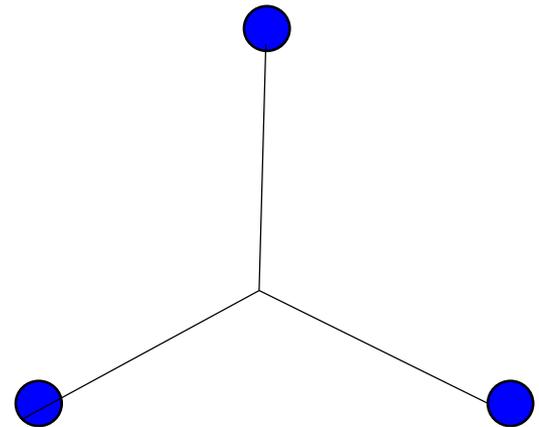
- 頂点を適当な線でつなぐ
- 何本引いてもよい
- 線は交わってもよい
- 一つの点から線を通して全ての点にいけるようにする

線の長さの合計が最短になる線のひき方は?

例) 正三角形の場合



対称となるように引く



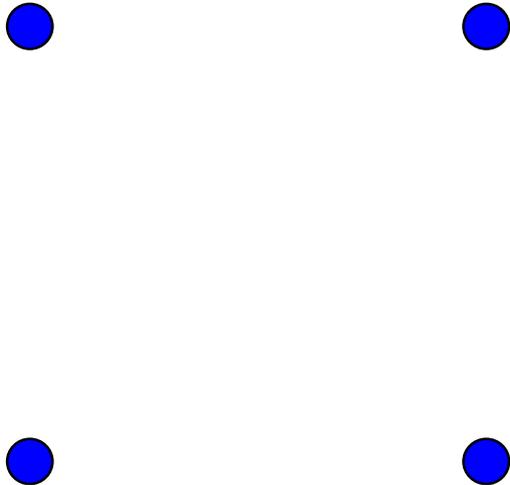
## 休憩(頭の体操)

頂点が何個かある

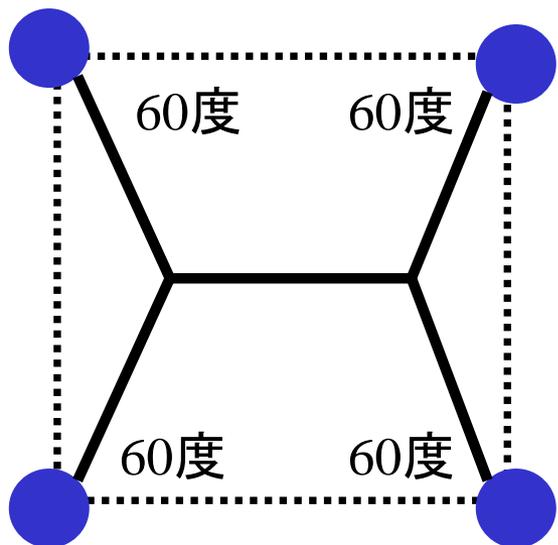
- 頂点を適当な線でつなぐ
- 何本引いてもよい
- 線は交わってもよい
- 一つの点から線を通して全ての点にいけるようにする

線の長さの合計が最短になるひき方は?

(問題) 正方形の場合は?



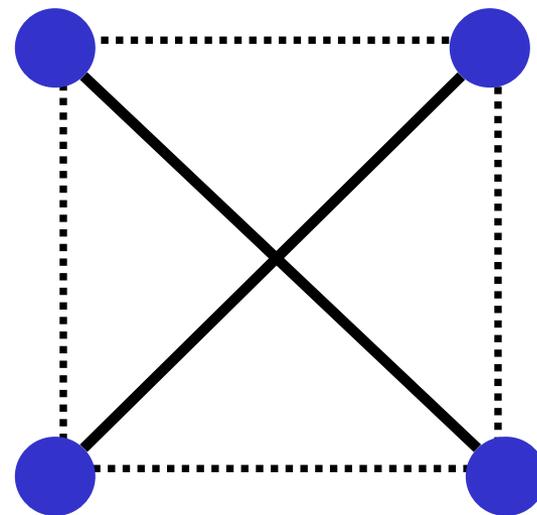
(答え)



長さ

$$\begin{aligned} & 4 \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \left( 1 - 2 \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) \\ & = 1 + \sqrt{3} \\ & = 2.732 \dots \end{aligned}$$

cf.

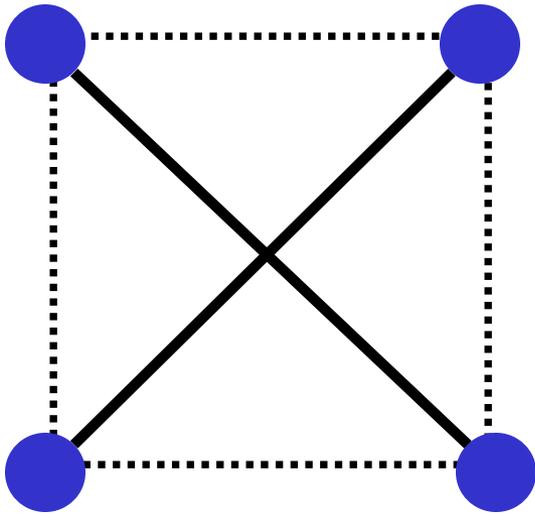


長さ

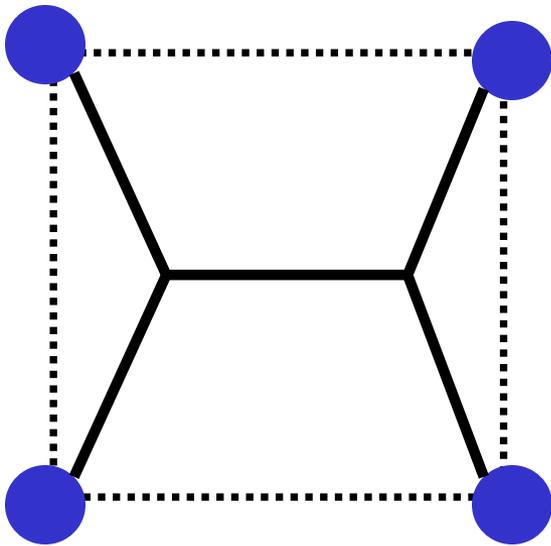
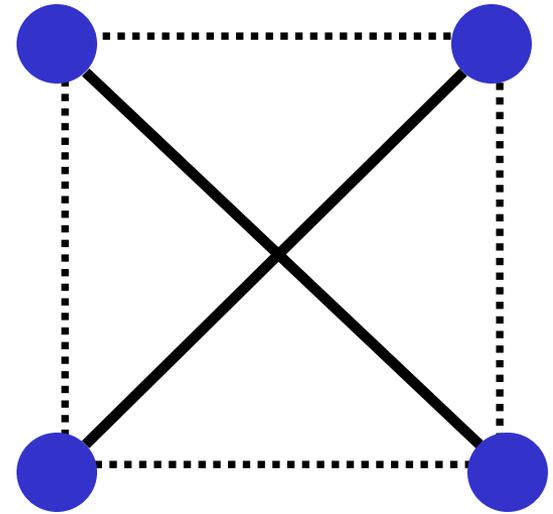
$$2 \times \sqrt{2} = 2.828 \dots$$

参考:

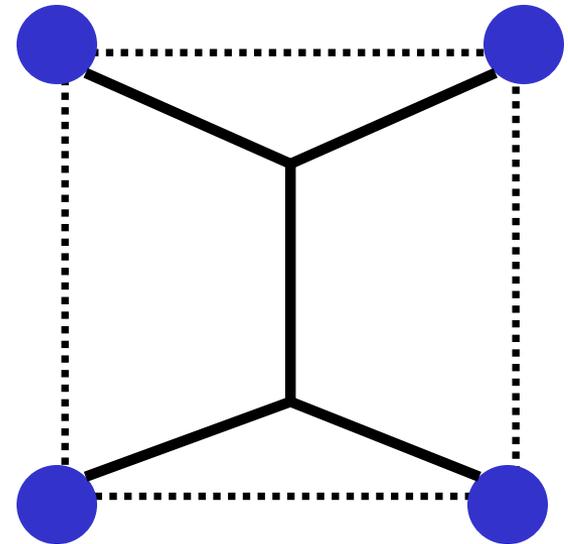
小池武志「原子核研究」Vol. 52 No. 2, p. 14



90度回転で不変



90度回転



対称性の自発的破れの好例

スライド: 小池武志氏(東北大学)