

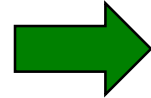
[前回の復習]: 殻模型による $^{11}_4\text{Be}_7$ のレベル

殻模型 (球形ポテンシャルの準位) で考えた場合:

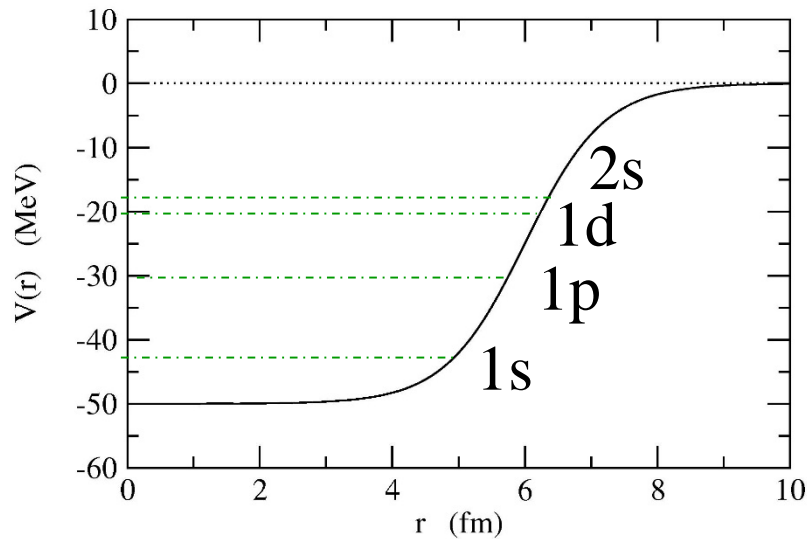
—●— $1p_{1/2}$ [2]

—●●●●— $1p_{3/2}$ [4]

—●●— $1s_{1/2}$ [2]



^{11}Be の基底状態は $I^\pi = 1/2^-$



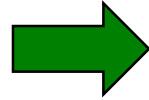
[前回の復習]: 殻模型による $^{11}_4\text{Be}_7$ のレベル

殻模型 (球形ポテンシャルの準位) で考えた場合:

—●— $1p_{1/2}$ [2]

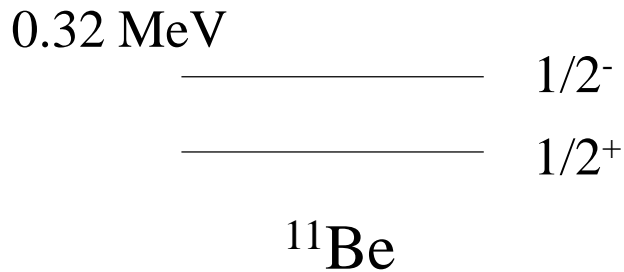
●●●● $1p_{3/2}$ [4]

—●●— $1s_{1/2}$ [2]



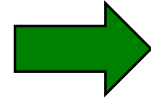
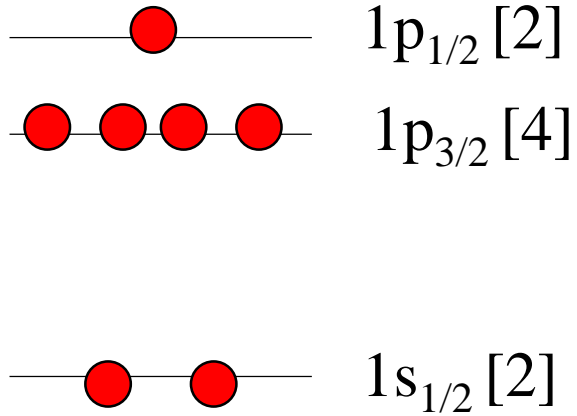
^{11}Be の基底状態は $I^\pi = 1/2^-$

実際の ^{11}Be の準位を見てみると:



[前回の復習]: 殻模型による $^{11}_4\text{Be}_7$ のレベル

殻模型 (球形ポテンシャルの準位) で考えた場合:



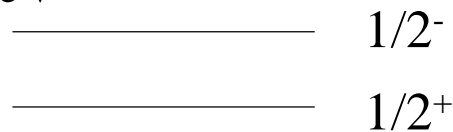
^{11}Be の基底状態は $I^\pi = 1/2^-$

かなり無理

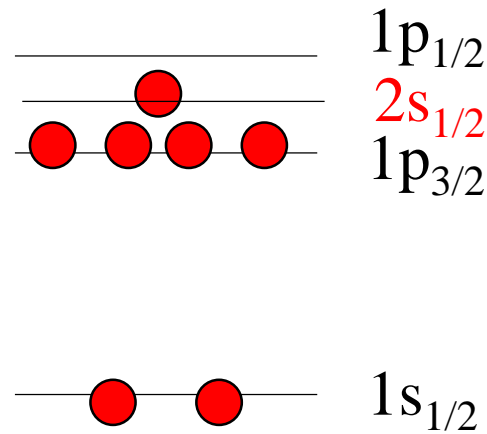
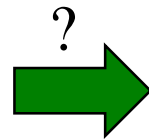


実際の ^{11}Be の準位を見てみると:

0.32 MeV



^{11}Be

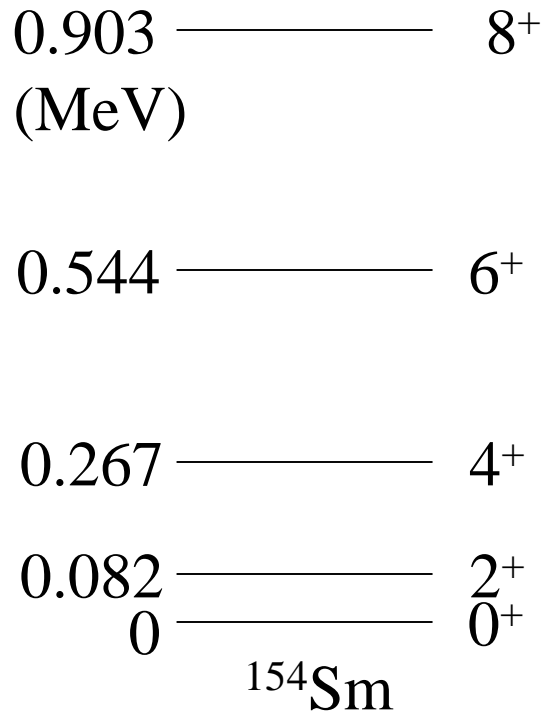


“parity inversion”

球形ポテンシャルに無理があるなら、変形させてみる?

Nuclear Deformation

Excitation spectra of ^{154}Sm

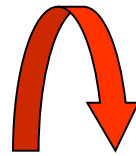


$$E_I \sim \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

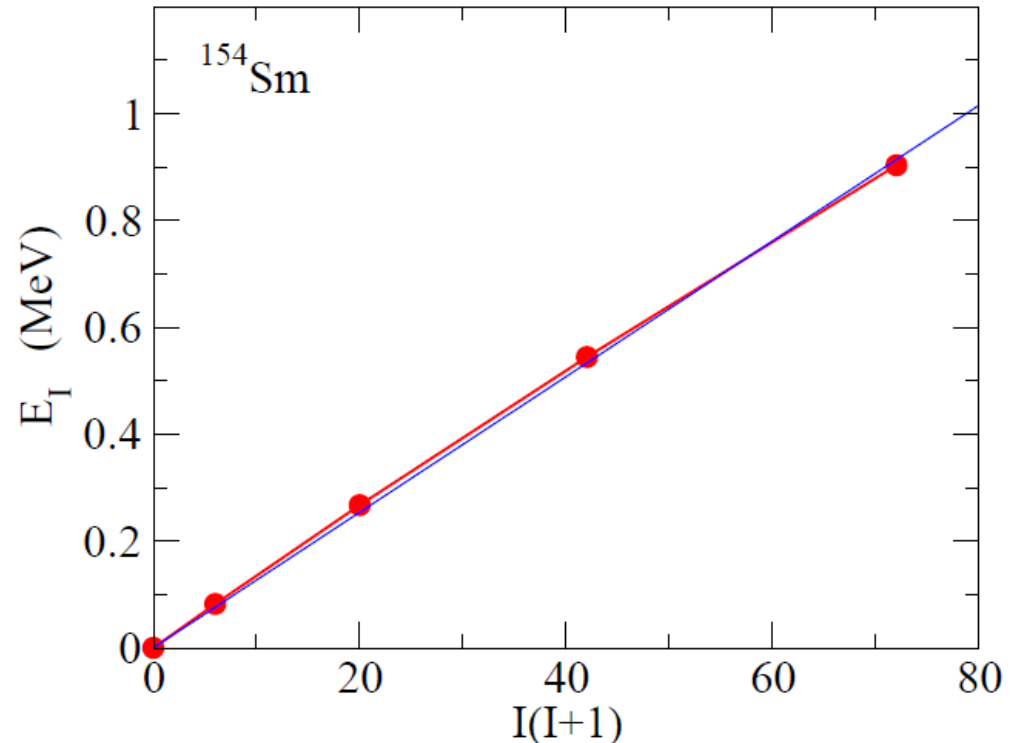
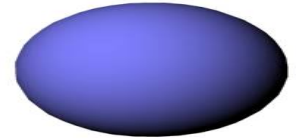
cf. Rotational energy of a rigid body
(Classical mechanics)

$$E = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 = \frac{I^2}{2\mathcal{J}}$$

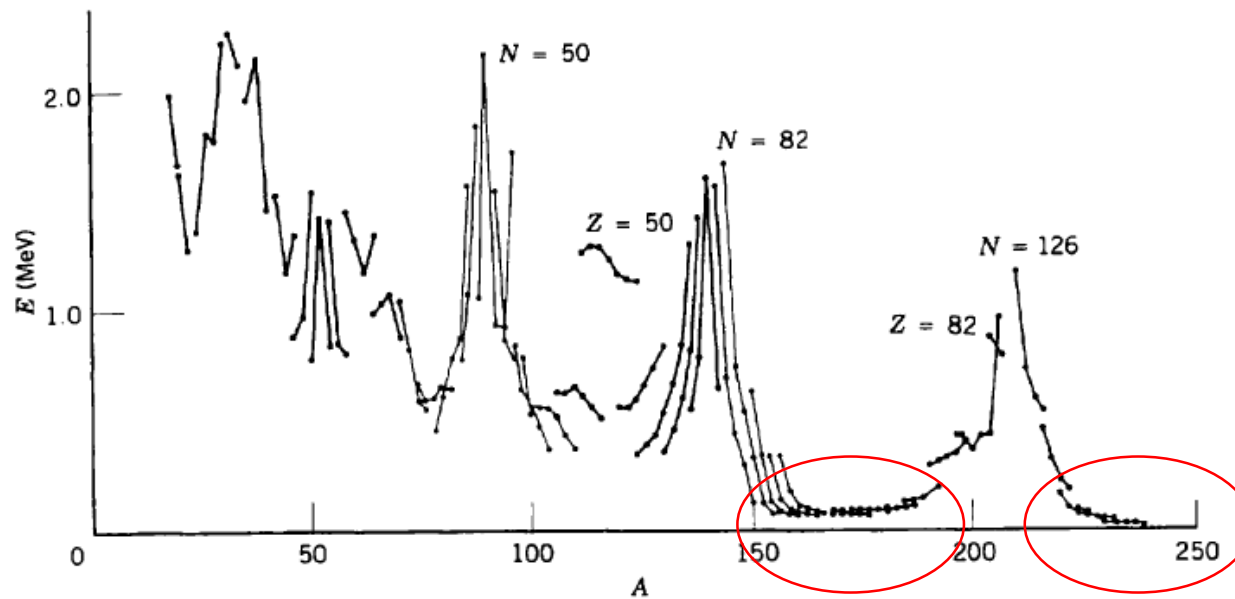
$$(I = \mathcal{J}\omega, \omega = \dot{\theta})$$



^{154}Sm is deformed

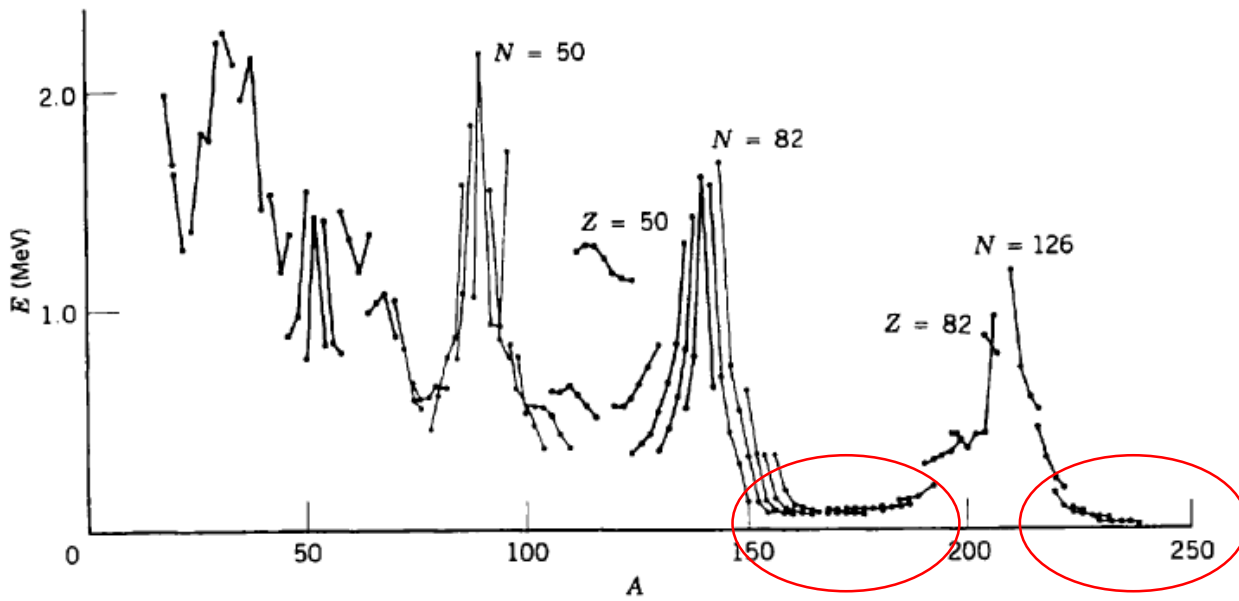


偶偶核の 2^+ 状態のエネルギー



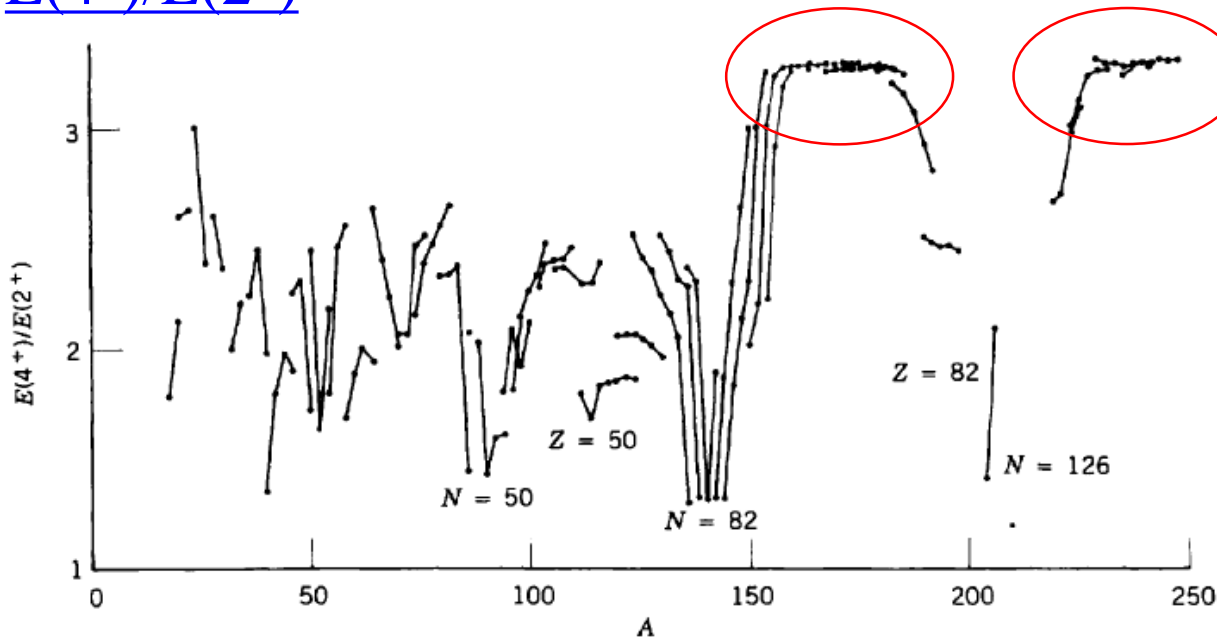
変形核

K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"



変形核

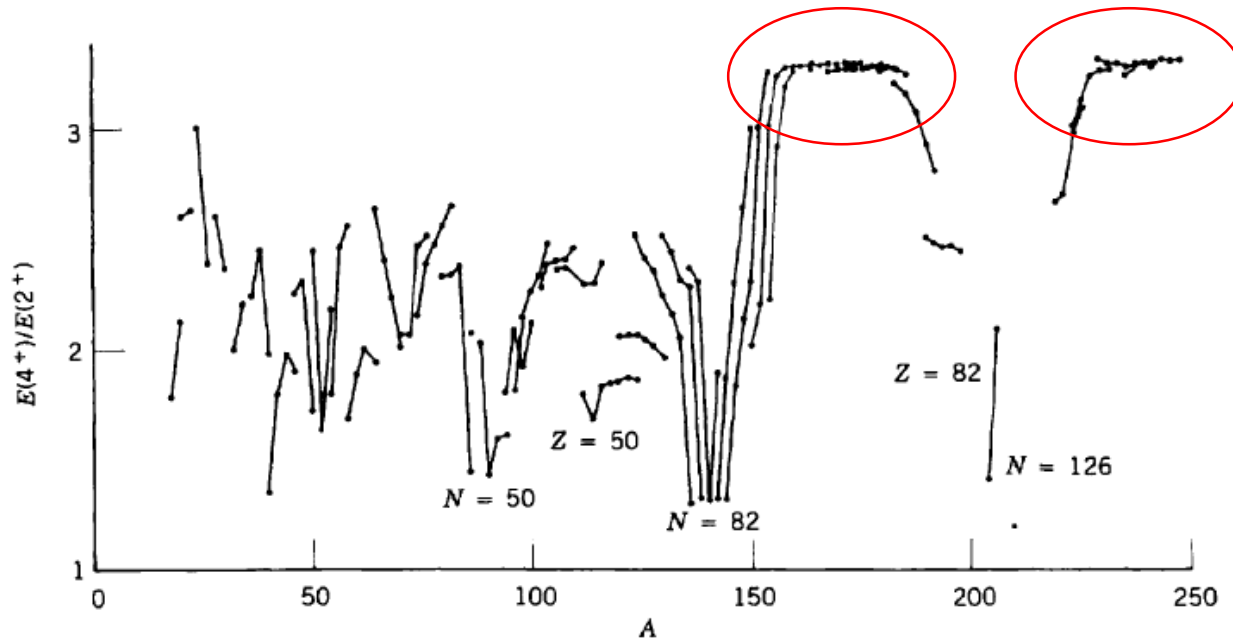
$E(4^+)/E(2^+)$



変形核なら
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 3.3$

球形核なら
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 2$

偶偶核における $E(4^+)/E(2^+)$

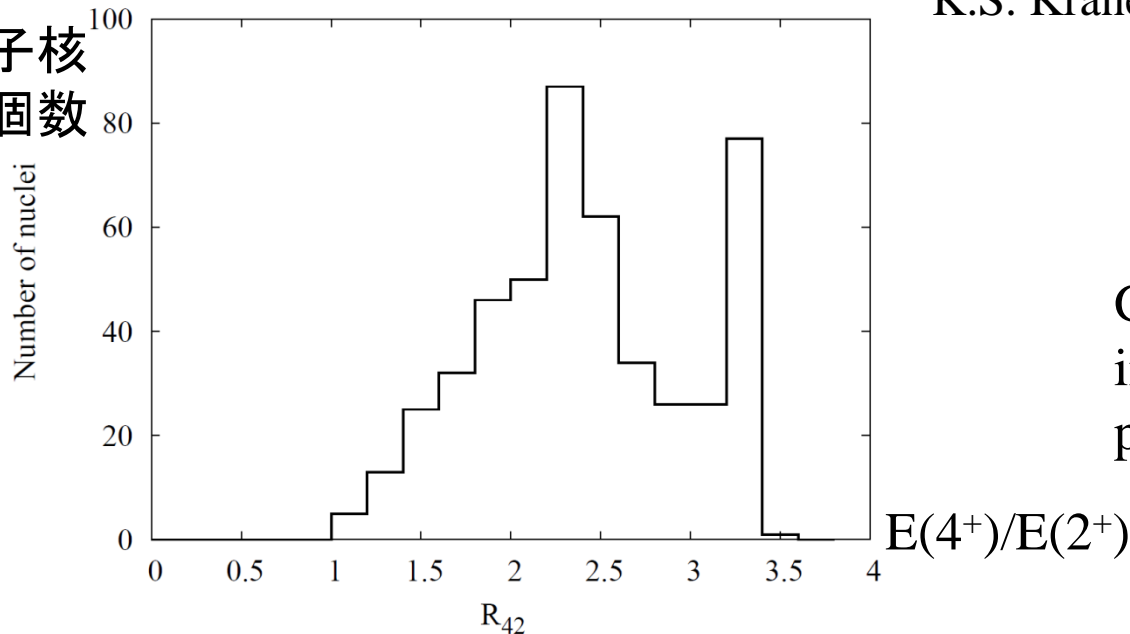


変形核なら
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 3.3$

球形核なら
 $E(4^+)/E(2^+) \sim 2$

K.S. Krane, "Introductory Nuclear Physics"

原子核
 の個数



G.F. Bertsch,
 in "Fifty years of nuclear BCS"
 p. 26

原子核が変形している証拠

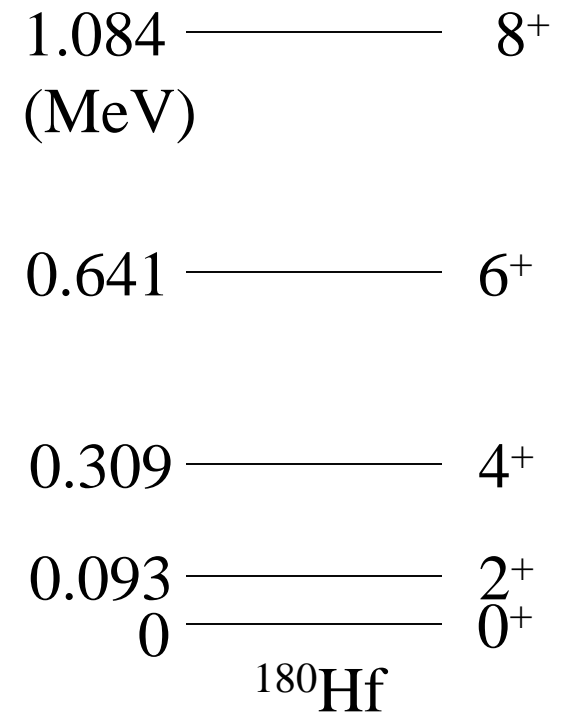
- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

- 非常に大きな四重極モーメント
(奇数個の核子を持つ原子核や励起状態)

$$Q = e\sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle \Psi_{II} | r^2 Y_{20} | \Psi_{II} \rangle$$

- 四重極遷移確率の増大



偶偶核の 2^+ 状態の四重極モーメント

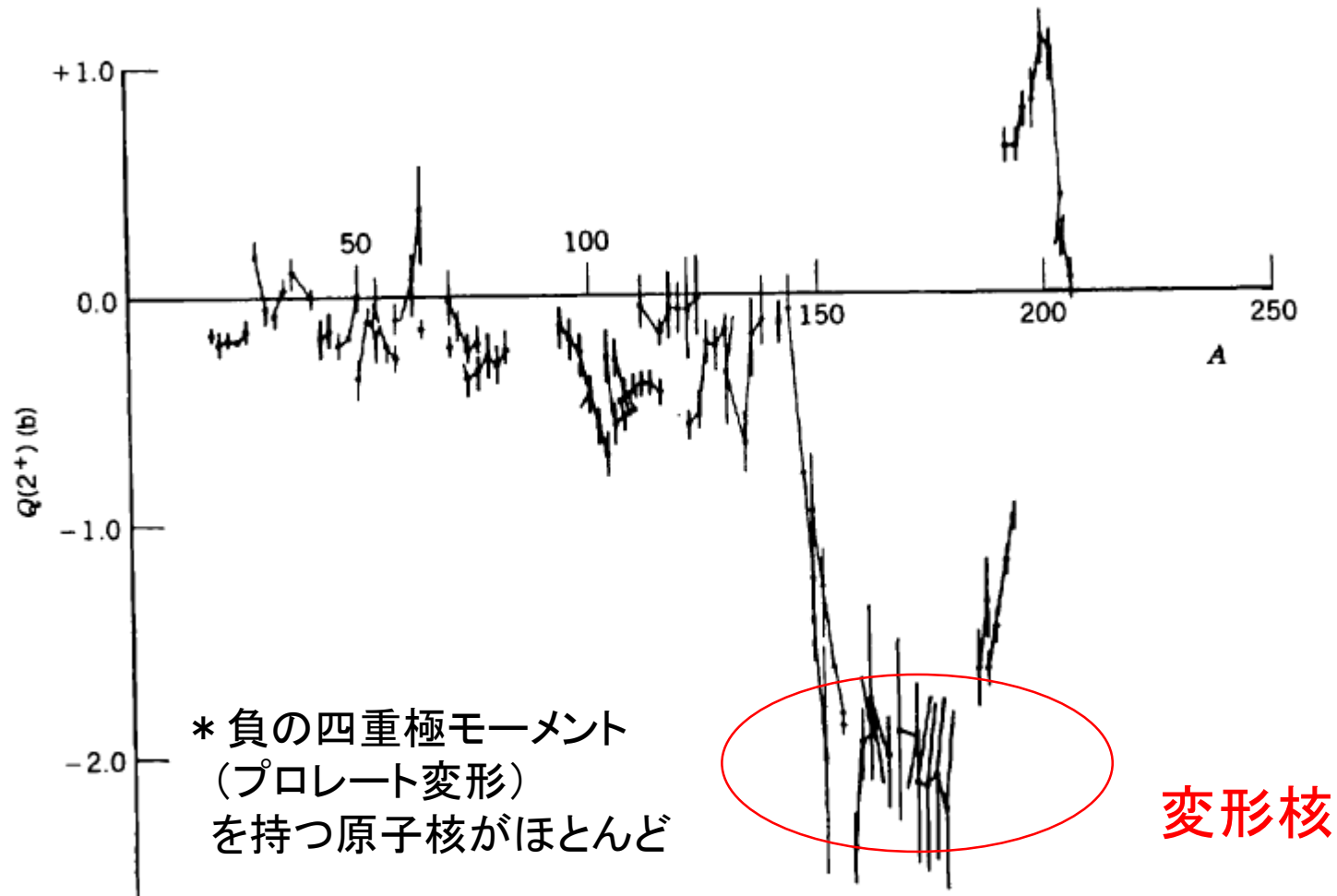


Figure 5.16b Electric quadrupole moments of lowest 2^+ states of even- Z , even- N nuclei. The lines connect sequences of isotopes.

原子核が変形している証拠

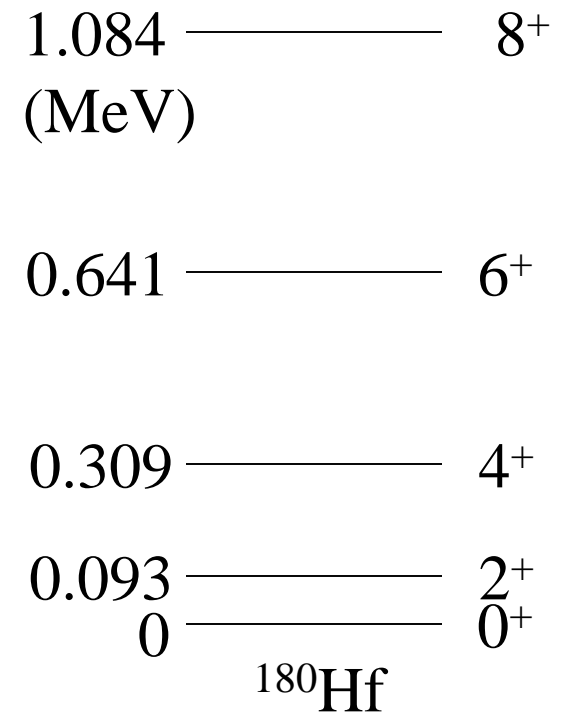
- 回転バンドの存在

$$E_I = \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$$

- 非常に大きな四重極モーメント
(奇数個の核子を持つ原子核や励起状態)

$$Q = e\sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle \Psi_{II} | r^2 Y_{20} | \Psi_{II} \rangle$$

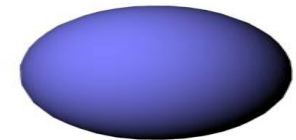
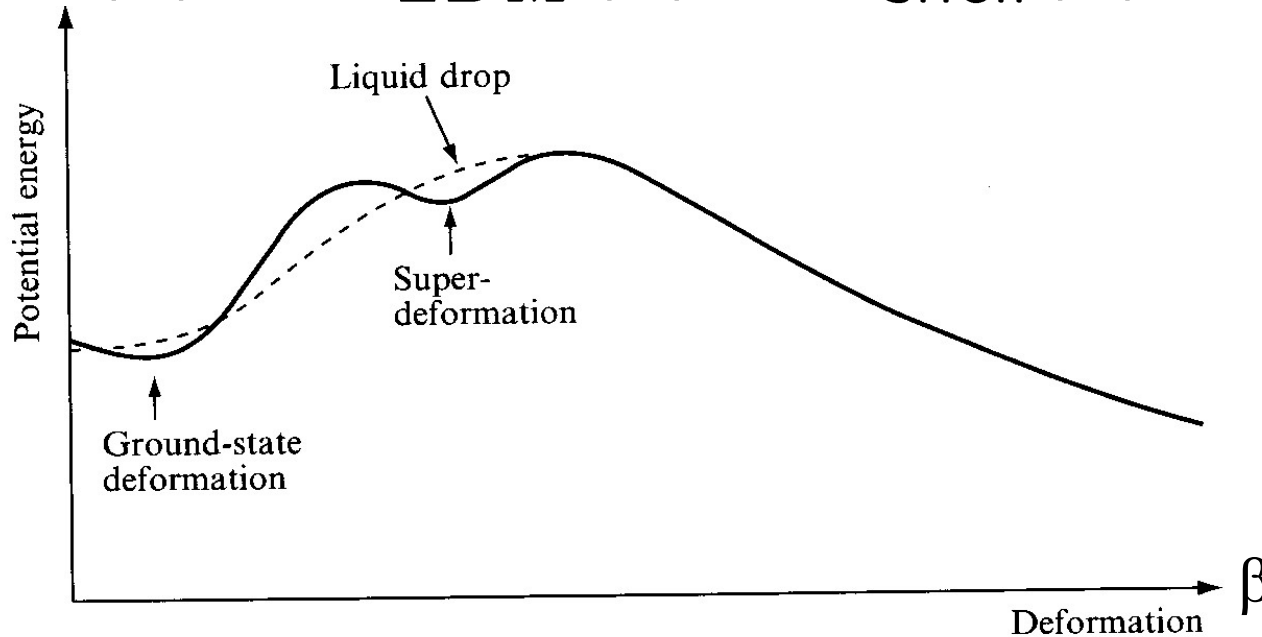
- 四重極遷移確率の増大
- 一粒子スペクトル



Nuclear Deformation

Deformed energy surface for a given nucleus

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{shell}(\beta)$$



LDM only \longrightarrow always spherical ground state
Shell correction \longrightarrow may lead to a **deformed g.s.**

* Spontaneous Symmetry Breaking

原子核の変形

原子核の変形にともなうエネルギーの変化

$$E(\beta) = E_{LDM}(\beta) + E_{\text{shell}}(\beta)$$

原子核が変形

→ 核子が感じるポテンシャルも変形

→ 変形度によって異なる量子力学的補正(殻効果)

変形ポテンシャル中の一粒子運動

$$V(r) \sim \int v(r, r') \rho(r') dr' \sim -g\rho(r) \quad \text{if } v(r, r') = -g\delta(r - r')$$

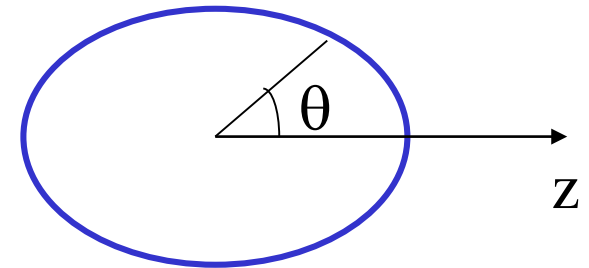
密度分布が変形すると、平均場ポテンシャルも同じように変形

(note) 軸対称な回転楕円体の半径: $R(\theta) = R_0(1 + \beta_2 Y_{20}(\theta))$

Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a)]$$

の半径 R_0 を $R(\theta)$ に変えると



変形 Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r, \theta) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0 - R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a)] \\ \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

$$V(r, \theta) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0 - R_0\beta_2 Y_{20}(\theta))/a)]$$
$$\sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

ポテンシャルが回転対称性を持たない

—————→ 角運動量がいい量子数にならない
(保存しない)

■ Y_{20} の項の効果を用いて1次の摂動論を用いて考察してみよう

(復習) 1次の摂動論

$$H = H_0 + H_1$$

H_0 の固有値、固有状態がわかっているとすると:

$$H_0 |\phi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} |\phi_n^{(0)}\rangle$$

H_1 があることによって、固有値、固有関数は次のように変化する:

$$E_n = E_n^{(0)} + \langle \phi_n^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle + \dots$$

$$|\phi_n\rangle = |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m \neq n} \frac{\langle \phi_m^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\phi_m\rangle + \dots$$

変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

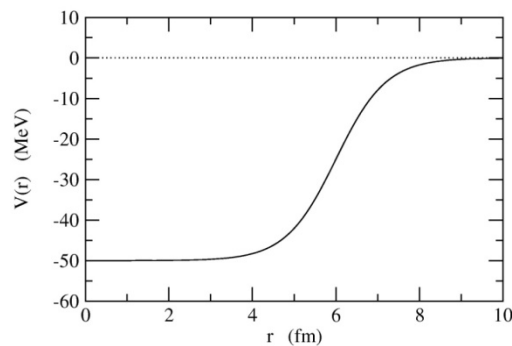
$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■ Y_{20} の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

$\beta=0$ (球形ポテンシャル)の時の固有関数: $\psi_{nlK}(r) = R_{nl}(r)Y_{lK}(\hat{r})$
固有値: E_{nl} (K には依存しない)

エネルギーの変化分:

$$\begin{aligned} E_{nl} &\rightarrow E_{nl} + \langle \psi_{nlK} | \Delta V | \psi_{nlK} \rangle \\ &= E_{nl} - \beta_2 R_0 \underbrace{\left[\int_0^\infty r^2 dr \frac{dV_0}{dr} (R_{nl}(r))^2 \right]}_{\text{正の量}} \cdot \underbrace{\langle Y_{lK} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle}_{\text{負の量}} \\ &\qquad\qquad\qquad - (3K^2 - l(l+1)) \end{aligned}$$



変形ポテンシャル中の一粒子運動

変形Woods-Saxon ポテンシャル

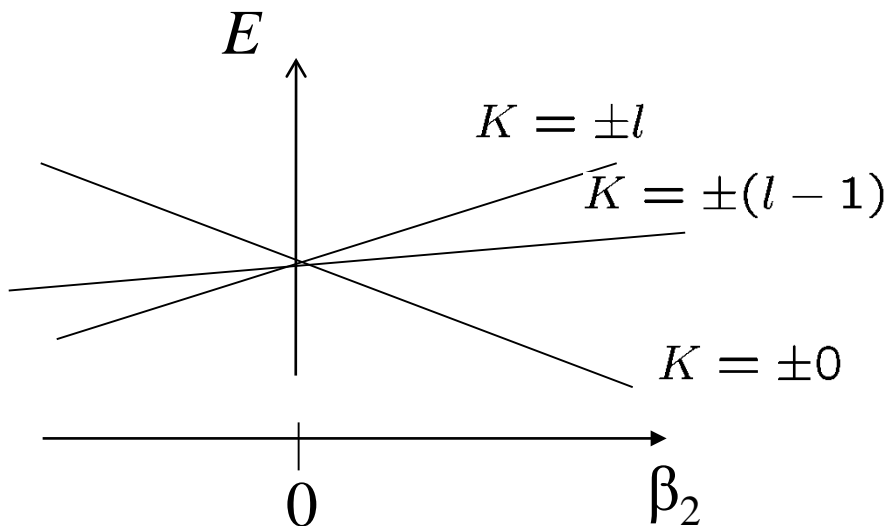
$$\psi_{nlK}(r) = R_{nl}(r)Y_{lK}(\hat{r})$$

$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■ Y_{20} の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

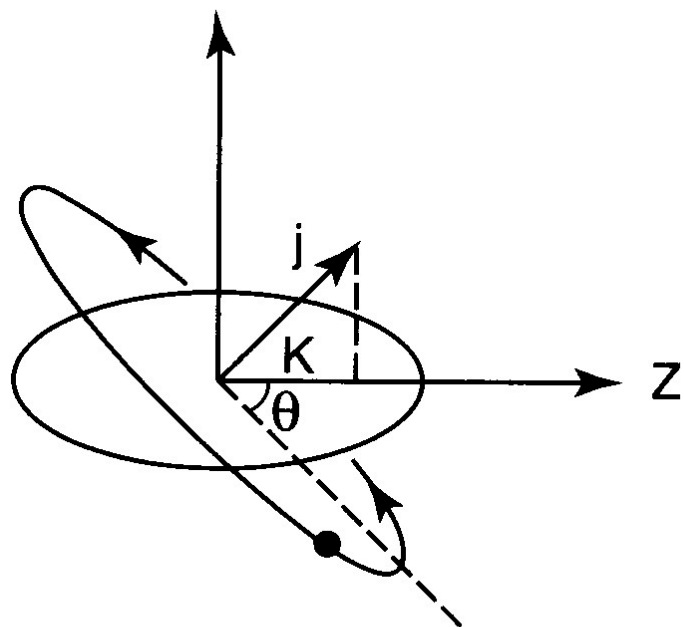
エネルギーの変化分:

$$E_{nl} \rightarrow E_{nl} + \alpha_{nl} \beta_2 (3K^2 - l(l+1)) \quad (\alpha_{nl} > 0)$$

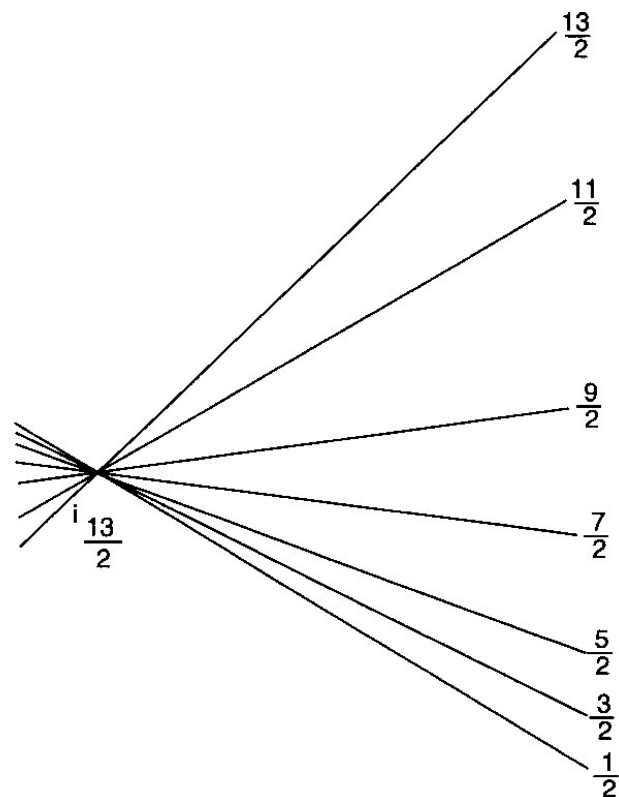


- ✓ K ごとにエネルギー変化が異なる (縮退が解ける)
- ✓ $\beta_2 > 0$ では K が小さいほどエネルギーが低くなる。
- ✓ $\beta_2 < 0$ ではその逆
- ✓ K と $-K$ は縮退する

幾何学的解釈



$$\sin \theta \sim K / j$$



K

- K は角運動量ベクトルの z 軸への射影
- 核子の軌道は角運動量ベクトルに垂直な平面内
- プロレート変形の場合、小さな K ほど長軸に沿って運動。
- 従ってより引力を感じてエネルギーが下がる。
- 大きな K は短軸に沿って運動し、エネルギーを損する。

変形ポテンシャル中の一粒子運動


$$V(r, \theta) \sim V_0(r) - \beta_2 R_0 \frac{dV_0}{dr} Y_{20}(\theta) + \dots$$

■ Y_{20} の項の効果を1次の摂動論を用いて考察してみよう

次に波動関数の変化分: $|\phi_n\rangle = |\phi_n^{(0)}\rangle + \sum_{m \neq n} \frac{\langle \phi_m^{(0)} | H_1 | \phi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\phi_m\rangle + \dots$

$\beta=0$ (球形ポテンシャル) の時の固有関数: $\psi_{nlK}(\mathbf{r}) = R_{nl}(r) Y_{lK}(\hat{\mathbf{r}})$

$$\psi_{nlK} \rightarrow \psi_{nlK} + \sum_{n'l'K'} \frac{\langle \psi_{n'l'K'} | \Delta V | \psi_{nlK} \rangle}{E_{nl} - E_{n'l'}} \psi_{n'l'K'}$$

 $\langle Y_{l'K'} | Y_{20} | Y_{lK} \rangle$ でつながる状態が波動関数に混ざる

- l は保存せず、様々な l が波動関数に混ざる
- 軸対称変形 (Y_{20}) の場合、 K は変化しない ($K' = K$)、すなわち保存量
- Y_{20} はパリティを変えない。従って、パリティも保存量。

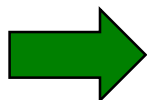
□ 具体的な例： $^{11}_4\text{Be}_7$

球形ポテンシャルの準位で考えた場合：

—●— $1p_{1/2}$

●●●● $1p_{3/2}$

—●—●— $1s_{1/2}$



^{11}Be の基底状態は $I^\pi = 1/2^-$

かなり無理

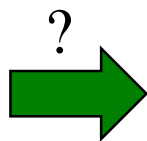


実際の ^{11}Be の準位は。。。

0.32 MeV

— $1/2^-$
— $1/2^+$

^{11}Be

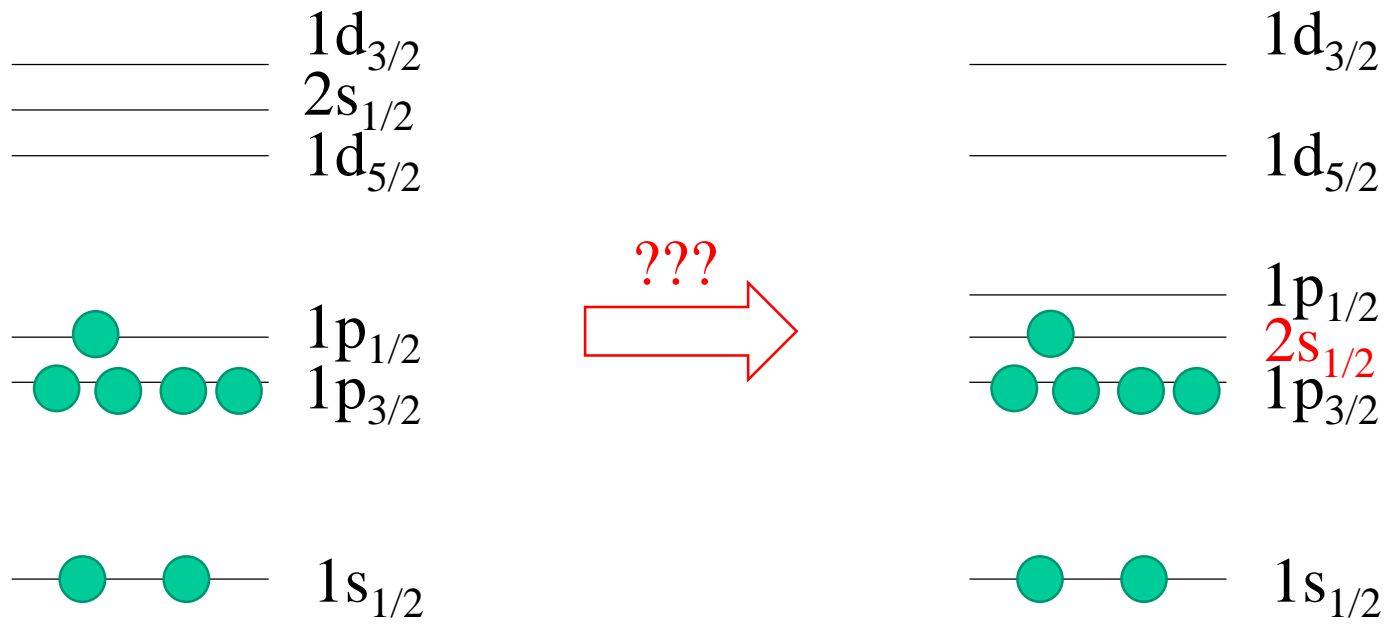


—●— $1p_{1/2}$
●●●● $2s_{1/2}$
—●—●— $1p_{3/2}$

—●—●— $1s_{1/2}$

“parity inversion”

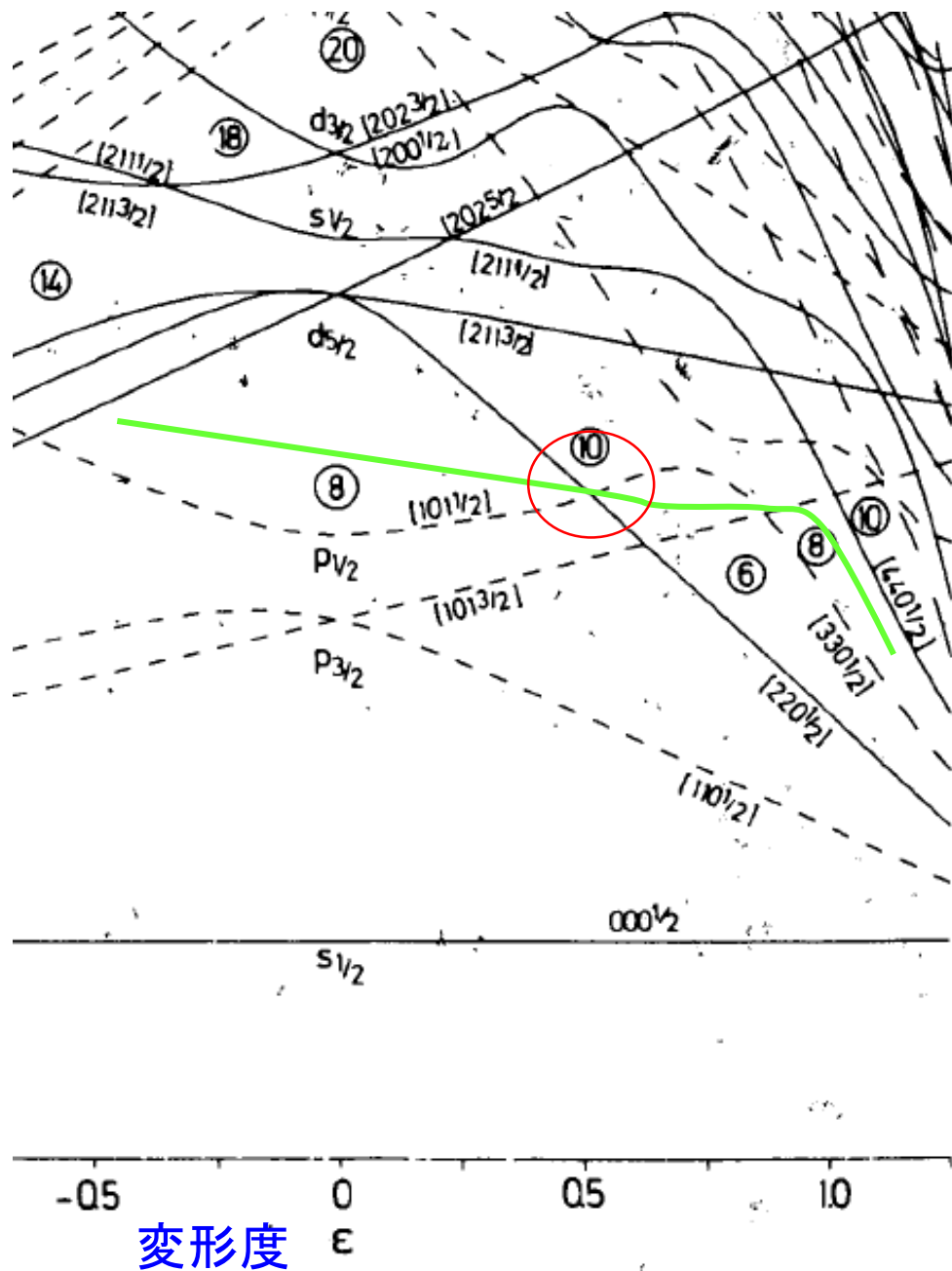
^{11}Be は変形している？



とても不自然。

^{11}Be が変形していると考えた方が自然に説明できる。

$^{11}_4\text{Be}_7$



0.32 MeV

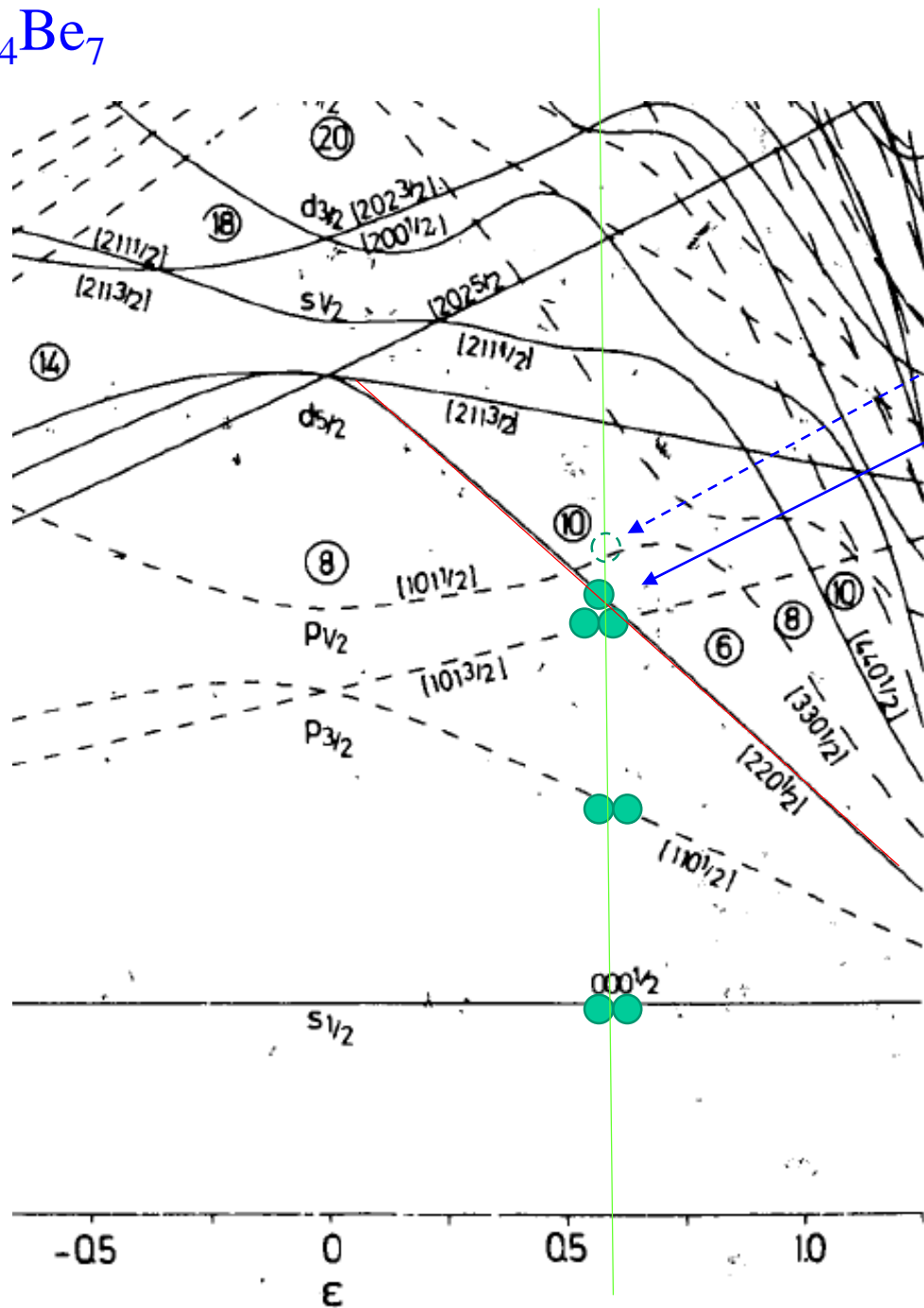
_____ $1/2^-$
_____ $1/2^+$

^{11}Be

- 変形度を仮定し下のレベルから2個ずつ核子をつめる (+ K と- K が縮退)
- 最外殻の核子が入るレベルを探す (^{11}Be の場合7番目のレベル)
- そのレベルの $K\pi$ の値を原子核全体のスピン・パリティに同定。

cf. 粒子・回転子模型

$^{11}_4\text{Be}_7$



0.32 MeV

$1/2^-$

$1/2^+$

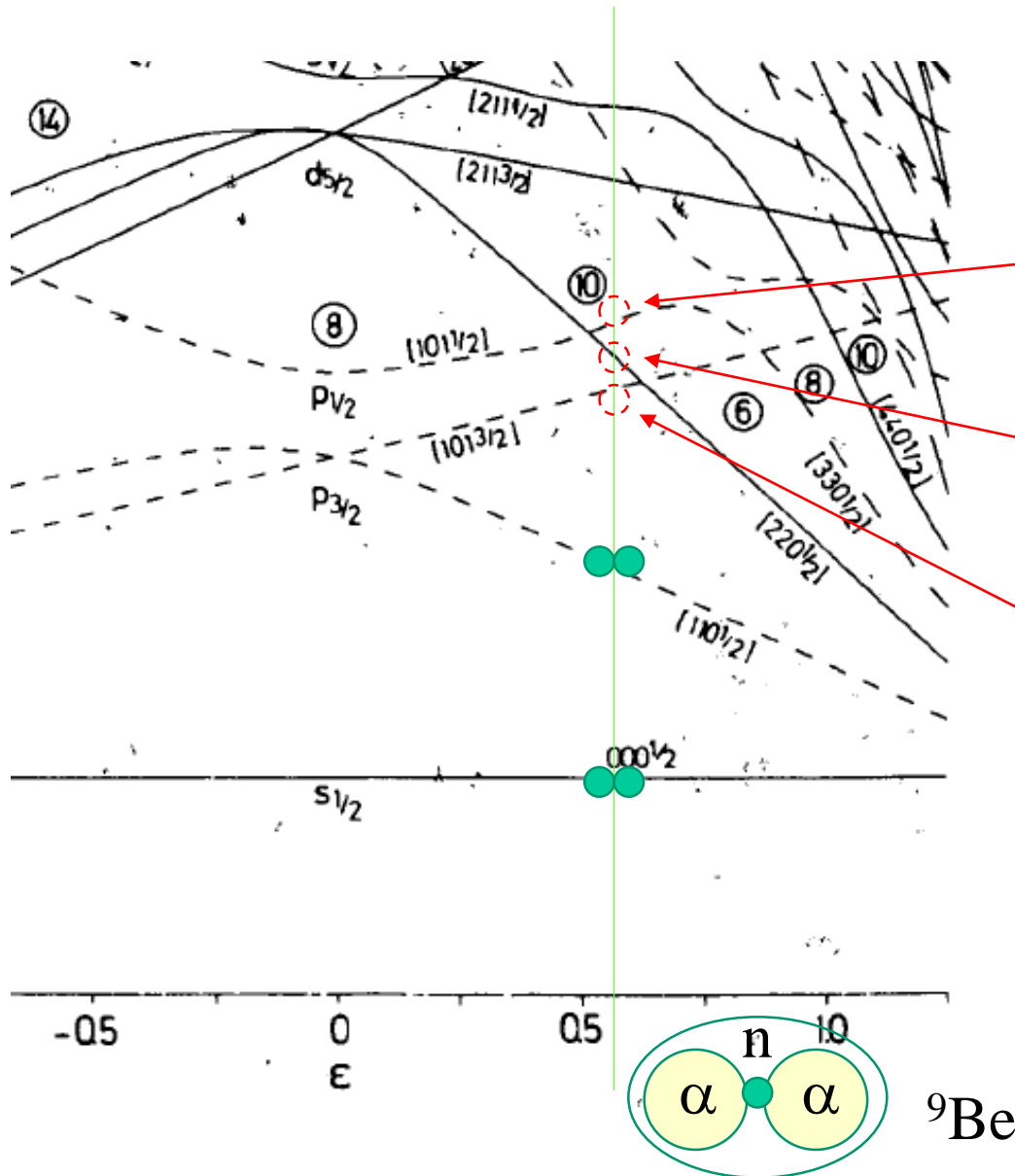
^{11}Be

- 変形度を仮定し下のレベルから2個ずつ核子をつめる (+K と -K が縮退)
- 最外殻の核子が入るレベルを探す (^{11}Be の場合7番目のレベル)
- そのレベルの K^π の値を原子核全体のスピン・パリティに同定。

cf. 粒子・回転子模型

同じようにして ${}^9_4\text{Be}_5$ のレベルを説明できるか？

cf. ${}^{10}\text{B}(e,e'\text{K}^+){}^{10}_\Lambda\text{Be} (= {}^9\text{Be} + \Lambda)$



(MeV)

2.78 ————— $1/2^-$

2.43 $5/2^-$

1.68 ————— $1/2^+$

0 ————— $3/2^-$

${}^9\text{Be}$

* 2.43 MeV の $5/2^-$ 状態は基底状態と同じ配位を持つ回転状態なのでここでは考えなくてよい。