

Extra binding for N or Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (magic numbers)  $\square$  Very stable

 ${}^{4}{}_{2}\text{He}_{2}, {}^{16}{}_{8}\text{O}_{8}, {}^{40}{}_{20}\text{Ca}_{20}, {}^{48}{}_{20}\text{Ca}_{28}, {}^{208}{}_{82}\text{Pb}_{126}$ 



期末レポート(必須)+出席点

質問をした日は出席点1。 <u>質問を考えながら講義を聴いてください。</u>

成績の基準:レポートが良く書けていて、出席点3以上 (3回以上質問をする)→A

AAが欲しい場合は4回以上質問してください。

## Magic Numbers



cf. N,Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (魔法数)に対して束縛エネルギー大



I. Bentley et al., PRC93 ('16) 044337

# Fission fragment mass distribution for $n_{th}$ + <sup>235</sup>U reaction



### 超重元素(超重原子核)



原子核の安定領域の理論的予言 「安定の島」

### (note) 原子の魔法数 (貴ガス・希ガス) He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



電子の殻構造



Magic numbers Hydrogen-like potential:  $V(r) = -\frac{Ze^2}{r}$ 



r

Magic numbers

#### Hydrogen-like potential:

 $V(r) = -\frac{Ze^2}{2}$ 

 $E_n = -\frac{(Z\alpha)^2}{2r^2}mc^2$ 

3S	3P	3D
2S	2P	

 $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \sim \frac{1}{137}$ 

 $n = n_r + l + 1$ 

1**S** 

Magic numbers		-	<b>つ</b>
Hydrogen-like pote	ential:	$V(r) = -\frac{Ze}{r}$	Z
degeneracy = 2 (s	* $(2 l + 1)$ pin x $l_z$ )	$E_n = -$	$-\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2}mc^2$
3S [2] 3P	[ <b>6</b> ] 3D	[10]	$\alpha = \frac{e^2}{\tau_{\rm e}} \sim \frac{1}{127}$
2S [2] 2P	[6]	1	$nc  137$ $n = n_r + l + 1$

1S [2]

Magic numbers		
Hydrogen-like pot	ential: $V(r)$	$=-\frac{Ze^2}{r}$
degeneracy = 2	2 * (2 l + 1) (spin x $l_z$ )	$E_n = -\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2}mc^2$
3S [2] 3P	[6] 3D [10]	$\alpha = \frac{e^2}{2} \sim \frac{1}{2}$
2S [2] 2P	[6]	$\hbar c$ 137 m - m + l + 1
	⇒ He	n - nr + l + 1



Magic numbers Hydrogen-like potential:  $V(r) = -\frac{Ze^2}{r}$ 

degeneracy = 2 \* (2 *l*+1)  $V_{ee} = -\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2} mc^2$   $3S [2] = 3P [6] = Ne = -\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2} mc^2$   $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \sim \frac{1}{137}$   $n = n_r + l + 1$ 



Magic numbers Hydrogen-like potential:  $V(r) = -\frac{Ze^2}{r}$ 







(note) Atomic magic numbers (Noble gas) He (Z=2), Ne (Z=10), Ar (Z=18), Kr (Z=36), Xe (Z=54), Rn (Z=86)



Shell structure

Similar attempt in nuclear physics: independent particle motion in a potential well

Woods-Saxon potential  $V(r) = -V_0/[1 + \exp((r - R_0)/a])$ 



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - \epsilon\right]\psi(r) = 0$$
$$\psi(r) = \frac{u_l(r)}{r}Y_{lm}(\hat{r}) \cdot \chi_{ms}$$

Nuclear magic numbers: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126





Nuclear magic numbers: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



Woods-Saxon itself does not provide the correct magic numbers (2,8,20,28, 50,82,126).

Mayer and Jensen (1949): Strong spin-orbit interaction

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \bigg] \psi(r) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr}$$
  $(\lambda > 0)$ 

ノーベル物理学賞

#### ロレーザー物理学 (2018)



# アシュキン ムル ストリックランド□ 原子核物理学 (1963)

□ 放射線物理学 (1903)

ウィグナー メイヤー イェンセン ベクレル キュリー キュリー



「お母さん、ノーベル賞 をもらう」 シャロン・バーチ著 (工作舎)  1 マリー・スクロドフスカ・キュリー (1903:ノーベル物理学賞。放射能の研究 /1911:ノーベル化学賞。ラジウムの発見)
 2 リーゼ・マイトナー

(核分裂を発見しながら1944年のノーベル化学賞 をハーンに独り占めにされる)

3 エミー・ネーター

(ノーベル賞に数学賞があればまちがいなく受賞 に値した抽象代数学の天才)

7 マリア・ゲッペルト・メイヤー

(1963:ノーベル物理学賞。原子核の殻模型の研究) 10 呉健雄

(パリティ非保存の実験的検証をしたが、1957年の ノーベル物理学賞は李政道と楊振寧に)

14 ジョスリン・ベル・バーネル (パルサーを発見したが、1974年の物理学賞は 彼女の上司ヒューイッシュに)

仙台市民図書館



#### Sharon Bertch McGrayne





#### George F. Bertsch (University of Washington)



Woods-Saxon itself does not provide the correct magic numbers (2,8,20,28, 50,82,126).

Mayer and Jensen (1949): Strong spin-orbit interaction

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \epsilon \bigg] \psi(r) = 0$$

$$V_{ls}(r) \sim -\lambda \frac{1}{r} \frac{dV}{dr}$$
  $(\lambda > 0)$ 



#### 軌道運動とスピンは独立の自由度

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - \epsilon\right]\psi(r) = 0 \implies \psi_{lmm_s}(r) = \frac{u_l(r)}{r}Y_{lm}(\hat{r}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

$$\begin{bmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) l \cdot s - \epsilon \end{bmatrix} \psi(r) = 0$$
(note)  $j = l + s$  =  $(j^2 - l^2 - s^2)/2$   
*l* と s を結合して j を組む。  
 $\rightarrow j = l + - 1/2$ 



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) - \epsilon\right]\psi(r) = 0 \implies \psi_{lmm_s}(r) = \frac{u_l(r)}{r}Y_{lm}(\hat{r}) \cdot \chi_{m_s}$$

スピン・軌道力

 $\overline{}$ 

$$\begin{bmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r) \mathbf{l} \cdot s - \epsilon \end{bmatrix} \psi(r) = 0$$
(note)  $\mathbf{j} = \mathbf{l} + s$   $\implies \mathbf{l} \cdot s = (\mathbf{j}^2 - \mathbf{l}^2 - s^2)/2$ 
 $\mathbf{l} \succeq s$  を結合して $\mathbf{j}$ を組む。

$$\psi_{jlm}(r) = rac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{r})$$
  
 $\mathcal{Y}_{jlm}(\hat{r}) = \sum_{m_l,m_s} \langle l \ m_l \ 1/2 \ m_s | j \ m 
angle Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_{m_s}$ 

$$\begin{aligned} j^{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\ j_{z} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= m |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\ l^{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \\ s^{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle &= 3/4 |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \end{aligned}$$



 $l \geq s$ を結合してjを組む。

$$\psi_{jlm}(r) = \frac{u_{jl}(r)}{r} \mathcal{Y}_{jlm}(\hat{r})$$

$$egin{aligned} j^2 |\mathcal{Y}_{jlm}
angle &= j(j+1) |\mathcal{Y}_{jlm}
angle \ j_z |\mathcal{Y}_{jlm}
angle &= m |\mathcal{Y}_{jlm}
angle \ l^2 |\mathcal{Y}_{jlm}
angle &= l(l+1) |\mathcal{Y}_{jlm}
angle \ s^2 |\mathcal{Y}_{jlm}
angle &= rac{3}{4} |\mathcal{Y}_{jlm}
angle \end{aligned}$$

(note) 
$$j = l + s$$
  $\longrightarrow$   $l \cdot s = (j^2 - l^2 - s^2)/2$ 

$$\begin{array}{l}
\left( l \cdot s | \mathcal{Y}_{jlm} \right) = \frac{1}{2} \left( j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right) | \mathcal{Y}_{jlm} \right) \\
l \cdot s | \mathcal{Y}_{jlm} \right) = \frac{l}{2} | \mathcal{Y}_{jlm} \right) \quad (j = l+1/2) \\
l \cdot s | \mathcal{Y}_{jlm} \right) = -\frac{l+1}{2} | \mathcal{Y}_{jlm} \right) \quad (j = l-1/2)
\end{array}$$
符号が逆

<u>jj 結合殻模型</u>

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) + V_{ls}(r)\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\epsilon}\right]\psi(r) = 0$$

$$l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = \frac{l}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l + 1/2)$$
  
 $l \cdot s |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle = -\frac{l+1}{2} |\mathcal{Y}_{jlm}\rangle \quad (j = l - 1/2)$  符号が逆!

$$j = l \pm 1/2$$
 で準位が分離

$$j = l - 1/2$$
  
[2j+1=2l](例えば) $j = 5/2$   
[6] $j = l \pm 1/2$   
縮退度  
[2(2l+1)] $j = l + 1/2$   
[2j+1=2l+2][14] $j = 7/2$   
[8]



 $j = l \pm 1/2$  で準位が分離: *l* が大きくなればなるほど 分離は大

\* ただし、スピン平均はゼロ: + $\frac{l}{2}(2(l+1/2)+1) - \frac{l+1}{2}(2(l-1/2)+1) = 0$ 



#### Single particle spectra



<sup>209</sup>Bi (Z=83)

FIG. 3.6. Low-lying single-particle levels of <sup>209</sup>Bi.

- •How to construct V(r) microscopically?
- •Does the independent particle picture really hold?

 $\implies$  Later in this course

#### 何故、閉殻の原子核は安定になるのか?

準位密度





準位密度に濃淡があれば、下から数えて濃淡の終わりまで準位が つまると(図の1の場合)、均一の場合に比べてエネルギーが小さい



1n separation energy:  $S_n (A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z)$ 

# 生命誕生のための幸運な偶然

**原子の魔法数** 電子の数が 2, 10, 18, 36, 54, 86



不活性ガス:He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn

参考:望月優子 ビデオ「元素誕生の謎にせまる」

<mark>原子核の魔法数</mark> 陽子または中性子の数が 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 の時安定



- 酸素元素は元素合成
   の過程で数多く生成さ
   れた
- ➡→しかし、酸素は化学的 には「活性」
- ➡ 化学反応により様々な 複雑な物質をつくり生命 に至った

http://rarfaxp.riken.go.jp/~motizuki/contents/genso.html



shell model



angular momentum (spin) and parity for each configuration?

→ let us first investigate a single-j case

single-j level: one level with an angular momentum j

example:  $j = p_{3/2}$ 

\_\_\_\_\_

j

 $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc p_{3/2}$ can accommodate 4 nucleons  $(j_z = +3/2, +1/2, -1/2, -3/2)$ 

i) 1 nucleon

 $\bigcirc$  $I^{\pi} = 3/2^{-1}$ 

(there are 4 ways to occupy this level)

ii) 4 nucleons

 $\blacksquare I^{\pi} = 0^+$  $p_{3/2}$  $I = j_1 + j_2 + j_3 + j_4$ 

iii) 3 nucleons

 $p_{3/2}$  $I = j_1 + j_2 + j_3$ 

(there is only 1 way to occupy this level) parity:  $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = +1$ 

 $I^{\pi} = 3/2^{-1}$ 

(there are 4 ways to make a hole) parity:  $(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$ 

iii) 3 nucleons

 $I^{\pi} = 3/2^{-1}$ 

 $I = j_1 + j_2 + j_3$ 

 $p_{3/2}$ 

(there are 4 ways to make a hole) parity:  $(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$ 

iv) 2 nucleons

 $\begin{array}{c} \bullet \bigcirc \bigcirc \bullet & p_{3/2} \\ I = j_1 + j_2 \end{array}$ 

there are  $4 \ge 3/2 = 6$  ways to occupy this level with 2 nucleons.

 $I^{\pi} = 0^{+} \text{ or } 2^{+} (= 1 + 5)$  $3/2 + 3/2 \longrightarrow I = 0, 1, 2, 3$ 

anti-symmetrization

i) 1 nucleon



(there are 4 ways to occupy this level)

ii) 4 nucleons

$$\begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet & p_{3/2} \end{array} \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet & p_{3/2} \end{array} \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet & I^{\pi} \\ I = j_1 + j_2 + j_3 + j_4 \end{array}$$
 (the

 $I^{\pi} = 0^{+}$ (there is only 1 way to occupy this level)
parity: (-1) x (-1) x (-1) x (-1) = +1



example: (main) shell model configurations for  ${}^{11}{}_5B_6$ cf.  ${}^{12}C(e,e'K^+){}^{12}{}_{\Lambda}B$  (= ${}^{11}B+\Lambda$ )

MeV

5.02 — 3/2<sup>-</sup> 4.44 — 5/2<sup>-</sup>

2.12 \_\_\_\_\_ 1/2-

 $0 - 3/2^{-11} B_6$ 

cf.  ${}^{12}C(e,e'K^+){}^{12}{}_{\Lambda}B$  (= ${}^{11}B+\Lambda$ )

#### PHYSICAL REVIEW C 90, 034320 (2014) Experiments with the High Resolution Kaon Spectrometer at JLab Hall C and the new spectroscopy of <sup>12</sup><sub>A</sub>B hypernuclei



example: (main) shell model configurations for <sup>11</sup>B cf. <sup>12</sup>C(e,e'K<sup>+</sup>)<sup>12</sup> $_{\Lambda}$ B (=<sup>11</sup>B+ $\Lambda$ )



example: (main) shell model configurations for <sup>11</sup>B cf. <sup>12</sup>C(e,e'K<sup>+</sup>)<sup>12</sup><sub> $\Lambda$ </sub>B (=<sup>11</sup>B+ $\Lambda$ )



another example: (main) shell model configurations for <sup>17</sup>F

MeV



3.10 \_\_\_\_\_ 1/2-

#### another example: (main) shell model configurations for <sup>17</sup>F

