

RCNP研究会「格子QCD実践入門」
2004年1月15日

格子QCD実践入門 3

クエンチ近似で
パイオンの質量を測定

フェルミオンの経路積分

$$Z = \int DU D\bar{\psi} D\psi e^{-S_G(U) - \bar{\psi} M(U) \psi}$$

フェルミオンの自由度は全て積分可能

$$= \int DU \cancel{\det M(U)} e^{-S_G(U)}$$

$$= \int DU e^{-S_G(U) + \cancel{\text{Tr} \ln M(U)}}$$

クエンチ近似： $\det M(U) = 1$

グラスマン数の積分

□ Matthews-Salamの公式 (P.40)

$$\int d\bar{\psi}d\psi e^{-\bar{\psi}A\psi} = \det A$$

$$\int d\bar{\psi}d\psi (\bar{\psi}_i\psi_j)e^{-\bar{\psi}A\psi} = (A^{-1})_{ji}\det A$$

$$\begin{aligned} & \int d\bar{\psi}d\psi (\bar{\psi}_i\psi_j\bar{\psi}_k\psi_l)e^{-\bar{\psi}A\psi} \\ &= \{(A^{-1})_{ji}(A^{-1})_{lk} - (A^{-1})_{jk}(A^{-1})_{li}\}\det A \end{aligned}$$

パイオンの二点関数

□ パイオン：スピン=0、奇パリティ

$$\pi(x) \sim \bar{\psi}(x)\gamma_5\psi(x)$$

$$G_\pi(x, 0) = \langle \pi(x)\pi(0) \rangle$$

$$= \int DU \text{Tr}\{M^{-1}(U; x, 0)\gamma_5 M^{-1}(U; 0, x)\gamma_5\} e^{-S_G(U)}$$

$$\simeq \frac{1}{N} \sum_k^N \text{Tr}\{M^{-1}(U^{(k)}; x, 0)\gamma_5 M^{-1}(U^{(k)}; 0, x)\gamma_5\}$$

$M^{-1}(U; x, 0)$: 配位 $\{U\}$ の下でのクォークプロパゲータ
(フェルミオン行列 M の逆)

二点関数の漸近形

$$\begin{aligned}\tilde{G}_\pi(t, \vec{p} = 0) &= \sum_{\vec{x}} \langle 0 | \pi(x) \pi(0) | 0 \rangle \\&= \sum_n \sum_{\vec{x}} \langle 0 | \pi(\vec{x}, t) | n \rangle \langle n | \pi(\vec{0}, 0) | 0 \rangle \\&= \sum_n \langle 0 | e^{t\mathcal{H}} \pi(\vec{0}, 0) e^{-t\mathcal{H}} | n \rangle \langle n | \pi(\vec{0}, 0) | 0 \rangle \\&= \sum_n |\langle 0 | \pi(\vec{0}, 0) | n \rangle|^2 e^{-tM_n} \rightarrow e^{-tM_0}\end{aligned}$$

周期境界条件：

$$\tilde{G}_\pi(t) \rightarrow e^{-tM_0} + e^{-(T-t)M_0} \propto \cosh\left\{M_0\left(\frac{T}{2} - t\right)\right\}$$

フェルミオン行列

□ ウィルソン・フェルミオン形式

$$M(x, x') = I - \kappa \sum_{\mu} \{ (1 - \gamma_{\mu}) U_{\mu}(x) \delta_{x', x+\hat{\mu}} + (1 + \gamma_{\mu}) U_{\mu}(x') \delta_{x', x-\hat{\mu}} \}$$

$$\text{ホッピングパラメータ: } \kappa = \frac{1}{8 + 2ma}$$

クォークプロパゲータを求める

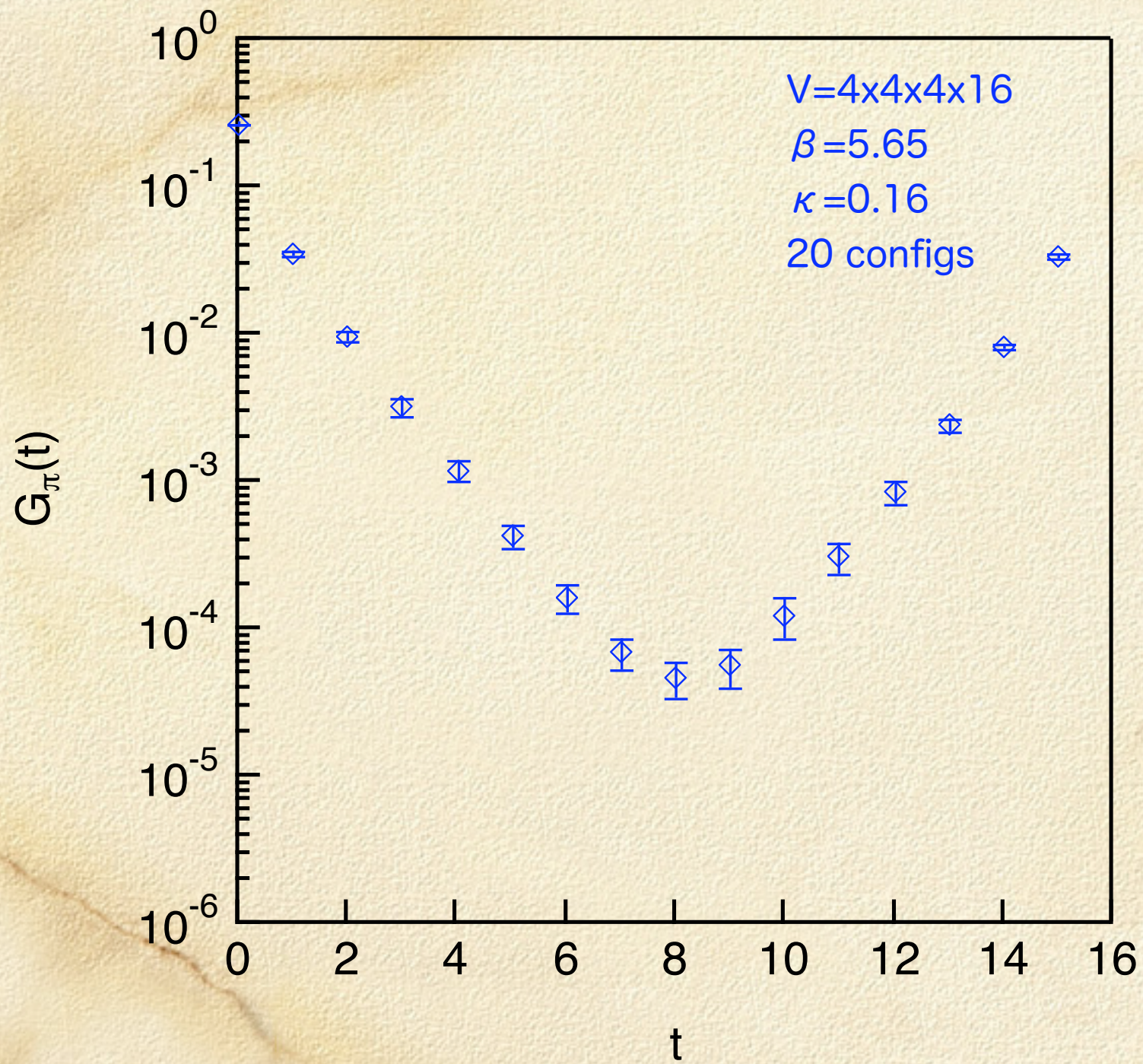
⇒⇒⇒ フェルミオン行列Mの逆を求める

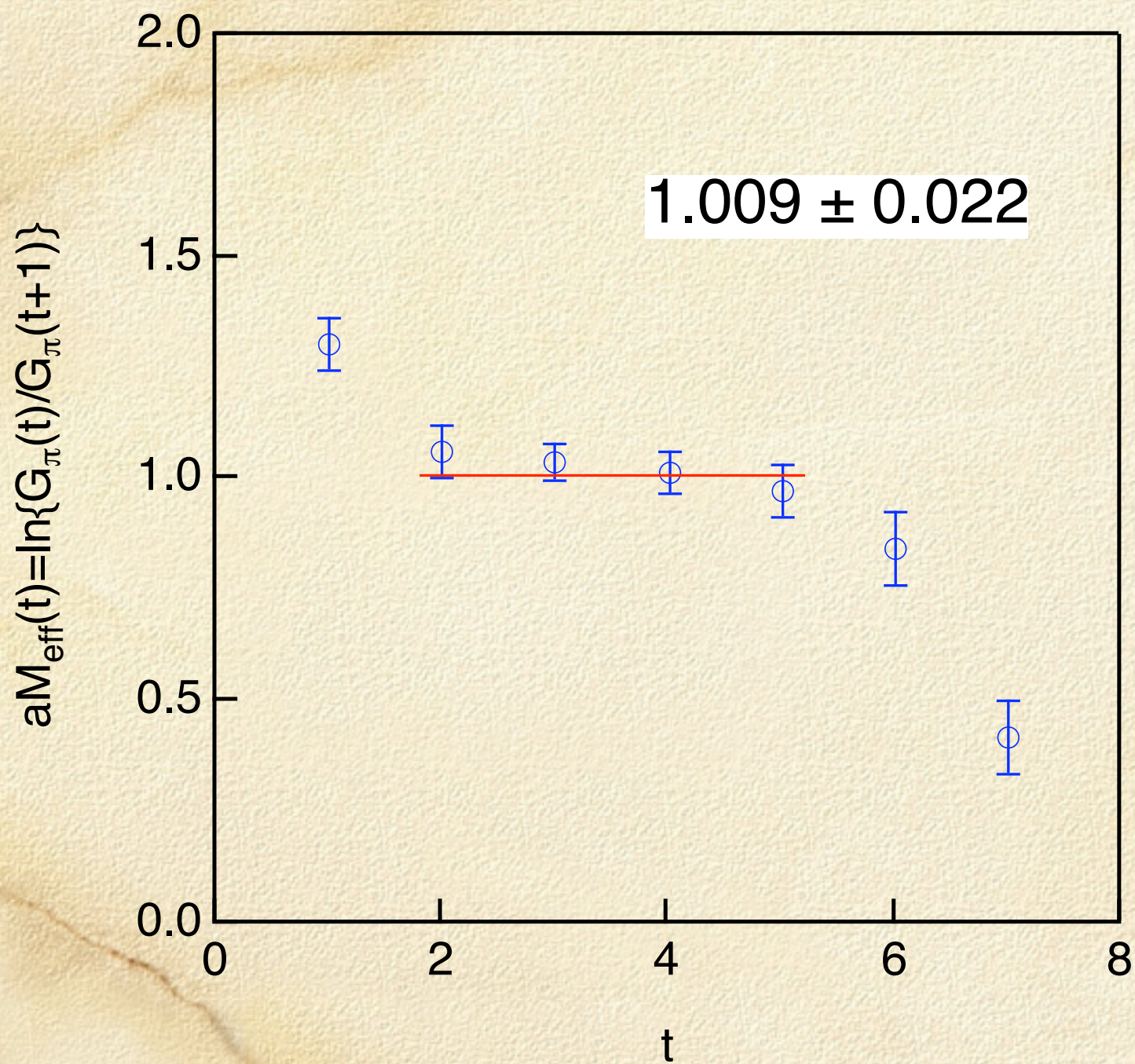
キングサイズで疎な行列の逆行列計算

⇒⇒⇒ 共役勾配法(CG法)

実習課題 3

- クエンチ近似でパイオンの質量を測定せよ。
- 格子サイズ： $4 \times 4 \times 4 \times 16$
- ゲージ結合定数： $\beta = 5.65$
- ホッピングパラメータ： $\kappa = 0.1600$





ジャックナイフ法

$$\bar{A} \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k \qquad A_k^J \equiv \frac{1}{N-1} \sum_{k \neq l} A_l$$

secondary quantity $\bar{y} = y(\bar{A})$

$$\overline{y(J)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(A_k^J)$$

$$\sigma_{(J)\bar{y}}^2 \equiv \frac{N-1}{N} \sum_{k=1}^N (y(A_k^J) - \overline{y(J)})^2$$