

修士論文要旨

ヤン-ミルズ勾配流を応用した格子 QCD 計算

Applications of Yang-Mills gradient flow in lattice QCD

物理学専攻 原子核理論研究室
B3SM2022 鎌田 紀彦

強い相互作用を記述する量子色力学 (QCD) は低エネルギー領域において強結合性を持つために、その領域での解析には場の理論を格子間隔 a の格子上に定義する格子 QCD を用いた数値計算が重要となる。しかし、このような格子場では系のポアンカレ対称性が陽に破れてしまう為に、基本的な物理量の一つであるエネルギー運動量テンソル (EMT) $T_{\mu\nu}$ を構成することは非常に非自明な問題であった。

しかし、近年の研究により、ヤン-ミルズ勾配流とよばれるゲージ場を下のような拡散方程式に従って仮想次元 t (拡散時間) 方向に拡散させる手法 [1] を応用することで格子上に厳密な EMT を構成できることが提唱された [2]。

$$\begin{aligned}\partial_t B_\mu(t, x) &= D_\nu G_{\nu\mu}(t, x), & B_\mu(t=0, x) &= A_\mu(x) \\ G_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu + [B_\mu, B_\nu], & D_\mu &= \partial_\mu + [B_\mu, \cdot]\end{aligned}$$

この理論を簡単に説明する。この拡散方程式に従って発展させたゲージ場 $B_\mu(t, x)$ の特徴として $B_{\mu 1}(t_1, x_1), B_{\mu 2}(t_2, x_2) \dots$ により作られる任意の相関関数は $t_i > 0$ の下で波動関数繰り込みを行うことなく紫外発散に対して有限 (UV 有限) となることが証明されている [3]。このような拡散場の相関関数は $t \rightarrow 0$ の極限では通常の 4 次元空間上の繰り込まれた演算子で展開でき (微少拡散時間展開)、この性質を用いて拡散場における相関関数とオリジナルの 4 次元理論における EMT を関係づける。そして、UV 有限な量は正則化によらないため、拡散場上の相関関数を格子正則化を用いて計算することで EMT を格子計算から導出できるというのが概要である。

この理論の正当性を確認する為に、この手法で計算される EMT を用いてエントロピーとトレースアノマリーという熱力学量の計算が行われた [4]。このような熱力学量は統計力学の分配関数を基礎においた積分法 [5] と呼ばれる手法により格子計算を用いて高い精度で計算されているため、二つの手法で計算結果の一致をみることでヤン-ミルズ勾配流に基づく EMT 構成法の妥当性に対する定量的な確認を計ったのである。

しかし、先行研究における EMT 計算による結果は、これまでの積分法の結果よりも有意に小さく、そのためにヤン-ミルズ勾配流による EMT 計算の正当性が確立された状況であるとは言い難い。

格子理論における作用は格子間隔 a をゼロとする連続極限において連続理論の作用と一致すれば良く、その構成法には任意性がある。先ほどの不一致性の原因として、先行研究においては最も単純な格子作用である Wilson 作用を用いて実行されたために、連続場を格子場としたことによる離散化誤差の影響が比較的大きく、拡散時間 t と格子間隔 a に対し $(a, t) \rightarrow (0, 0)$ という外挿を取る連続極限を上手く取れていないことが予想される。

そこで本研究では単純な格子作用を使用した先行研究に対し、格子作用の任意性を応用し離散化誤差の抑制を計った Iwasaki 作用や Symanzik 作用と呼ばれる改良された作用を使うことで先行研究の高温部に対する計算結果の改善を試みた。

まず我々は、拡散場におけるエネルギーに対応する演算子の期待値 $\langle E(t, x) \rangle$ に対し、摂動論に基づいた数値計算と格子計算の比較を、Wilson 作用と改良された作用の一つである Iwasaki 作用を格子理論に適用して行った。その結果、Wilson 作用においては拡散時間 t の微少領域における離

散化誤差の影響が大きく、格子上での EMT 構成における重要なファクターであった微少拡散時間展開に対して不適当であることを確かめた。一方で離散化誤差を抑制した Iwasaki 作用による計算では微少領域において比較的良好一致を見せることを確認した。

さらに、実際にエントロピーとトレースアノマリーを改良された作用で計算することにより、特にエントロピー計算に対して積分法に対する値の改善を得ることが出来た。

今後の課題として統計数や計算温度を増やす必要性はあるが、現在のデータセットにおいても粘性係数 $\eta = \frac{1}{T^4} \int_0^\infty dt \langle \tilde{T}_{12}(t); \tilde{T}_{12}(0) \rangle$ (ここで $\langle \mathcal{O}_1; \mathcal{O}_2 \rangle$ は久保カノニカル相関を表し、また $\tilde{\mathcal{O}} = \int_V d^3x \mathcal{O}(x)$ である) の様な EMT の相関関数から得られる物理量に対して十分に精度の高い計算が実行できると予想できる。この η はクォークグルーオンプラズマ (QGP) の物理において非常に重要なパラメタの一つであり、格子 QCD を用いた第一原理計算によるパラメタの決定は重要な位置を占めている。そのため、本修士論文のテーマである改良された作用を用いたヤン-ミルズ勾配流計算から得られる知見は QGP 研究に対して多大な貢献を成すことが期待出来るだろう。

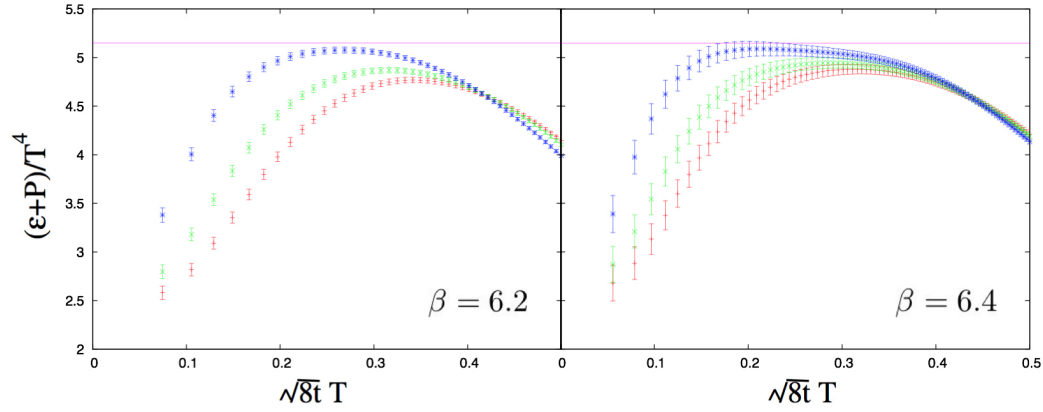


図 1 ヤン-ミルズ勾配流改良によるエントロピーの計算結果。左図は $\beta = 6.20$ (格子間隔が粗い)、右図は $\beta = 6.40$ (格子間隔が細かい) に対する結果である。各プロットにおいて赤が先行研究 [4] の再現であり、緑と青はそれぞれ勾配流として Symanzik 作用, Iwasaki flow 作用を用いた本研究の結果である。また図上部の直線は積分法における計算結果 (約 5.15) であり、作用の改良により t に依存しないプラトーと呼ばれる領域の形成が顕著となり、より積分法の結果に近づく様子が見て取れる。

参考文献

- [1] M. Lüscher, JHEP **1008**, 071 (2010) [arXiv:1006.4518[hep-lat]]
- [2] H. Suzuki, PTEP **2013**, no.8, 083B03 (2013) [arXiv:1304.0533[hep-lat]]
- [3] M. Lüscher and P. Weisz, JHEP **1102**, 051 (2011) [arXiv:1101.0963 [hep-th]]
- [4] M. Asakawa, T. Hatsuda et al. (FlowQCD Collaboration) [arXiv:1312.7492[hep-lat]]
- [5] Sz. Borsányi, G. Endrödi, Z. Fodor, S. D. Katz, et al. [arXiv:1204.6184[hep-lat]]