

Interquark potential from Bethe-Salpeter amplitudes in lattice QCD
(格子 QCD 計算による Bethe-Salpeter 振幅からのクォーク間ポテンシャルの導出)

東北大学理学研究科 物理学専攻

B6SD2020 野地 和希

背景 チャーモニウムは、チャームクォーク (c) と反チャームクォーク (\bar{c}) から構成される中間子である。 c クォークは 1974 年に J/ψ 粒子 (スピン三重項の S 波状態) の構成要素として発見され、アップ、ダウン、ストレンジクォークと比べて重い質量 ($m_c^{\overline{MS}} = 1.275 \text{ GeV}$) を持っていた。そのため、チャーモニウムの理論的な定式化には非相対論的なシュレディンガー方程式に基づいたポテンシャル模型が適していると考えられており、1 グルーオン交換相互作用に基づくクーロン型ポテンシャルと、現象論的なクォークの閉じ込めを説明する線形ポテンシャルを持つ Cornell 型ポテンシャル

$$V(r) = -\frac{A}{r} + \sigma r + V_0$$

を仮定してチャーモニウムの質量スペクトルや崩壊幅といった観測量の解析が進められた。本ポテンシャルは実験で得られたチャーモニウムの基底状態の性質を良く再現しており、シュレディンガー方程式を解く事によって励起状態まで解析が進められている。さらに、量子色力学 (QCD) の第一原理計算である格子 QCD 計算に基づく Wilson ループを用いた解析によっても重いクォーク間に働く Cornell 型のポテンシャルが確認され、基底状態に対するポテンシャル模型は確固たるものとなった。一方で格子 QCD 計算では、経路積分の収束性のためにユークリッド時空で計算を行うことから、状態の時間発展がハミルトニアンを指数として持つ指数関数となり、励起状態の情報は時間発展によってエネルギーの低い基底状態より早く消失してしまう。そのため、格子 QCD 計算における励起状態の解析は困難を伴う。

前述の Cornell 型のポテンシャルを基盤とするポテンシャル模型には、励起状態も含む全てのチャーモニウムの質量スペクトルを再現するには幾つかの不定性があり、QCD によるクォーク間ポテンシャルの正確な決定がクォーク模型の改善において不可欠である。そこで、本博士論文では以下の二点に焦点を当てる。

- (1) 励起状態にも適用できるエネルギー依存性のないクォーク間ポテンシャルを QCD から導出可能か？
- (2) 1 グルーオン交換に基づくフェルミ-ブライト型のポテンシャルに代わる、QCD を基礎としたスピンの依存したポテンシャルは決定可能か？

青木、初田、石井 [1] によって提唱された、格子上の Bethe-Salpeter (BS) 振幅を用いた二体間ポテンシャルの決定は、上記の二つの問題を同時に解決する

可能性を秘めている。当初、彼らは核子間相互作用の格子 QCD 計算に基づく研究のために BS 振幅を用いた方法を提唱したが、河内、佐々木が S 波チャーモニウムに対する包括的な研究 [2] を行い、本手法によって正しいチャーモニウムのスピン-スピンポテンシャルの計算に成功した。これらのことから、BS 振幅を用いた方法は、格子 QCD 計算に基づくクォーク間ポテンシャルの決定に比類無き効力を発揮することが予想される。

本博士論文の結果 これまでの河内、佐々木の研究では基底状態にのみ BS 振幅を用いた方法を適用していたが、本博士論文では転送行列対角化法を用いて本手法を励起状態にまで拡張する。格子 QCD 計算ではチャーモニウムの相関関数 $\langle 0 | \mathcal{O}(t) \mathcal{O}^\dagger(0) | 0 \rangle$ を計算するが、前述の理由によって励起状態の解析は困難を極める。しかしながら、チャーモニウム演算子 ($\mathcal{O}(t)$) を複数用意し、相関関数の行列を対角化することによって、中間状態として現れる励起状態とより重なり大きい適切な演算子 $\mathcal{O}^{\text{opt}}(t)$ を構成することが可能となる。我々は演算子の種類としてクォーク場に対して複数の異なった空間的なスメアリングを用いることで、第一励起状態に対する最適な演算子を精度良く求めることに成功した。

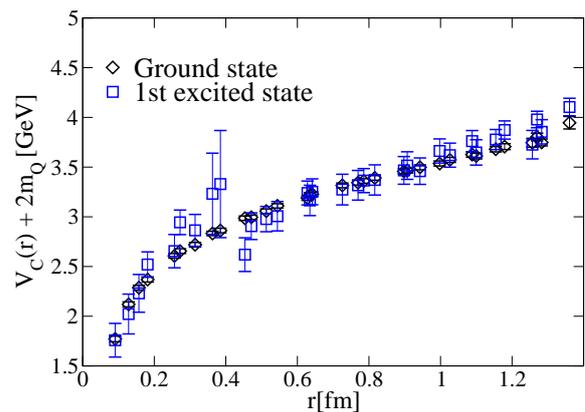


図 1: 基底状態と第一励起状態のチャーモニウムに対して得られた中心力ポテンシャル。それぞれが Cornell 型のポテンシャルを示しており、統計誤差の範囲内で各点におけるポテンシャルの大きさが一致していることが見て取れる。

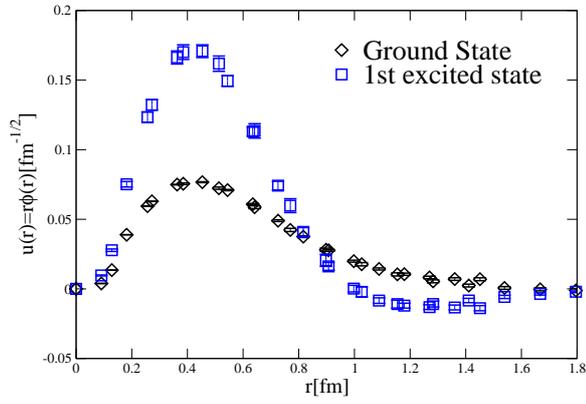


図 2: 基底状態 (黒) と第一励起状態 (青) に対して得られたスピン 1 状態の BS 振幅に距離 r を乗じて得られた D 波換算波動関数。

次に、最適な演算子を用いることにより S 波チャーモニウムの基底状態と第一励起状態の BS 振幅を計算することに成功した。Cornell 型のポテンシャルに対応する、得られた BS 振幅から評価されたチャームクォーク間の中心力ポテンシャルを図 1 に示す。第一励起状態の中心力ポテンシャルは定性的に Cornell 型を示し、誤差の範囲内で基底状態のポテンシャルと一致することがわかる [3]。

本博士論文の後半では、(2) の解決へ向けてテンソルポテンシャルの解析を行っている。非中心力型のテンソルポテンシャルは軌道角運動量を変化する相互作用であり、スピン 1 の S 波チャーモニウムに対して S - D mixing を引き起こす。すなわち、我々はスピン 1 の BS 振幅から D 波の BS 振幅を射影法により分離することが可能である。射影法によって得られた D 波の BS 振幅が図 2 に図示されている。基底状態と第一励起状態のそれぞれに同様の射影法を用いて得られた D 波に相当する BS 振幅が示されており、スピン 1 状態の BS 振幅に、小さいが有限に D 波成分が混在していたことが見て取れる。また、 D 波の成分も、 S 波と同様に今回用いた空間サイズに充分局在化されていることがわかる。

最後に、微分展開の主要項として現れるスピンに依存したポテンシャル、テンソルポテンシャルとスピン-スピンポテンシャルを図 3 に示す。まず、スピン-スピンポテンシャルは実験から得られる S 波チャーモニウムの超微細構造を再現する有限なレンジを持つ斥力型でかつ短距離型をし、現象論的にガウス型で与えられるスピン-スピンポテンシャルと定性的に一致している。

さらに、BS 振幅の主な成分である S 波と比べて、 D 波の絶対値は小さいものの、 D 波から得られたテンソルポテンシャルは統計誤差の範囲内で有意な構造を

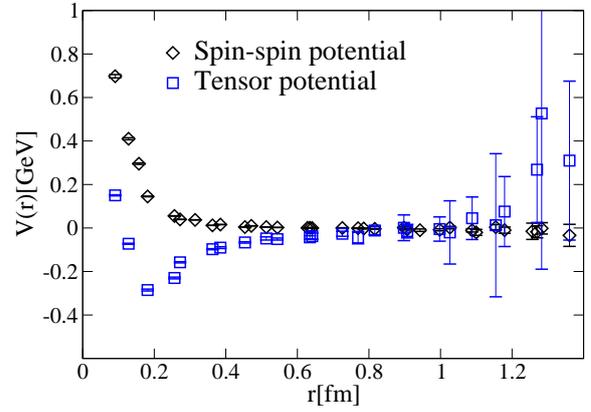


図 3: スピンに依存したポテンシャル。黒のダイヤモンドはスピン-スピポテンシャルを示し、青の四角はテンソルポテンシャルを示している。

持って観測された。実際に図 3 から、非常に短い相対距離で斥力的に働き、遠距離では漸近的にゼロに近づく様子がわかる。この結果は、現象論的な $1/r^3$ に比例するテンソルポテンシャルとは異なる。中間的な距離で現れる現象論には存在しない小さな引力井戸は、解析で無視している微分展開の高次項として現れる、スピン軌道ポテンシャルの寄与である可能性を排除できない。

結論 本博士論文ではまず、励起状態までの中心力ポテンシャルを格子 QCD における BS 振幅法によって決定することで、クォーク模型でポテンシャルがエネルギーに依らずに適用されている事実を正当化した。一方で、観測量ではない BS 振幅を格子 QCD 計算で取り扱うことで、クォーク模型ではパラメータとして与えられる S - D mixing をスピン 1 の BS 振幅から評価した。加えて、 D 波の情報からテンソルポテンシャルまでの解析を行い、チャームクォーク間ポテンシャルの微分展開の主要項までの QCD ハミルトニアンを包括的に決定することに成功した。

参考文献

- [1] N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. **99**, 022001 (2007).
- [2] T. Kawanai, S. Sasaki, Phys. Rev. **D85** 091503(R) (2012).

発表論文

- [3] K. Nochi, T. Kawanai and S. Sasaki, Phys. Rev. **D94** 114514 (2016).