

格子 QCD におけるヤン-ミルズ勾配流法のグルーボール 質量測定への応用

Glueball spectroscopy through the Yang-Mills gradient flow method in lattice QCD

物理学専攻 原子核理論研究室

B8SM2037 酒井 啓太

自然界に存在する四つの相互作用の一つ、強い相互作用を記述する基礎理論である量子色力学 (QCD) は、その漸近的自由性より低エネルギー（長距離）で結合定数が小さくない。よってその領域においては摂動計算が困難であり、非摂動的な計算手法が必要となる。現在知られている唯一の QCD の非摂動的計算方法が格子 QCD と呼ばれる離散化、ユークリッド化した QCD をコンピュータ上で数値的に計算する手法である。

格子 QCD によって未発見のハドロンの存在を予言することができ、そのうちの一つにグルーボールがある。グルーボールはグルーオンのみからなるハドロンであり、その質量は最も軽いもので核子の約 1.5 倍程度と予想されている [1]。

しかしグルーボールを記述する QCD ラグランジアン純ゲージ部は質量スケールを含まず、また既知の質量創発機構であるヒッグス機構と南部機構はグルーボール質量には寄与しないため、その質量起源は自明ではない。これは理論のスケール不変性が破れていることを意味する。

スケール不変性の破れに関係したアノマリーとしてトレースアノマリーがある。これは古典的にスケール不変な理論ではエネルギー・運動量テンソル (EMT) のトレースは 0 であるが、場の量子化によってスケール不変性が破れ、0 でない有限の値をもつようになるというものである。EMT の 00 成分はハミルトニアン密度そのものであることを考えると、このトレースアノマリーによって生じた EMT のトレースレスでない部分によってグルーボール質量が作られていると予想される。これを確かめるには格子上で EMT 演算子を構成し、演算子の期待値として直接測定された質量を、これまでの伝統的な手法として二点関数の $G(t) \sim e^{-Mt}$ という漸近的な指数関数的時間依存性から測定される質量 M と比較する必要がある。

しかし格子 QCD では離散化により時空の並進対称性が破れているため、格子上で EMT を定義することが難しい。近年ヤン-ミルズ勾配流法という手法を用いて格子上で EMT 演算子を構成する方法が考案された [2]。ヤン-ミルズ勾配流法とはある種の拡散方程式に従ってゲージ場を仮想的な 5 次元方向 (拡散時間) に拡散させる手法であり、拡散されたゲージ場を用いて構成された相関関数や複合演算子は波動関数線り込みを必要とせずに紫外発散に対して有限になるという扱いやすい性質がある [3]。拡散方程式は格子上では具体的に次のように書かれる。

$$\frac{\partial}{\partial t} V_\mu(x, t) V_\mu^{-1}(x, t) = -g_0^2 \partial_{x,\mu} S_W(V_\mu(x, t)), V_\mu(x, t=0) = U_\mu(x). \quad (1)$$

ここで S_W は格子上のゲージ作用 (Wilson 作用) であり、 $U_\mu(x)$ はリンク変数 (格子上のゲージ場)、 $V_\mu(x, t)$ は拡散時間 t での拡散されたゲージ場である。また $\partial_{x,\mu}$ はリンク変数に関する微分である。

EMT 演算子による質量測定を行うにはグルーボール二点関数と EMT 演算子を含む三点関数の計算が必要となるが、一般にグルーボールの計算では二点関数でさえも精度良い計算は難しい。よって EMT 演算子による質量測定のためには、まずグルーボール二点関数を精度よく計算するための手法が不可欠である。

従来より用いられている方法としてゲージ場のスメアリングがある。格子上のゲージ場 $U_\mu(x)$ は隣あった格子点を繋ぐ“リンク”の上に定義されるが、これに隣接したコの字型の“staple”を含めてゲージ場を再定義するということを繰り返し、ゲージ場に空間的な広がりをもたせることによりゲージ配位の局所的な揺らぎを平均化することができる。

このスメアリング過程は拡散方程式に従ったゲージ場の拡散に対応することが知られている [4]。実際上記の手順はスメアリング回数を連続変数として考えると以下の拡散方程式に帰着する。

$$\frac{\partial}{\partial s} U_i(x, s) U_i^{-1}(x, s) = -\alpha \partial_{x,i} S_{\text{splaq}}(U_i(x, s)). \quad (2)$$

s はスメアリングの回数、 α は定数である。また $S_{W,space}$ は Wilson ゲージ作用の空間部分のみとしたものである。式 (1) と (2) を見比べるとヤン-ミルズ勾配流法によるフローはある種のスメアリングに相当すると考えることができる。そこで本修士論文ではヤン-ミルズ勾配流法をゲージ場のスメアリングの手法として応用できると予想した。しかしヤン-ミルズ勾配流法では時間方向含めた 4 方向全てにゲージ場を拡散させているため、拡散半径の内側では時間方向の相関が意味をなさなくなる。さらに長時間フローさせると周期境界条件を通じて時間方向の巻きつきが発生するためにコンスタントモードが生じてしまうことが判明した。

そこでヤン-ミルズ勾配流法でフローさせるゲージ場を空間方向のみに限定したものを新たなスメアリングの手法として用いることを提案した。この新しい手法の利点は、今までのスメアリングでは 1 ステップあたり空間的広がり格子間隔分だけ増えるためステップ数をあまり大きくしても意味をなさないのに対し、勾配流法によるスメアリングでは拡散時間方向の刻み幅は格子サイズに関係なく細かくとれるために、フロー時間を長くとることが可能であるという点である。図 1 は $\beta = 6.4$ 、配位数 300、拡散時間の刻み幅 $\Delta t = 0.025$ で 500 ステップまでフローさせた $J^{PC} = 0^{++}$ のグルーボール二点関数をプロットしたものである。フローさせる前 (黒い $\diamond$) は統計誤差が非常に大きく二点関数の時間相関が読み取れないが、フローさせることにより劇的に統計誤差が減少し、二点関数の指数関数的振る舞いがはっきりと現れている。そこで図 2 に示すように 500 ステップフローさせた場合に $M_{\text{eff}}(t) = -\log(G(t+1)/G(t))$ という有効質量プロットを行うと長いプラトーが形成され、また通常のスメアリングを用いた計算の結果 [5] を再現した。このことから空間方向のフローが新たなスメアリングの手法として有効であることが確認できた。また [5] の計算は配位数 3220 で行われたものであり、空間方向のフローを用いることにより格段に統計精度が上がり、10 分の 1 以下の統計数で同等の結果を得られること、虚時間遠方での二点関数も解析可能になることが分かった。

本修士論文では新しい手法に基づいて最終目的である EMT 演算子を用いたグルーボール質量計算に必要なグルーボール二点関数の改善に成功した。今後 EMT 演算子を用いたグルーボール質量測定を行うことで、グルーボール質量に対する理解のみならず、他のハドロンの質量組成への理解も深まることが期待される。

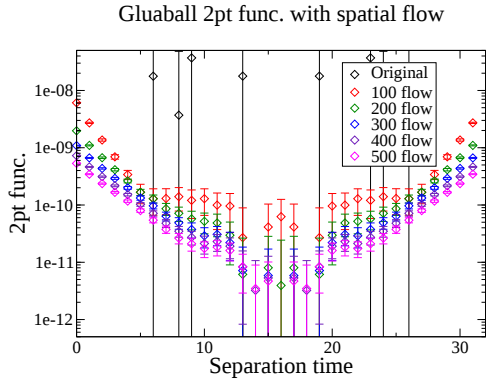


図 1: 空間方向のフローによるグルーボール二点関数の変化

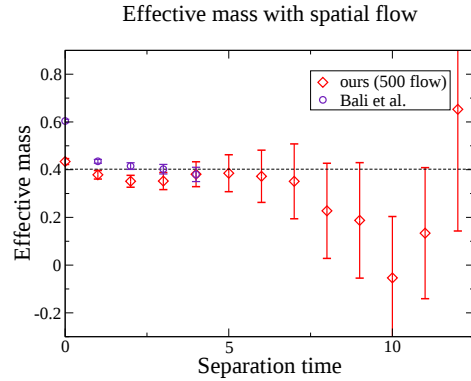


図 2: 有効質量プロット

参考文献

- [1] C. Morningstar and M. Peardon, Phys. Rev. D 60, 034509 (1999).
- [2] H. Suzuki, PTEP 2013, 083B03 (2013).
- [3] M. Lüscher, J. High Energy Phys. 1008, 071 (2010).
- [4] N. Ishii, H. Suganuma and H. Matsufuru, Phys. Rev. D 66, 094506 (2002).
- [5] G.S. Bali et al., Phys. Lett. B309, 378 (1993).