

**Lattice study of the trace anomaly contribution to
glueball mass using renormalized energy-momentum tensor**
(格子上の繰り込まれたエネルギー・運動量テンソルを用いたグルーボール質量への
トレースアノマリー寄与の研究)

東北大学 理学研究科 物理学専攻

C0SD2013 酒井啓太

背景

我々を取り巻く物質の質量のほとんどは核子の質量に由来する。この意味で核子を含むハドロンの質量起源の理解は我々の世界に対する理解を深める上で重要なテーマである。今日核子の質量はヒッグス機構によって創発されるクォーク自身の質量と、南部機構によってカイラル対称性の自発的破れを通じて動的に創発されるハドロン中の重いクォーク質量によって理解されている。これらの機構ではクォークによるハドロン質量の創発に着目しているが、強い相互作用の基礎理論である量子色力学 (Quantum ChromoDynamics: QCD) ではハドロンはクォークとグルーオンの複合粒子として表現されるため、グルーオンもハドロン質量に寄与をもちうる。QCD はその漸近的自由性から低エネルギー領域においては摂動計算が適用できないため、グルーオンのハドロン質量への寄与を評価するためには非摂動的計算が必要不可欠であるが、そのような計算を実行可能な唯一の手法が時空を離散化して数値計算を行う格子 QCD である。

格子 QCD による核子質量の成分の評価について、1995 年、X. Ji によりエネルギー・運動量テンソル (EMT) 演算子の分解に基づく核子質量のクォーク成分、グルーオン成分への分解方法が提案された [3]。近年この方法に基づいた陽子質量の分解が行われ、スケール不変性の破れに由来するトレースアノマリーが陽子質量に対して重要な寄与をもつことが示された。しかし、トレースアノマリー中のグルーオン成分のみの評価には未だ至っていない。

グルーオンによる質量創発を考える際に重要になるのがグルーオンのみによって構成されたグルーボールと呼ばれるハドロンの存在である。グルーボールの存在は QCD による重要な予言の一つとなっており、格子 QCD の計算結果から最も軽いものでも核子より重い質量をもつことが予想されている [2]。グルーボールを記述する QCD ラグランジアン純ゲージ部は古典的にスケール不変であるにもかかわらずこのような有限の質量が得られるということから、トレースアノマリーはグルーボール質量に対しても重要な寄与をもつと考えられる。原理的には Ji の方法によりグルーボール質量に対するトレースアノマリーの寄与を評価することができる。しかし現実的には、1) 格子上では時空の離散化により並進対称性が破れており、繰り込まれた EMT 演算子の構成が容易でない、2) 格子 QCD におけるグルーボールの計算は紫外のノイズの影響を強く受け非常に精度が悪い、の 2 つの理由からグルーボールの EMT 行列要素の計算は容易ではない。1) について、従来は複雑な繰り込み操作によって演算子の構成が行われていたが、近年ヤン-ミルズ勾配流法 [4] を用いた新しい繰り込まれた EMT 演算子の構成法 (鈴木法) が提案された [5]。勾配流法はフロー方程式と呼ばれる拡散方程式

$$\frac{\partial}{\partial \tau} V_\mu(x, \tau) V_\mu^{-1}(x, \tau) = -g_0^2 \partial_{x,\mu} S_W(V_\mu(x, \tau)) \quad (1)$$

を用いてゲージ場を 4 次元方向に発展させる手法である。 $V_\mu(x, \tau)$ は拡散された格子上のゲージ場であり、 τ はフロー時間と呼ばれる仮想的な 5 次元方向のパラメーターである。また、 S_W はウィルソン作用と呼ばれる格子上の作用である。勾配流法には拡散されたゲージ場を用いて構成された相関関数は紫外発散をもたないという特筆すべき性質があり、近年格子 QCD において広く用いられている。2) についてはゲージ場のスメアリングという手法が広く用いられてきた。これはゲージ場を空間的に広げることによって短距離のノイズを平均化するという手法である。

内容

本博士論文では、鈴木法を用いて構成された繰り込まれた EMT 演算子を用いた三点関数からグルーボールの行列要素を計算し、Ji の方法に基づいてグルーボール質量に対するトレースアノマリーの寄与を評価することを主題とする。Ji の方法では EMT 演算子 $T^{\mu\nu}$ のトレースに基づいた分解によって質量を分解する。すなわち、 T^{00} がハミルトニアン密度そのものであることから、 $T^{\mu\nu}$ のトレースレス部分を $\bar{T}^{\mu\nu}$ 、トレースフル部分を $\hat{T}^{\mu\nu}$ とすると、

$$T^{\mu\nu} = \bar{T}^{\mu\nu} + \hat{T}^{\mu\nu} \rightarrow M_{\text{EMT}} = M_{\text{TL}} + M_{\text{TA}} \quad (2)$$

のように質量が分割される。ここで、 $M_{\text{EMT}} = \langle G | T^{00} | G \rangle$, $M_{\text{TL}} = \langle G | \bar{T}^{00} | G \rangle$, $M_{\text{TA}} = \langle G | \hat{T}^{00} | G \rangle$ であり、 M_{TA} がグルーボール質量のトレースアノマリー成分に対応する。また、鈴木法の繰り込まれた EMT 演算子の構成法は理論的には正しいものであるが、数値計算を行うことによってその正当性の検証が必要である。グルーボールの純ゲージ計算にはクォークが全く存在しないため、EMT 演算子を用いて計算された質量 M_{EMT} と、二点相関関数の漸近的振る舞い $C_{2\text{pt}}(t) \sim e^{-M_G t}$ から得られた質量 M_G を直接比較することで、EMT 演算子の妥当性を評価することができる。したがって、本博士論文ではグルーボール行列要素の計算を通じ、鈴木法によって構成された繰り込まれた EMT 演算子の数値的正当性の検証を行った。これらの計算を可能にするため、2) の問題に対して勾配流法に基づく新たなスメアリング手法を用いることでグルーボール演算子の精度改善を行った。勾配流法はゲージ場を拡散させる性質から一種のス

メアリング手法として用いることができ大きな精度改善を得ることができるが、時間方向のゲージ場の拡散により二点相関関数の振る舞いが変わってしまうという欠点があった。この問題を回避するために本研究ではゲージ場の拡散を空間方向のみに制限した「空間的勾配流」を開発し、その有効性を評価した。その結果、従来のスメアリングを用いた先行研究と比較して、統計数あたり数倍の精度改善が得られることが明らかになった。空間的勾配流法を用いて計算した $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 0^{-+}$ グルーボールの連続極限における質量と、その先行研究との比較を図 1 に示す。また、勾配流法とスメアリング手法の一種であるスタウトスメアリングの対応関係が文献 [4] で指摘されていたが、本博士論文ではこの対応の具体的な証明を与え、さらに本論文で採用した格子間隔ではこれら二つの手法は数値的に同一の結果を与えることを確認した。これらの内容は文献 [1, 2] で発表済である。

この結果に基づき、スタウトスメアリングにより精度改善したグルーボール演算子を用いて、繰り込まれた EMT 演算子の行列要素を計算した。計算は格子間隔 $a = 0.0513$ fm, 格子サイズ $L^3 \times T = 32^3 \times 32$ の純ゲージ配位を 12000 配位用いて行った。本博士論文ではグルーボールの EMT の行列要素の初の計算として一つの格子間隔で計算を行ったため、連続極限はとっていない。最も軽いスカラーグルーボールに対して EMT の行列要素から計算した質量 M_{EMT} と、二点相関関数の漸近的振る舞いから計算した質量 M_G の比、及び M_{EMT} と、そのうちのトレースアノマリーからの寄与 M_{TA} の比は次のように得られた。

$$M_{\text{EMT}}/M_G = 0.57(25), M_{\text{TA}}/M_{\text{EMT}} = 0.25(14) \quad (3)$$

これらの値は有限のフロー時間 τ で計算された値を $\tau \rightarrow 0$ に外挿することで得た (図 2)。まず M_{EMT}/M_G をみると M_{EMT} は誤差の範囲内で有限の値をもち、 2σ の範囲で M_G と一致している。この EMT の行列要素から得られたグルーボール質量は、鈴木法とスタウトスメアリングによるグルーボール演算子の精度改善の双方を用いることで初めて計算可能になったものであり、本博士論文の特筆すべき成果といえる。また $M_{\text{TA}}/M_{\text{EMT}}$ をみるとトレースアノマリーからの寄与がグルーボール質量の約 1/4 を占めている。これは Ji の議論とも一致する結果であり、鈴木法によって数値的にも繰り込まれた EMT 演算子が正しく構成されていることを示している。

結論

本博士論文では、EMT 演算子の行列要素を用いたグルーボール質量の計算結果を初めて与えた。さらに Ji の議論に基づき EMT 演算子の分割を行い、グルーボール質量中のトレースアノマリー寄与を評価した。その結果鈴木法によって構成された繰り込まれた EMT 演算子の数値的正当性が確かめられた。これらの結果は本博士論文で行った純ゲージの計算では Ji の議論から予想される結果として自然なものであるが、この議論をフル QCD の計算に適用すると非自明な結果を与えると予想される。前述のように核子の質量に対するトレースアノマリー寄与のうち、グルーオン成分のみの評価は未だなされていないが、鈴木法を用いて構成された繰り込まれた EMT 演算子を用いることでこのような評価が可能となる。これらの結果から本博士論文は質量そのものに対する更なる包括的な理解に向けた第一歩となる。

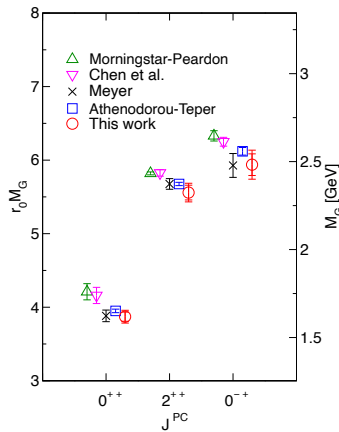


図 1: 空間的勾配流法を用いて二点相関関数から計算した $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 0^{-+}$ グルーボールの連続極限における質量と先行研究との比較。赤色の丸が空間的勾配流法を用いた本研究の結果であり、その他の点は従来のスメアリングを用いた先行研究の結果である。先行研究に比べて本研究の結果は誤差が大きい、本研究でははるかに少ない統計数で計算を行っている。

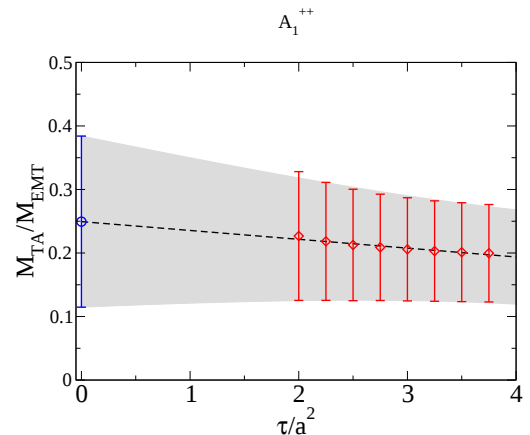


図 2: 0^{++} (スカラー) グルーボールに対する $M_{\text{TA}}/M_{\text{EMT}}$ のフロー時間 τ 依存性と $\tau \rightarrow 0$ 外挿の様子。赤色の点は各 τ での計算結果とその誤差を表し、緩やかな τ 依存性が見てとれる。 $\tau = 0$ の青色の点は線形外挿の結果を表す。

発表論文

- [1] K. Sakai and S. Sasaki, PoS **LATTICE2021**, 333 (2022).
- [2] K. Sakai and S. Sasaki, [arXiv:2211.15176 [hep-lat]](submitted to Phys. Rev. D).

参考文献

- [3] X. D. Ji, Phys. Rev. Lett. **74**, 1071-1074 (1995).
- [4] M. Lüscher, JHEP **08**, 071 (2010) [erratum: JHEP **03**, 092 (2014)].
- [5] H. Suzuki, PTEP **2013**, 083B03 (2013) [erratum: PTEP **2015**, 079201 (2015)].